



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

Кафедра "Космические аппараты и ракеты-носители"

Дисциплина «Динамика летательных аппаратов»

Домашнее задание №2

**Вариант №5**

Студент: Зацепин Матвей  
Геннадьевич

Группа: СМ1-81

Москва, 2024 год.

## ЗАДАНИЕ

При выполнении ДЗ №2 использовать результаты ДЗ №1.

1. Используя «универсальную диаграмму устойчивости» **оценить устойчивость** движения упругой ракеты по траектории.
2. Если полученный ответ отрицательный (**движение неустойчиво**), то:
  - уточнить границы смежной области неустойчивости
  - предъявить требования к АС.
3. Если полученный ответ положительный (**движение устойчиво**), то необходимо уточнить границы неустойчивости смежных областей.

При расчетах полагать, что  $\varepsilon = 0.001$ .

Градиент управляющей силы вычислить по формуле:  $R_{yp} = k_p \cdot M_0 \cdot g_0$ , где  $M_0$  – стартовая масса,  $g_0$  – ускорение свободного падения,  $k_p$  – коэффициент, заданный в таблице.

Амплитуду АС для частоты большей, чем частота среза вычислять по формуле:

$$A_{AC} = 0.5 \cdot \exp(0.01 \cdot (\omega_0 - \omega))$$

$$\varphi_{AC} = -\frac{\pi(\omega_0 - \omega)}{\omega_0 - \omega_\pi} \quad \text{для} \quad \omega_0 < \omega < \omega_\pi;$$

$$\varphi_{AC} = -\pi - \frac{\pi(\omega_\pi - \omega)}{\omega_\pi - \omega_{2\pi}} \quad \text{для} \quad \omega_\pi < \omega < \omega_{2\pi};$$

Порядковый номер в журнале старосты	Схема ракеты	Номер варианта
5	I	3

Таблица 1 – Исходные данные

№ вар.	Координаты сечения [м]									Параметры АС				M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	J <sub>0</sub>	x <sub>гн</sub>
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	x <sub>9</sub>	w <sub>0</sub>	w <sub>p</sub>	w <sub>2p</sub>	k <sub>p</sub>	[т]	[т]	[тм <sup>2</sup> ]	[м]
5	2.0	4.0	5.0	9.0	13.0	14.0	17.0	20.0	23.0	20	50	110	0.5	2.0	1.5	2.0	4.5

