

Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Поленикова Анна Алексеевна

2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель работы и задание

Цель лабораторной работы №6 - ознакомление с моделью эпидемии.

Вариант 38

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12700$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 170$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 57$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Нужно построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп и рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Теоретическая справка

Предположим, что есть некая изолированная популяция, состоящая из N особей, которая подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{ если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{ если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{ если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{ если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающих иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α , β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

Решение для 1 случая

В результате выполнения программы были получены следующие результаты для изменения численности восприимчивых к болезни, инфицированных и здоровых людей с иммунитетом к болезни:

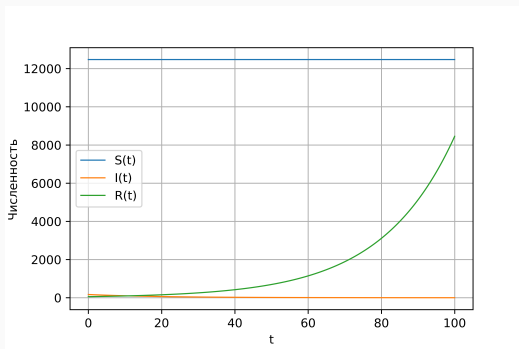


Рис. 1: Решение для 1 случая

Решение для 2 случая

Для 2 случая был получен следующий график:

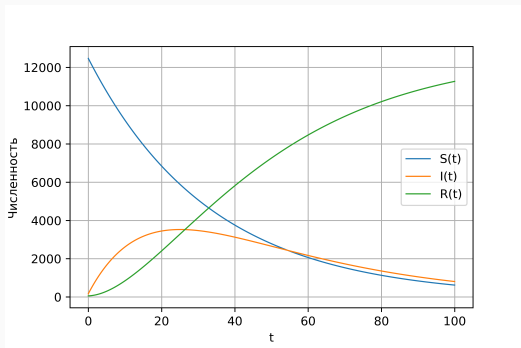


Рис. 2: Решение для 2 случая

Выводы

В результате проделанной лабораторной работы была изучена модель эпидемии.