МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра «Космические аппараты и ракеты-носители»

Дисциплина «Проектирование летательных аппаратов с жидкостными ракетными двигателями»

Домашнее задание №2

Вариант №9

Студент: Кострик М.А.

Группа: СМ1-81

Преподаватель: Коровин В.В.

Москва, 2024 год.

Расчет массы двухступенчатой ракеты другим способом

Исходные данные

Характеристическая скорость	$V_{\text{хар}} = 5857\ \text{м/с}$
Стартовая нагрузка на тягу для первой ступени	$\nu_{01} = 0.7$
Стартовая нагрузка на тягу для второй ступени	$\nu_{\text{П}2} = 0.9$
Удельный импульс первой ступени	$J_{\text{удП}1} = 3240\ \text{м/с}$
Удельный импульс второй ступени	$J_{\text{удП}2} = J_{\text{удП}1} + 100 = 3340\ \text{м/с}$
Масса полезного груза	$M_{\text{ПГ}} = 1{,}8\ \text{т}$

Массовый расчет двухступенчатой ракеты

Обозначим стартовую массу ракеты – массу первой ступени ракеты:

$$M_0 = M_{01} \tag{1}$$

Введем понятие соотношения стартовых масс ступеней:

$$\lambda = \frac{M_{02}}{M_{01}} \tag{2}$$

Если $M_{\text{ПГ}1} = M_{02}$, тогда относительная масса полезного груза первой ступени:

$$\mu_{\text{ПГ}1} = \frac{M_{\text{ПГ}1}}{M_{01}} = \frac{M_{02}}{M_0} = \lambda \tag{3}$$

Тогда для второй ступени:

$$\mu_{\text{ПГ}2} = \frac{\text{М}_{\text{ПГ}}}{\text{М}_{02}} = \frac{\text{М}_{\text{ПГ}}}{\lambda \text{М}_{01}} \tag{4}$$

Задаемся весовыми уравнениями для двухступенчатой ракеты:

$$\begin{cases} \mu_{\text{К}1} = \dfrac{1}{(1 + a_{TO1})}\left(\lambda + a_{TO1} + \dfrac{\gamma_{\text{ДУ}1}}{\nu_{01}} + \mu_{\Sigma 1}\right) \\ \mu_{\text{К}2} = \dfrac{1}{(1 + a_{TO2})}\left(\dfrac{\text{М}_{\text{ПГ}}}{\lambda \text{М}_{01}} + a_{TO2} + \dfrac{\gamma_{\text{ДУ}2}}{\nu_{\text{П}2}} + \mu_{\Sigma 2}\right) \end{cases} \tag{5}$$

Где весовые коэффициенты принимают следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} a_{TO1} &= 0.033*(1+0.5*\exp(-0.014M_T) \\ \gamma_{ДУ1} &= 0.012*(1+1*\exp(-0.0009*P_{П})) \\ \mu_{ПР1} &= 0.013*(1+0.59*\exp(-0.0048*M_{01}) = \mu_{\Sigma 1} \end{aligned}\right\} - I \text{ ст} \qquad (6).$$

$$\left.\begin{aligned} a_{TO2} &= 0.033*(1+0.5*\exp(-0.014M_T) \\ \gamma_{ДУ2} &= 0.012*(1+1*\exp(-0.0009*P_{П})) \\ \mu_{ПР2} &= 0.013*(1+0.59*\exp(-0.0048*M_{02}) + \frac{0.25}{M_{02}} = \mu_{\Sigma 2} \end{aligned}\right\} - II \text{ ст.} \qquad (7)$$

Масса топлива для каждой ступени:

$$\left.\begin{aligned} M_{T1} &= M_{01}(1-\mu_{К1}) - \ I \text{ ст.} \\ M_{T2} &= M_{02}(1-\mu_{К2}) - \ II \text{ ст.} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Пустотная тяга двигателя для каждой ступени:

$$\left.\begin{aligned} P_{П1} &= 1{,}15 \cdot \frac{M_{01}g_0}{\nu_0} - I \text{ ст.} \\ P_{П2} &= 1{,}15 \cdot \frac{M_{02}g_0}{\nu_{П2}} - II \text{ ст.} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Учитывая уравнения (1) – (9) составим функции $\mu_{k1}(\lambda, M_0)$, $\mu_{k2}(\lambda, M_0)$ в программе Mathcad:

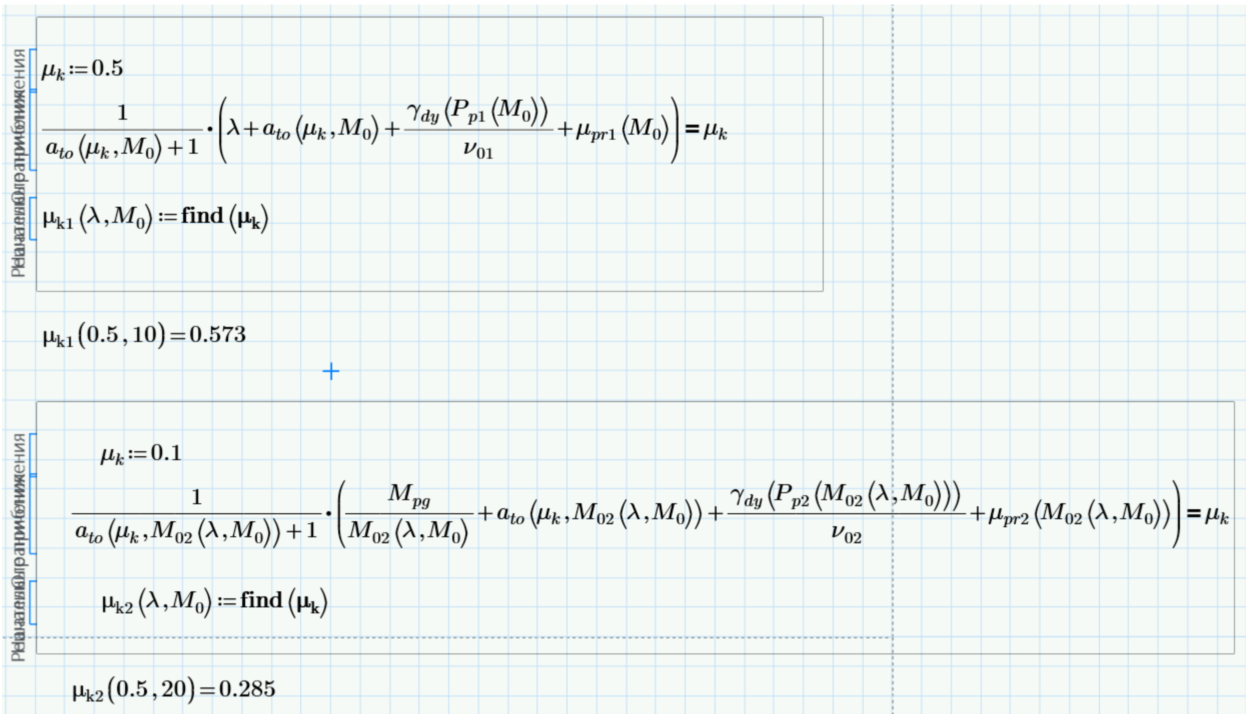

Рисунок 1 – функции $\mu_{k1}(\lambda, M_0)$, $\mu_{k2}(\lambda, M_0)$

Также, согласно формуле Циолковского, можем найти значение характеристической скорости:

$$V_{\text{хар}} = -J_{\text{удП}1} * \ln \mu_{\text{К}1} - J_{\text{удП}2} * \ln \mu_{\text{К}2} \quad (10)$$

График распределения скорости в зависимости от λ с произвольным значением стартовой массы представлен на рисунке 2.

