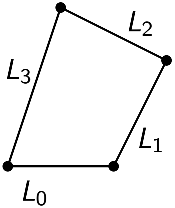
Ángulos de Rotación de Mecanismos de Cuatro Barras

AMELIA HOYOS
Universidad EAFIT

20 de abril de 2025

Introducción a los Mecanismos de Cuatro Barras

- Un mecanismo de cuatro barras consiste en:
  - Barra fija (chasis).
  - Tres barras móviles unidas por nodos.
- La movilidad de un mecanismo de cuatro barras depende de las longitudes relativas de sus barras.
- La **condición de Grashof** determina si alguna barra puede realizar una rotación completa.



La Condición de Grashof

Teorema de Grashof

Si $s + l \leq p + q$, entonces al menos una barra puede realizar una rotación completa de 360°.

Donde:

- $s =$ longitud de la barra más corta
- $l =$ longitud de la barra más larga
- $p, q =$ longitudes de las dos barras restantes

Esta fórmula determina si un mecanismo es de tipo Grashof o no-Grashof.

Mecanismos de Grashof

Cuando se cumple la condición de Grashof, existen tres casos:

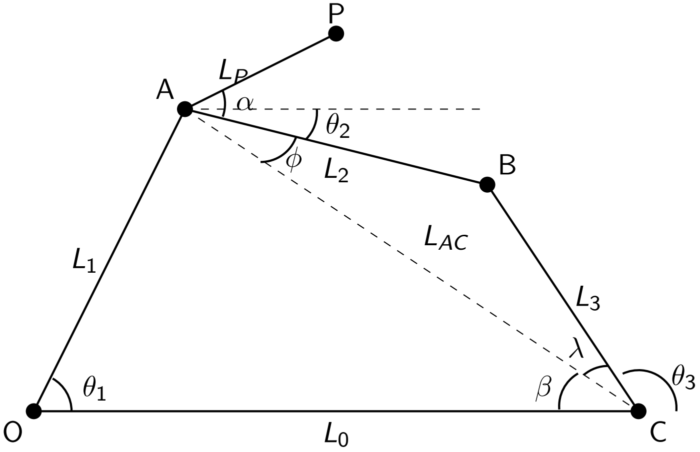
1. **Manivela-Balancín** La barra más corta (s) es adyacente al chasis y gira 360°, la opuesta oscila.
2. **Doble Manivela** La barra más corta (s) es el chasis y las dos barras adyacentes al chasis pueden girar 360°.
3. **Doble Balancín** Una de las barras de longitud intermedia es el chasis. La biela (barra opuesta al chasis) gira 360°.

Mecanismos No-Grashof

Cuando $s + l > p + q$:

Triple Balancín Ninguna barra puede realizar rotación completa.

Mecanismo Cuatro Barras



Caso 1: Mecanismo de Grashof - L_0 o l_1 es el más corto

- Cuando $min(L_0, L_1, L_2, L_3)$ es L_0 o L_1
- Es posible una rotación completa: $\theta_1 \in [0, 2\pi]$
- Este es el caso más favorable para el movimiento continuo
- Esto sucede cuando el mecanismo es doble manivela o manivela-balancín.

Caso 2: Mecanismo de Grashof - Los otros eslabones son los más cortos

- Definimos ϕ_1 y ϕ_2.

$$\phi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L_0^2 - (L_2 - L_3)^2}{2L_1L_0}\right)$$

$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L_0^2 - (L_2 + L_3)^2}{2L_1L_0}\right)$$

Caso 2: Mecanismo de Grashof - Los otros eslabones son los más cortos

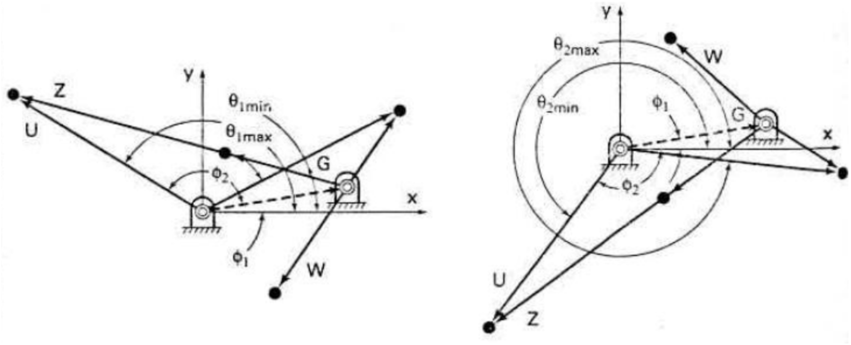


Figura: Caso 2: Mecanismo de Grashof - Los otros eslabones son los más cortos

Caso 2: Mecanismo de Grashof - Los otros eslabones son los más cortos

Los rangos válidos dependen de la rotación del sistema ϕ_g.
Caso 1:

- Si $\phi_g > \phi_1$: $[\phi_g - \phi_2, \phi_g - \phi_1]$
- Si $-\phi_g > \phi_2$: $[\phi_g - \phi_2 + 2\pi, \phi_g - \phi_1 + 2\pi]$
- De lo contrario: $[\phi_g + \phi_1, \phi_g + \phi_2]$

Caso 2:

- Si $\phi_g > \phi_1$: $[\phi_g + \phi_1, \phi_g + \phi_2]$
- Si $-\phi_g > \phi_2$: $[\phi_g + \phi_1 + 2\pi, \phi_g + \phi_2 + 2\pi]$
- De lo contrario: $[\phi_g - \phi_2 + 2\pi, \phi_g - \phi_1 + 2\pi]$

Ejemplo: Mecanismo Grashof

Para los eslabones:

- $L_0 = 74$
- $L_1 = 59$
- $L_2 = 53$
- $L_3 = 34$

Eslabones ordenados:

$$S = 34, \quad L = 74, \quad P = 53, \quad Q = 59$$

$$34 + 74 \leq 53 + 59$$

$$108 \leq 112$$

Cumple Grashof.

