Вариант 29

Боковая проекция

$x_A := 0$ $x_E := 400$ $x_C := 820$ $t_A := 1$

$y_A := 45$ $y_E := 265$ $y_C := 360$ $t_C := 0$

Найдем координаты точки B:

$$x_B := \frac{y_C - y_A + x_A \cdot t_A - x_C \cdot t_C}{t_A - t_C} = 315$$

$$y_B := y_A + \left(x_B - x_A\right) \cdot t_A = 360$$

Сечение сопла описывается уравнением второго порядка, которое описывается уравнением

$$y^2 + a_1 \cdot x \cdot y + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x + a_5 = 0$$

Продифференцируем его по x:

$$2\ y \cdot \frac{dy}{dx} + a_1 \cdot \left(y + x \cdot \frac{dy}{dx}\right) + 2\ a_2 \cdot x + a_3 \cdot \frac{dy}{dx} + a_4 = 0$$

где $\frac{dy}{dx}$ равен тангенсу угла наклона касательной к кривой

После подстановки трех точек и двух касательных получим систему уравнений

$$y_A^2 + a_1 \cdot x_A \cdot y_A + a_2 \cdot x_A^2 + a_3 \cdot y_A + a_4 \cdot x_A + a_5 = 0$$

$$y_E^2 + a_1 \cdot x_E \cdot y_E + a_2 \cdot x_E^2 + a_3 \cdot y_E + a_4 \cdot x_E + a_5 = 0$$

$$y_C^2 + a_1 \cdot x_C \cdot y_C + a_2 \cdot x_C^2 + a_3 \cdot y_C + a_4 \cdot x_C + a_5 = 0$$

$$2\ y_A \cdot t_A + a_1 \cdot \left(y_A + x_A \cdot t_A\right) + 2\ a_2 \cdot x_A + a_3 \cdot t_A + a_4 = 0$$

$$2\ y_C \cdot t_C + a_1 \cdot \left(y_C + x_C \cdot t_C\right) + 2\ a_2 \cdot x_C + a_3 \cdot t_C + a_4 = 0$$

Решим систему методом Крамера

$$\varDelta := \begin{bmatrix} x_A \cdot y_A & {x_A}^2 & y_A & x_A & 1 \\ x_E \cdot y_E & {x_E}^2 & y_E & x_E & 1 \\ x_C \cdot y_C & {x_C}^2 & y_C & x_C & 1 \\ y_A + x_A \cdot t_A & 2\ x_A & t_A & 1 & 0 \\ y_C + x_C \cdot t_C & 2\ x_C & t_C & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \delta := \begin{bmatrix} -{y_A}^2 \\ -{y_E}^2 \\ -{y_C}^2 \\ -2\ y_A \cdot t_A \\ -2\ y_C \cdot t_C \end{bmatrix}$$

$$a := \mathrm{lsolve}(\varDelta, \delta) = \begin{bmatrix} -0.688 \\ 0.199 \\ 19.174 \\ -78.214 \\ -2.888 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

$a_1 := a_0 = -0.688 \qquad a_2 := a_1 = 0.199 \qquad a_3 := a_2 = 19.174 \qquad a_4 := a_3 = -78.214$

$a_5 := a_4 = -2.888 \cdot 10^3$

Выразим y через x:

$$y(x) := \frac{-(a_1 \cdot x + a_3) + \sqrt{(a_1 \cdot x + a_3)^2 - 4\ (a_2 \cdot x^2 + a_4 \cdot x + a_5)}}{2}$$

