4. Prüfung: Integralrechnung 2

+1

Name:	Truttmann Nick
Punkte:	6

+L Π

Hinweise:

- Zeit: 70 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte.

Aufgabe 1

Berechne und vereinfache so weit als möglich. Nach der Vereinfachung sollen keine negativen oder gebrochenen Exponenten mehr in der Funktion vorkommen.:

(a) $\int \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}}\,\mathrm{d}x$

(2P)

(b) $\int \frac{36x^2 - 9}{\sqrt{4x^3 - 3x}}\,\mathrm{d}x$

(3P) 5

Nick 6c

Aufgabe 2

π Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = e^{2x}$ mit der x-Achse im 2. Quadranten einschliesst rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

(6P) 6

Aufgabe 3

Berechne die Fläche, welche die Funktionen $f(x) = x^4$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$ im ersten Quadranten zusammen mit der x-Achse einschliessen.

(5P) 4

✓ Aufgabe 4

Berechne die Fläche, welche die Funktion $f(x) = \cos(x)$ im Intervall $[-2\pi, \pi]$ mit der x-Achse einschliesst.

(4P) 4

4 Aufgabe 5

Π Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = x\sqrt{ax + 6}$ mit der x-Achse einschliesst, rotiert um die x-Achse. Das Volumen des Rotationskörpers beträgt 0.5π. Berechne a. (a ist positiv.)

(6P) 6

3 **Aufgabe 6**

Hausaufgabe:

Berechne:

$$\int_1^{\infty} \frac{x+5}{x^3}\,\mathrm{d}x$$

(4P) 4

✓ **Aufgabe 7**

Vektorgeometrie:

Die Ebene E ist parallel zur xz-Ebene und geht durch den Punkt $P = (2/7/5)$. Gib die Koordinatengleichung der Ebene E an. (3P) 3

$0x + 0y + 1z + d = 0$

✓ **Aufgabe 8**

SOL-Auftrag:

Die Zusammenfassung wurde vollständig, sauber und pünktlich abgegeben. (2P) 2

Truttmann Nick 6c

Prüfung: Integralrechnung 2

Nr. 1

a) $\int 3x^{-3/5}\,dx = 3\cdot x^{2/5}\cdot 5/2 = \frac{15}{2}\sqrt[5]{x^2} + C$

b) $\int \frac{36x^2-9}{u^{0,5}}\cdot\frac{1}{12x^2-3}\,du = 3\int\frac{1}{u^{0,5}}\,du = 3u^{0,5}\cdot 2 = 6\sqrt{4x^3-3x} + C$

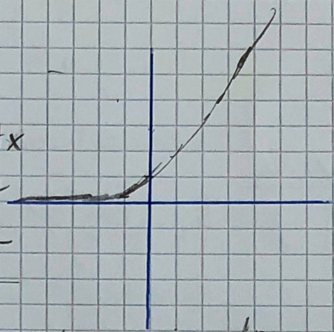
$u = 4x^3-3x$

$u' = 12x^2-3$

Nr. 2

$\pi\int_{-\infty}^{0}(e^{2x})^2\,dx = \lim_{a\to-\infty}\pi\int_a^0 e^{4x}\,dx = \lim_{a\to-\infty}\pi\int_a^0 e^u\cdot\frac{1}{4}\,du$ $\quad u = 4x$, $u' = 4$

$= \lim_{a\to-\infty}\frac{\pi}{4}\left[e^{4x}\right]_a^0 = \lim_{a\to-\infty}\left(\frac{\pi}{4}\cdot e^0\right) - \underbrace{\left(\frac{\pi}{4}\cdot e^{4a}\right)}_{0} = \underline{0,785}$

