

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Параметры для сухой ракеты

Координаты сечений:	Жесткость участков ракеты:	Погонная масса:
$x_1 := 2.0$	$EJ_1 := 40 \cdot 10^6$	$m_1 := 30$
$x_2 := 4.0$	$EJ_2 := 90 \cdot 10^6$	$m_2 := 60$
$x_3 := 5.0$	$EJ_3 := 60 \cdot 10^6$	$m_3 := 40$
$x_4 := 8.0$	$EJ_4 := 44 \cdot 10^6$	$m_4 := 30$
$x_5 := 11.0$	$EJ_5 := 44 \cdot 10^6$	$m_5 := 30$
$x_6 := 12.0$	$EJ_6 := 60 \cdot 10^6$	$m_6 := 50$
$x_7 := 14.0$	$EJ_7 := 55 \cdot 10^6$	$m_7 := 35$
$x_8 := 16.0$	$EJ_8 := 55 \cdot 10^6$	$m_8 := 35$
$x_9 := 19.5$	$EJ_9 := 60 \cdot 10^6$	$m_9 := 50$

Определим длины участков исходя из координат их границ:

$$\begin{array}{lll} l_1 := x_1 - 0 = 2 & l_4 := x_4 - x_3 = 3 & l_7 := x_7 - x_6 = 2 \\ l_2 := x_2 - x_1 = 2 & l_5 := x_5 - x_4 = 3 & l_8 := x_8 - x_7 = 2 \\ l_3 := x_3 - x_2 = 1 & l_6 := x_6 - x_5 = 1 & l_9 := x_9 - x_8 = 3.5 \end{array}$$

Задаемся сосредоточенными массами и моментами инерции:

$M_1 := 1000$  - сосредоточенная масса в сечении с координатой  $x_1$

$M_2 := 800$  - сосредоточенная масса в сечении с координатой  $x_8$

$J_8 := 1500$  - момент инерции за счет карданного подвеса ДУ в сечении  $x_8$

Создадим вспомогательные вектора масс, жесткостей и длин участков, для дальнейшего обращения к ним в индексной форме:

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

$$X := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} - \text{вектор координат} \\ x_i \end{matrix} \quad m := \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \\ m_7 \\ m_8 \\ m_9 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} - \text{вектор распределения} \\ \text{массы по участкам } l_i \end{matrix}$$

$$EJ := \begin{bmatrix} EJ_1 \\ EJ_2 \\ EJ_3 \\ EJ_4 \\ EJ_5 \\ EJ_6 \\ EJ_7 \\ EJ_8 \\ EJ_9 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} - \text{вектор} \\ \text{распределения} \\ \text{жесткости по} \\ \text{участкам } l_i \end{matrix} \quad l := \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \\ l_6 \\ l_7 \\ l_8 \\ l_9 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} - \text{вектор длин участков} \\ l_i \end{matrix}$$

Общая длина ракеты:

$$L := \sum_{n=0}^8 l_n = 19.5$$

Определим Функции Крылова:

$$i := 0, 1 \dots 8$$

$$b(\omega, i) := \sqrt[4]{\omega^2 \cdot \frac{m_i}{EJ_i}}$$

$$S(\omega, i, x) := \frac{1}{2} \cdot (\cosh(b(\omega, i) \cdot x) + \cos(b(\omega, i) \cdot x))$$

$$T(\omega, i, x) := \frac{1}{2} \cdot (\sinh(b(\omega, i) \cdot x) + \sin(b(\omega, i) \cdot x))$$

$$U(\omega, i, x) := \frac{1}{2} \cdot (\cosh(b(\omega, i) \cdot x) - \cos(b(\omega, i) \cdot x))$$

$$V(\omega, i, x) := \frac{1}{2} \cdot (\sinh(b(\omega, i) \cdot x) - \sin(b(\omega, i) \cdot x))$$

Запишем вспомогательные матрицы сосредоточенных масс и моментов

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

инерции:

$$M := \begin{bmatrix} M_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \end{bmatrix} \quad J := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ J_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.5 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Матрицы перехода через стыки участков в общем виде со сосредоточенной массой и моментом инерции:

$$B(\omega, i) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -(J_i \cdot \omega^2) & 1 & 0 \\ M_i \cdot \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad - \text{ через стыки с координатами } x_i$$