$x := x_A, x_A + 100 .. x_C$

$y_{tgA}(x) := y_A + t_A \cdot (x - x_A) \qquad x_1 := x_A, x_A + 1 .. x_B$

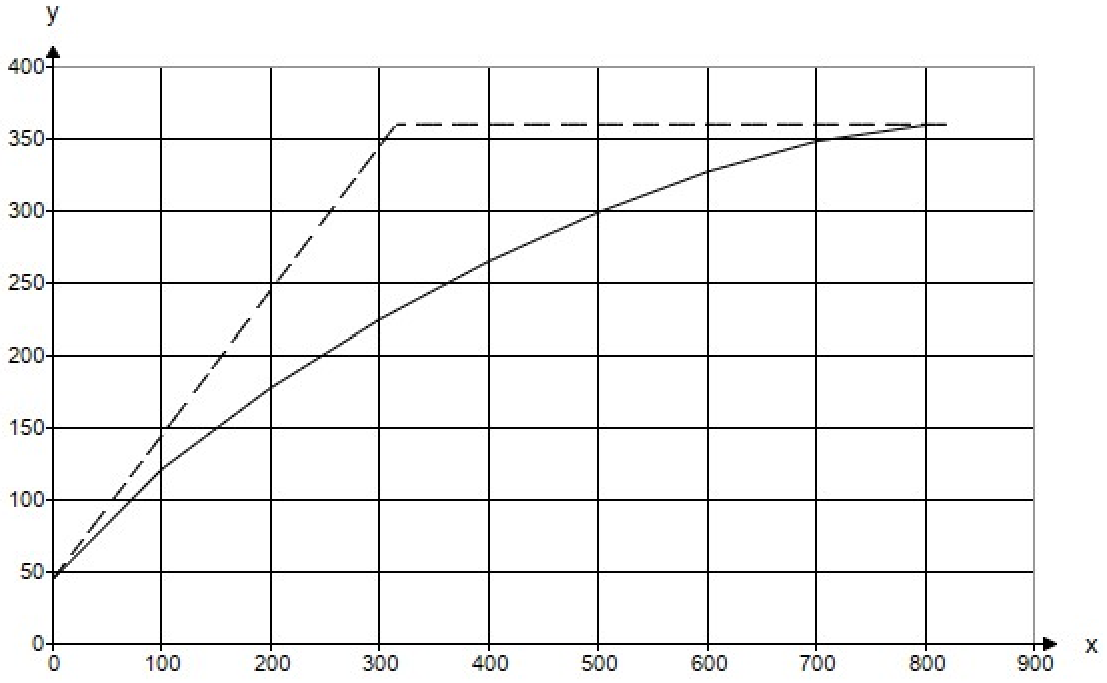
$y_{tgC}(x) := y_C + t_C \cdot (x - x_C) \qquad x_2 := x_C, x_C - 1 .. x_B$

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 200 \\ 300 \\ 400 \\ 500 \\ 600 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix} \qquad y(x) = \begin{bmatrix} 45 \\ 121.445 \\ 177.906 \\ 224.878 \\ 265 \\ 299.135 \\ 327.245 \\ 348.366 \\ 359.578 \end{bmatrix}$$

Ввод

$\mathbf{X}_1 := x$ $\mathbf{Y}_1 := y(x)$ $\mathbf{X}_2 := x_1$ $\mathbf{Y}_2 := y_{tgA}(x_1)$

$\mathbf{X}_3 := x_2$ $\mathbf{Y}_3 := y_{tgC}(x_2)$



Плановая проекция

$x_A := 0$ $x_E := 400$ $x_C := 820$ $t_A := -0.88$

$y_A := -45$ $y_E := -260$ $y_C := -350$ $t_C := 0$

Найдем координаты точки B:

$$x_B := \frac{y_C - y_A + x_A \cdot t_A - x_C \cdot t_C}{t_A - t_C} = 346.591$$

$$y_B := y_A + \left(x_B - x_A\right) \cdot t_A = -350$$

Получим систему уравнений

$$y_A^{\,2} + a_1 \cdot x_A \cdot y_A + a_2 \cdot x_A^{\,2} + a_3 \cdot y_A + a_4 \cdot x_A + a_5 = 0$$

$$y_E^{\,2} + a_1 \cdot x_E \cdot y_E + a_2 \cdot x_E^{\,2} + a_3 \cdot y_E + a_4 \cdot x_E + a_5 = 0$$

$$y_C^{\ 2}+a_1\cdot x_C\cdot y_C+a_2\cdot x_C^{\ 2}+a_3\cdot y_C+a_4\cdot x_C+a_5=0$$

$$2\ y_A\cdot t_A+a_1\cdot\left(y_A+x_A\cdot t_A\right)+2\ a_2\cdot x_A+a_3\cdot t_A+a_4=0$$

$$2\ y_C\cdot t_C+a_1\cdot\left(y_C+x_C\cdot t_C\right)+2\ a_2\cdot x_C+a_3\cdot t_C+a_4=0$$

Решим систему методом Крамера

$$\Delta:=\begin{bmatrix} x_A\cdot y_A & x_A^{\ 2} & y_A & x_A & 1 \\ x_E\cdot y_E & x_E^{\ 2} & y_E & x_E & 1 \\ x_C\cdot y_C & x_C^{\ 2} & y_C & x_C & 1 \\ y_A+x_A\cdot t_A & 2\ x_A & t_A & 1 & 0 \\ y_C+x_C\cdot t_C & 2\ x_C & t_C & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \delta:=\begin{bmatrix} -y_A^{\ 2} \\ -y_E^{\ 2} \\ -y_C^{\ 2} \\ -2\ y_A\cdot t_A \\ -2\ y_C\cdot t_C \end{bmatrix}$$

$$a:=\mathrm{lsolve}\left(\Delta,\delta\right)=\begin{bmatrix} 0.669 \\ 0.215 \\ -78.337 \\ -118.041 \\ -5.55\cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

