

Machine Learning Foundations Homework #2

B04902083 莊翔旭

QUIZ

作業二

20 questions

Your Score

100.00%

We keep your highest score.

[View Latest Submission](#)

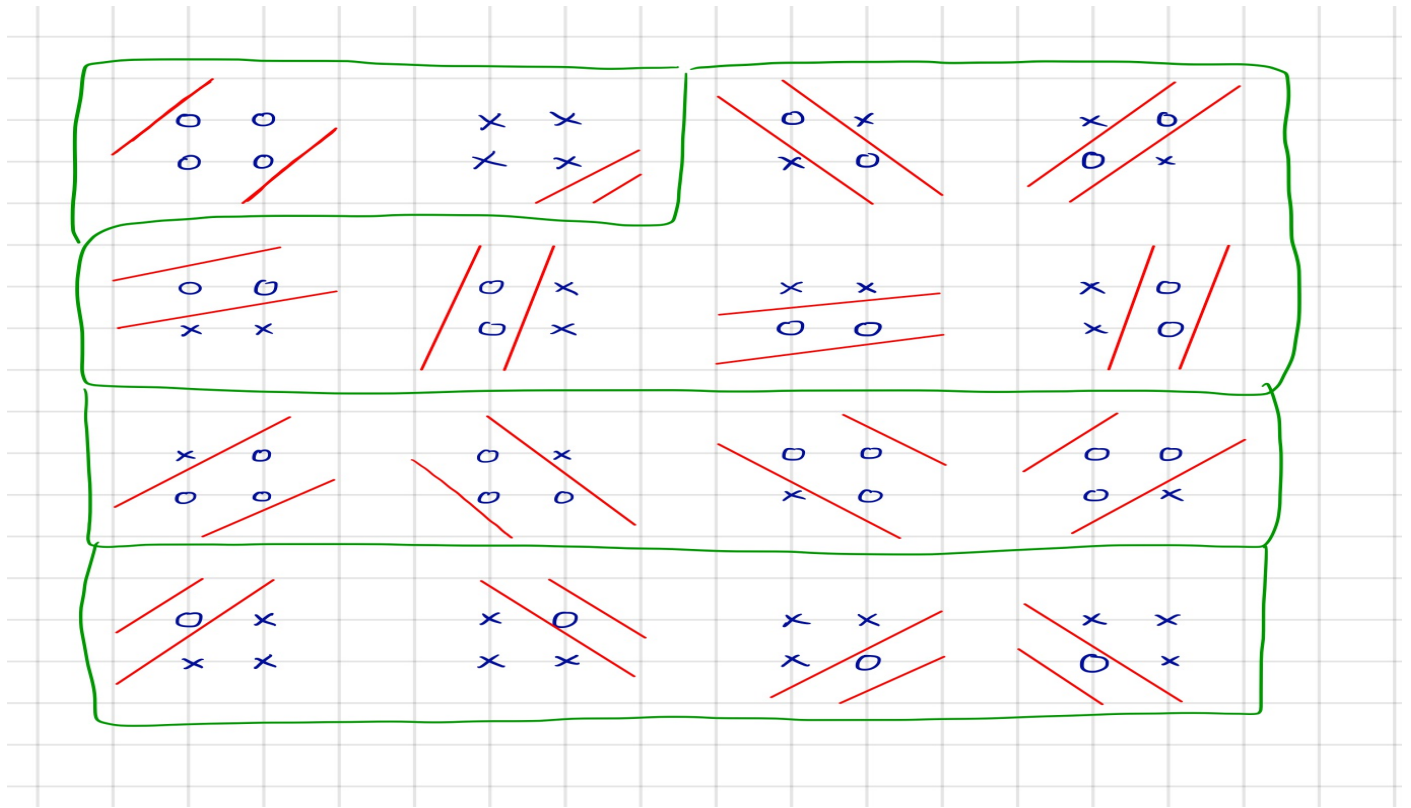
[Take it again](#)



problem 2

$$|w_0 + w_1x_1 + w_2x_2| \leq \theta \Rightarrow -\theta \leq w_0 + w_1x_1 + w_2x_2 \leq \theta \Rightarrow 2D \text{ intervals}$$

4 points can shatter, so $4 \leq d_{vc}$



problem 3

1. 存在 $F^{n \times 2^n}$ 的矩陣 A ，對矩陣 A 中的每個元素 $\text{sign}(|A_{i,j} - 2| - 1)$ 過後的矩陣 A' 滿足 $A'_i \neq A'_j, i \neq j$ (所有的 dichotomy)

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & \dots & A_{1,2^n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & \dots & A_{2,2^n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & A_{n,3} & \dots & A_{n,2^n} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{sign}(|A_{i,j} - 2| - 1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \dots & -1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & -1 \end{bmatrix}$$

2. 把 n 個點寫成 4 進制得到：

$$X: x_i = \sum_{j=1}^{2^n} A_{i,j} \times 4^{jp}, \text{ for } i \in N \text{ and } 1 \leq i \leq n, p \text{ 是一個足夠大的正整數}$$