Матрицы перехода через участки:

$$A(\omega, i, x) := \begin{bmatrix} S(\omega, i, x) & \frac{T(\omega, i, x)}{b(\omega, i)} & \frac{U(\omega, i, x)}{EJ_i \cdot (b(\omega, i))^2} & \frac{V(\omega, i, x)}{EJ_i \cdot (b(\omega, i))^3} \\ b(\omega, i) \cdot V(\omega, i, x) & S(\omega, i, x) & \frac{T(\omega, i, x)}{EJ_i \cdot b(\omega, i)} & \frac{U(\omega, i, x)}{EJ_i \cdot (b(\omega, i))^2} \\ EJ_i \cdot (b(\omega, i))^2 \cdot U(\omega, i, x) & EJ_i \cdot b(\omega, i) \cdot V(\omega, i, x) & S(\omega, i, x) & \frac{T(\omega, i, x)}{b(\omega, i)} \\ EJ_i \cdot (b(\omega, i))^3 \cdot T(\omega, i, x) & EJ_i \cdot (b(\omega, i))^2 \cdot U(\omega, i, x) & b(\omega, i) \cdot V(\omega, i, x) & S(\omega, i, x) \end{bmatrix}$$

Общая матрица перехода от первого до последнего участка есть произведение матриц перехода через участки на матрицы перехода через границы участков:

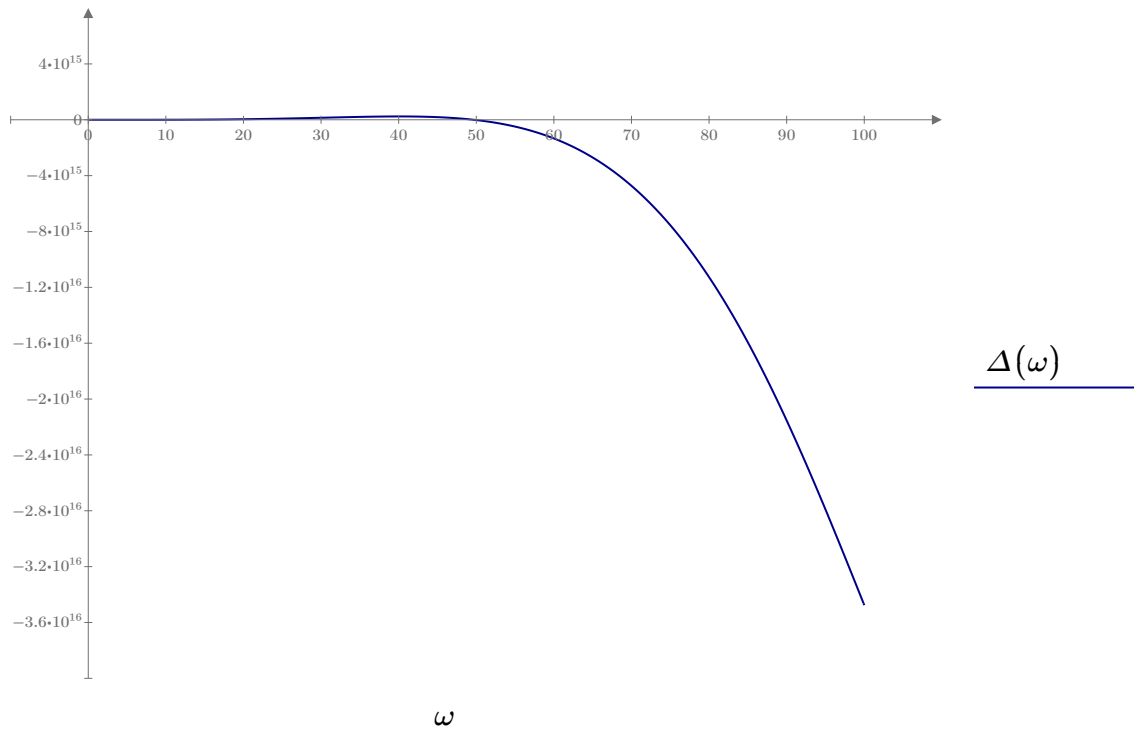
$$P(\omega) := \prod_{j=8}^1 \left( A(\omega, j, l_j) \cdot B(\omega, (j-1)) \right) \cdot A(\omega, 0, l_1)$$