Схема №1

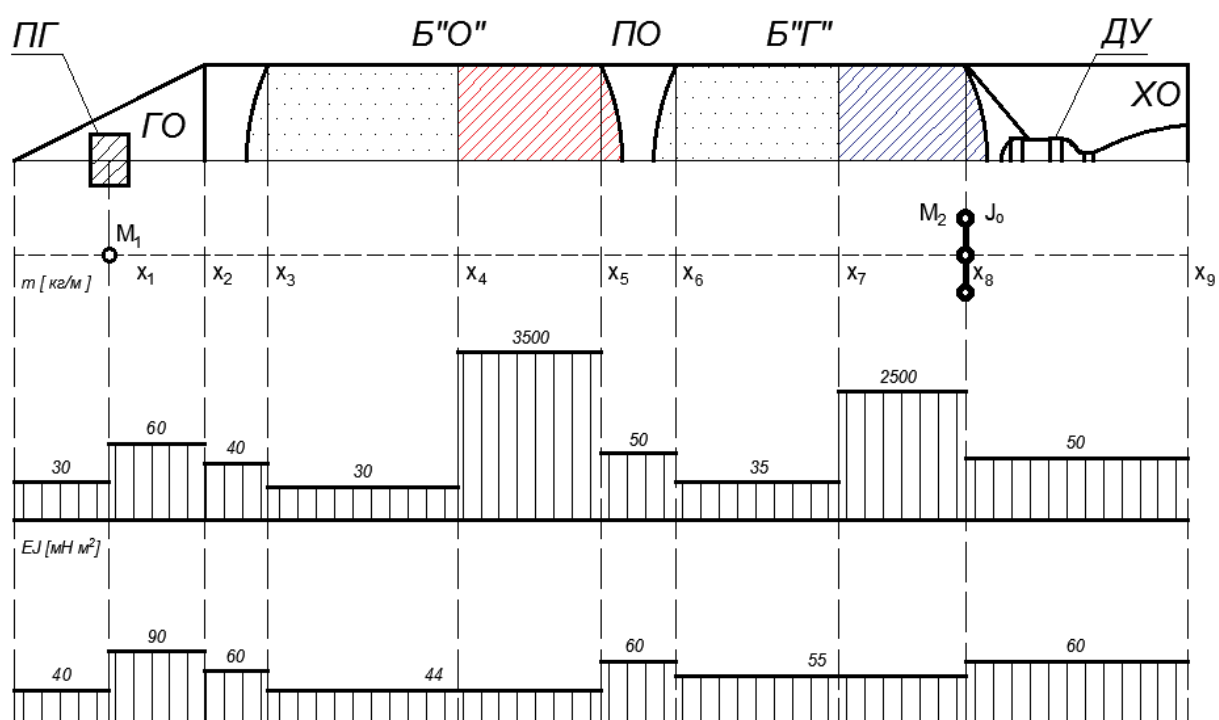


Рисунок 1 – Схема распределенных масс и погонных жесткостей

## РЕШЕНИЕ

### 1. Оценка устойчивости движения упругой ракеты по заданной траектории

Для того, чтобы параметры объекта регулирования были расположены в области устойчивости, необходимо, чтобы выполнялись следующие условия:

1. Для первого тона колебаний  $f_n(x_p) \cdot f'_n(x_r) > 0$ ,  
для второго тона колебаний  $f_n(x_p) \cdot f'_n(x_r) < 0$ ;
2.  $\omega_0 < \omega_1 < \omega_\pi$ ,  $\omega_\pi < \omega_2 < \omega_{2\pi}$

Первое условие:

Для первого тона:  $f_1(x_p) \cdot f'_1(x_r) = -0.09 < 0$ , что означает невыполнение условия устойчивости.

Для второго тона:  $f_2(x_p) \cdot f'_2(x_r) = > 0$ , что означает невыполнение условия устойчивости.

Первое условие **не выполняется**.

Второе условие:

Используя исходные данные и полученные в первой части ДЗ результаты значений собственных частот:

$$\omega_1 = 17.571 \text{ рад/с}$$

$$\omega_2 = 68,909 \text{ рад/с}$$

$$\omega_0 = 20 \text{ рад/с}$$

$$\omega_\pi = 50 \text{ рад/с}$$

$$\omega_{2\pi} = 110 \text{ рад/с}$$

Первое двойное неравенство  $\omega_0 < \omega_1 < \omega_\pi$  примет вид:

$$20 < 17.571 < 50$$

Это неверно, неравенство не выполняется.

Второе двойное неравенство  $\omega_\pi < \omega_2 < \omega_{2\pi}$  примет вид:

$$50 < 68,909 < 110$$

Это верно, неравенство выполняется.

Из 2 равенств следует, что ракета не устойчива.

## 2. Уточнить границы смежной области неустойчивости и предъявить требования к АС.

Для начала необходимо задаться формулами, позволяющими определить координаты зеркал компонентов топлива  $x_4$  и  $x_7$ .

