손에 잡히는 딥러닝

Neural Networks

모두의연구소

박은수 Research Director

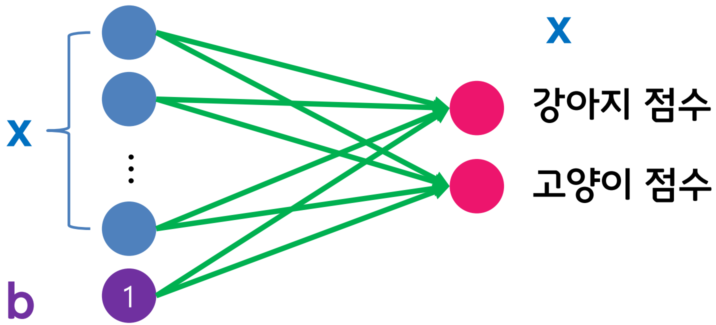
강아지와 고양이 분류해보기

모두의연구소

- 분류기의 구성
  - Score function
  - Loss function
  - Optimization

고양이가 입력이면 고양이 점수가 높아야 함

$$\underbrace{\begin{bmatrix}0.2 & 0.1 & \cdots & 0.3 & 0.7\\ 0.7 & 0.8 & \cdots & 0.9 & 0.4\end{bmatrix}}_{W} \times \underbrace{\begin{bmatrix}155\\ 200\\ \cdots\\ 110\\ 78\end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix}0.1\\ 0.2\end{bmatrix}}_{b}$$



강아지와 고양이 분류해보기

- 분류기의 구성
  - Score function
  - Loss function
  - Optimization

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & \dots & 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.8 & \dots & 0.9 & 0.4 \end{bmatrix}}_{W} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 155 \\ 200 \\ \dots \\ 110 \\ 78 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}}_{b} =
$$

Cross-entropy loss (Softmax)

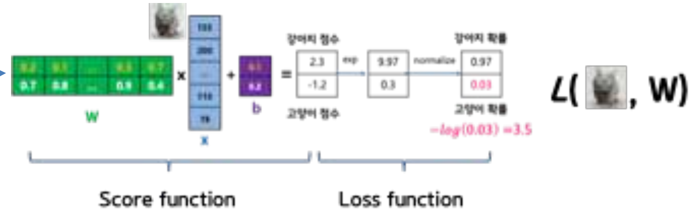
		exp →	normalize →	
강아지 점수	2.3	9.97	0.97	강아지 확률
고양이 점수	-1.2	0.3	0.03	고양이 확률

$-log(0.03) = 3.5$

현재의 분류기는 3.5만큼 안 좋음. 이 loss 값을 줄이는게 목표

강아지와 고양이 분류해보기

- 분류기의 구성
  - Score function
  - Loss function
  - Optimization



New W = Current W − 0.01 x Gradient dW

$$
\begin{pmatrix} 0.225 \\ 0.094 \\ 0.3 \\ \vdots \\ 0.902 \\ 0.395 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.3 \\ \vdots \\ 0.9 \\ 0.4 \end{pmatrix} - 0.01 \times \begin{pmatrix} -2.5 \\ 0.6 \\ 0 \\ \vdots \\ -0.2 \\ 0.5 \end{pmatrix}
$$

$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$

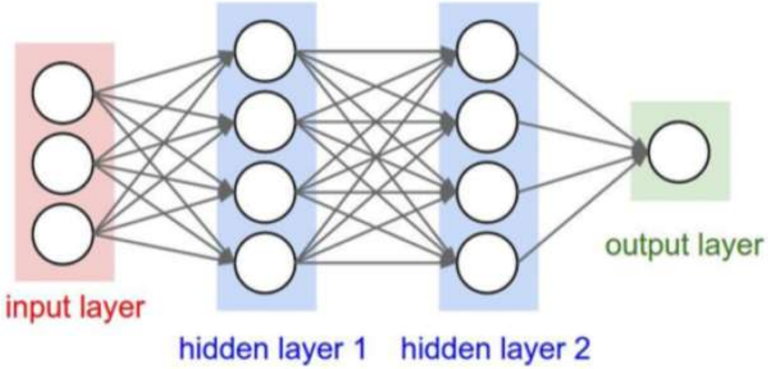
정리

- 분류기의 구성
  - Score function : Wx+b
  - Loss function : Score Function의 잘못 분류된 정도를 측정
  - Optimization : Loss function의 값을 줄이는 방향으로 파라미터 업데이트

$$\mathbf{w} = \mathbf{w} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}}$$

여러 레이어를 쌓는다면 ....

Neural Networks



$$output\ layer = W_2(W_1\mathrm{x}) = W_2W_1\mathrm{x} = \mathrm{Wx}$$

레이어를 하나 쌓는 것 과 같음 → 비선형 Activation function 이 필요

이차원 입력 벡터 x : $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

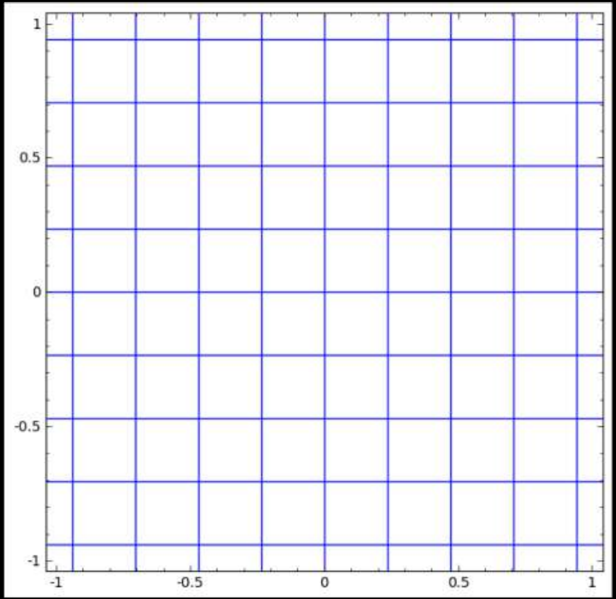
2x2 매트릭스 W : $\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$

이차원 바이어스 b : $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

결과 이차원 벡터 y : $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$W^T x + b = y$$



이차원 입력 벡터 x : $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

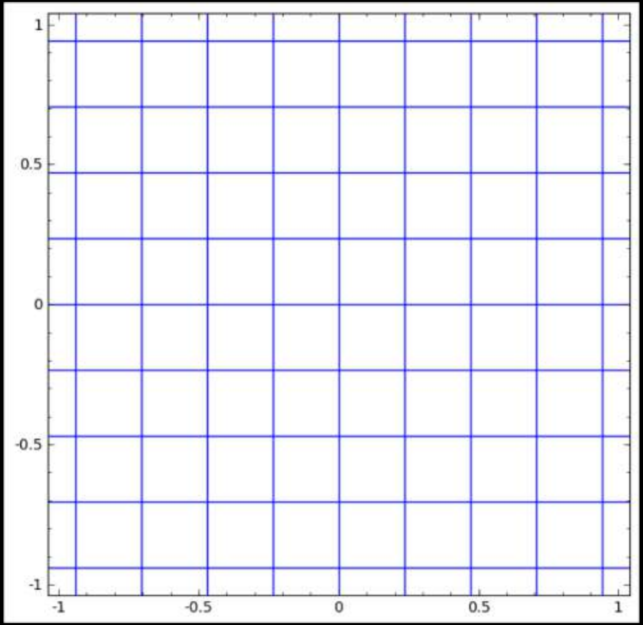
2x2 매트릭스 W : $\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$

이차원 바이어스 b : $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

결과 이차원 벡터 y : $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$W^T x + b = y$$



이차원 입력 벡터 x : $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

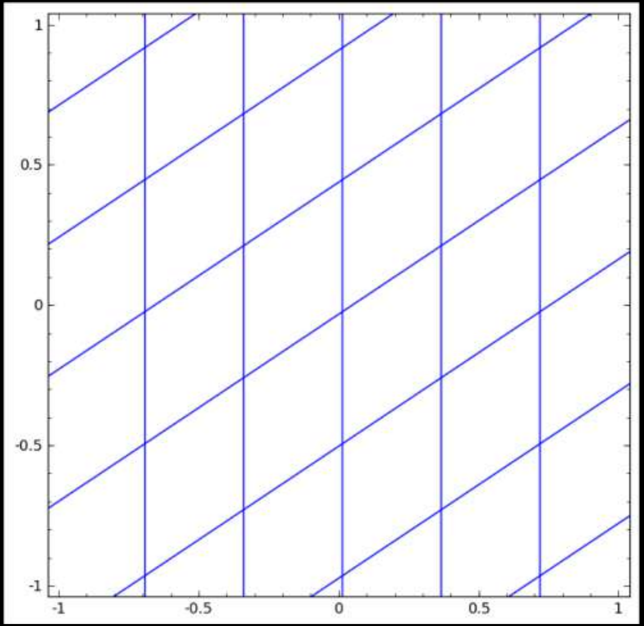
2x2 매트릭스 W : $\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$

이차원 바이어스 b : $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

결과 이차원 벡터 y : $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$W^T x + b = y$$



이차원 입력 벡터 x : $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

2x2 매트릭스 W : $\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$

이차원 바이어스 b : $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

결과 이차원 벡터 y : $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$W^T x + b = y$$

레이어를 하나 더 쌓는 다는 것은...

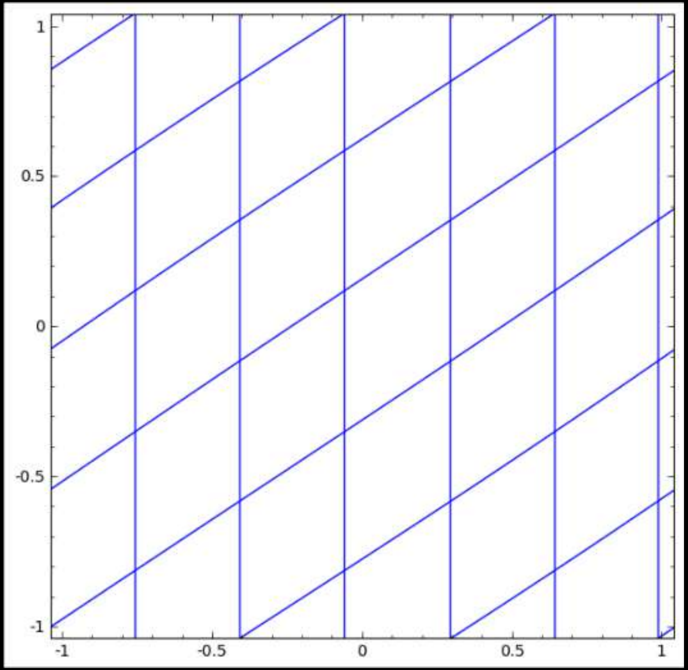
$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

레이어 2개

레이어 1개

$$\begin{bmatrix} w_5 & w_6 \\ w_7 & w_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} == \begin{bmatrix} w_9 & w_{10} \\ w_{11} & w_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_5 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

두 단계의 변환도 한번의 W^Tx+b 연산으로 가능하다



이차원 입력 벡터 x : $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

2x2 매트릭스 W : $\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$

이차원 바이어스 b : $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

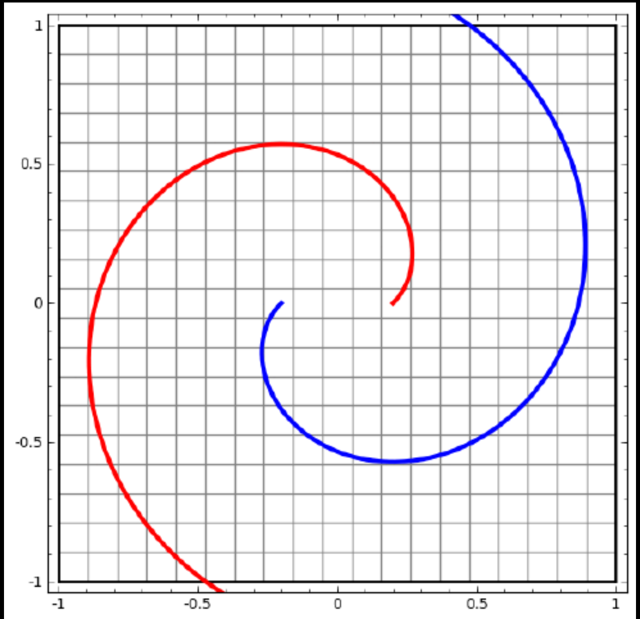
결과 이차원 벡터 y : $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

