

# Algorithme Numérique

## Labo. 6 Proie-Prédateur

Paul Jeanbourquin, INF2dlm-a  
HE-Arc - Ingénierie

12 Juin 2017

### 1 Introduction

Le modèle mathématique Proie-Prédateur a pour but de modéliser l'évolution d'une biomasse (nombre vivant d'individu) de deux espèces, l'une se nourrissant de l'autre. Prenant des loups (prédateurs) et des lièvres (proies), moins il y a de loup, plus il y a de lièvres, plus il y a de lièvres, plus il y a de loups, plus il y a de loups, moins il y a de lièvres, moins il y a de lièvres, moins il y a de loups, ...

De la définition du modèle on peut tirer qu'il existe une fonction  $X(t)$  donnant la biomasse de loup en fonction de  $t$  et une fonction  $Y(t)$  donnant la biomasse de lièvre en fonction de  $t$ . Nous pouvons aussi en déduire que  $X(t)$  dépendra de  $Y(t)$  et que  $Y(t)$  dépendra de  $X(t)$ . Le modèle se présente alors ainsi :

$$\begin{cases} Y'(t) = \alpha Y(t) - \beta Y(t)X(t) \\ X'(t) = \delta X(t) - \mu X(t)Y(t) \end{cases}$$

Où les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\mu$  représentent les coefficients d'interaction entre les espèces (naissance, mortalité).

### 2 Implémentation

Le modèle implémenté pour Euler est :

$$\begin{cases} Y(t) = h * (\alpha Y(t-h) - \beta Y(t-h)X(t-h)) \\ X(t) = h * (\delta X(t-h) - \mu X(t-h)Y(t-h)) \end{cases}$$

Ce modèle fonctionne pour un  $h$  ( $\Delta t$ ) lorsque celui-ci est presque égal à 0.

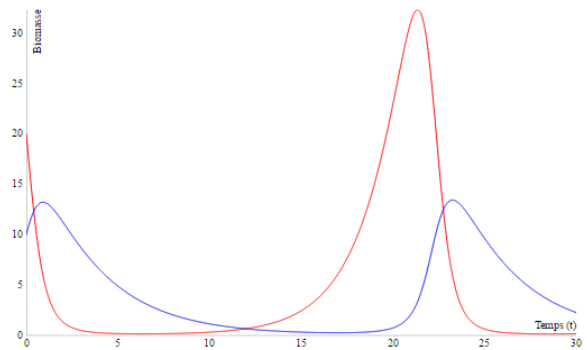
Le modèle d'Euler est traité par une boucle qui exécute  $n$  fois les calculs. Le temps passé, ne pouvant pas s'exprimer comme index d'un tableau, est exprimé par  $i * h$  pour  $i$  la variable d'iteration ( $0 \leq i \leq n$ ).

Les données sont enregistrées à chaque itération dans 3 tableaux : Proie, Prédateur, Temps.

### 3 Résultat

L'évolution de la biomasse (Axe des ordonnées) des prédateurs et des proies en fonction du temps (Axe des abscisses) peut se représenter sous forme d'un graphe.

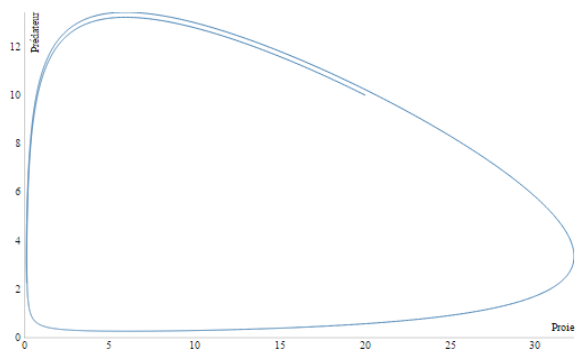
Evolution des biomasses en fonction du temps



Nous voyons sur le graphe ci-dessus que le modèle implémenté se comporte comme le modèle mathématique. On peut remarquer une augmentation linéaire de la valeur maximale de la biomasse proportionnelle à  $h$ . Ceci est dû aux erreurs relatives à l'utilisation de la méthode de Euler pour estimer les valeurs des équations différentielles. Cette erreur peut être diminuée en prenant une valeur de  $h$  plus petite.

Il est aussi possible d'avoir la relation des biomasses entre elles.

Visualisation des biomasses



Sur ce graphe, nous confirmons que le modèle mathématique est respecté (aux erreurs d'Euler près).

### 4 Conclusion

Le modèle mathématique Proie-Prédateur est implémenté et fournit les résultats espérés aux erreurs de la méthode de Euler près. Il est possible de configurer les coefficients de mortalité et de naissance de la simulation.

La simulation pourrait être améliorée en utilisant une méthode plus précise (Runge par exemple) et en utilisant un HashMap au lieu de 3 tableaux.

### 5 Références

Wikipédia : Équation de Lotka-Volterra, [https://en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra_equations)

Cours d'algorithme numérique - Chapitre 6,  
Stephane Gobron, 2017, HE-Arc - Ingénierie