3. 若 $\alpha = \frac{1}{4^{rp}}$, r 為 1 到 2^n 之間的整數都可以對應到一個 dichotomy (因為 $\alpha X \bmod 4 = A_r$ (因為 p 足夠大，小數點可省略) = 其中一個 dichotomy)
4. 對於 n 個 inputs 可以滿足出所有 2^n 的可能，can shatter by n inputs $\Rightarrow d_{vc} = \infty$

problem 4

Let $d_{vc}(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2) = n$
 $\Rightarrow d_{vc}(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2)$ can shatter by $k \leq n$ input
 $\Rightarrow d_{vc}(\mathcal{H}_2)$ also can shatter by $k \leq n$ input ($\because \mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2 \subseteq \mathcal{H}_2$)
 $\Rightarrow n \leq d_{vc}(\mathcal{H}_2)$
 $\Rightarrow d_{vc}(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2) \leq d_{vc}(\mathcal{H}_2)$

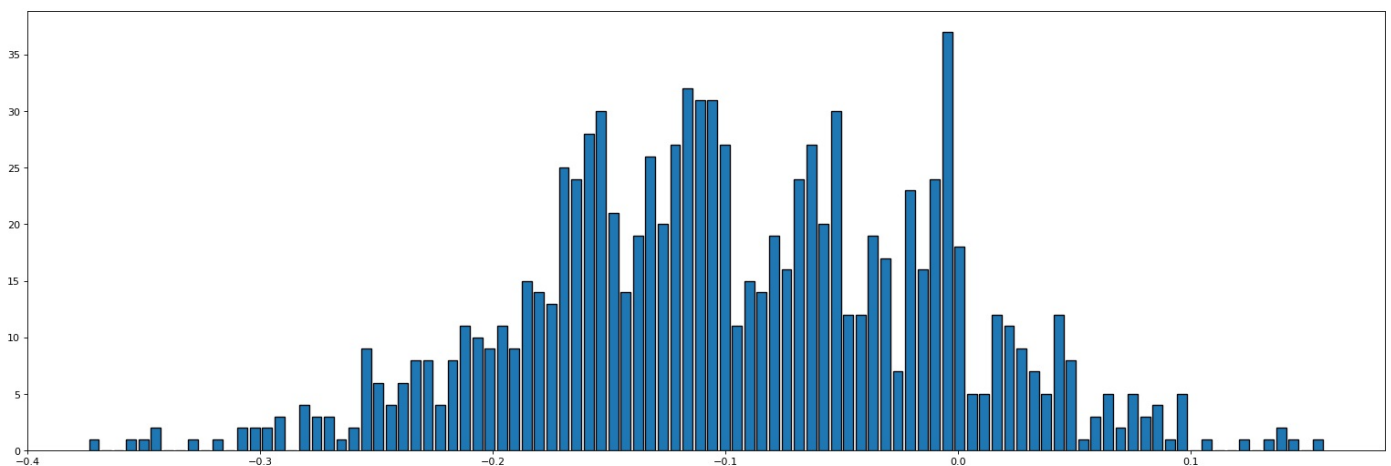
problem 5

題目 $\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2$ 可以轉換成 positive and negative rays as \mathcal{H}_3 · 在投影片 lecture 5 22/27 的 funtime 題目表示 $m_{\mathcal{H}_3} = 2(N+1) - 2 = 2N \Rightarrow d_{vc}(\mathcal{H}_3) = 2 = d_{vc}(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2)$

problem 6

$$\begin{aligned} s = +1, &\Rightarrow \mu = \frac{|\theta|}{2} \text{ and } s = -1, \Rightarrow \mu = \frac{2 - |\theta|}{2} \\ \Rightarrow \mu &= \frac{s+1}{2} \times \frac{|\theta|}{2} + \left(-\frac{s-1}{2}\right) \times \frac{2 - |\theta|}{2} \\ \Rightarrow \mu &= \frac{s|\theta| - s + 1}{2} \\ E_{out} &= \lambda\mu + (1 - \lambda)(1 - \mu), \text{ and } \lambda = 0.8 \\ \Rightarrow E_{out} &= 0.8\left(\frac{s|\theta| - s + 1}{2}\right) + 0.2\left(1 - \frac{s|\theta| - s + 1}{2}\right) \\ \Rightarrow E_{out} &= 0.5 + 0.3s(|\theta| - 1) \end{aligned}$$

problem 7



Bonus

如果把 $\binom{N}{i}$ 看成 N 個 inputs 中有 i 個 + 的 dichotomy 數量，則 $\sum_{i=1}^{k-1} \binom{N}{i}$ 就會是從沒有 + 到 $k-1$ 個 + 所有 dichotomy 數量相加，假設值為 R ：

1. dichotomy 的數量 R 不能夠 shatter k 個 points
 - 因為要 shatter k 個 points 就必須包含 k 個 + 的 dichotomy，但 R 只有包含到 $k-1$ 個
2. R 可能不是最大值（因為最大值可能還會包含一些 k 個 + 的 dichotomy）

所以 $B(N, k) \geq \sum_{i=1}^{k-1} \binom{N}{i}$ ，結合課堂結果 $B(N, k) \leq \sum_{i=1}^{k-1} \binom{N}{i} \Rightarrow B(N, k) = \sum_{i=1}^{k-1} \binom{N}{i}$