$a_1:=a_0=0.669 \qquad a_2:=a_1=0.215 \qquad a_3:=a_2=-78.337 \qquad a_4:=a_3=-118.041$

$a_5:=a_4=-5.55\cdot 10^3$

Выразим y через x:

$$y(x):=\frac{-\left(a_1\cdot x+a_3\right)-\sqrt{\left(a_1\cdot x+a_3\right)^2-4\ \left(a_2\cdot x^2+a_4\cdot x+a_5\right)}}{2}$$

$$x:=x_A,x_A+100\,..\,x_C$$

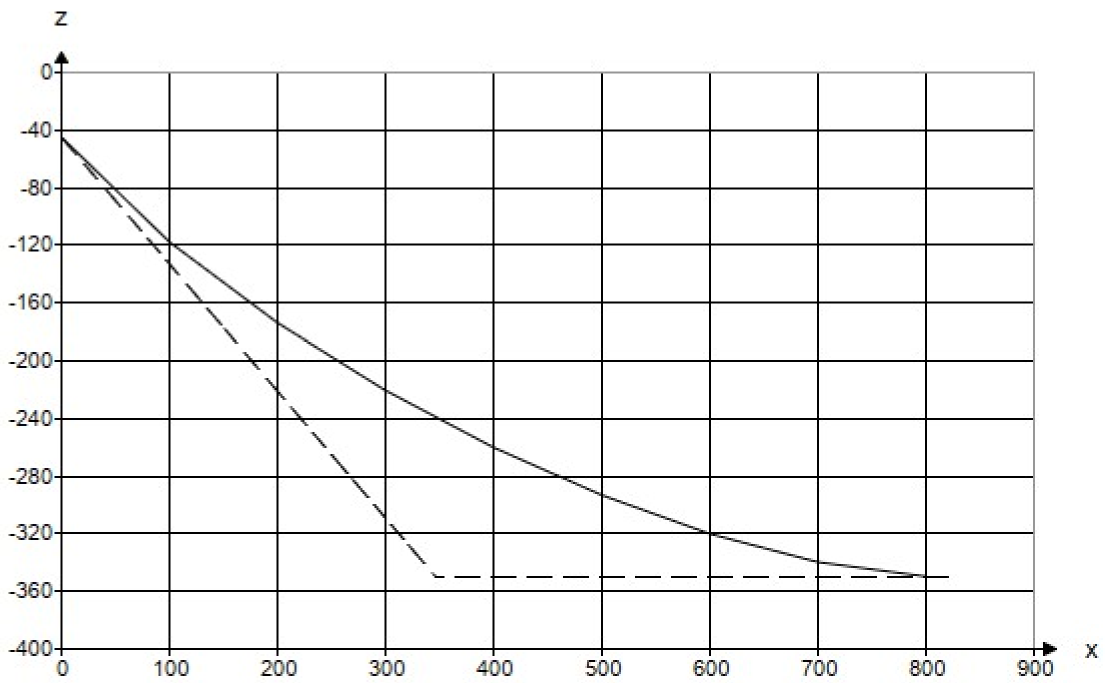
$y_{tgA}(x):=y_A+t_A\cdot\left(x-x_A\right) \qquad x_1:=x_A,x_A+1\,..\,x_B$

$y_{tgC}(x):=y_C+t_C\cdot\left(x-x_C\right) \qquad x_2:=x_C,x_C-1\,..\,x_B$

Ввод

$\mathbf{X}_1 := x \qquad \mathbf{Y}_1 := y(x) \qquad \mathbf{X}_2 := x_1 \qquad \mathbf{Y}_2 := y_{tgA}(x_1)$

$\mathbf{X}_3 := x_2 \qquad \mathbf{Y}_3 := y_{tgC}(x_2)$



$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 200 \\ 300 \\ 400 \\ 500 \\ 600 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix} \qquad y(x) = \begin{bmatrix} -45 \\ -117.721 \\ -173.786 \\ -220.455 \\ -260 \\ -293.212 \\ -320.064 \\ -339.69 \\ -349.647 \end{bmatrix}$$