

4. Prüfung: Integralrechnung 2

+1

| | |
|---------|--|
| Name: | |
| Punkte: | |

+1 TT

Hinweise:

- Zeit: 70 Min
- Schreibe die Lösungen aller Aufgaben zusammen mit dem vollständigen Lösungsweg auf ein separates Blatt. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte.

Aufgabe 1

Berechne und vereinfache so weit als möglich. Nach der Vereinfachung sollen keine negativen oder gebrochenen Exponenten mehr in der Funktion vorkommen.:

(a) $\int \frac{3}{\sqrt[3]{x^3}} dx$ (2P)

(b) $\int \frac{36x^2 - 9}{\sqrt{4x^3 - 3x}} dx$ (3P)

5

Aufgabe 2

Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = e^{2x}$ mit der x -Achse im 2. Quadranten einschliesst rotiert um die x -Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers. (6P)

6

Aufgabe 3

Berechne die Fläche, welche die Funktionen $f(x) = x^4$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$ im ersten Quadranten zusammen mit der x -Achse einschliessen. (5P)

4

Aufgabe 4

Berechne die Fläche, welche die Funktion $f(x) = \cos(x)$ im Intervall $[-2\pi, \pi]$ mit der x -Achse einschliesst. (4P)

4

Aufgabe 5

Die Fläche, welche die Funktion $f(x) = x\sqrt{ax+6}$ mit der x -Achse einschliesst, rotiert um die x -Achse. Das Volumen des Rotationskörpers beträgt 0.5π . Berechne a . (a ist positiv.) (6P)

6

3 Aufgabe 6

Hausaufgabe:

Berechne:

$$\int_1^{\infty} \frac{x+5}{x^3} dx$$

(4P)

4

✓ Aufgabe 7

Vektorgeometrie:

Die Ebene E ist parallel zur xz -Ebene und geht durch den Punkt $P = (2/7/5)$. Gib die Koordinatengleichung der Ebene E an.

(3P)

$$0x + 0y + 1z - 5 = 0$$

3

✓ Aufgabe 8

SOL-Auftrag:

Die Zusammenfassung wurde vollständig, sauber und pünktlich abgegeben.

(2P)

2

Prüfung: Integralrechnung 2

Truttmann-Nich. 6c L

Nr. 1

$$a) \int 3x^{-3/5} dx = 3 \cdot x^{1/5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2} \sqrt[5]{x^2} + C \quad \checkmark$$

$$b) \int \frac{36x^2 - 9}{(4x^3 - 3)^{0.5}} \cdot \frac{1}{12x^2 - 3} dx = 3 \int \frac{1}{(4x^3 - 3)^{0.5}} du = 3 \sqrt{u^{0.5}} \cdot 2 = 6\sqrt{4x^3 - 3x} + C$$

$$u = 4x^3 - 3x$$

$$u' = 12x^2 - 3$$

\checkmark

Nr. 2

$$\pi \int_{-\infty}^0 (e^{2x})^2 dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \pi \int_a^0 e^{4x} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \pi \int_a^0 e^v \cdot \frac{1}{4} dv \quad v = 4x$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{\pi}{4} [e^{4x}]_a^0 = \lim_{a \rightarrow -\infty} \left(\frac{\pi}{4} \cdot e^0 \right) - \left(\frac{\pi}{4} \cdot e^{4a} \right) = 0,785$$

0 \checkmark

Nr. 3

Schnittpunkte: 1

$$\int_0^1 x^4 dx + \int_1^\infty x^{-2} dx$$

$$\int_0^1 x^4 dx = \left[x^5 \cdot \frac{1}{5} \right]_0^1 = \frac{1}{5} - 0 = \frac{1}{5}$$

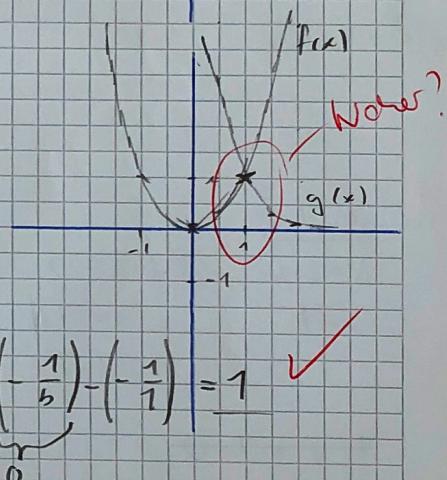
\checkmark

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b x^{-2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[x^{-1} - \frac{1}{1} \right]_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x} \right]_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} \right) - \left(-\frac{1}{1} \right) = 1$$

0 \checkmark

$$\frac{1}{5} + 1 = 1,2$$

\checkmark



Nr. 4

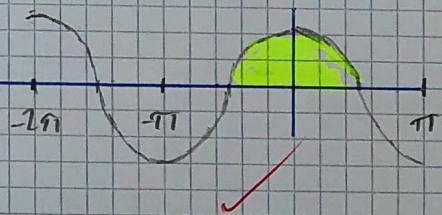
$$3 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx = 3 \left[\sin(x) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

\checkmark

$$= 3 \left((\sin(\pi)) - (\sin(-\pi)) \right)$$

$$= 3(-1 + 1) = 6$$

\checkmark



Nr. 5

Nulstellen: 0 | - $\frac{6}{\alpha}$ ✓

$$0,5\pi = \pi \int (\sqrt{\alpha x + 6})^2 dx \quad \checkmark = \pi \int x^2 \cdot (\alpha x + 6) dx = \pi \int \alpha x^3 + 6x^2 dx$$

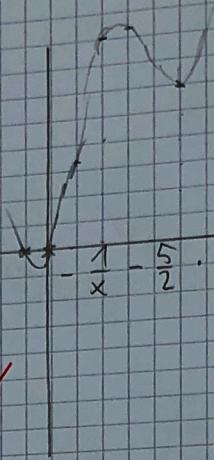
$$0,5\pi = \pi \left[\frac{\alpha x^4}{4} + 2x^3 \right]_0^{-\frac{6}{\alpha}} = \left(\frac{\alpha}{4} \cdot \left(-\frac{6}{\alpha} \right)^4 + 2 \left(-\frac{6}{\alpha} \right)^3 \right) - (0)$$

$$= \frac{\alpha}{4} \cdot \frac{1296}{\alpha^4} + 2 \left(-\frac{216}{\alpha^3} \right) = \frac{324}{\alpha^3} - \frac{432}{\alpha^3}$$

$$0,5 = -\frac{108}{\alpha^3} \Rightarrow 0,5\alpha^3 = -108$$

$$\alpha^3 = -216$$

$$\alpha = 6$$



Nr. 6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 + 5x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \int_1^x x^2 + 5x^{-3} dx = \lim_{b \rightarrow 0} \left[x^3 - \frac{1}{2} + 5x^{-2} \cdot \frac{1}{2} \right]_1^b$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{1}{2b^2} \right) - \left(-\frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{1}{2} \right) = 1 + 5 \cdot \frac{1}{2} = \underline{3,5}$$



Nr. 7

$$A = C = 0$$

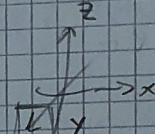
$$7 \cdot 1 + d = 0$$

$$n_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B = 7$$

$$d = -7 \cdot 1$$

$$d = -7$$



$$\begin{aligned} 7 \cdot y + 7 &= 0 \\ y + 7 &= 0 \\ E: y - 7 &= 0 \end{aligned}$$

