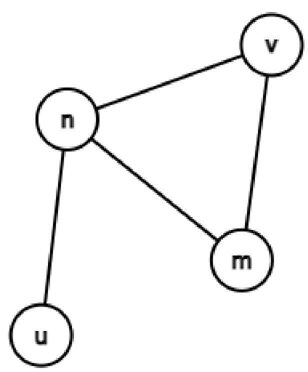
第七次图论作业

郑有为 19335286

2021 年 5 月 1 日

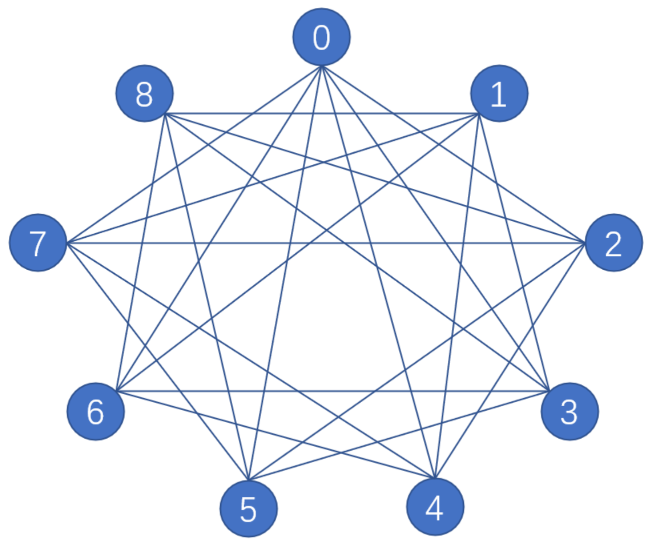
1. 举例说明: 若 P 为 2-连通图 G 中的一条给定的路 (u, v), 则 G 中不一定有一条与 P 内部不相交的 (u, v) 的路。

如图，从顶点 u 到顶点 v 的路径只有两条：$u-n-v$ 和 $u-n-m-v$，这个图的最小点连通度为 2，为 2-连通图，但 G 中没有与路 $u-n-v$ 内部不相交的路。



2. 做出一个有 9 个顶点和 23 条边的 5-连通图，但不同构于图 $H_{5,9}$。

如图，0 号顶点的度数为 6，其余顶点的度数为 5，构造方法不同于哈拉里图 $H_{5,9}$，区别在于哈里里图的选边规则是 $E(H) = \{ij||j-i| \leq 2\} + \{(0,4),(0,5),(1,6),(2,7),(3,8)\}$，而下图的选边是 $E(H) = \{ij|1 \leq |j-i| \leq 3\} + \{(0,4),(0,5),(1,6),(2,7),(3,8)\}$，同样选取了 23 条边，并与哈拉里图 $H_{5,9}$ 不同构。



3. 找到一个 $v \geq 5$ 的直径为 2 的 5-连通图 G, 使得 $m(G) = 2n(G)+6$

连通度是 k 的哈拉里图 $H_{k,n}$ 满足 $\kappa(G) = \lfloor \frac{2m}{n} \rfloor$，我们可以构造一个连通图，满足 $5 = \frac{2m}{n}$，且 $m = 2n + 6$，联立两个式子可得 $n = 12$, 即哈拉里图 $H_{5,12}$，满足 5 连通且 $m(G) = 2n + 6$，下面证明它的直径为 2。

直接画出 $H_{5,12}$，由于每个顶点连接结构都是相同的，考虑其中一个顶点，从此点到任意一个点的距离小于等于 2，故直径为 2，所以我们可以找到一个哈拉里图 $H_{5,12}$ 满足题目要求。