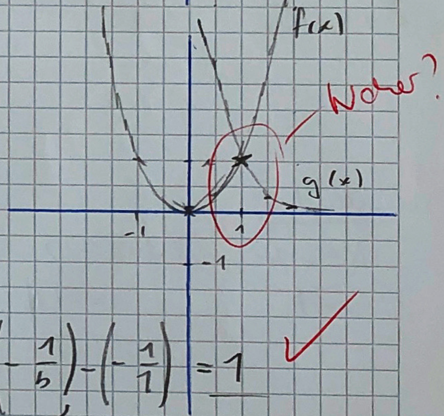


Nr. 3

Schnittstelle: 1

$\int_0^1 x^4\,dx + \int_1^\infty x^{-2}\,dx$

$\int_0^1 x^4\,dx = \left[x^5\cdot\frac{1}{5}\right]_0^1 = \frac{1}{5} - 0 = \underline{\frac{1}{5}}$

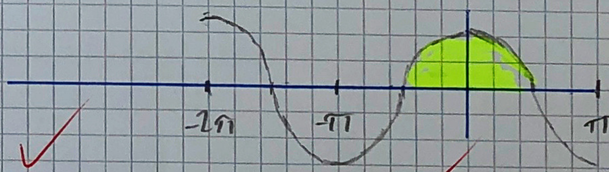


$\lim_{b\to\infty}\int_1^b x^{-2}\,dx = \lim_{b\to\infty}\left[x^{-1}\cdot -\frac{1}{1}\right]_1^b = \lim_{b\to\infty}\left[-\frac{1}{x}\right]_1^b = \lim_{b\to\infty}\underbrace{\left(-\frac{1}{b}\right)}_{0} - \left(-\frac{1}{1}\right) = \underline{1}$

$\frac{1}{5} + 1 = \underline{1,2}$

Nr. 4

$3\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos(x)\,dx = 3\left[\sin(x)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$



$= 3\left((\sin(90)) - (\sin(-90))\right)$

$= 3(1+1) \quad = \underline{\underline{6}}$

Nick 6c

Nr. 5

angeben!

Nullstellen: 0 / 1 $-\frac{6}{a}$

$0{,}5\pi = \pi\int \left(x\sqrt{ax+6}\right)^2 dx = \pi\int x^2\cdot(ax+6)\,dx = \pi\int ax^3+6x^2\,dx$

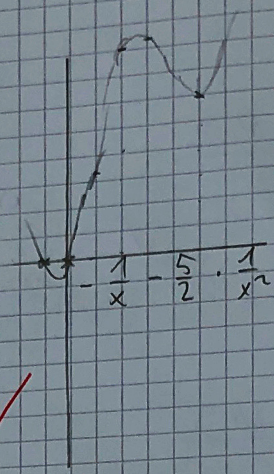
$0{,}5\pi = \pi\left[\frac{ax^4}{4}+2x^3\right]_0^{-\frac{6}{a}} = \left(\frac{a}{4}\cdot\left(-\frac{6}{a}\right)^4+2\left(-\frac{6}{a}\right)^3\right)-(0)$

$= \frac{a}{4}\cdot\frac{1296}{a^4}+2\left(-\frac{216}{a^3}\right) = \frac{324}{a^3}-\frac{432}{a^3}$

$0{,}5 = -\frac{108}{a^3} \Rightarrow 0{,}5a^3 = -108$

$a^3 = -216$

$a = 6$

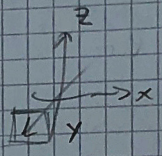


Nr. 6

$\int_1^\infty \frac{x}{x^3}+\frac{5}{x^3} \to \lim_{b\to\infty}\int_1^b x^{-2}+5x^{-3}\,dx = \lim_{b\to\infty}\left[x^{-1}\cdot\frac{1}{-1}+5\cdot x^{-2}\cdot\frac{1}{-2}\right]_1^b$

$\lim_{b\to\infty}\left(\underbrace{-\frac{1}{b}}_{0}-5\cdot\underbrace{\frac{1}{2b^2}}_{0}\right)-\left(-\frac{1}{1}-5\cdot\frac{1}{2}\right) = 1+5/2 = \underline{3{,}5}$

Nr. 7



$A = C = 0$ $\quad 7\cdot 1+d=0$

$B = 1$ $\quad d = -7\cdot 1$

$d = -7$

$n_E = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

~~$7\cdot y+7=0$~~

~~$y+7=0$~~

E: $\underline{\underline{y-7=0}}$