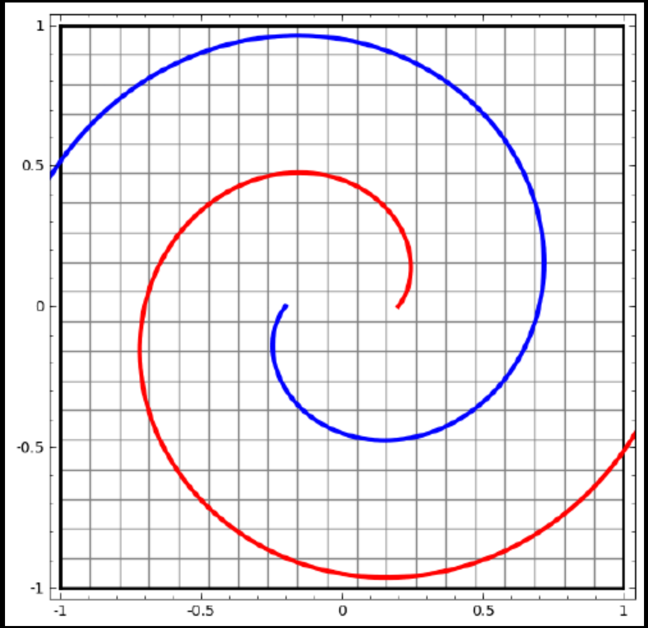
$$\sigma\left(\begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(W^T x + b) = y$$

From : Neural Networks, Manifolds, and Topology (https://colah.github.io/posts/2014-03-NN-Manifolds-Topology/)

레이어를 쌓으면서 분류하는 과정

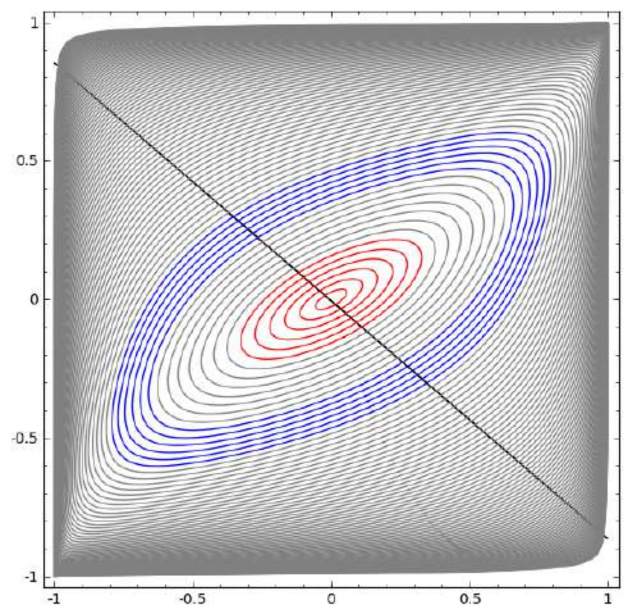


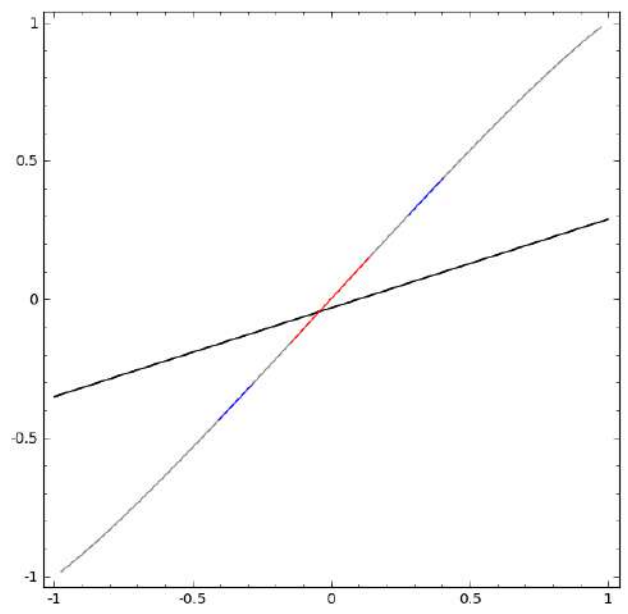


$$\ldots\ \sigma(W_2^T\sigma(W_1^Tx+b_1)+b_2)\ \ldots$$

From : Neural Networks, Manifolds, and Topology (https://colah.github.io/posts/2014-03-NN-Manifolds-Topology/)

레이어를 쌓으면서 분류하는 과정





$$\ldots\ \sigma(W_2^T\sigma(W_1^Tx+b_1)+b_2)\ \ldots$$

From : Neural Networks, Manifolds, and Topology (https://colah.github.io/posts/2014-03-NN-Manifolds-Topology/)

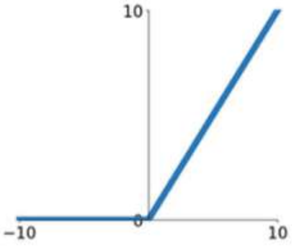
Neural Networks

모두의연구소

(**Before**) Linear score function: $f = Wx$

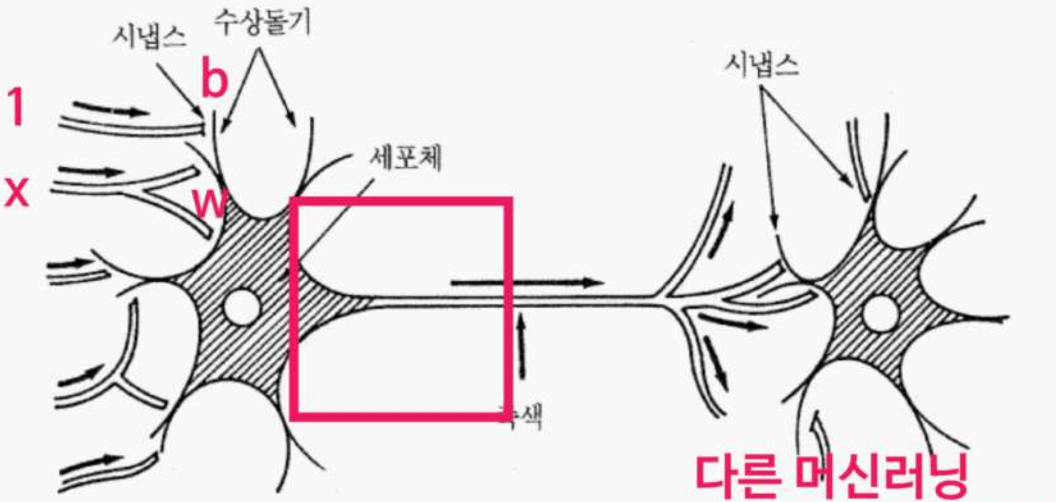
(**Now**) 2-layer Neural Network $f = W_2 \max(0, W_1 x)$
or 3-layer Neural Network

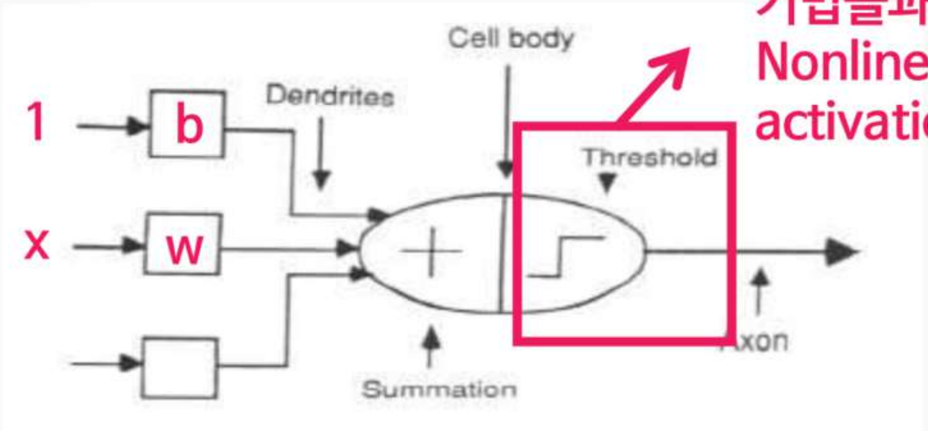
$$f = W_3 \max(0, W_2 \max(0, W_1 x))$$



ReLU
(Rectified Linear Unit)

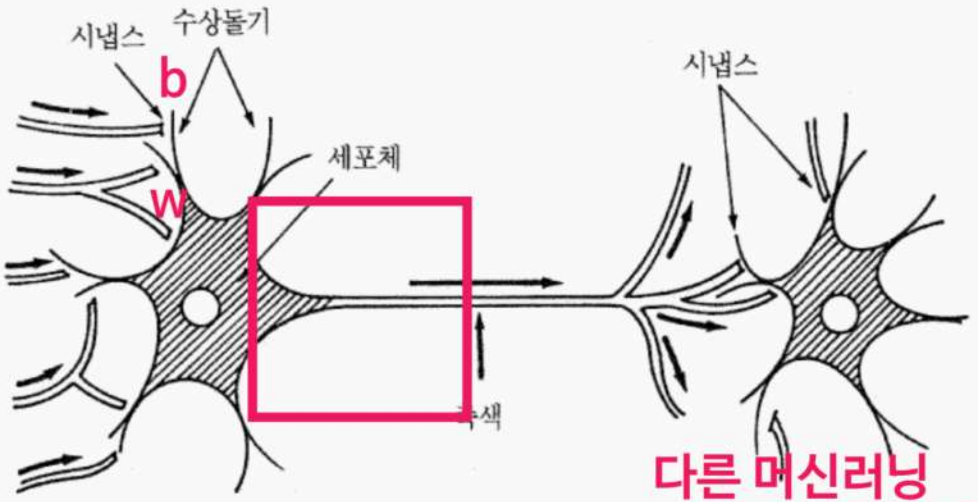
뉴런과 인공뉴런



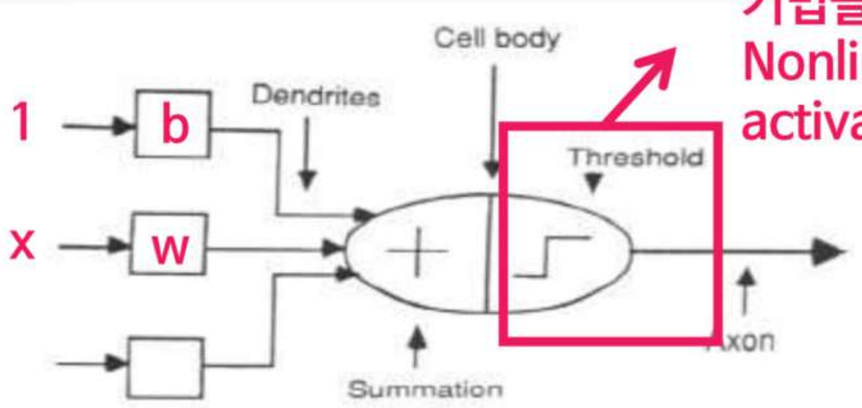


다른 머신러닝 기법들과의 차이점 1: Nonlinear(복잡한) activation function

뉴런과 인공뉴런



다른 머신러닝 기법들과의 차이점 1: Nonlinear(복잡한) activation function



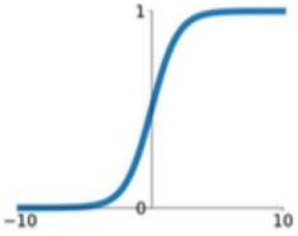
완전히 단순화 시킨 것이니 주의하세요

Activation function

- ReLU vs. Sigmoid

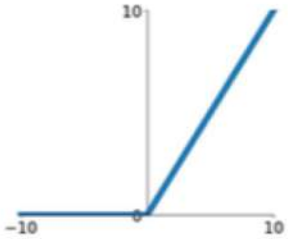
Sigmoid

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$



ReLU

$$\max(0, x)$$



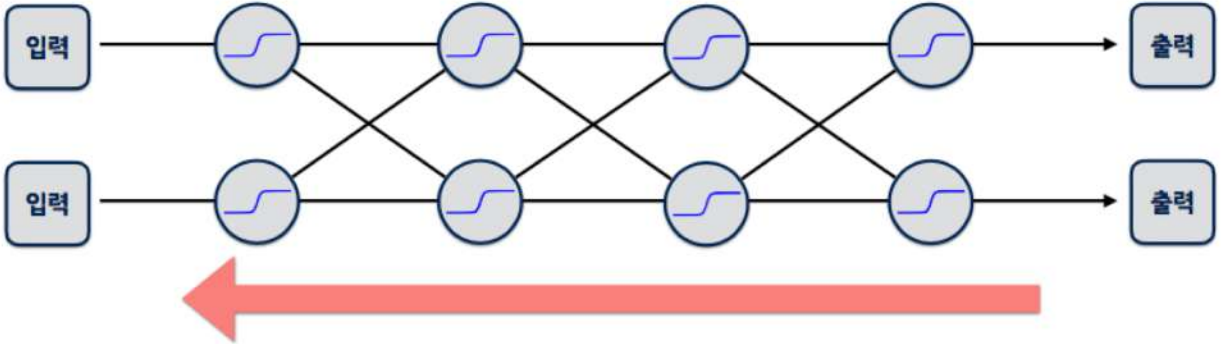
뉴럴넷의 학습방법 Back propagation

(사실 별거 없고 그냥 **"뒤로 전달"**)

모두의연구소

뭐를 전달하는가?

