

$$V(k_0) = \sum_{t=0}^{\infty} [\beta^t \ln(1 - \alpha\beta) + \beta^t \alpha \ln k_t]$$

$$\begin{aligned} &= \ln(1 - \alpha\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t + \alpha \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln k_t \\ &= \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \alpha \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln k_t \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k_0 + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{左边} = V(k) &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \frac{\ln(1 - \alpha\beta)}{1 - \beta} + \frac{\alpha\beta}{(1 - \beta)(1 - \alpha\beta)} \ln(\alpha\beta) \\ &\triangleq \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + A \end{aligned}$$

$$\text{右边} = \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\}$$

利用 FOC 和包络条件求解得到  $y = \alpha\beta k^\alpha$ , 代入 求右边。

Institute for Advanced Study

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \max \{u(f(k) - y) + \beta V(y)\} \\ &= u(f(k) - g(k)) + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln g(k) + A \right] \\ \text{Victory won't come to us unless we go to it.} \\ &= \ln(k - \alpha\beta k^\alpha) + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta k^\alpha + A \right] \\ &= \ln(1 - \alpha\beta) + \alpha \ln k + \beta \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} [\ln \alpha\beta + \alpha \ln k] + A \right] \\ &= \alpha \ln k + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \alpha \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \ln(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + (1 - \beta)A + \beta A \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + A \end{aligned}$$

整理: ddswhu & 小 L

整理时间: February 18, 2017

Email: ddswhu@gmail.com

所以, 左边 = 右边, 证毕。

# 目 录



<b>1</b>	<b>Elegant Note 模板的由来</b>	<b>3</b>
1.1	长长的历史，长长的期待 . . . . .	3
1.2	一张白纸折腾出一个模板 . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Elegant Note 开服说明</b>	<b>5</b>
2.1	关于字体 . . . . .	5
2.2	文档说明 . . . . .	5
2.2.1	编译方式 . . . . .	5
2.2.2	选项设置 . . . . .	5
2.2.3	数学环境简介 . . . . .	6
2.2.4	可编辑的字段 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>笔记写作示例</b>	<b>7</b>
3.1	灵魂不随便出卖，代码也不随便瞎写 . . . . .	7

# 第 1 章

## Elegant Note 模板的由来



只有当自己想去做一件事的时候才能把事情做好！

### 1.1 长长的历史，长长的期待

写这个模板的初衷是为了简化我在写笔记中的工作，因为我不会写类文件和包文件，所以，最当初是想拜托小 L 做出一个简洁，清爽的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板，最好是类文件，而且因为这样可以简化导言区复杂的内容。后来，和小 L 一拍即合，遂开始一起做 ElegantL<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的设计。

在学校的时候，搞定了定理环境样式的代码。因为不想重复 ChinaTeX 那个经典的页眉页脚，我找到了计量书上的一个图案，小 L 拿 TikZ 一点一点把那个画出来了，不过我最后还是用的截取的方式得到的图案。然后慢慢地，我们把初步的样子做出来了。

2013 年的暑假开始后，我对那个初步的模板做了一点改动，然后用它写了 Dynamic Programing 的笔记，并且，在写的过程中，对模板加了封面，也就是模板现在的封面。至此，模板的大致样子终于出来了，不过也在写笔记的过程中知道了某些不足，比如

1. 定理类的环境在我们这个模板中不能浮动，也不能跨页，在我们这个 1.00 版本中，这个功能仍然没有得到解决。
2. 某些环境不足，比如例子、假设、性质、结论等环境，在 1.00 版本中已经增加了这几个环境。
3. 一些我们不可预知的错误将会不期而遇。
4. 一些我们目前没有需求，但是可以继续改进的地方，比如表格样式，比如抄录样式等。

写完那个笔记之后越发让我对 ElegantL<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板的制作更有激情，在和小 L 相互讨论的几天里，我们终于得到了现在这个版本的 ElegantNote 模板。

## 1.2 一张白纸折腾出一个模板

我以前从未写过类文件，所以，写这个模板的过程必然是折腾的过程，在写模板的过程中，最主要参考了 `moderncv.cls` 文件、武汉大学黄正华老师的论文模板，以及各大 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 疑问解答网站。

