

$$k \gg 1, c > 0 \text{ e } c > 1$$

$$a) A = \log_k n$$

$$B = n^{c \cdot e}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_k n}{n^c}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n)}{\ln(k) \cdot n^c}$$

$$= \underbrace{\ln(k)}_{\text{ignora}} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n)}{n^c}$$

Aplicando regra de L'Hôpital

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{c \cdot n^{c-1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{c \cdot n^c}$$

O limite tende a zero à medida que  $n$

tende ao infinito, desde que  $c > 0$ .

Portanto  $\log_k n$  é  $O(n^2)$ .

1º. Comparar o crescimento de  $A$

com o de  $B$  a medida que

$n$  se aproxima do infinito

2º. Se  $A$  for  $O(B)$ , significa que

existe uma constante positiva  $C$

tal que  $A \leq C \cdot B$  para todos

os valores de  $n$  maiores que um

certo valor de entrada  $n_0$ .

3º. Se o limite de  $\frac{A}{B}$  for

finito,  $A$  é  $O(B)$

• L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{[f(x)]'}{[g(x)]'}$$

S	T	Q	Q	S	S	D
L	M	M	J	V	S	D

0,8

502



b)  $A = n^k$   
 $B = c^n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{c^n}$$

Aplicando L'Hôpital

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k \cdot n^{k-1}}{(c^n) \ln(c)}$$

↳ cresce exponencialmente, mais rápido que qualquer polinômio em  $n$ , logo o denominador cresce mais rápido que o numerador, resultando em um limite que tende a zero.

Portanto,  $n^k$  é  $O(c^n)$

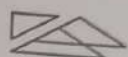
c)  $A = \sqrt{n}$   
 $B = n^{\sin(n)}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n^{\sin(n)}} \rightarrow -1 < \sin(n) < 1$$

A medida que  $n$  aumenta, a função  $\sin(n)$  oscila entre  $-1$  e  $1$ , então a função  $n^{\sin(n)}$  pode se tornar arbitrariamente grande a medida que  $n$  cresce.

Isto significa que  $n^{\sin(n)}$  pode crescer mais rapidamente do que  $\sqrt{n}$  para certos valores de  $n$ .

Portanto,  $\sqrt{n}$  não é  $O(n^{\sin(n)})$



d)  $A = 2^n$   
 $B = 2^{n/2}$

$2^n$  não é  $O(2^{n/2})$  pois o expoente  $n$   
vai crescer mais rapidamente do  
que em  $2^{n/2}$

e)  $A = n^{\log m}$   
 $B = m^{\log n}$

$$n^{\log m} = e^{\log n \cdot \log m}$$
$$m^{\log n} = e^{\log m \cdot \log n}$$

significa que  $A = B$ , logo  $A \in O(B)$

f)  $A = \log(n!)$   
 $B = \log(n^n)$

$$\log(n!) = \log(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n)$$
$$= \log(1) + \log(2) + \log(3) + \dots + \log(n)$$

$$\log(n^n) = n \cdot \log(n) = \underbrace{\log(n) + \log(n) + \dots + \log(n)}_{n \text{ vezes}}$$

sendo  $\log(n)$  o maior termo em  $\log(n!)$ , temos que  
 $\log(n!) \leq \log(n^n)$

Portanto  $\log(n!) \in O(n^n)$