현재 내가 틀린정도를 '미분(기울기)' 한 거



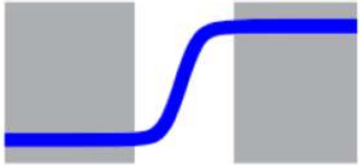
미분하고, 곱하고, 더하고를 역방향으로 반복하며 업데이트한다.

근데 문제는?

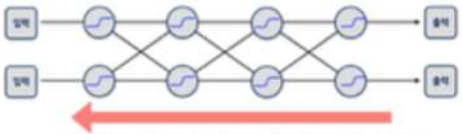
우리가 activation 함수로 sigmoid  를 썼다는 것

여기의 미분(기울기)는 뭐라도 있다. 다행

```
# backward
dy = (y - t) / batch_num
grads['W2'] = np.dot(z1.T, dy)
grads['b2'] = np.sum(dy, axis=0)

dz1 = np.dot(dy, W2.T)
da1 = z1*(1-z1)*dz1
grads['W1'] = np.dot(x.T, da1)
grads['b1'] = np.sum(dz1, axis=0)
```



근데 여기는 기울기 0.. 이런거 중간에 곱하면 **뭔가 뒤로 전달할게 없다?!**

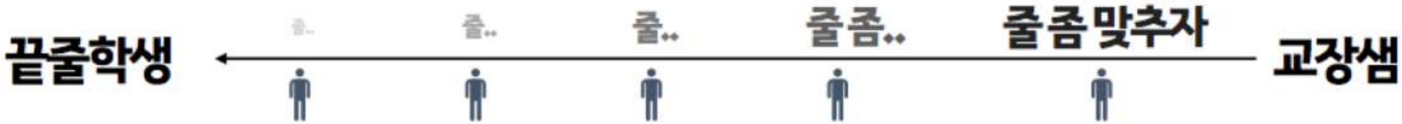


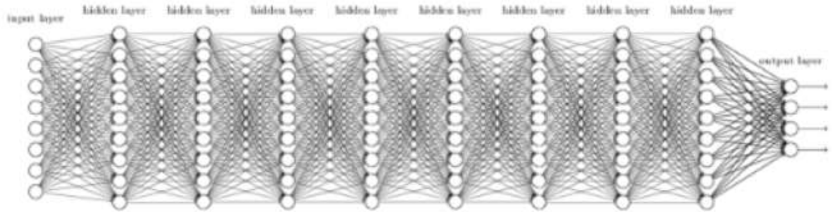
미분하고, 곱하고, 더하고를 역방향으로 반복

그런 상황에서 이걸 반복하면??????

Vanishing gradient 현상 : 레이어가 깊을 수록 업데이트가 사라져간다. 그래서 fitting이 잘 안됨(underfitting)

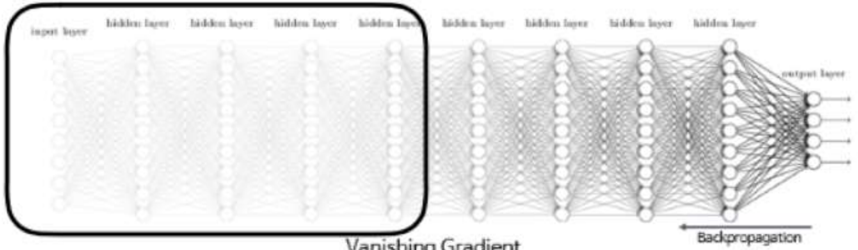
모두의연구소





Deep Neural Network

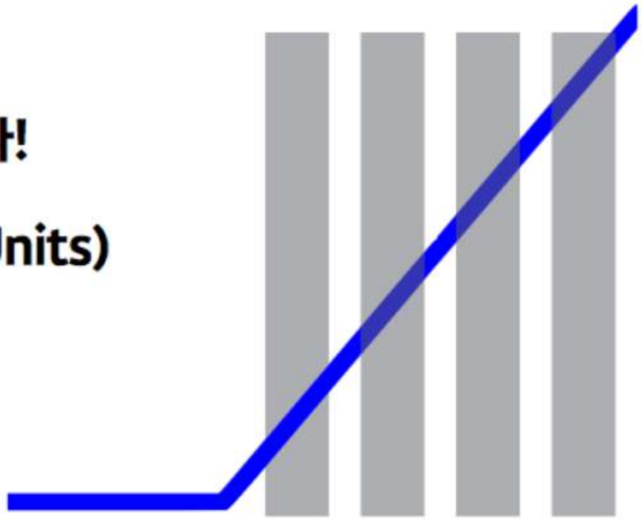
학습이 잘 안됨



Vanishing Gradient

사그라드는 sigmoid대신
죽지않는 activation func을 쓰자!

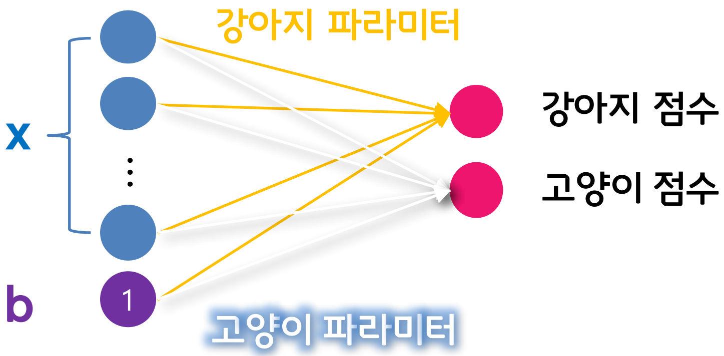
→ **ReLU** (Rectified Linear Units)



이녀석은 양의 구간에서 전부 미분값(1)이 있다!

끝 줄 학생까지 이야기가 전달이 잘 되고 위치를 고친다!

전체 돌아보기 ...



선형분류기

$$\underbrace{f(x, W)}_{2x1} = \underbrace{W}_{2x3,072}\overbrace{x}^{3,072x1} + \underbrace{b}_{2x1}$$

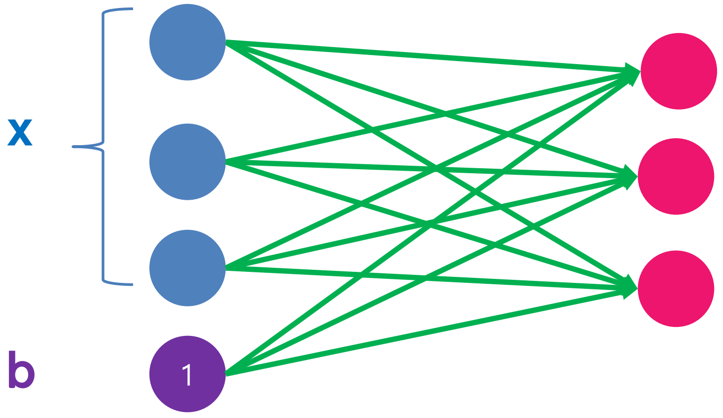
32x32x3 영상 =
3,072 픽셀

$$\begin{array}{l}\text{강아지 파라미터}\\ \text{고양이 파라미터}\end{array}\underbrace{\begin{bmatrix}0.2 & 0.1 & \dots & 0.3 & 0.7\\ 0.7 & 0.8 & \dots & 0.9 & 0.4\end{bmatrix}}_{W} \times \underbrace{\begin{bmatrix}155\\ 200\\ \dots\\ 110\\ 78\end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix}0.1\\ 0.2\end{bmatrix}}_{b} = \begin{bmatrix}0.3\\ 0.7\end{bmatrix}\begin{array}{l}\text{강아지 점수}\\ \text{고양이 점수}\end{array}$$

전체 돌아보기 ...

(3x4) (4x1)

$W_1 X^T$

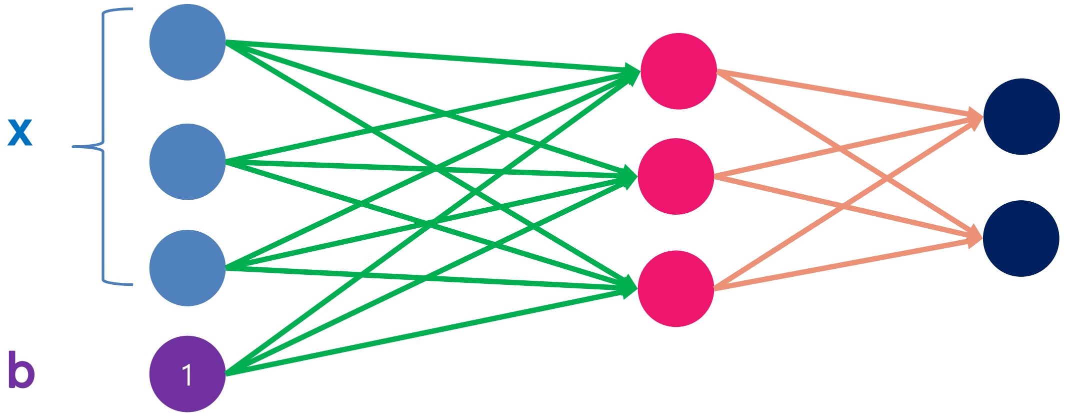


전체 돌아보기 ...

(2x3) (3x4) (4x1)

$W_2 \; W_1 X^T$

레이어추가



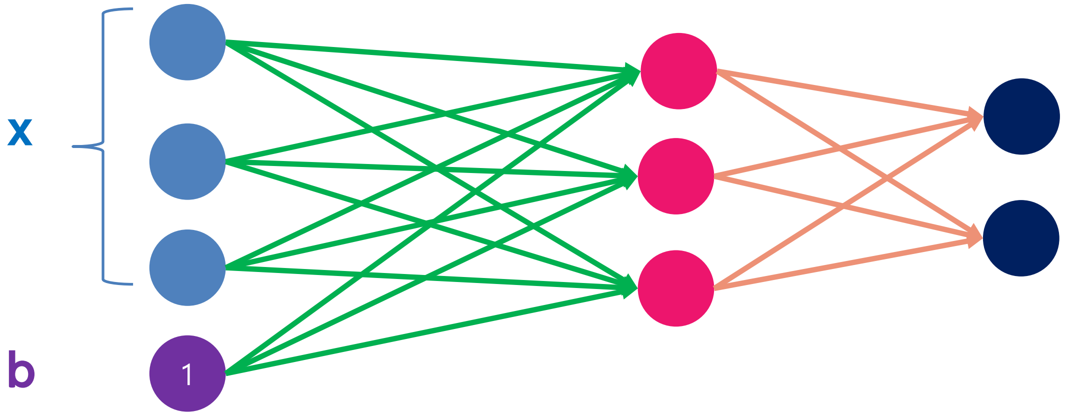
전체 돌아보기 ...

헛 ~

$$\underset{(2\times3)}{W_2}\ \underset{(3\times4)}{W_1} = \underset{(2\times4)}{W}$$

$$\left[\underset{(2\times3)}{W_2}\ \underset{(3\times4)}{W_1}\right]\ \underset{(4\times1)}{X^T}$$

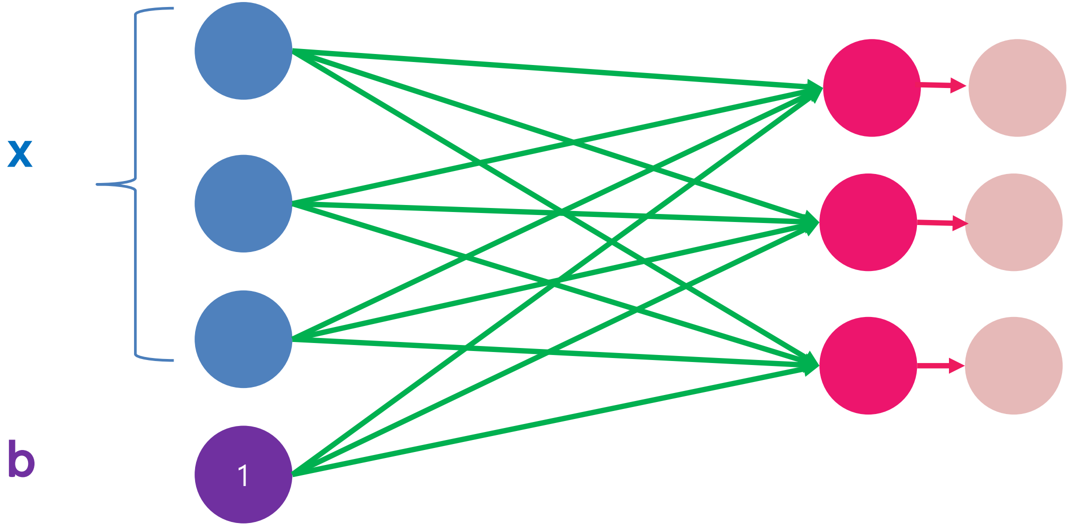
- 두개의 레이어가 하나로 표현
- 레이어를 쌓는 효과가 없어짐



비선형 연산이 필요

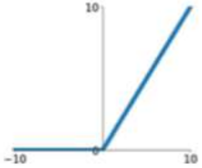
전체 돌아보기 ...