Значение определителя, отвечающего за наличие ненулевых решений:

$$\Delta(\omega) := P(\omega)_{2,0} \cdot P(\omega)_{3,1} - P(\omega)_{3,0} \cdot P(\omega)_{2,1}$$

$$\omega := 0, 0.1 \dots 100$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В



Первая собственная частота:

Решить уравнение приближения

$$\omega := 40$$

$$P(\omega)_{2,0} \cdot P(\omega)_{3,1} - P(\omega)_{2,1} \cdot P(\omega)_{3,0} = 0$$

$$\omega_1 := \mathbf{Find}(\omega) = -5.42 \cdot 10^{-82}$$

Вторая собственная частота:

Решить уравнение приближения

$$\omega := 70$$

$$P(\omega)_{2,0} \cdot P(\omega)_{3,1} - P(\omega)_{2,1} \cdot P(\omega)_{3,0} = 0$$

$$\omega_2 := \mathbf{Find}(\omega) = 49.666$$

Построение эпюр:

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Исходя из системы (21), приняв  $u_1(0) = 1$ , получим:

$$u_1(\omega) := \begin{bmatrix} 1 \\ P(\omega)_{2,0} \\ -\frac{P(\omega)_{2,0}}{P(\omega)_{2,1}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

В уже проведенном расчете матрица перехода  $P$  соответствует всей длине ракеты. Запишем эту матрицу для неопределенной координаты  $x$ .

$$I(x) := \left\| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } X_i < x \\ \quad \left\| i \leftarrow i + 1 \right\| \end{array} \right\|$$

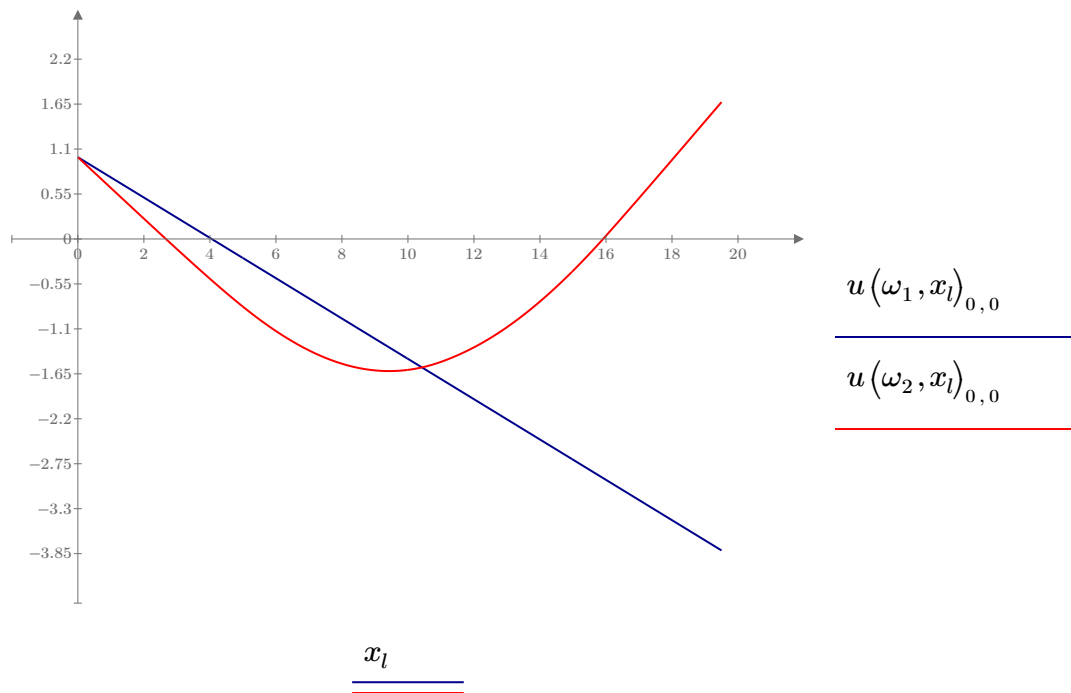
$$\bar{P}(\omega, x) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } I(x) = 0 \\ \quad \left\| P(\omega, x) \leftarrow A(\omega, I(x), x) \right\| \\ \text{if } I(x) = 1 \\ \quad \left\| P(\omega, x) \leftarrow A(\omega, I(x), x - X_{I(x)-1}) \cdot B(\omega, I(x) - 1) \cdot A(\omega, 0, l_1) \right\| \\ \text{if } I(x) > 1 \\ \quad \left\| P(\omega, x) \leftarrow A(\omega, I(x), x - X_{I(x)-1}) \cdot B(\omega, (I(x) - 1)) \cdot \right. \\ \quad \quad \cdot \prod_{j=I(x)-1}^1 (A(\omega, j, l_j) \cdot B(\omega, (j-1))) \cdot A(\omega, 0, l_1) \left. \right\| \\ P(\omega, x) \end{array} \right\|$$