这章还有这么大空间，忍不住插个图！

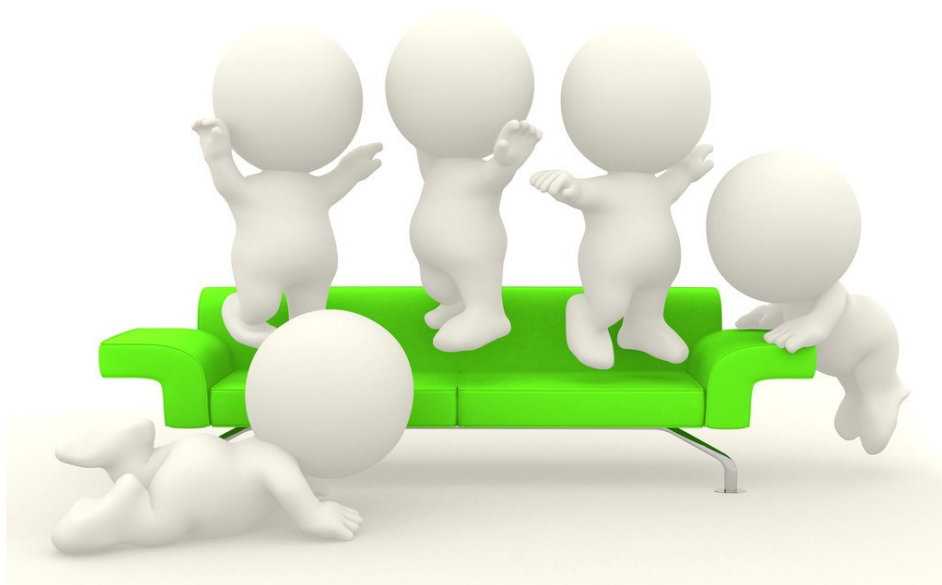


图 1.1: Happiness, We have it!



## 第 2 章

# Elegant Note 开服说明



## 2.1 关于字体

首先呢？基于本模板追求视觉上的美观的角度，强烈建议使用者安装./fonts/文件夹下的字体。出于版权的考虑，务必不能将此模板用于涉及盈利目的的商业行为，否则，后果自负，本模板带的字体仅供学习使用，如果您喜欢某种字体，请自行购买正版。本文主要使用的字体如下

- Adobe Garamond Pro
- Minion Pro & Myriad Pro
- 方正字体
- 华文中宋

并且，如果系统内安装了 Adobe 字体，建议大家把模板中的黑体，楷体，宋体等字替换成 Adobe 字体，这样可以达到最佳效果。



**Note:** 需要特别注意的是，如果笔记需要使用到抄录环境的，请重新修改字体，此版本并未为抄录环境设置合适字体，本 *note* 环境的字体即为抄录环境使用到的字体。

## 2.2 文档说明

### 2.2.1 编译方式

本模板基于 book 文类，所以 book 的选项对于本模板也是有效的。但是，只支持 X<sub>Y</sub>LaTeX，编码为 UTF-8，推荐使用 T<sub>E</sub>Xlive 编译。作者编写环境为 Win8(64bit) + T<sub>E</sub>Xlive 2013。

本文特殊选项设置共有 2 类，分为颜色 and 数学字体。

### 2.2.2 选项设置

第一类为颜色主题设置，内置 3 组颜色主题，分别为 green(default), cyan, blue。默认为 green 颜色主题。需要改变颜色的话请自行到 elegantnote.cls 文件内对颜色的

RGB 值进行修改。

第二类为**数学字体**设置，有两个可选项，分别是 `computer modern` 和 `mtpro2` 字体，默认使用 `cm` 字体，无需在类文件前加选项，调用 `mtpro2` 字体的方法为 `\documentclass[mtpro]{elegantnote}`










	green	cyan	blue	主要使用的环境
main				newdef
seco				newthem newlemma newcorol
thid				newprop