$\max(0, W_1 X^T)$



ReLU

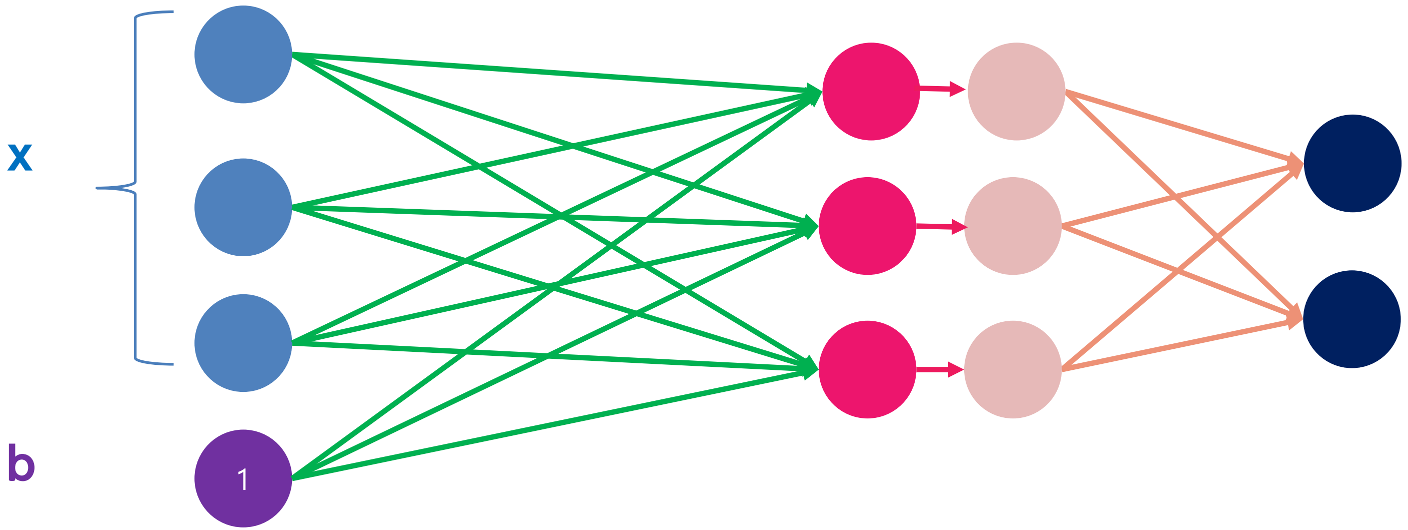
$\max(0, x)$



전체 돌아보기 ...

레이어 추가

$W_2 \times \max(0, W_1 X^T)$

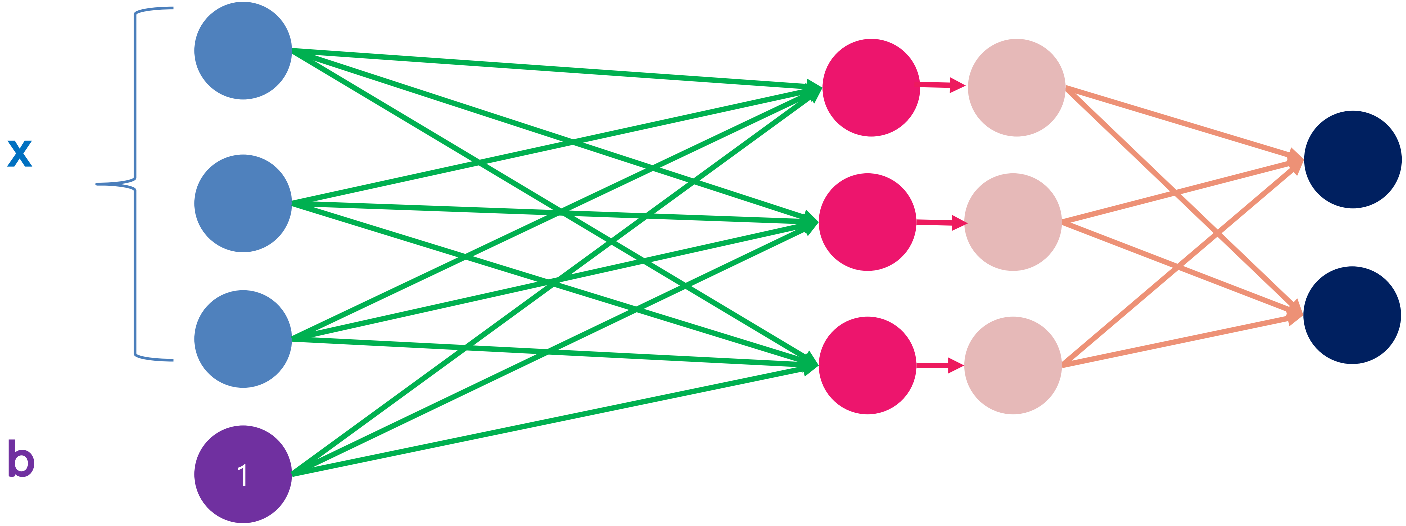


전체 돌아보기 …

1. Score function

레이어 추가

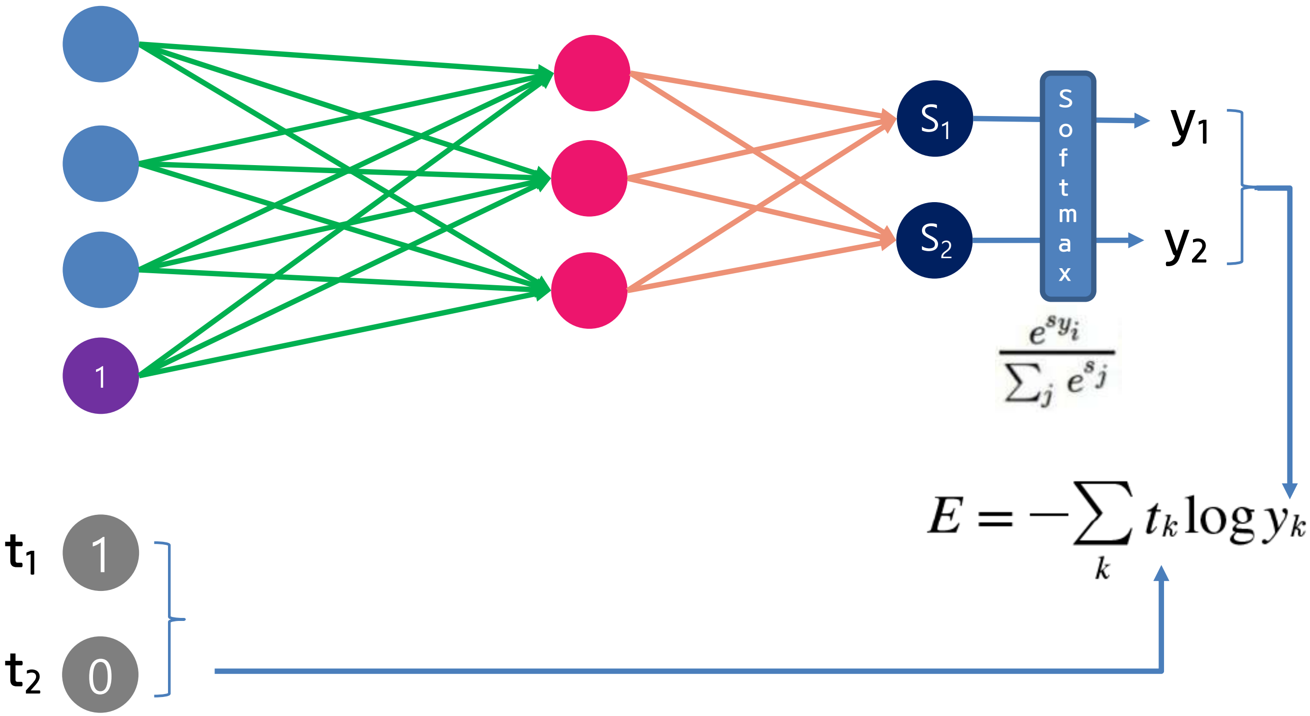
$$W_2 \times \max(\ 0\ ,\ W_1 X^T)$$



1. Score function
2. Loss function

전체 돌아보기 ...

Loss function



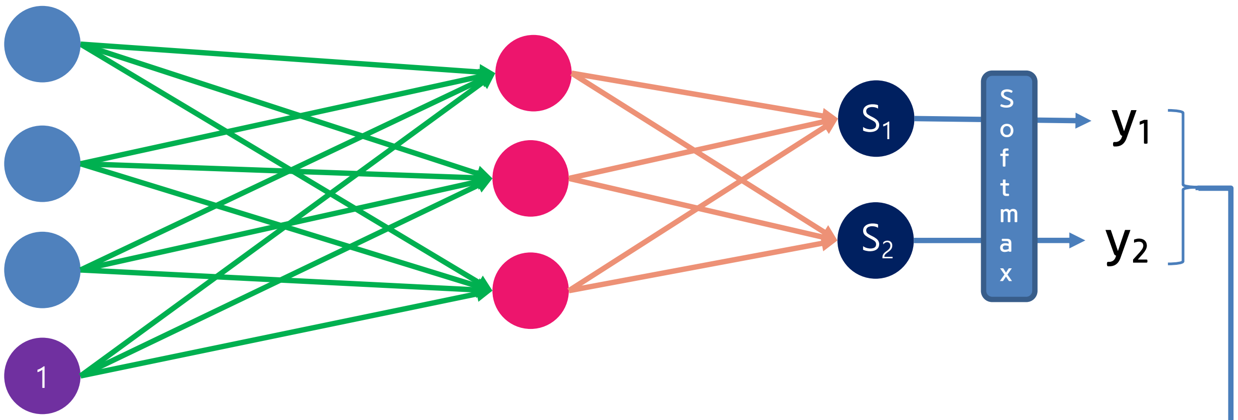
$$\frac{e^{s_{y_i}}}{\sum_j e^{s_j}}$$

$$E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

전체 돌아보기 ...

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization



Loss를 줄이는 방법

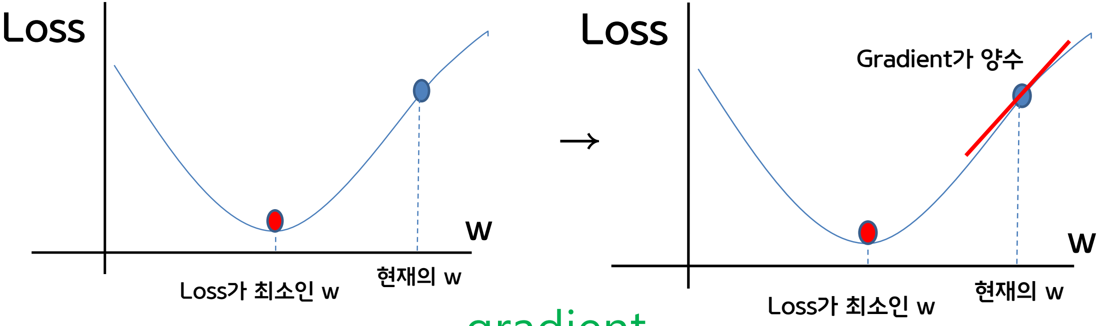
Gradient Descent

$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$

Cross entropy
(Softmax loss)

