



## Elementos Matemáticos

### Control 4

Lunes 17 de noviembre de 2025

Código de Honor

---

---

---

---

---

Nombres / Apellidos Carnet: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

Duración: 100 minutos

Profesor: David Cruz

Total de Puntos: 100

Ciclo III 2025

#### INDICACIONES

- El presente examen tiene una duración máxima de 100 minutos y consta de 5 ejercicios para un total de 100 puntos.
- El control es individual, sin libro ni apuntes.
- No escribir, escribir incorrectamente o no firmar el código de honor se penalizará en la nota.
- Deje constancia clara y ordenada de sus procesos. Respuestas correctas sin procedimiento o con procedimiento erróneo/desordenado no serán tomadas en cuenta.
- No se permite pedir prestado ningún implemento o artículo para el examen.
- No se permite el uso de ningún tipo de calculadora. No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico de almacenamiento de datos o comunicación.
- Sobre su mesa de trabajo no puede tener estuches y durante la evaluación no puede utilizar reloj, gorra o gorro.
- Se permite el uso de lápiz, corrector, enmendaduras, tachaduras o borrones, pero una respuesta con ellas no es sujeta a revisión. Evite contestar con bolígrafo rojo.
- Los ayudantes/examinadores no pueden responder consultas. El docente solo contestará preguntas durante los primeros 40 minutos de la prueba, y estas se deben realizar en voz alta.
- No puede anexar hojas extra al examen. Al finalizar la prueba, entréguela al ayudante o examinador.

1. (20 puntos) Resuelva la siguiente desigualdad, dejando evidencia de sus procedimientos, y exprese su respuesta en notación de intervalo y gráfica

$$\frac{x^2 - 4x}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$$

$$\frac{x(x-4)}{(x+6)(x-1)} \geq 0$$

$x$	-	-	+	+	+
$x - 4$	-	-	-	-	+
$x + 6$	-	+	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	+	+
	+	-	+	-	+

$$(-\infty, -6) \cup [0, 1] \cup [4, \infty)$$



**Commented [DC1]:** 4 PUNTOS por descomposición  
10 PUNTOS por cuadro de variación de signos 3 PUNTOS por respuesta en notación de intervalo  
3 PUNTOS por notación gráfica

2. (20 puntos) Un hotel acaba de encargar una pintura para decorar uno de sus salones de eventos. Para este, se requiere que el largo tenga 8 metros más que el doble de su ancho ¿Cuánto puede medir el ancho si se requiere que el área de la pintura de dicho cuadro sea de, al menos, 24 metros cuadrados?

Sea  $x$  el ancho, el largo es  $2x + 8$

$$\text{Área} = (x)(2x + 8) \geq 24$$

$$2x^2 + 8x - 24 \geq 0$$

$$2(x^2 + 4x - 12) \geq 0$$

$$2(x + 6)(x - 2) \geq 0$$

		-6	2	
$x + 6$	-	+	+	
$x - 2$	-	-	+	
	+	-	+	

$$(-\infty, -6] \cup [2, \infty)$$

Dado que se trata de metros,  $x \in [2, \infty)$ , es decir, el ancho debe ser de 2 metros o mayor

**Commented [DC2]:** 2 PUNTOS por definir variable  
 3 PUNTOS por plantear desigualdad  
 4 PUNTOS por resolución  
 6 PUNTOS por tabla  
 3 PUNTOS por respuesta  
 2 PUNTOS por respuesta ajustada a los datos (excluyendo negativos)

3. (40 puntos) Dadas las siguientes funciones, encuentre sus dominios (expresado en notación de intervalo) y sus interceptos con los ejes

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{5 - x}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 1 &\geq 0 \\(x + 1)(x - 1) &\geq 0\end{aligned}$$