Длины баков:

Окислителя:  $L_{ok} = x_5 - x_3$

Горючего:  $L_{г} = x_8 - x_6$

Пусть процент заполненности бака есть  $s = 0..1$

Тогда длина незаполненных частей бака:

Окислителя:  $L_{ok} = (x_5 - x_3)(1 - s)$

Горючего:  $L_{г} = (x_8 - x_6)(1 - s)$

Тогда искомые координаты зеркал:

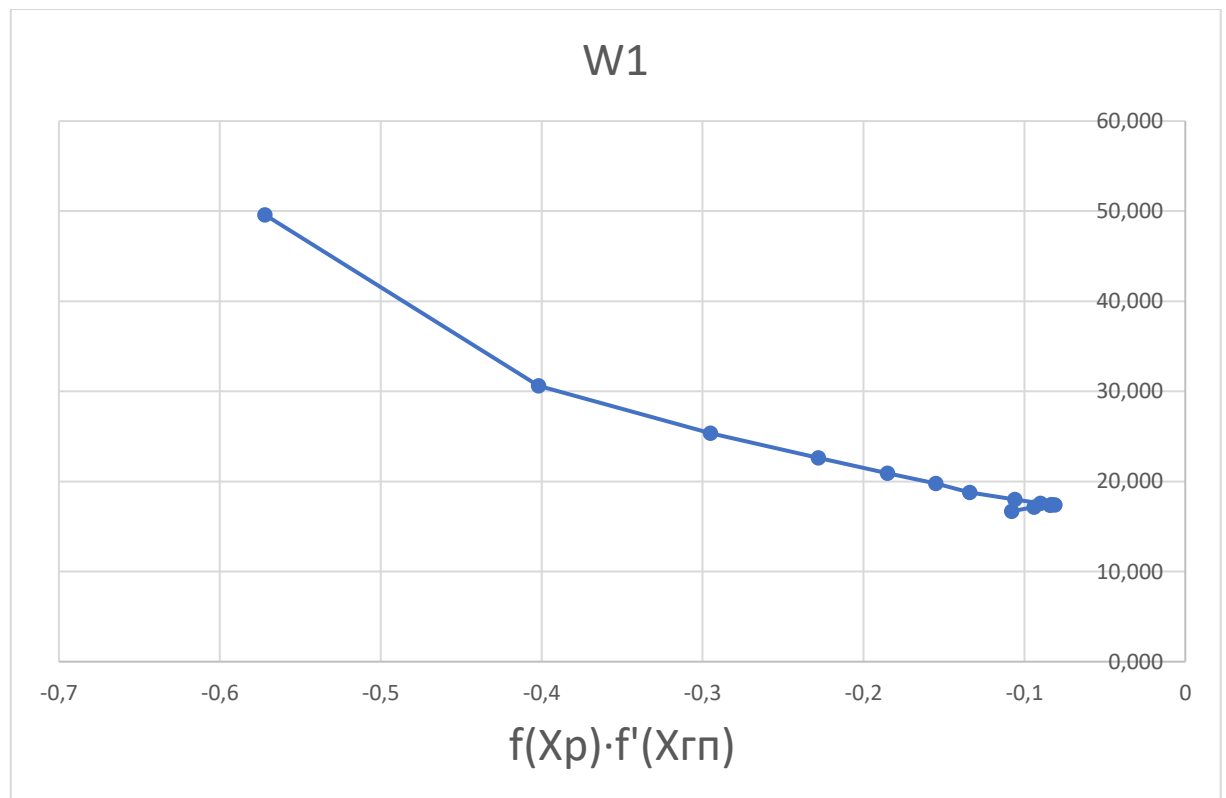
- для жидкости в баке окислителя

$$x_4 = x_3 + (x_5 - x_3) \cdot (1 - s)$$

- для жидкости в баке горючего

$$x_7 = x_6 + (x_8 - x_6)(1 - s)$$

Будем искать первые 2 собственные частоты  $s$  по мере опустошения ракеты, так получим диаграммы устойчивости по мере опустошения ракеты:



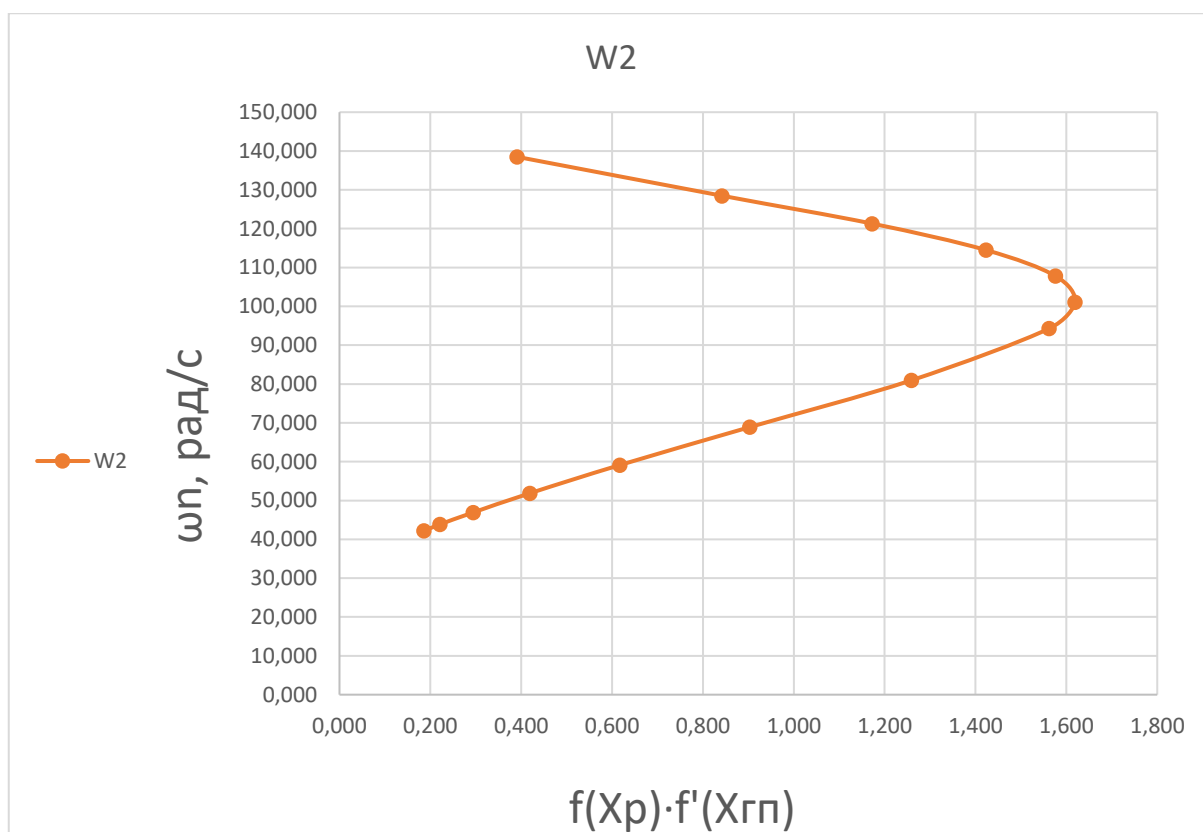


Рисунок 2 – Диаграммы устойчивости для двух первых собственных частот

Таблица 2 – Результаты расчетов для различных степеней заполнения

% заполнения баков	w1	f10(Xp)·f'10(Xgp)	w2	f20(Xp)·f'20(Xgp)
0	49,600	-0,572	138,500	0,391
5	30,601	-0,402	128,480	0,842
10	25,360	-0,295	121,315	1,172
15	22,630	-0,228	114,500	1,423
20	20,93	-0,185	107,81	1,576
25	19,78	-0,155	101,059	1,619
30	18,779	-0,134	94,285	1,562
40	18,015	-0,106	80,96	1,26
50	17,571	-0,09	68,9	0,903
60	17,421	-0,083	59,126	0,617
70	17,403	-0,081	51,87	0,419
80	17,364	-0,084	46,909	0,294
90	17,162	-0,094	43,845	0,221
100	16,701	-0,108	42,181	0,186

Для первого тона собственных колебаний ракеты выполняется условие  $\omega_0 < \omega_1 < \omega_\pi$  для случая «сухой» ракеты и ракеты, заполненной топливом на  $s = 20\%$  и менее