모두의연구소

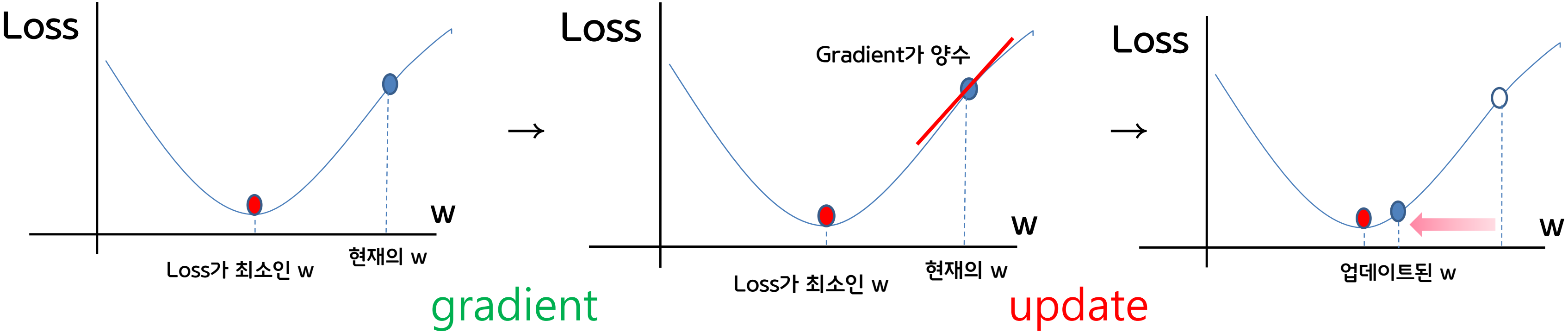
Gradient Descent



gradient

$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$

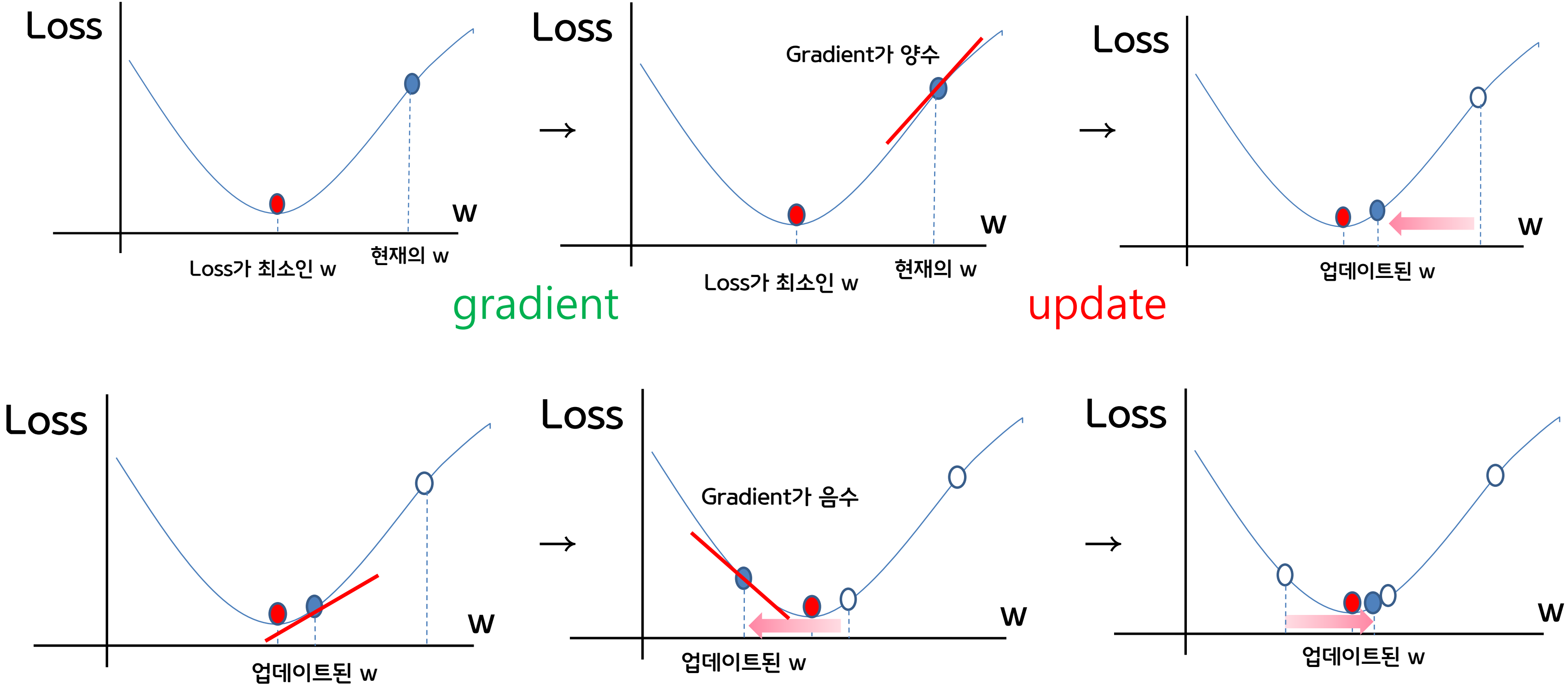
Gradient Descent



$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$

Gradient Descent :

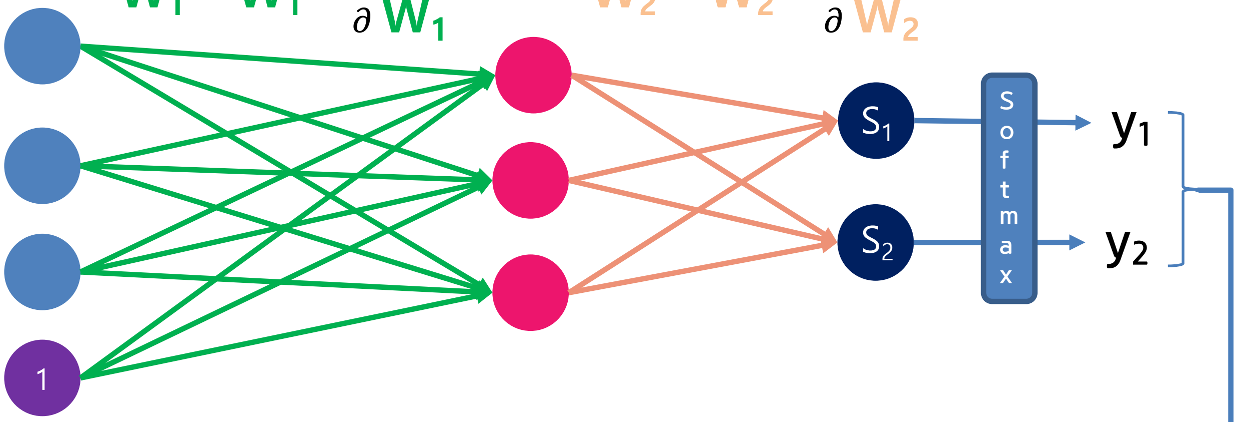
$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$



1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 …

$$W_1 = W_1 - \frac{\partial Loss}{\partial W_1} \qquad W_2 = W_2 - \frac{\partial Loss}{\partial W_2}$$



Loss를 줄이는 방법

$$Loss \longleftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

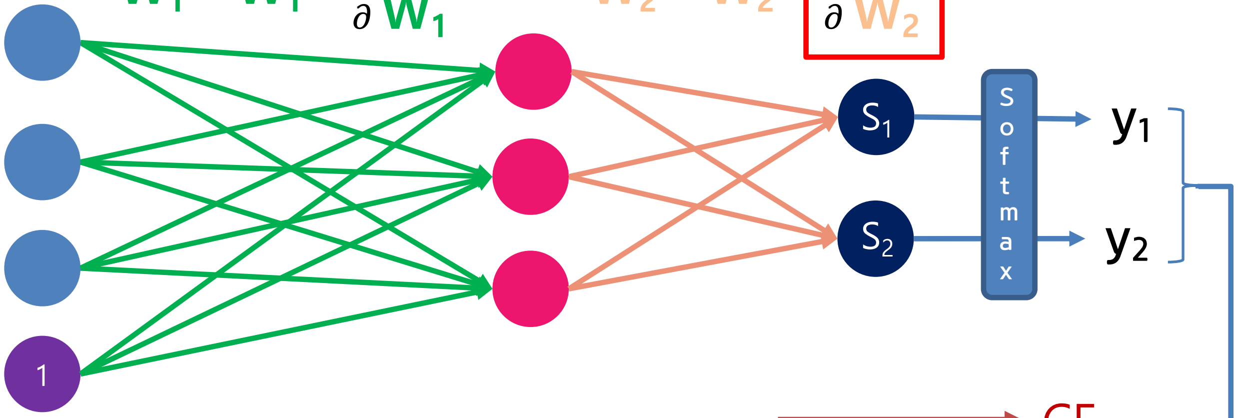
Gradient 계산방법 : Backpropagation

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...

모두의연구소

$$W_1 = W_1 - \frac{\partial Loss}{\partial W_1} \qquad W_2 = W_2 - \boxed{\frac{\partial Loss}{\partial W_2}}$$



$\longrightarrow$ CE

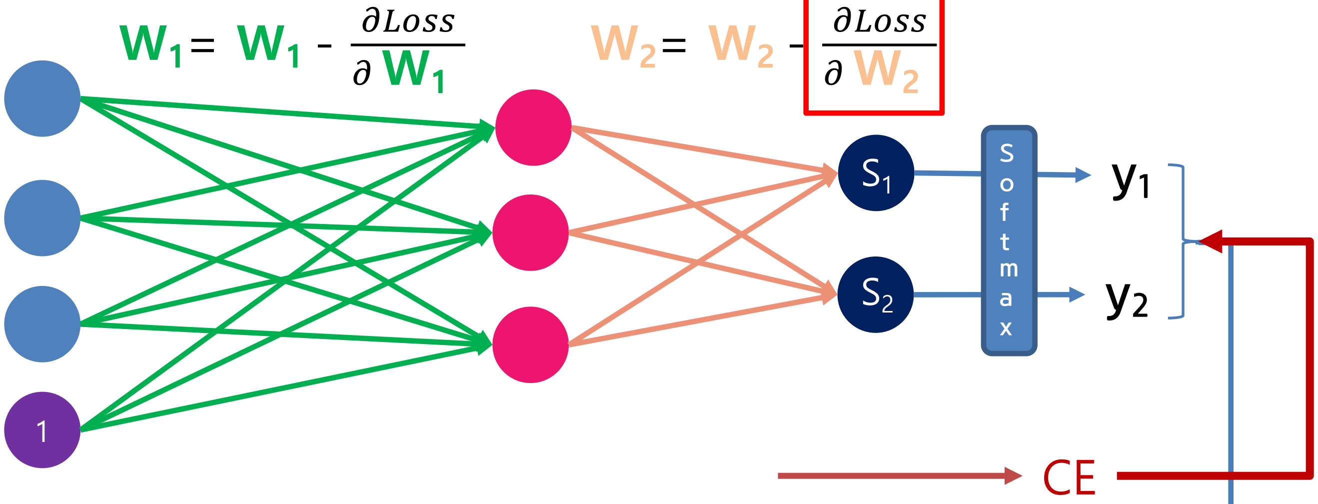
$$Loss \longleftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

$$\frac{\partial Loss}{\partial W_2} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...



$$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

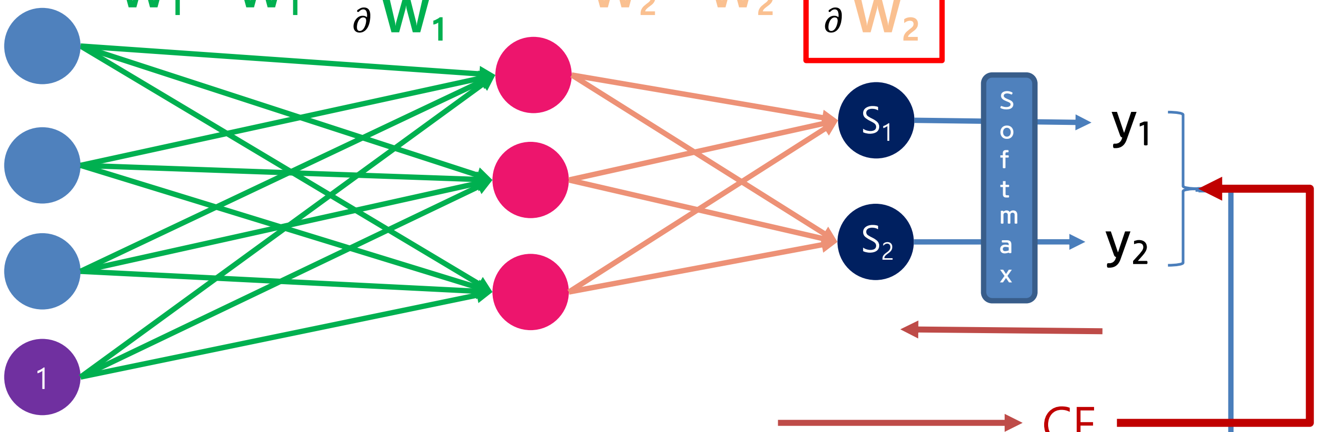
$$\frac{\partial Loss}{\partial W_2} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE}\frac{\partial CE}{\partial \mathbf{y}}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...