$x + 1$	-	-	+	+
$x - 1$	-	-	-	+
	+	-	-	+

$$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$$

$$5 - x \neq 0$$

$$x \neq 5$$

$$\mathbb{D}_f: (-\infty, -1] \cup [1, 5) \cup (5, \infty)$$

Intercepto con  $x$

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{5 - x} \\0 &= \sqrt{x^2 - 1} \\x^2 - 1 &= 0 \\x^2 &= 1 \\x &= \pm 1\end{aligned}$$

$$(-1, 0), (1, 0)$$

Intercepto con  $y$

$$y = \frac{\sqrt{0 - 1}}{5 - 0} \notin \mathbb{R}$$

No tiene intercepto con  $y$

**Commented [DC3]:** 2 PUNTOS por plantear condición de la expresión sub-radical y por factorizar  
 3 PUNTOS por cuadro de variación de signo  
 1 PUNTO por planteamiento de condición del denominador y concluir que se excluye 5  
 6 PUNTOS por dominio  
 4 PUNTOS por interceptos con X  
 4 PUNTOS por interceptos con Y

$$g(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$$

$$\frac{1-x}{x+1} \geq 0$$

		-1	1	
1 - x	+	+	-	
x + 1	-	+	+	
	-	+	-	

$$\mathbb{D}_g: (-1, 1]$$

Intercepto con  $x$

$$\begin{aligned} 0 &= \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} \\ 0 &= \frac{1-x}{x+1} \\ 0 &= 1-x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$(1, 0)$$

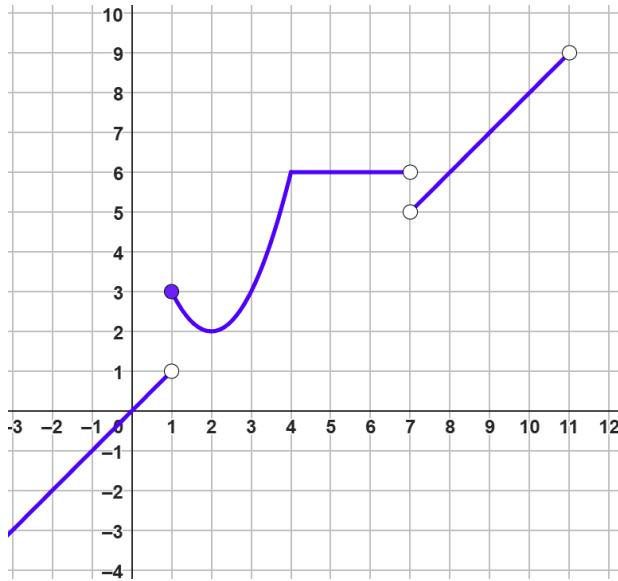
Intercepto con  $y$

$$y = \sqrt{\frac{1-0}{0+1}} = \sqrt{\frac{1}{1}} = 1$$

$$(0, 1)$$

**Commented [DC4]:** 2 PUNTOS por plantear la condición  
 6 PUNTOS por cuadro de variación de signos  
 2 PUNTOS por dominio  
 5 PUNTOS por interceptos con X  
 5 PUNTOS por interceptos con Y

4. (20 puntos) La gráfica siguiente corresponde con  $f(x)$ . A partir de la gráfica, conteste las siguientes preguntas:



a.  $\mathbb{D}_f$ :

$$(-\infty, 7) \cup (7, 11) \equiv (-\infty, 11) - \{7\}$$

b.  $\mathbb{R}_f$ :

$$(-\infty, 1) \cup [2, 9)$$

c.  $f(1) =$

**3**

d.  $f(4.3) =$

**6**

e.  $f(7) =$

**5**

f. Si  $f(x) = 3$ ,  $x =$

**1 y 3**

g. Intercepto(s) con eje  $x$ :

**(0, 0)**

h. Intercepto(s) con eje  $y$ :

**(0, 0)**

**Commented [DC5]:** A.4 PUNTOS  
 B.4 PUNTOS  
 C.2 PUNTOS  
 D.2 PUNTOS  
 E.2 PUNTOS  
 F.2 PUNTOS  
 G.2 PUNTOS  
 H.2 PUNTOS