表 2.1: *Elegant note* 模板中的三套颜色主题

### 2.2.3 数学环境简介

在我们这个模板中，定义了三大类环境

1. 定理类环境，包含标题和内容两部分。根据格式的不同分为 3 种
  - `newdef` 环境，含有一个可选项，编号以章节为单位；
  - `newthem`、`newlemma`、`newcorol` 环境，三者颜色一致，但是定理环境编号以章节为单位，引理和推论为全文编号；
  - `newprop` 环境，含有可选项，编号以章节为单位。
2. 证明类环境，有 `newproof`、`note` 环境，特点是，有引导符和引导词，并且证明环境有结束标志。
3. 示例环境，有 `example`、`assumption`、`conclusion` 环境，三者均以粗体的引导词为开头，字体以灰色，和普通段落格式一致。

### 2.2.4 可编辑的字段

在模板中，可以编辑的字段分别为作者 `\author`、`\email`、`\zhtitle`、`\entitle`、`\version`。并且，可以根据自己的喜好把封面水印效果的 `cover.pdf` 替换掉，以及封面中用到的 `logo.pdf`。



## 第 3 章

### 笔记写作示例



#### 3.1 灵魂不随便出卖，代码也不随便瞎写

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

考虑如下的随机动态规划问题

$$\begin{aligned} \max(\min) \quad & \mathbb{E} \int_{t_0}^{t_1} f(t, x, u) dt \\ \text{s.t.} \quad & dx = g(t, x, u)dt + \sigma(t, x, u)dz \\ & k(0) = k_0 \text{ given} \end{aligned}$$

where  $z$  is stochastic process or white noise or wiener process.

##### Definition 3.1 Wiener Process

If  $z$  is wiener process, then for any partition  $t_0, t_1, t_2, \dots$  of time interval, the random variables  $z(t_1) - z(t_0), z(t_2) - z(t_1), \dots$  are independently and normally distributed with zero means and variance  $t_1 - t_0, t_2 - t_1, \dots$



Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus

vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

### Theorem 3.1 勾股定理

勾股定理的数学表达为

$$a^2 + b^2 = c^2$$

其中  $a, b$  为直角三角形的两条直角边长,  $c$  为直角三角形斜边长。



**Note:** 因为引理, 推论的样式和定理的样式一致, 仅仅只有计数器的设置不一样, 在这里, 我们就不写引理和推论的例子了。

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

### Proposition 3.1 最优性原理

如果  $u^*$  在  $[s, T]$  上为最优解, 则  $u^*$  在  $[s, T]$  任意子区间都是最优解, 假设区间为  $[t_0, t_1]$  的最优解为  $u^*$ , 则  $u(t_0) = u^*(t_0)$ , 即初始条件必须还是在  $u^*$  上。

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum port-






titor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### Corollary 1

假设  $V(\cdot, \cdot)$  为值函数，则跟据最大值原理，有如下推论

$$V(k, z) = \max \left\{ u(zf(k) - y) + \beta \mathbb{E}V(y, z') \right\}$$

 **Proof:** 因为  $y^* = \alpha\beta zk^\alpha$ ,  $V(k, z) = \alpha/1 - \alpha\beta \ln k_0 + 1/1 - \alpha\beta \ln z_0 + \Delta$ 。

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \left\{ u(zf(k) - y) + \beta \mathbb{E}V(y, z') \right\} \\ &= \ln(zk^\alpha - \alpha\beta zk^\alpha) + \beta \mathbb{E} \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln y + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \ln z' + \Delta \right] \\ &= \ln(1 - \alpha\beta)zk^\alpha + \beta \left\{ \mathbb{E} \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln \alpha\beta zk^\alpha \right] + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \mathbb{E}[\ln z'] + \Delta \right\} \end{aligned}$$

利用  $\mathbb{E}[\ln z'] = 0$ ，并将对数展开得

$$\begin{aligned} \text{右边} &= \ln(1 - \alpha\beta) + \ln z + \alpha \ln k + \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta} [\ln \alpha\beta + \ln z + \alpha \ln k] + \frac{\beta}{1 - \alpha\beta} \mu + \beta \Delta \\ &= \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \ln k + \frac{1}{1 - \alpha\beta} \ln z + \Delta \end{aligned}$$

所以 左边 = 右边，证毕。 □

**Conclusions:** 今天看到一则小幽默，是这样说的：别人都关心你飞的有多高，只有我关心你的翅膀好不好吃！说多了都是泪啊！

最后祝大家 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 的学习之路快乐精彩！