$W_1 = W_1 - \frac{\partial Loss}{\partial W_1}$

$W_2 = W_2 - \boxed{\frac{\partial Loss}{\partial W_2}}$



$$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

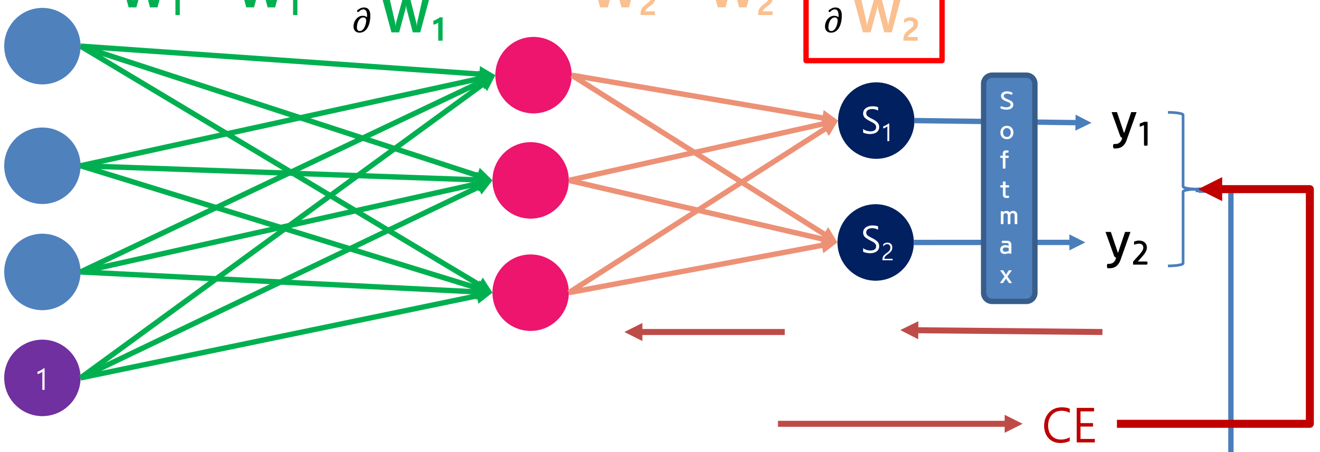
$$\frac{\partial Loss}{\partial W_2} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE}\frac{\partial CE}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\, \mathbf{softmax}}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...

$$W_1 = W_1 - \frac{\partial Loss}{\partial W_1}$$

$$W_2 = W_2 - \boxed{\frac{\partial Loss}{\partial W_2}}$$



$$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

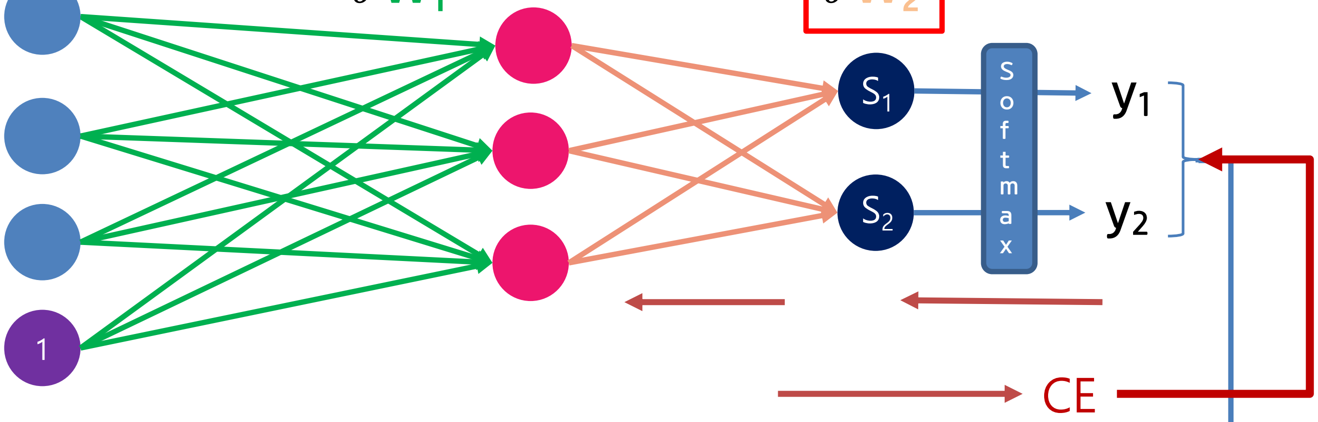
Cross entropy
(Softmax loss)

$$\frac{\partial Loss}{\partial W_2} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE}\frac{\partial CE}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial softmax}\frac{\partial softmax}{\partial \mathbf{S}}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...

$$W_1 = W_1 - \frac{\partial Loss}{\partial W_1} \qquad W_2 = W_2 - \boxed{\frac{\partial Loss}{\partial W_2}}$$



$$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$$

Cross entropy
(Softmax loss)

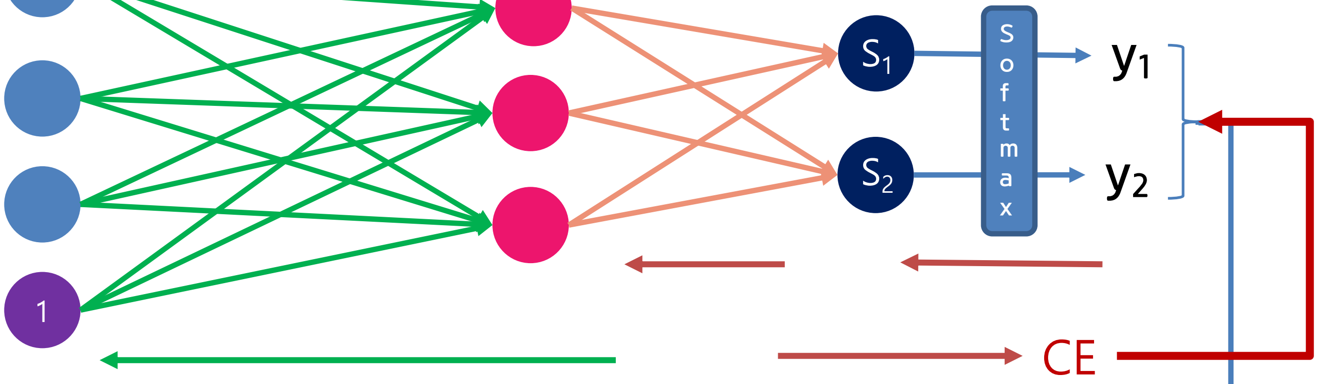
$$\frac{\partial Loss}{\partial W_2} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE} \frac{\partial CE}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial softmax} \frac{\partial softmax}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial W_2}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 ...

모두의연구소

$$W_1 = W_1 - \boxed{\frac{\partial Loss}{\partial W_1}} \qquad W_2 = W_2 - \frac{\partial Loss}{\partial W_2}$$



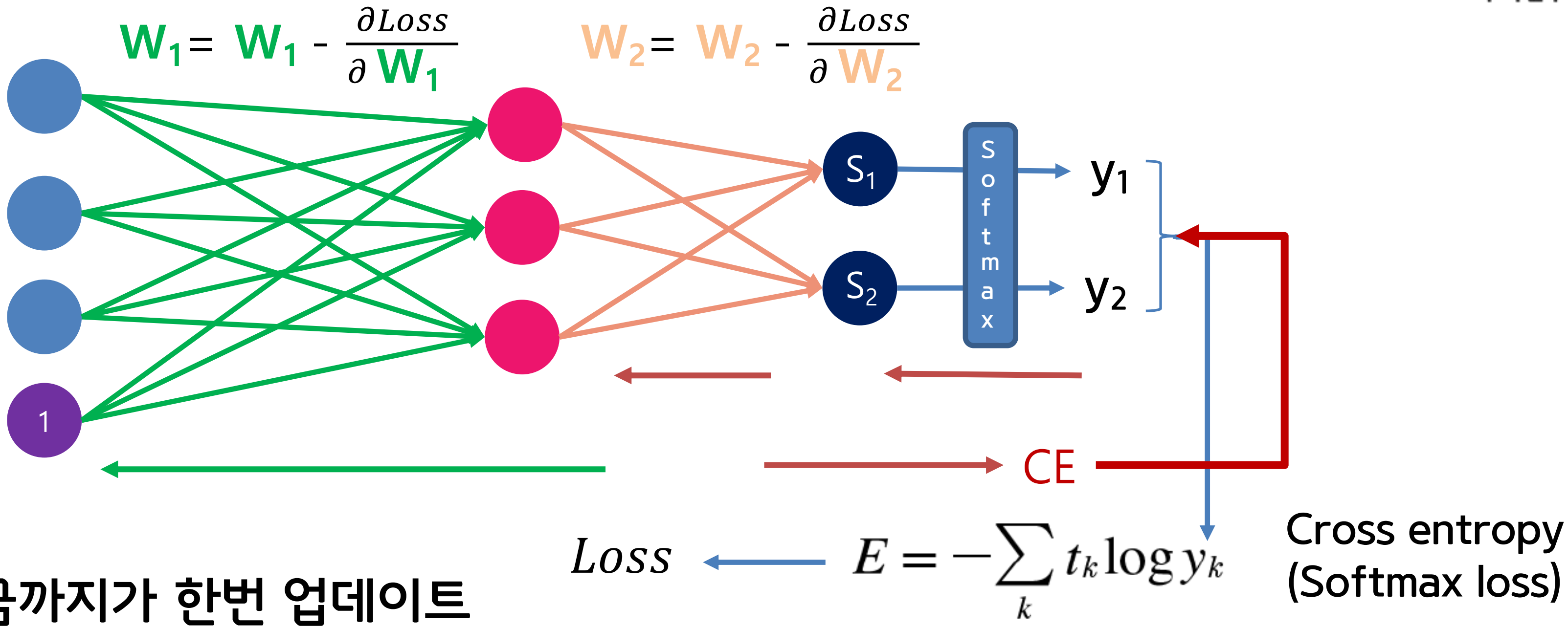
$Loss \leftarrow E = -\sum_k t_k \log y_k$

Cross entropy
(Softmax loss)

$$\frac{\partial Loss}{\partial W_1} \rightarrow \frac{\partial Loss}{\partial CE}\frac{\partial CE}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial softmax}\frac{\partial softmax}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial relu}\frac{\partial relu}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial W_1}$$

1. Score function
2. Loss function
3. Optimization

전체 돌아보기 …



- 지금까지가 한번 업데이트
- 모든 이미지에 대해서 반복

- 당뇨병을 예측해 봅시다

2_diabetes.ipynb

Optimizer

Gradient Descent

우리가 지금까지 Optimization 에서 초점을 둔 부분

$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$

Gradient 의 계산

Gradient Descent

이제 부터는 Optimizer를 공부해 봅니다

$$w = w - \eta \frac{\partial L}{\partial w}$$

목적 : 그레디언트를 좀 더 효율적으로 변형한 뒤 업데이트

- Optimizer : 최적화를 행하는 자

매개변수 갱신

모두의연구소

- **확률적 경사하강법 복습 (Stochastic Gradient Descent; SGD)**

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

- /common/optimizer.py

```python
# coding: utf-8
import numpy as np

class SGD:

    """확률적 경사 하강법(Stochastic Gradient Descent)"""

    def __init__(self, lr=0.01):
        self.lr = lr

    def update(self, params, grads):
        for key in params.keys():
            params[key] -= self.lr * grads[key]
```

Learning rate

매개변수 갱신

- 기본 Optimizer : SGD

```python
network = TwoLayerNet(...)
optimizer = SGD()

for i in range(10000):
    ...
    x_batch, t_batch = get_mini_batch(...) # 미니배치
    grads = network.gradient(x_batch, t_batch)
    params = network.params
    optimizer.update(params, grads)
    ...
```

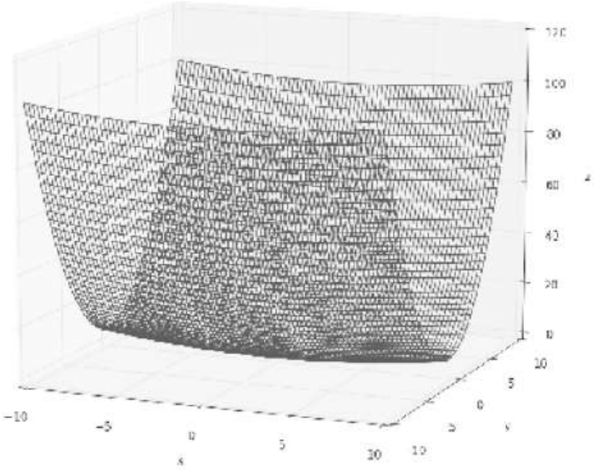
Gradient만을 변형할 것이기 때문에 Network와 별개로 존재할 수 있습니다.