$$u(\omega, x) := P(\omega, x) \cdot u_1(\omega)$$

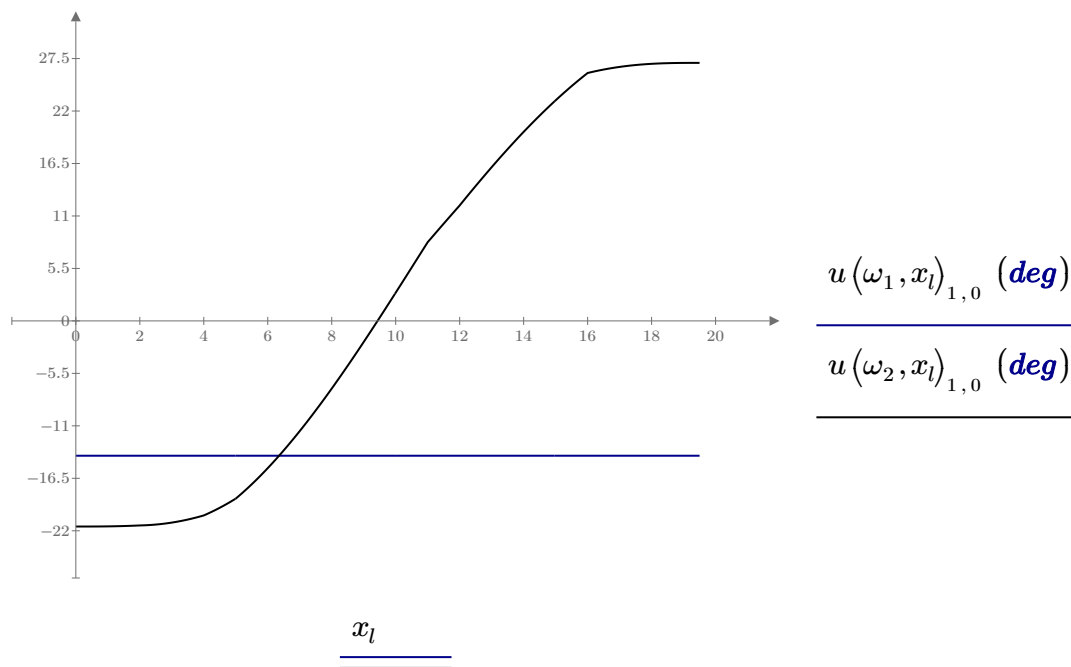
$$x_i := 0.0.01 \dots L$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Форма упругой линии:

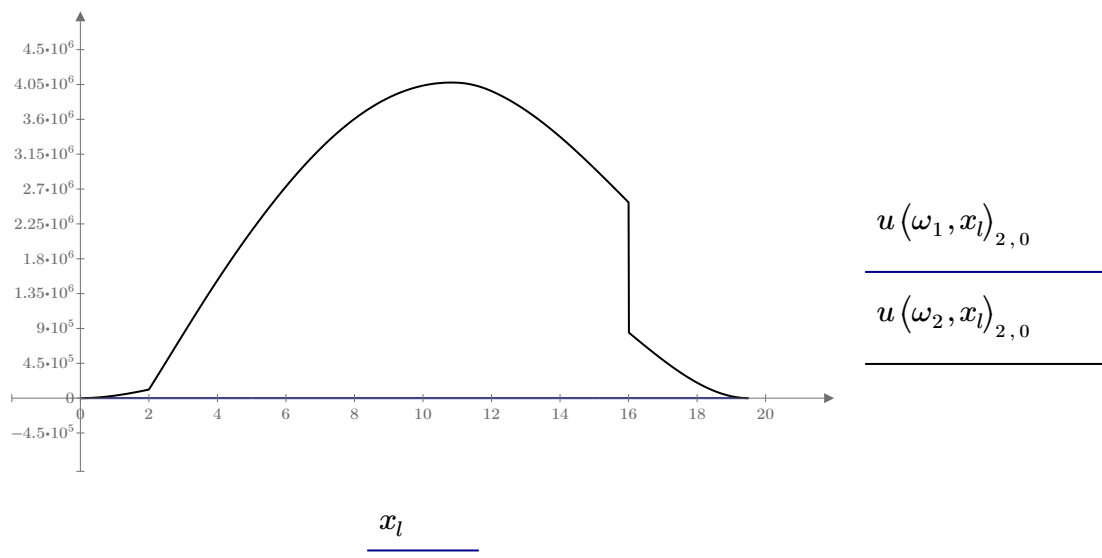


Форма угла поворота:

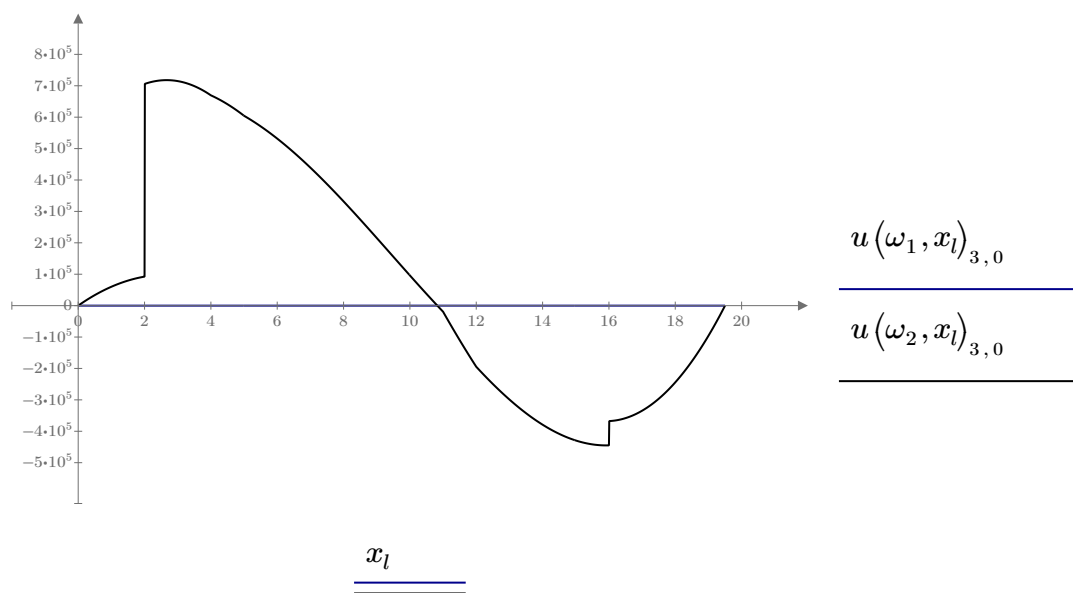


## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Эпюра изгибающих моментов:



Эпюры поперечных сил:



## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Вычислим значения приведенных масс для расчетных случаев:

$$\bar{m}(x) := \begin{cases} \text{for } i \in 0, 1..7 \\ \quad \text{if } X_i < x < X_{i+1} \\ \quad \quad m_{i+1} \\ \quad \text{else if } 0 < x < X_0 \\ \quad \quad 24 \end{cases}$$

Повторно выразим форму для перемещений:

$$f_n(\omega, x) := u(\omega, x)_{0,0}$$

Приведенная масса по первому тону:

$$\bar{m}_1 := \int_0^L m(x) \cdot f_n(\omega_1, x)^2 dx = 3.275 \cdot 10^3$$

Приведенная масса по второму тону:

$$\bar{m}_2 := \int_0^L m(x) \cdot f_n(\omega_2, x)^2 dx = 773.512$$