

# Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Поленикова Анна Алексеевна

# Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическая справка	6
Выполнение лабораторной работы	8
Выводы	12

## Список иллюстраций

0.1	График для 1 случая . . . . .	10
0.2	График для 2 случая . . . . .	11

## Цель работы

Цель лабораторной работы №6 - ознакомление с моделью эпидемии.

# Задание

## Вариант 38

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 12700$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 170$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 57$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Нужно построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп и рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если  $I(0) \leq I^*$
- 2) если  $I(0) > I^*$

# Теоретическая справка

Предположим, что есть некая изолированная популяция, состоящая из  $N$  особей, которая подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающих иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha$ ,  $\beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$ .

# Выполнение лабораторной работы

Для построения графиков изменения числа людей в каждой из трех групп был написан следующий код:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math
```

```
N=12700
```

```
I0=170
```

```
R0=57
```

```
S0=N-I0-R0
```

```
a=0.03
```

```
b=0.05
```

```
f0=[S0, I0, R0]
```

```
def eq(f, t):
```

```
    f1, f2, f3=f
```

```
    return [0, -b*f2, b*f3]
```

```
def eq2(f, t):
```

```
    f1, f2, f3=f
```

```
    return [-a*f1, a*f1-b*f2, b*f2]
```



```

t=np.arange(0, 100, 0.01)
f1=odeint(eq, f0, t)
f1s=f1[:,0]
f1i=f1[:,1]
f1r=f1[:,2]
graph1=plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, f1s, linewidth=1, label='S(t)')
plt.plot(t, f1i, linewidth=1, label='I(t)')
plt.plot(t, f1r, linewidth=1, label='R(t)')
plt.ylabel("Численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
graph1.savefig('graph1.png', dpi=800)

```

```

f2=odeint(eq2, f0, t)
f2s=f2[:,0]
f2i=f2[:,1]
f2r=f2[:,2]
graph2=plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, f2s, linewidth=1, label='S(t)')
plt.plot(t, f2i, linewidth=1, label='I(t)')
plt.plot(t, f2r, linewidth=1, label='R(t)')
plt.ylabel("Численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

```

```
graph2.savefig('graph2.png', dpi=800)
```

В результате выполнения программы были получены следующие результаты для изменения численности восприимчивых к болезни, инфицированных и здоровых людей с иммунитетом к болезни: (рис. -@fig:001)

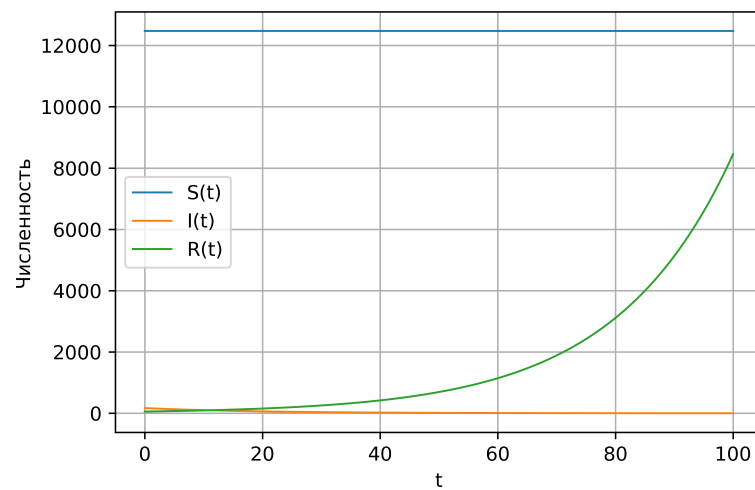


Рис. 0.1: График для 1 случая

Для 2 случая был получен следующий график: (рис. -@fig:002)

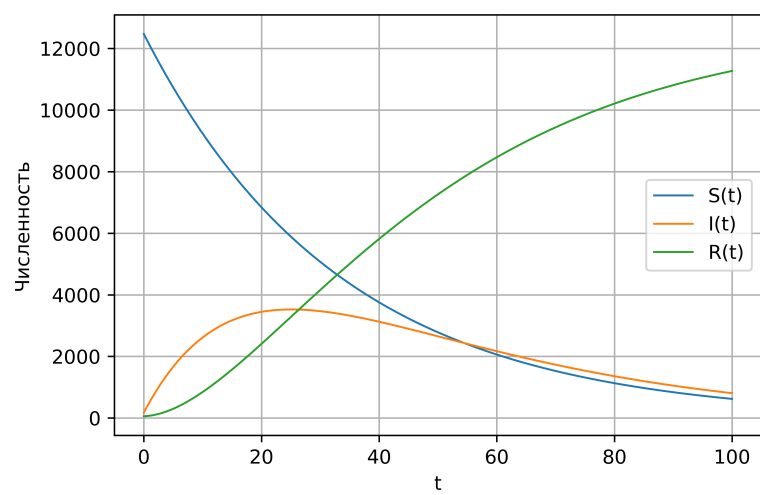


Рис. 0.2: График для 2 случая

## Выводы

В результате проделанной лабораторной работы была изучена модель эпидемии.