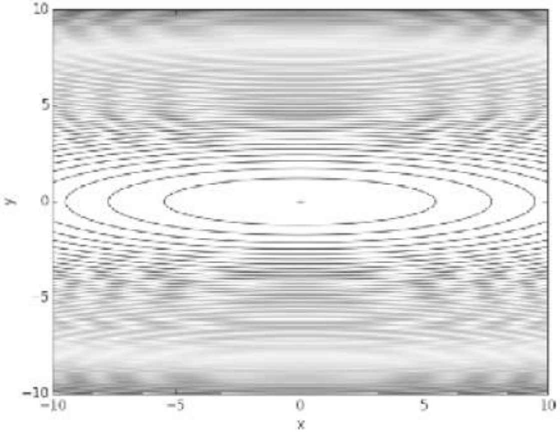
*대부분의 딥러닝 프레임워크는 이렇게 구성되어 있습니다

매개변수 갱신

- SGD의 단점

$$f(x,y) = \frac{1}{20}x^2 + y^2$$



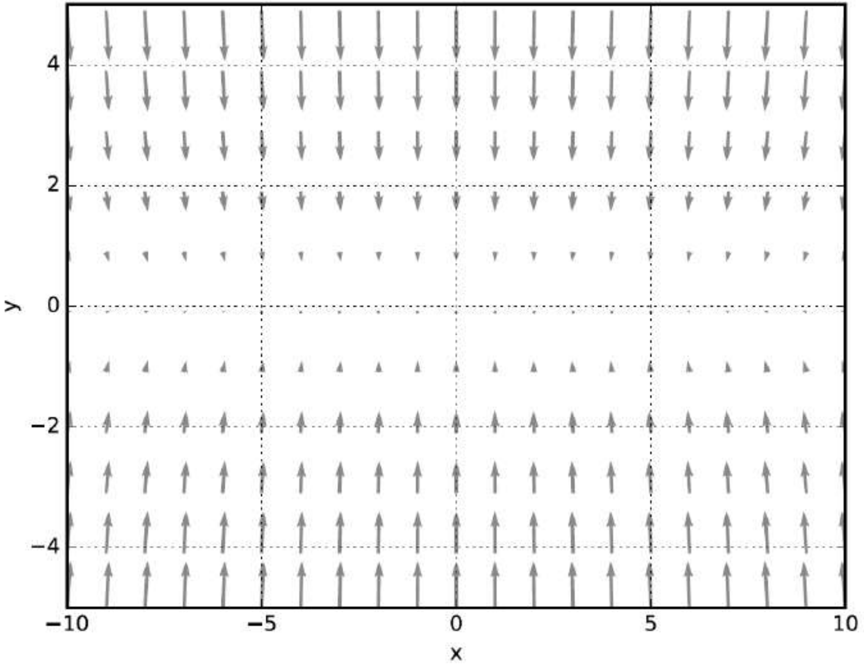


기울기를 그려보면

매개변수 갱신

- SGD의 단점

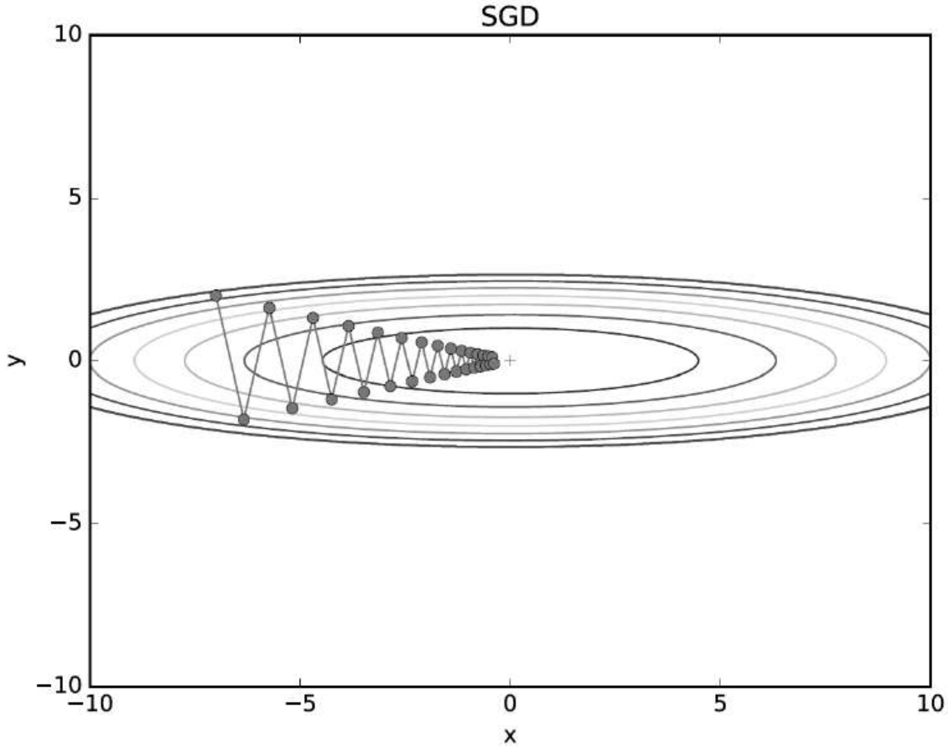
$$f(x,y) = \frac{1}{20}x^2 + y^2$$



- y축 방향은 크고 x축 방향은 작습니다
- 최소값은 (0,0)이지만 대부분 (0,0)을 가르키지 못합니다
- (x, y) = (−7, 2)에서 시작해서 SGD를 수행해 봅니다

매개변수 갱신

- SGD의 단점



- 탐색경로가 비효율적 입니다
- y축 기울기는 크고 x축 기울기는 매우 작고
- 제대로 최솟값을 가르키지 못하고 있어서 입니다

개선이 필요합니다

매개변수 갱신

- Optimizer 1 : 모멘텀 (Momentum)
  - ‘운동량’을 뜻하는 단어로 물리와 관계가 있습니다

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

기울기 방향으로 힘을 받아 물체가 가속된다는 물리 법칙을 나타냄

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

- **W** : 갱신 할 가중치
- $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}}$: 손실함수 기울기
- η : 학습율
- **v** : 물리에서의 속도(velocity)

매개변수 갱신

- 모멘텀 (Momentum)
  - '운동량'을 뜻하는 단어로 물리와 관계가 있습니다

물리에서의 지면 마찰이나 공기 저항에 해당합니다. 보통 0.9

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

기울기 방향으로 힘을 받아 물체가 가속된다는 물리 법칙을 나타냄

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

- **W** : 갱신 할 가중치
- $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$: 손실함수 기울기
- η : 학습율
- **v** : 물리에서의 속도(velocity)

매개변수 갱신

- 모멘텀 (Momentum)
  - 구현

```python
class Momentum:

    """모멘텀 SGD"""

    def __init__(self, lr=0.01, momentum=0.9):
        self.lr = lr
        self.momentum = momentum
        self.v = None

    def update(self, params, grads):
        if self.v is None:
            self.v = {}
            for key, val in params.items():
                self.v[key] = np.zeros_like(val)

        for key in params.keys():
            self.v[key] = self.momentum*self.v[key] - self.lr*grads[key]
            params[key] += self.v[key]
```

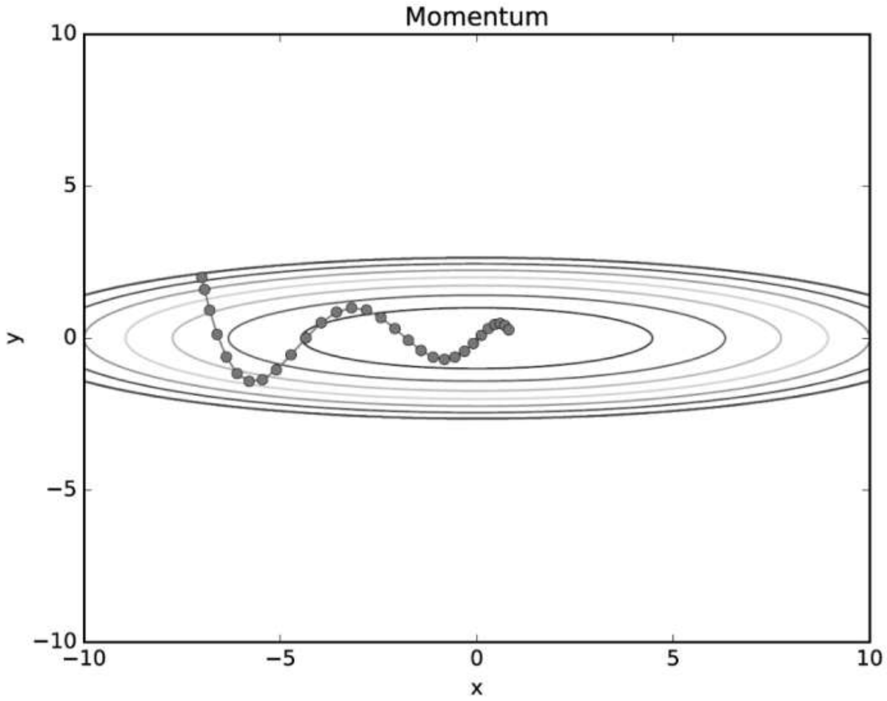
초기값 0

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

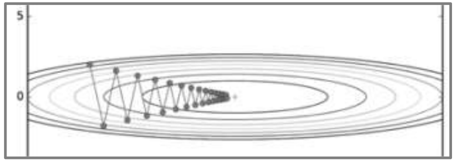
$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

매개변수 갱신

- 모멘텀 (Momentum)



- 공이 그릇 바닥으 구르듯 움직입니다
- 전체적으로 지그재그가 SGD에 비해 덜합니다



SGD

매개변수 갱신

- 모멘텀 (Momentum)
  - 갑자기 물리 얘기 나오고 공 굴러가고 대체 뭔 소리에요?

매개변수 갱신

- 모멘텀 (Momentum)
  - 갑자기 물리 얘기 나오고 공 굴러가고 대체 뭔 소리에요?
  - v의 변화를 살펴 봅시다
    - v_0는 0 부터 시작

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \boxed{\eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \boxed{\mathbf{v}}$$

관측

K_i로 변경 (그레디언트임)

업데이트 1) $v_1 \longleftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \longleftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \longleftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \longleftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

⋮

- 1) $W \leftarrow W + v_1$
- 2) $W \leftarrow W + v_2$
- 3) $W \leftarrow W + v_3$
- 4) $W \leftarrow W + v_4$

매개변수 갱신

- **모멘텀 (Momentum)**

$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \boxed{\eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}$

$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \boxed{\mathbf{v}}$

관측

K_i로 변경 (그레디언트임)

모두의연구소

업데이트 1) $v_1 \longleftarrow \alpha * 0 - K_o \; : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \longleftarrow \alpha v_1 - K_1 \; : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \longleftarrow \alpha v_2 - K_2 \; : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \longleftarrow \alpha v_3 - K_3 \; : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

$\vdots$

- 1) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_1$
- 2) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_2$
- 3) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_3$
- 4) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_4$

일반적인 경우처럼 α = 0.9로 하면 α^2= 0.81, α^3= 0.729

기존의 업데이트 값을 계속 반영하지만 점점 지수적으로 줄입니다

물리에서의 지면 마찰이나 공기 저항에 해당합니다. 보통 0.9

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

기울기 방향으로 힘을 받아 물체가 가속된다는 물리 법칙을 나타냄

매개변수 갱신

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \boxed{\eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \boxed{\mathbf{v}}$$

관측

K_i로 변경 (그레디언트임)

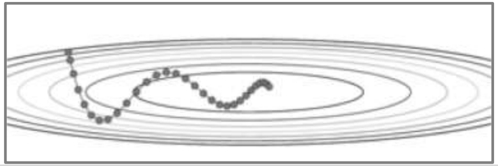
모두의연구소

- **모멘텀 (Momentum)**

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o \; : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 \; : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 \; : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 \; : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_1$
- 2) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_2$
- 3) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_3$
- 4) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_4$

- 지난 업데이트를 기억하고 이를 업데이트에 반영함과 동시에 과거의 값들의 영향력은 줄여 나갑니다
- 업데이트 부호가 바뀌면 그 영향력이 줄어 들게 됩니다



평균을 구해보자

N개의 sample에 대한
평균 c_N 을 구해보자.

$$c_N = \frac{1}{N}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_N)$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\boxed{\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \boxed{x_N}\right)$$

$$= \boxed{\frac{N-1}{N}}\underbrace{\boxed{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i}}_{c_{N-1}} + \frac{1}{N} x_N$$

$$= \alpha c_{N-1} + (1-\alpha) x_N \quad 0 < \alpha < 1$$

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N-1} x_i + x_N\right)$$

$$= \frac{N-1}{N}\boxed{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \frac{1}{N}x_N \qquad \boxed{c_{N-1}}$$

$$= \alpha \boxed{c_{N-1}} + (1-\alpha)x_N \qquad 0 < \alpha < 1$$

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N-1} x_i + x_N\right)$$

c_{N-1}

$$= \boxed{\frac{N-1}{N}}\,\boxed{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \frac{1}{N}x_N$$

$$= \boxed{\alpha}\,\boxed{c_{N-1}} + (1-\alpha)x_N \qquad 0 < \alpha < 1$$

$$\alpha = \frac{N-1}{N}$$

$$1 - \alpha = 1 - \frac{N-1}{N}$$

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N-1} x_i + x_N\right)$$

$$= \boxed{\frac{N-1}{N}}\ \boxed{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \boxed{\frac{1}{N}} x_N$$

c_{N-1}

$$= \boxed{\alpha}\boxed{c_{N-1}} + \boxed{(1-\alpha)} x_N \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\alpha = \frac{N-1}{N}$$

$$1 - \alpha = 1 - \frac{N-1}{N}$$

$$1 - \alpha = \frac{N}{N} - \frac{N-1}{N} = \frac{1}{N}$$

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N-1} x_i + x_N\right)$$

$$= \frac{N-1}{N}\overbrace{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i}^{c_{N-1}} + \frac{1}{N}x_N$$

$$= \alpha c_{N-1} + (1-\alpha)x_N \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\alpha = \frac{N-1}{N} = 1 - \frac{1}{N}$$

α 가 크다는 것은?

