

# Отчет по лабораторной работе №8

## Задача об эпидемии

---

Поленикова Анна Алексеевна

2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

## Цель работы и задание

---

Цель лабораторной работы №8 - ознакомление с моделью конкуренции двух фирм.

## Вариант 38

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где  $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$ ,  $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$ ,  
 $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$ .

Также введена нормировка  $t = c_1 \Theta$ .

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00083\right)M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 3.9, M_0^2 = 2.9$$

$$p_{cr} = 25, N = 39, q = 1$$

$$\tau_1 = 29, \tau_2 = 19$$

$$\tilde{p}_1 = 6.9, \tilde{p}_2 = 15.9$$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.



# Теоретическая справка

---

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$N$  - число потребителей производимого продукта.

$S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$M$  – оборотные средства предприятия

$\tau$  - длительность производственного цикла

$p$  - рыночная цена товара

$\tilde{p}$  - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

$\delta$  - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

$k$  - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q(S/p)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $S$  к цене  $p$ . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров длительного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара.

Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - k$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma\left(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $\tau$ . При заданном  $M$  уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

из которого следует, что равновесное значение цены  $p$  равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнение динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} \left( \frac{p}{p_{cr}} - 1 \right) - M^2 \left( \frac{\delta}{\tau \tilde{p}} \right)^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Оно имеет два стационарных решения, соответствующих условию  $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq \left( 1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \tilde{p} \frac{\tau}{\delta} \right), \quad b = kNq \frac{(\tau \tilde{p})^2}{p_{cr} \delta^2}$$



Из чего следует, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,  $b \ll a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При  $b \ll a$  стационарные значения  $M$  равны

$$\widetilde{M}_+ = Nq\frac{\tau}{\delta}\left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\right)\tilde{p}, \widetilde{M}_- = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние  $\widetilde{M}_-$  неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают ( $dM/dt < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

# Выполнение лабораторной работы

---

## Решение для 1 случая

В результате выполнения программы были получены следующие результаты для 1 случая:

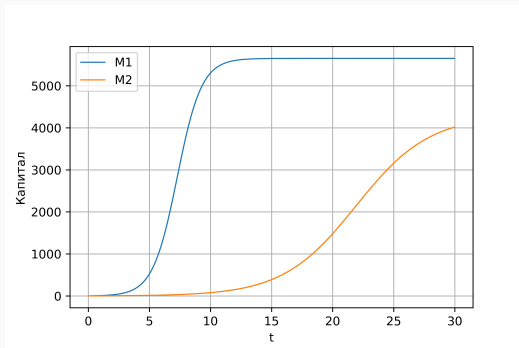


Рис. 1: График для 1 случая

## Решение для 2 случая

Для 2 случая был получен следующий график:

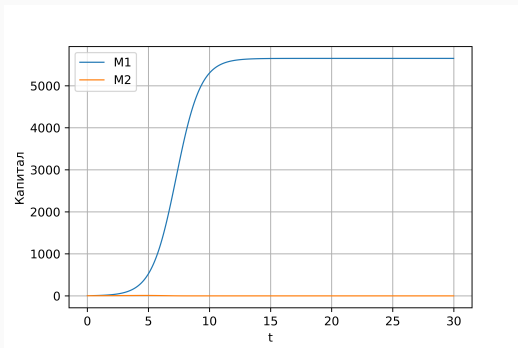


Рис. 2: График для 2 случая

## Выводы

---

В результате проделанной лабораторной работы была изучена модель конкуренции двух фирм.