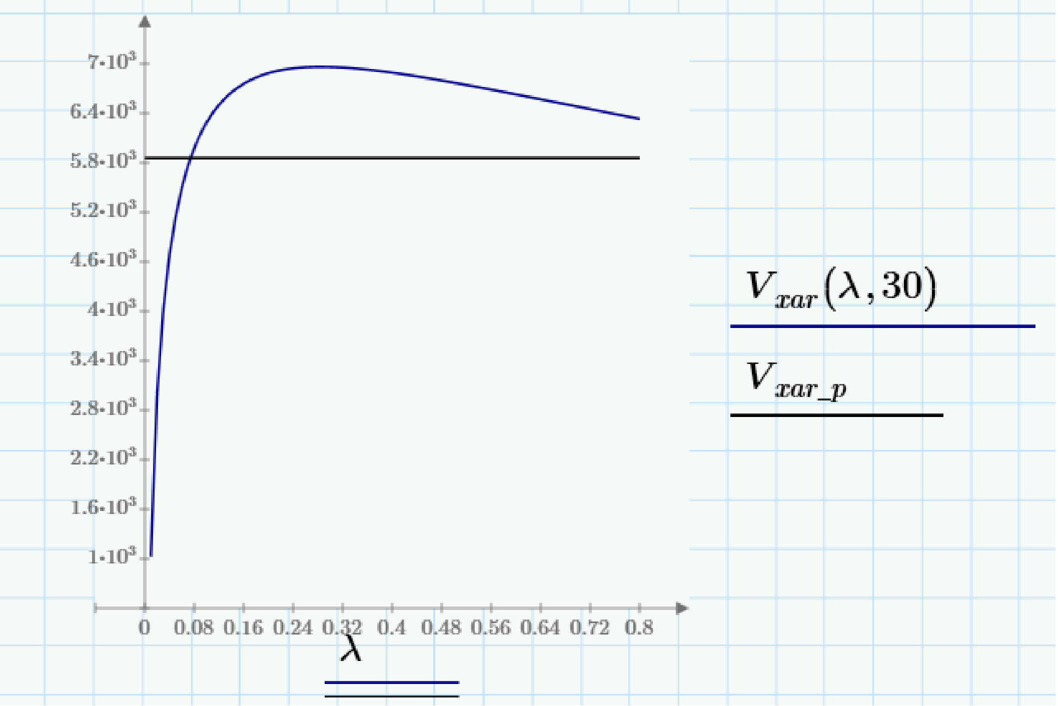

Рисунок 2 – зависимость характеристической скорости от λ

Изменяя значение M_0мы можем параллельно себе же перемещать график вдоль оси ординат.

Дальнейшее решение задания связано с поиском минимальной стартовой массы ракеты.

$V_{\text{хар}}(\lambda, M_0)$ имеет строгий максимум при аргументе λ_{opt}. При разных значениях M_0 - λ_{opt} будет разным. Таким образом, варьируя M_0, найдем значение $V_{\text{хар}}$ равное полученному из баллистического расчета. Для этого напишем программу в Mathcad.

Решатель / Начальные приближения / Ограничения

$$1 < M_{0i} < 35 \qquad 0.1 < \lambda < 0.8$$

$$\frac{d}{d\lambda} V_{xar}\left(\lambda, M_{0i}\right) = 0$$

$$\lambda := 0.2$$

$$M_{0\_p} := \begin{array}{|l} M_{0i} \leftarrow 10 \\ V_{xar\_k} \leftarrow 0 \\ h \leftarrow 0.02 \\ \text{while } V_{xar\_k} < V_{xar\_p} \\ \quad \begin{array}{|l} M_{0i} \leftarrow M_{0i} + h \\ \lambda_i \leftarrow \mathbf{find}(\lambda) \\ V_{xar\_k} \leftarrow V_{xar}\left(\lambda_i, M_{0i}\right) \end{array} \\ \text{return } M_{0i} - \dfrac{h}{2} \end{array}$$

$$M_{0\_p} = 18.85$$

Рисунок 3 – программа по нахождению минимального значения стартовой массы

В результате расчета, было получено значение $M_0 = 18{,}85$ т. При этом выполняется равенство $V_{\text{хар}}(\lambda_{opt}, M_0)$ и значения $V_{\text{хар_бал}} = 5857$м/с, полученного из баллистического расчета. $\lambda_{opt} = 0.362$:

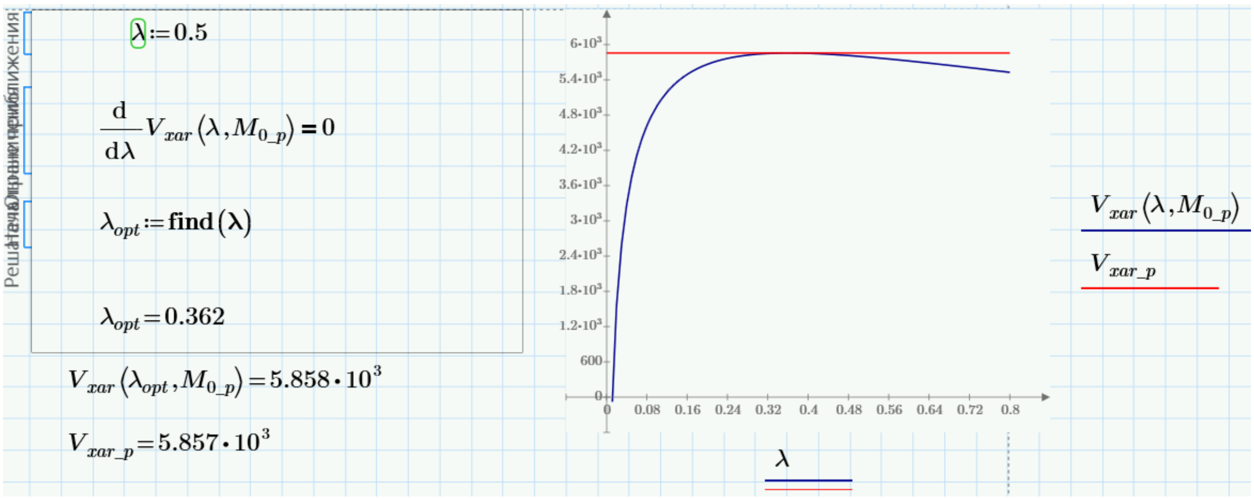

Рисунок 4 – совпадение значений $V_{\text{хар}}\left(\lambda_{opt}, M_0\right) = V_{\text{хар\_бал}}$

Найдем остальные характеристики ступеней ракеты.

$$\left.\begin{array}{c} M_0 = M_{01} = 18.85\ \text{т} - \text{начальная масса ступени} \\ M_{T1} = 10{,}581\ \text{т} - \text{масса топлива} \\ P_{\Pi 1} = 303{,}795\ \text{кН} - \text{пустотная тяга ДУ} \\ \mu_{k1} = 0.439 \\ a_{TO_1} = 0.047 \\ \gamma_{\text{ДУ}1} = 0.021 \\ \mu_{\text{ПР}1} = 0.02 \end{array}\right] - \text{для первой сутпени}$$

$$\left.\begin{array}{c} M_{02} = 6.82\ \text{т} \\ M_{T2} = 4{,}252\ \text{т} - \text{масса топлива} \\ P_{\Pi 2} = 85{,}527\ \text{кН} - \text{пустотная тяга ДУ} \\ \mu_{k1} = 0.377 \\ a_{TO_2} = 0.049 \\ \gamma_{\text{ДУ}2} = 0.023 \\ \mu_{\text{ПР}2} = 0.057 \end{array}\right] - \text{для второй сутпени}$$

Сравнительный анализ полученных результатов

Стартовая масса одноступенчатой ракеты получилась равной:

$$M_0 = 28.26\ \text{т}$$

Стартовая масса двухступенчатой ракеты:

$$\text{М}_{01} = 18.85\ \text{т}$$

Следовательно, на заданную дальность и заданную массу полезной нагрузки, двухступенчатая ракета существенно выигрывает по масс, по сравнению с одноступенчатой.