Для второго тона собственных колебаний выполняется одно из определяющих устойчивость ракеты неравенств  $\omega_\pi < \omega_2 < \omega_{2\pi}$  для случая степени заполнения  $s = 20..70\%$

То есть ракета устойчива в окрестности 20%, расчеты с меньшим шагом дают границы:

При  $s_1 = 0,183$ :  $\omega_2 = 110$ ;  $\omega_1 = 21,429$ , при  $s < s_1 - \omega_2 > 110$

При  $s_2 = 0,236$ :  $\omega_2 = 102,953$ ;  $\omega_1 = 20$ , при  $s > s_2 - \omega_1 < 20$

Этим значениям  $s$  соответствуют значения зеркал жидкости:

При  $s_1 = 0,183$ :

$$x_4 = 5 + 6 \cdot (1 - 0,183) = 9,902$$

$$x_7 = 12 + 4(1 - 0,183) = 15,268$$

При  $s_1 = 0,236$

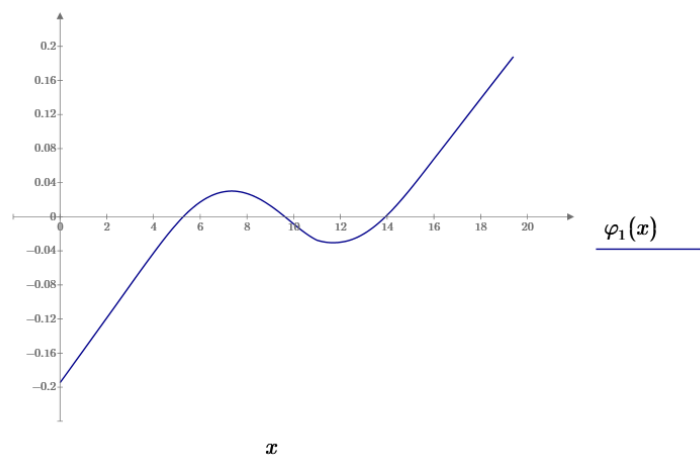
$$x_4 = 5 + 6 \cdot (1 - 0,236) = 9,584$$

$$x_7 = 12 + 4(1 - 0,236) = 15,056$$

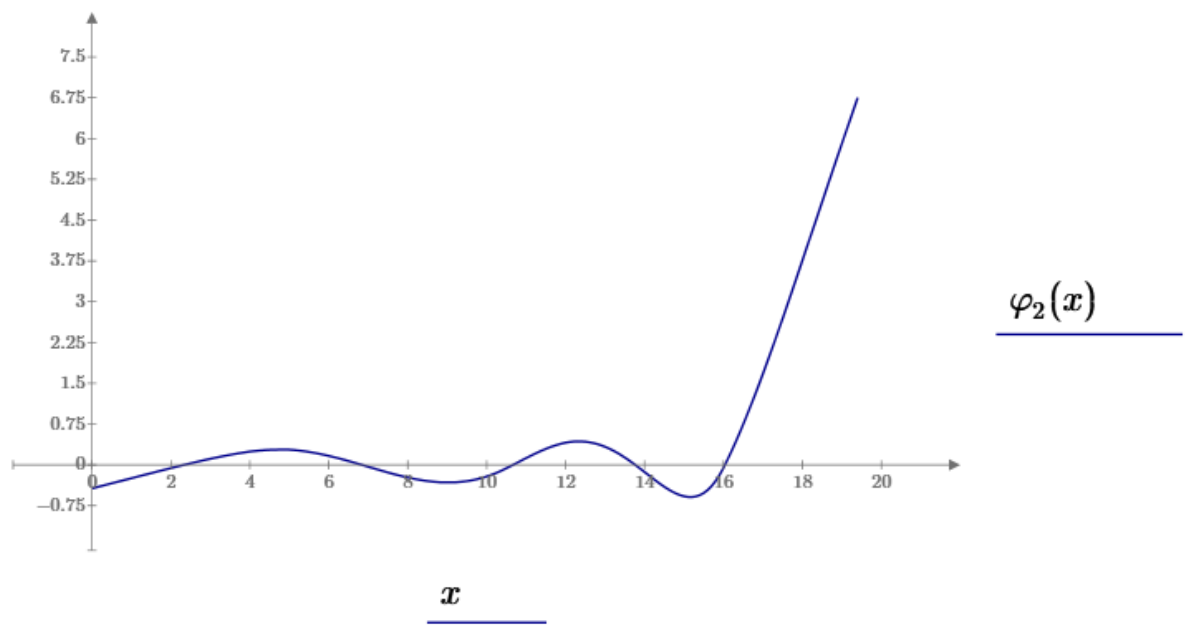
При этом первое условие устойчивости не выполняется, по построенной диаграмме устойчивости (рис. 2) для первого тона  $f_n(x_p) \cdot f'_n(x_r) < 0$ , для второго тона колебаний  $f_n(x_p) \cdot f'_n(x_r) > 0$  Поэтому **необходимо сменить положение гироскопической платформы.**