Ejemplo: Mecanismo Grashof

Cálculo de ϕ_1:

$$\phi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{59^2 + 74^2 - (53 - 34)^2}{2 \cdot 59 \cdot 74}\right)$$
$$\phi_1 \approx \cos^{-1}(0{,}9844263)$$
$$\phi_1 \approx 10{,}59^\circ$$

Cálculo de ϕ_2:

$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{59^2 + 74^2 - (53 + 34)^2}{2 \cdot 59 \cdot 74}\right)$$
$$\phi_2 \approx \cos^{-1}(0{,}0444284)$$
$$\phi_2 \approx 87{,}45^\circ$$

Ejemplo: Mecanismo Grashof

Caso 1:

$$\theta_{min} = 10{,}59^\circ$$

$$\theta_{max} = 87{,}45^\circ$$

Caso 2:

$$\theta_{min} = 360^\circ - 10{,}59^\circ = 349{,}41^\circ$$

$$\theta_{max} = 360^\circ - 87{,}45^\circ = 272{,}55^\circ$$

Caso 3: No Grashof - El eslabón de entrada o base es el más corto

- Ocurre una oscilación limitada
- El rango se determina por:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L_0^2 - (L_2 + L_3)^2}{2L_1L_0}\right)$$

Rangos válidos:

- Si $-\phi_g < \phi$: $[\phi_g - \phi, \phi_g + \phi]$
- De lo contrario: $[\phi_g - \phi + 2\pi, \phi_g + \phi + 2\pi]$

Caso 3: No Grashof - El eslabón de entrada o base es el más corto

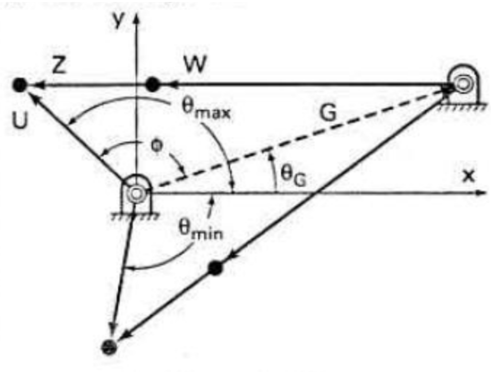


Figura: Caso 3: No Grashof - El eslabón de entrada o base es el más corto

Caso 4: No Grashof - Otros eslabones son los más cortos

- Otro caso oscilante
- El rango se determina por:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L_0^2 - |L_2 - L_3|^2}{2L_1L_0}\right)$$

Rangos válidos:

- Si $\phi_g > \phi$: $[\phi_g - \phi, \phi_g + \phi]$
- De lo contrario: $[\phi_g + \phi, \phi_g - \phi + 2\pi]$

Caso 4: No Grashof - Otros eslabones son los más cortos

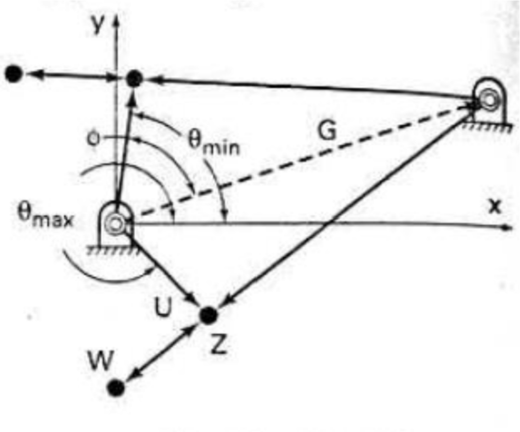


Figura: Caso 4: No Grashof - Otros eslabones son los más cortos

Ejemplo: Mecanismo No Grashof (Caso 1)

Para los eslabones:

- $L_0 = 30$
- $L_1 = 96$
- $L_2 = 70$
- $L_3 = 53$

El eslabón de entrada (base) es el más corto. Verificación de Grashof:

$$S = 30, \quad L = 96, \quad P = 70, \quad Q = 53$$

$$70 + 96 \geq 53 + 30$$

$$166 \leq 83$$

No cumple Grashof.

Ejemplo: Mecanismo No Grashof (Caso 1)

Cálculo de ϕ:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{96^2 + 30^2 - (70 + 53)^2}{2 \cdot 96 \cdot 30}\right)$$

$$\phi \approx \cos^{-1}(0{,}768)$$

$$\phi \approx 150{,}49^\circ$$

Rangos válidos:

$$[\phi_g - \phi, \phi_g + \phi] = [0 - 150{,}49^\circ, 0 + 150{,}49^\circ]$$

$$= [-150{,}49^\circ, 150{,}49^\circ]$$