

Kurzprüfung: Integralrechnung II

Name:	Truttmann Niklas
Punkte:	22.5

+C

Hinweise:

- Zeit: 40 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt.

5.5

Aufgabe 1: Integrale berechnen

Integriere/berechne und vereinfache so weit als möglich. Nach der Vereinfachung sollen keine negativen oder gebrochenen Exponenten mehr in der Funktion vorkommen: (11P)

(a) $\int 7x^6 - 5x^2 + 2x - 3 \, dx =$

(b) $\int \frac{\sqrt[3]{x^5}}{4} \, dx =$

(c) $\int (24x^2 + 10) \cdot e^{(4x^3 + 5x)} \, dx =$

(d) $\int \frac{15x^4 - 4x}{6x^5 - 4x^2} \, dx =$

(e) $\int_0^2 (9x^2 - 6) \sqrt[4]{x^3 - 2x} \, dx =$

+C

10

Aufgabe 2: Fläche berechnen

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$.

Berechne die Teilflächen, welche von der Funktion f und der x -Achse eingeschlossen werden. (6P)

(6P)

5

Aufgabe 3: Rotationskörper

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 5x - 10$ und $g(x) = x^2 - 16$.

(a) Berechne die Nullstellen der Funktionen. (2P)

(b) Bestimme die Schnittpunkte der Funktionen. (2P)

(c) Skizziere die Funktionen aufgrund deiner oben gemachten Berechnungen. (2P)

(d) Die Teilflächen, welche von der Funktion f und der Funktion g eingeschlossen werden, rotieren um die x -Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers. (3P)

(2P)

(2P)

(2P)

(3P)

11/2

2

2

Kurzprüfung - Integralrechnung 2

Nr. 1

a) $x^7 - \frac{5}{3}x^3 + x^2 - 3x + C$ ✓

b) $\frac{1}{4} \int x^5 \sqrt[3]{x} dx = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{8}{3}} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{32} \sqrt[3]{x^8} + C$ ✓

c) $\int (24x^3 + 10) - e^v \cdot \frac{1}{12x^2+5} dv = 2 \int e^v dv = 2e^v + C = 2e^{4x^3+5x} + C$ ✓

$v = 4x^3 + 5x$

$v' = 12x^2 + 5$

d) $\int \frac{15x^4 - 4x}{\sqrt{30x^4 - 8x}} dx = e) \int_0^2 (9x^2 - 6) \cdot v^4 \cdot \frac{1}{3v^2 - 2} dv = \int_0^2 3v^2 dv = [3v^{\frac{3}{2}}]_0^2$

$v = 6x^2 - 4x^2$

$v' = 30x^4 - 8x$

$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{v} dv = \frac{1}{2} \ln|v| + C$

$v = x^3 - 2x$

$v' = 3x^2 - 2$

$= \left[3 \cdot 4 \sqrt{(x^3 - 2x)^5} \right]_0^2 = 3 \cdot 4 \sqrt{(12^3 - 2 \cdot 2)^5} - 0 = 16,97$

$= \frac{1}{2} \ln|6x^5 - 4x^3| + C$ ✓

(✓)

Aufgabe 3

a) $f(x)$
 $0 = 5x - 100$

$5x = 100$

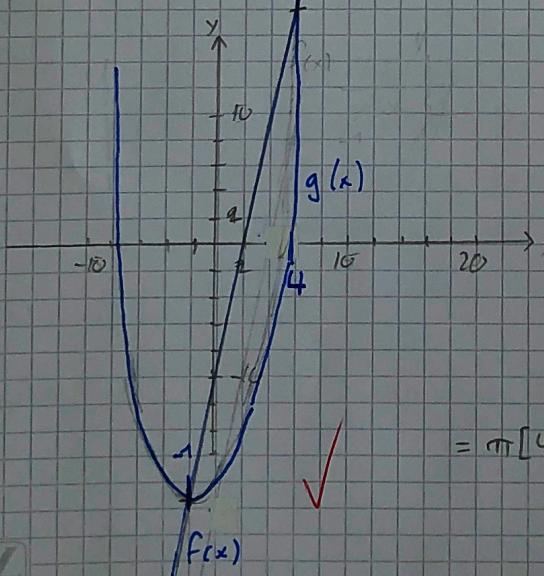
$x = 20$

$\frac{g(x)}{x^2 = 16}$
 $x_1 = 4$
 $x_2 = -4$

b) $5x - 10 = x^2 - 16 \rightarrow 0 = x^2 - 5x - 6$
 $x_1 = 6$
 $x_2 = -1$

✓

y-Werte?



d) $k_1: \pi \int_{-1}^4 (x^2 - 16) - (5x - 10)^2 dx$

$\pi \int_{-1}^4 (x^4 - 32x^2 + 256) - (25x^2 - 100x + 100) dx$

$\pi \int_{-1}^4 (-x^4 + 57x^2 - 100x + 256) dx$

$= \pi \left[\frac{x^5}{5} - 19x^3 - 50x^2 + 256x \right]_{-1}^4$

$= \pi[4^5] - \pi[-1] = -2473 - (-2872) = -2185,8$

Richtig! ✓

Nr. 2

Nullstellen

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

orange

$$\int_{-2}^0 x^2 - 3x - 10 \, dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - 5x^2 \right]_{-2}^0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 5$$



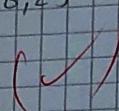
$$x_3 = -2$$

$$= 0 - (4 - (-8)) - (-10) = -22 \Rightarrow \underline{22}$$

$$A_1 = \int_0^5 x^2 - 3x^2 - 10 \, dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - 5x^2 \right]_0^5$$

$$= (156,25 - 125 - 25) - 0 = 6,25$$

$$\underline{22 + 6,25 = 28,25}$$



Nr. 3

$$A_2 = \pi \int_{-4}^4 (5x+10)^2 \, dx - \pi \int_{-4}^4 (x+16)^2 \, dx = 25x^2 - 100x + 100 \Big|_{-4}^4 - \pi \int_{-4}^4 x^4 + 32x^2 + 256 \, dx$$
$$\left[\frac{25}{3}x^3 - 50x^2 + 100x \right]_{-4}^4 - \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{32}{3}x^3 + 256x \right]_{-4}^4$$

$$\cancel{(133,33 - 66,66)} = 66,667 - \cancel{(546,13 - 433,66)}$$

$$\cancel{203,93 - 113,07} = \underline{96,86}$$

$$600 - 133,33 = \underline{466,67}$$

$$466,67 - (787,2 - 546,13) = 225,67 \Rightarrow \underline{708,816}$$

$$A_3 = \pi \int_{-1}^4 ((x^2 - 16)^2 + (5x + 10)^2) \, dx$$

$$A_3 = \pi \int$$