

Модель гармонического осциллятора

Анна Поленикова

2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель работы и задание

Цель лабораторной работы №4 - ознакомление с моделью гармонических колебаний и ее построение.

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x''+18x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x''+18x'+9x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x''+8x'+16x=0.5\cos(3t)$ На интервале $t \in [0; 68]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=1.8, y_0=0.8$

Теоретическая справка

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x(\dot{t}_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Выполнение лабораторной работы

$$\ddot{x} + 18x = 0$$

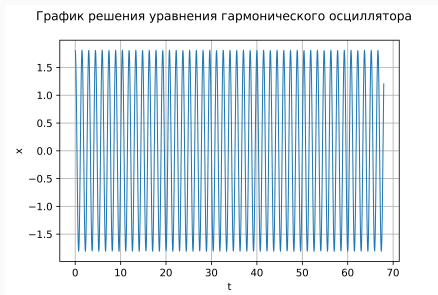


Рис. 1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 18x = 0$$

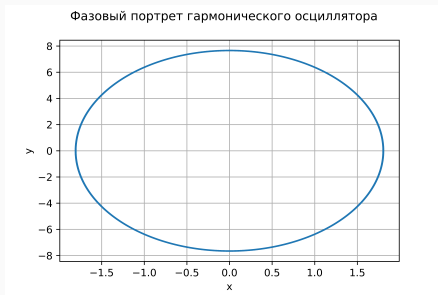


Рис. 2: Фазовый портрет гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 18\dot{x} + 9x = 0$$

уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действ

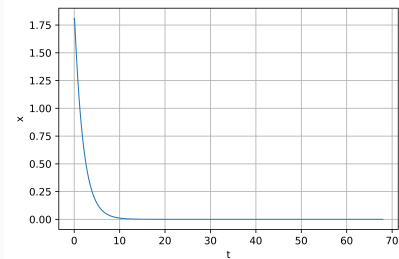


Рис. 3: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 18\dot{x} + 9x = 0$$

Фазовый портрет гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

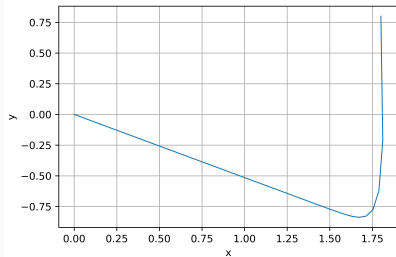


Рис. 4: Фазовый портрет гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 8\dot{x} + 16x = 0.5 \cos 3t$$

Уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием

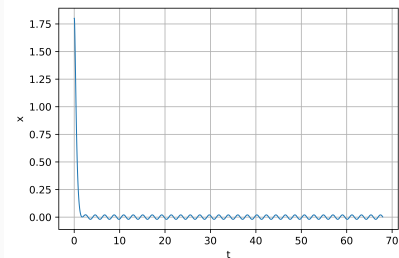


Рис. 5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 8\dot{x} + 16x = 0.5 \cos 3t$$

трет гармонического осциллятора с затуханием и под действием в

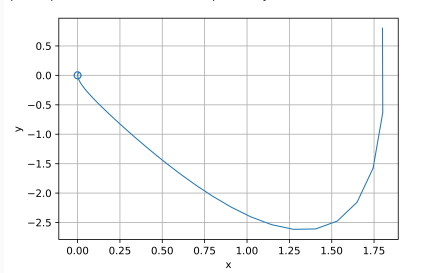


Рис. 6: Фазовый портрет гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Выводы

В результате проделанной лабораторной работы №4 была изучена и построена модель гармонических колебаний.