

2. Prüfung: Vektorgeometrie 3

1½ P. Bonus

Name:	Trottmann Nik
Punkte:	26,5

(5,7)

Hinweise:

- Zeit: 70 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte.

Aufgabe 1

Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene, welche durch die beiden parallelen Geraden aufgespannt wird: (4P) 3

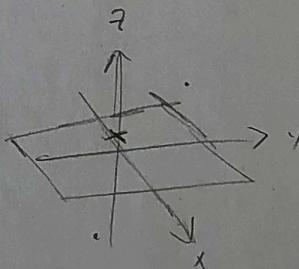
$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

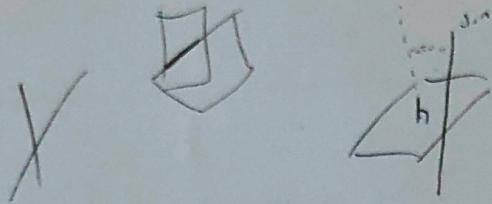
Aufgabe 2

Bestimme den Durchstosspunkt der Ebene $E: 2x - y + 3z + 2 = 0$ und der Geraden, welche durch $P = (1/1/1)$ und $Q = (2/-1/0)$ verläuft. (4P) 4

Aufgabe 3

Gegeben sind der Punkt $A = (9/-5/1)$ und die Ebene $E: 4x - 3y - 1 = 0$. Gib einen Punkt an, welcher von A aus gesehen auf der anderen Seite der Ebene E liegt, aber zu E den gleichen Abstand hat, wie A . (4P) 4





Aufgabe 4

Die Ebenen $E: 5x - 2y + 6 = 0$ und $F: 2x - y + z - 3 = 0$, sowie die Gerade

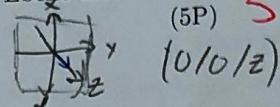
$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

sind gegeben. Bestimme den Schnittwinkel der Geraden g und der Schnittgeraden der Ebenen E und F . (5P) 5

Aufgabe 5

Hausaufgabe:

Für welchen Wert u schliesst die Ebene $E: 4x + uz - 1 = 0$ mit der xy -Ebene einen Winkel von 45° ein? (5P) 5

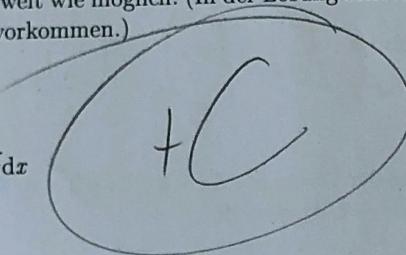


Aufgabe 6

Integriere und vereinfache so weit wie möglich. (In der Lösung sollten also keine gebrochenen oder negativen Exponenten vorkommen.)

(a) $\int \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

(b) $\int (20x + 6) \cdot \sqrt{5x^2 + 3x} dx$



(2P) 2

(2P) 1

Aufgabe 7

SOL-Auftrag:

Auftrag erfüllt alle Kriterien.

(3P) 2

Prüfung: Vektorgeometrie 3

Nr. 1

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -23 \\ 7 \end{pmatrix} \quad (\checkmark)$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$(7 \cdot 20) + (4 \cdot -23) + (5 \cdot 7) + d = 0 \quad (\checkmark)$$

$$83 + d = 0$$

$$d = -83$$

~~$$20a - 23b -$$~~

~~$$E: 20x - 23y + 7z - 83 = 0$$~~

(\checkmark)

Nr. 2

$$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow g = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\checkmark)$$

$$\begin{matrix} x = & 1+t \\ y = & 1-2t \\ z = & 1-t \end{matrix}$$

$$2(1+t) - (1-2t) + 3(1-t) + 2 = 0$$

$$2+2t-1+2t+3-3t+2=0$$

$$t = -6$$

$$E: 2x - y + 3z + 2 = 0$$

$$g: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (-6) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$D = \underline{\underline{[-5 \ 13 \ 7]}} \quad (\checkmark)$$

Viela 6c

about:blank

Nr. 3

$$HUEF: \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$10 \cdot \begin{pmatrix} 4/5 \\ 3/5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$HUEF: 4/5x - 3/5y - 1/5z = 0$$

$$e = 1au + bv + cw + dl$$

$$e = 1 \cdot 4/5 + 5 \cdot 3/5 + 1 \cdot 1 - 1/5$$

$$e = 10$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} - 10 \begin{pmatrix} 4/5 \\ 3/5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \underline{\underline{(-7 \ 7 \ 1)}}$$



Sehr gut!

Nr. 4

$$n_E = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, n_F = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, n_E \times n_F = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \frac{4}{\sqrt{151} \cdot \sqrt{151}} = \frac{4}{\sqrt{151} \cdot \sqrt{151}} = 0,22 \quad 5 \cdot 3 = 2 + 5 - 3 = 4$$

$$\underline{\alpha = 77,279^\circ}$$

Nr. 5

$$\cos(45) = \left(\frac{n_E \cdot n_F}{|n_E| \cdot |n_F|} \right)$$

$$n_E = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; n_F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$n_E \cdot n_F = 0 \quad |n_E| = \sqrt{16+0^2} \\ |n_F| = \sqrt{1^2} = 1$$

$$0,707 = \frac{0}{1 \cdot \sqrt{16+0^2}}$$

$$0,707 \cdot \sqrt{16+0^2} = 0$$

$$0,5 \cdot (16+0^2) = 0$$

$$8 + 0,5 \cdot 0^2 = 0$$

$$8 = 0,5 \cdot 0^2$$

$$16 = 0^2$$

$$4 = 0^2$$

$$-4 = 0^2$$

Nr. 6

$$a) \int 5 \cdot x^{2/3} dx = 5 \int x^{2/3} dx = 5 \cdot x^{5/3} \cdot \frac{3}{5} = 15 \sqrt[3]{x} + C$$

$$b) \int 20x + 6 dx = \frac{20x^2 + 6x}{2}$$

$$20x + 6 \int \sqrt{5x^2 + 3x} dx = \int \sqrt{u} du = u^{3/2} \cdot \frac{1}{3/2} \cdot \frac{1}{u} \\ = \frac{2}{3} \sqrt{(5x^2 + 3x)^3} \cdot \frac{1}{10x + 3}$$

$$= (20x + 6) \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(5x^2 + 3x)^3} \cdot \frac{1}{10x + 3}$$

$$= \frac{20x + 6}{10x + 3} = \frac{2}{3} \sqrt{(5x^2 + 3x)^3} + C$$

$$b) \int 20x + 6 + \sqrt{5x^2 + 3x} dx$$

$$\int 20x + 6 + u^{1/2} du$$

$$u = 5x^2 + 3x$$

$$u' = 10x + 3$$

$$2 \cdot \frac{2}{3} \cdot u^{3/2} \cdot$$

$$\frac{4 \cdot 2 \sqrt{(5x^2 + 3x)^3}}{3}$$