Найдем куда следует переместить гиropлатформу: введем вспомогательную функцию  $\varphi_n(x) = f_n(x_p) \cdot f'_n(x)$ . Далее построим ее график для первых двух тонов колебания для сухой ракеты, и для заполненных на 20% баков, то есть для  $s = 0.2$ :

Для первого тона:

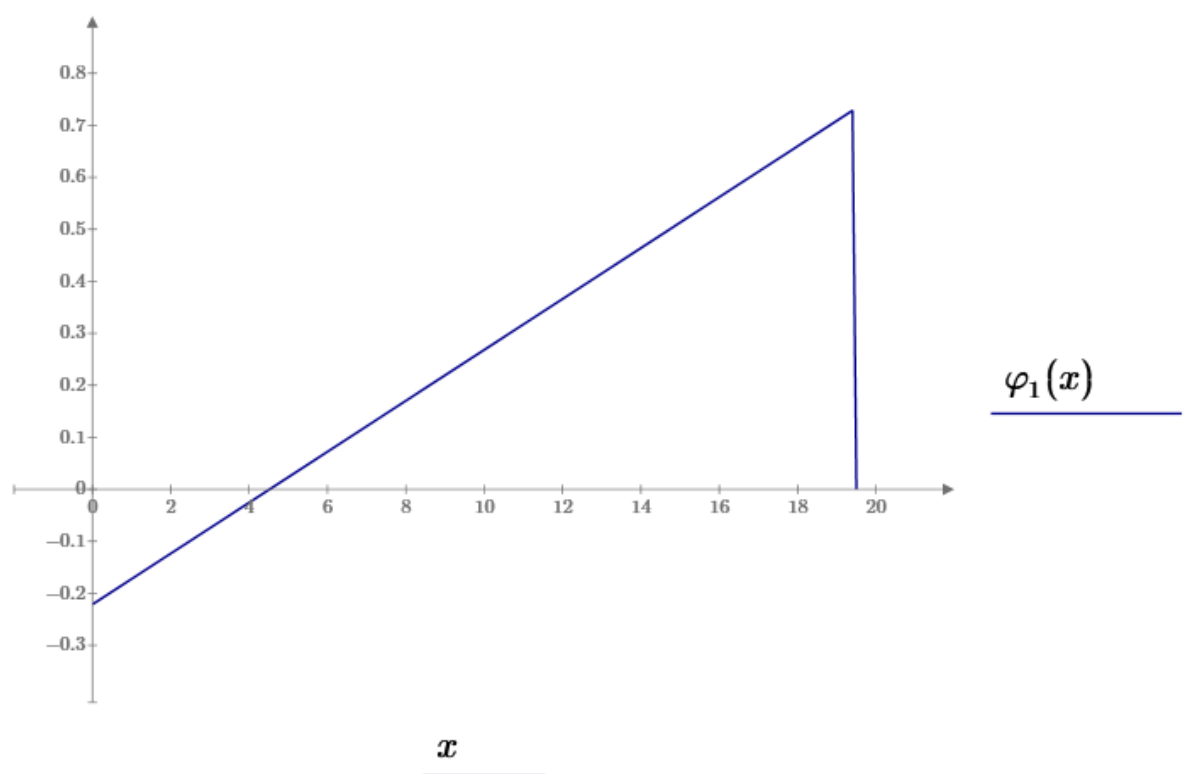


Для второго тона:



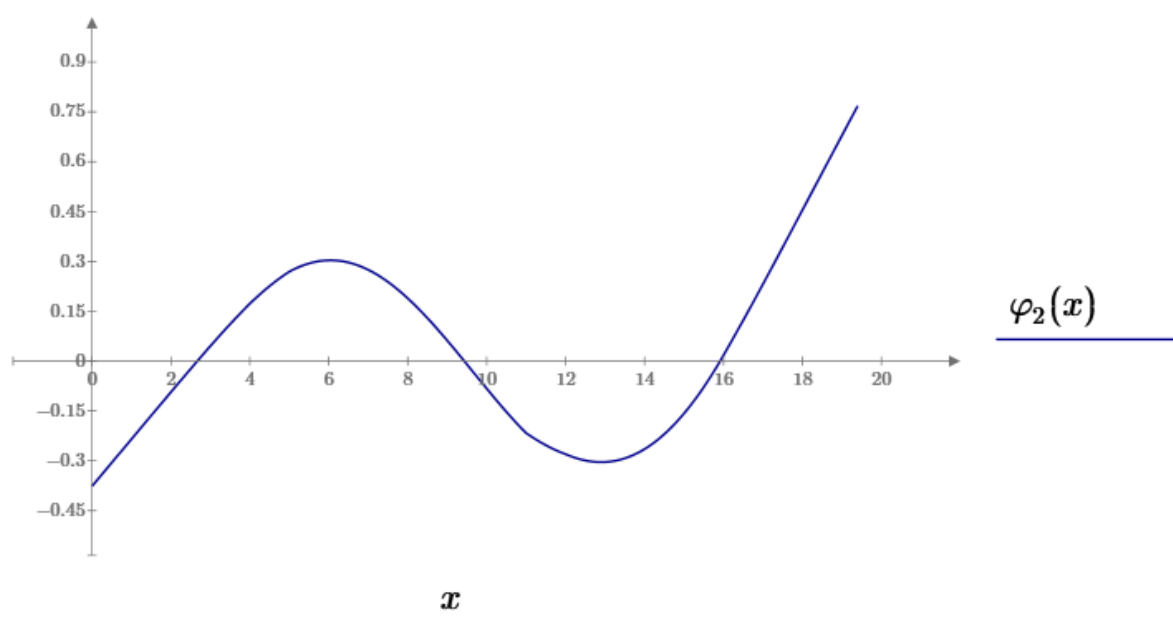
А также для сухой ракеты:

Для первого тона:





Для второго тона:



Вариант заполнения	$X_{ГП}$ из условий устойчивости
$\omega_1$ , 20% заполнения баков	5,269 – 9,627 13,924 – 19
$\omega_2$ , 20% заполнения баков	0 – 2,332 6,837 – 10,668 13,263 – 16,036
Оба условия для 20%	6,837 – 9,627 13,363 – 16,036
$\omega_1$ , "сухая" ракета	4,52 – 19
$\omega_2$ , "сухая" ракета	0 – 2,666 9,432 – 15,913
Оба условия для сухой ракеты	9,432-15,913

То есть разместить гироплатформу можно в точках со значениями координат в диапазоне 13-15 м. В нем располагается межбазовый отсек, в который мы и можем поместить платформу, приняв  $X_{ГП} = 13.5$