N이 ?

평균을 구하는 또 다른 방법

$$c_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$= \frac{1}{N}\left(\boxed{\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \boxed{x_N}\right)$$

c_{N-1}

$$= \boxed{\frac{N-1}{N}}\boxed{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1} x_i} + \frac{1}{N}x_N$$

$$= \alpha c_{N-1} + (1-\alpha)x_N \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\alpha = \frac{N-1}{N} = 1 - \frac{1}{N}$$

α 가 크다는 것은?

N이 ? 커야 겠군요

1. 더 많은 이동평균을 고려한 관점이라고 해석할 수 있을 것 같아요 평균의 관점에서
2. 이전의 평균값에 더 많은 가중치를 준 합이라고 볼 수 있네요 (수식 그대로 해석)

매개변수 갱신

- AdaGrad
  - AdaGrad는 '각각의' 매개변수에 맞게 '맞춤형' 으로 매개변수를 갱신합니다
    - 적응적(adaptive)으로 학습률을 조절하면서 학습을 진행

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

기존 기울기값을 제곱하여 계속 더함

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

- $\odot$: 행렬의 원소별 곱셈을 의미함

매개변수 갱신

- AdaGrad
  - AdaGrad는 '각각의' 매개변수에 맞게 '맞춤형'으로 매개변수를 갱신합니다

```python
class AdaGrad:

    """AdaGrad"""

    def __init__(self, lr=0.01):
        self.lr = lr
        self.h = None

    def update(self, params, grads):
        if self.h is None:
            self.h = {}
            for key, val in params.items():
                self.h[key] = np.zeros_like(val)

        for key in params.keys():
            self.h[key] += grads[key] * grads[key]
            params[key] -= self.lr * grads[key] / (np.sqrt(self.h[key]) + 1e-7)
```

매개변수 갱신

- Adagrad

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}} \rightarrow K_i\text{로 변경 (Gradient임)}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \boxed{\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}$$

업데이트를 관측 해봅시다

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{K_0^2}} K_o$

업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{K_1^2+K_0^2}} K_1$

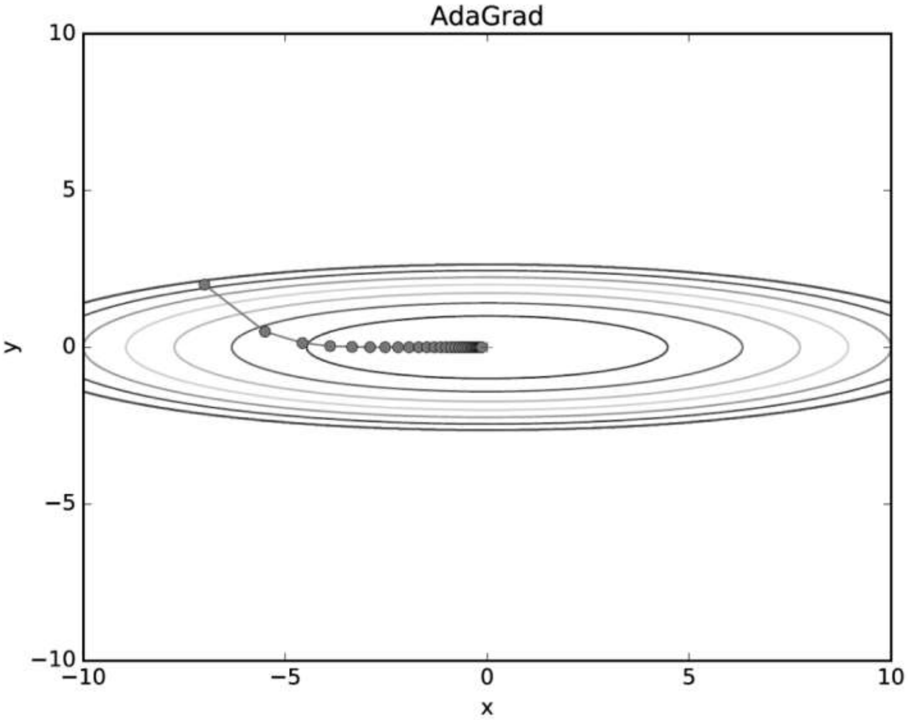
업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{K_3^2+K_1^2+K_0^2}} K_3$

업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}} K_4$

- 일변수가 아니라 실제로는 벡터로 작용해서 각 매개변수 마다 업데이트 되는 크기가 다름을 잊지 마세요
- 업데이트를 어느 정도 안정된 값으로 하는 정규화 속성이 존재합니다
- 시간이 지날 수록 업데이트 값이 계속 줄어들어 나중에는 업데이트가 발생하지 않게 됩니다
    - 해결책 -> RMSprop

매개변수 갱신

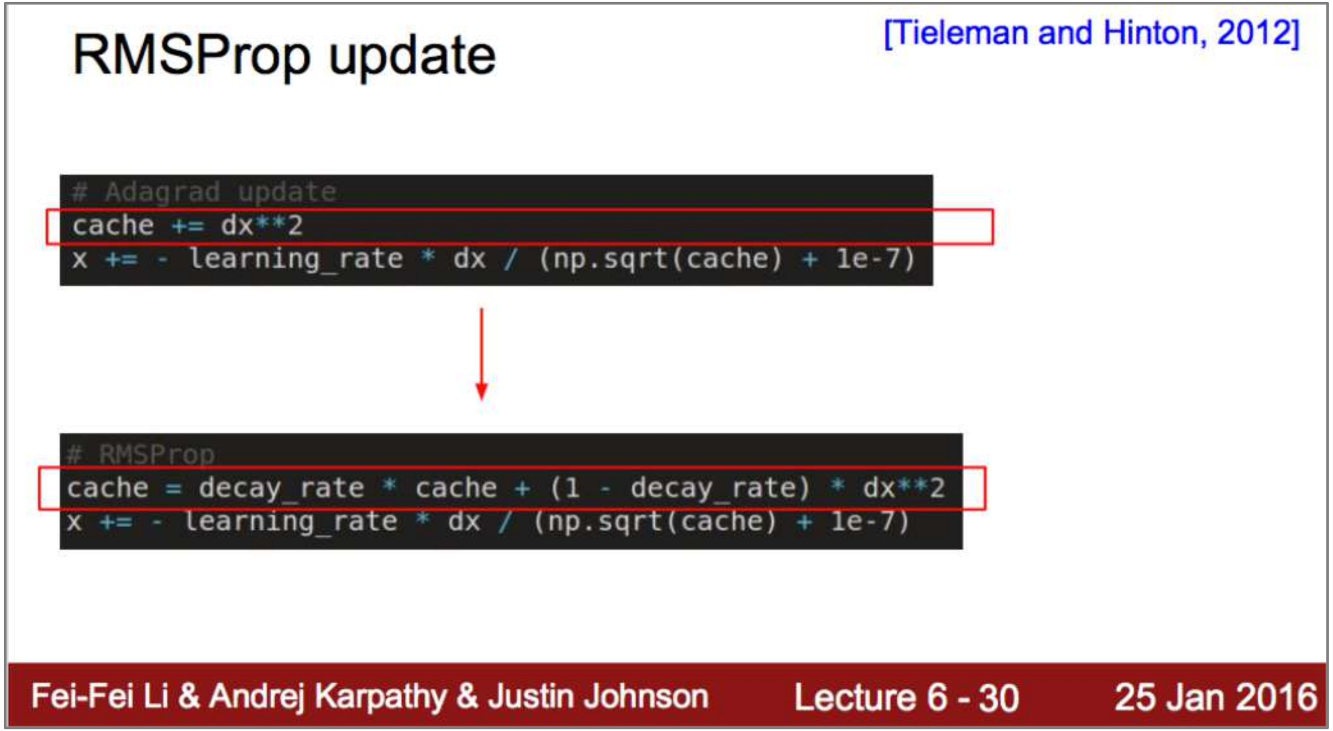
- Adagrad



- 지그재그가 줄어들고 어느 정도 안정적으로 최솟값을 향해 갑니다

매개변수 갱신

- RMSProp



매개변수 갱신

- RMSProp

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \longrightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-\alpha)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = \alpha\mathbf{h}_1 + (1-\alpha)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = \alpha\mathbf{h}_2 + (1-\alpha)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-\alpha)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- RMSProp

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \rightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a 가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = \alpha\mathbf{h}_1 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = \alpha\mathbf{h}_2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \longrightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$

업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = \alpha\mathbf{h}_1 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$

업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = \alpha\mathbf{h}_2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$

업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

기존 그레디언트 값들의 누적하면서 영향력을 지속적으로 줄임

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \rightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = \alpha\mathbf{h}_2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \longrightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = \alpha\mathbf{h}_2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \rightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a(a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2) + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \rightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = \alpha\mathbf{h}_3 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **RMSProp**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \longrightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$

업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$

업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$

업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a(a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2) + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- RMSProp

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \boxed{\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}}\right) \rightarrow \mathbf{K}_i\text{로 변경}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

a가 1보다 작다면(보통 0.9) : 모멘텀과 같이 기존값들을 반영하면서 그 영향력을 지수적으로 줄인다

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$

업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$

업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$

업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

모두의연구소

- Momentum

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_1$
- 2) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_2$
- 3) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_3$
- 4) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_4$

- Adagrad

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{K_0^2}}K_o$
업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{K_1^2+K_0^2}}K_1$
업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{K_3^2+K_1^2+K_0^2}}K_3$
업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}}K_4$

- RMSprop

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}\right)$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

모두의연구소

- Momentum

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_1$
- 2) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_2$
- 3) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_3$
- 4) $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + v_4$

- Adagrad

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_0^2}}}K_o$
업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_1^2+K_0^2}}}K_1$
업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_3$
업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_4$

- RMSprop

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}})$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

모두의연구소

- Momentum

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $W \leftarrow W + v_1$
- 2) $W \leftarrow W + v_2$
- 3) $W \leftarrow W + v_3$
- 4) $W \leftarrow W + v_4$

- Adagrad

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_0^2}}}K_o$
업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_1^2+K_0^2}}}K_1$
업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_3$
업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_4$

Gradient Normalization 스러운 방법

- RMSprop

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}\right)$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- **Momentum**

Gradient 이동누적 스러운 방법

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha\mathbf{v} - \eta\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $W \leftarrow W + v_1$
- 2) $W \leftarrow W + v_2$
- 3) $W \leftarrow W + v_3$
- 4) $W \leftarrow W + v_4$

- **Adagrad**

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_0^2}}}K_o$

업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_1^2+K_0^2}}}K_1$

업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_3$

업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}}}K_4$

Gradient Normalization 스러운 방법

- **RMSprop**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha\mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}\right)$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta\frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

모두의연구소

- **Momentum**

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \mathbf{v}$$

업데이트 1) $v_1 \leftarrow \alpha * 0 - K_o : -K_o$
업데이트 2) $v_2 \leftarrow \alpha v_1 - K_1 : -\alpha K_o - K_1$
업데이트 3) $v_3 \leftarrow \alpha v_2 - K_2 : -\alpha^2 K_o - \alpha K_1 - K_2$
업데이트 4) $v_4 \leftarrow \alpha v_3 - K_3 : -\alpha^3 K_o - \alpha^2 K_1 - \alpha K_2 - K_3$

- 1) $W \leftarrow W + v_1$
- 2) $W \leftarrow W + v_2$
- 3) $W \leftarrow W + v_3$
- 4) $W \leftarrow W + v_4$

- **Adagrad**

$$\mathbf{h} \leftarrow \mathbf{h} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_0^2}}} K_o$

업데이트 2) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_1^2+K_0^2}}} K_1$

업데이트 3) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_3^2+K_1^2+K_0^2}}} K_3$

업데이트 4) $\frac{1}{\sqrt{\boxed{K_4^2+K_3^2+K_1^2+K_0^2}}} K_4$

두 방법의 같이쓰자
Adam

- **RMSprop**

$$\mathbf{h} \leftarrow \alpha \mathbf{h} + (1-\alpha)\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} \odot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}\right)$$

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} - \eta \frac{1}{\sqrt{\mathbf{h}}} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}}$$

업데이트 1) $\mathbf{h}_1 = (1-a)\mathbf{K}_1^2$
업데이트 2) $\mathbf{h}_2 = a(1-a)\mathbf{K}_1^2 + (1-a)\mathbf{K}_2^2$
업데이트 3) $\mathbf{h}_3 = a^2(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a(1-a)\mathbf{K}_2^2 + (1-a)\mathbf{K}_3^2$
업데이트 4) $\mathbf{h}_4 = a^3(1-a)\mathbf{K}_1^2 + a^2(1-a)\mathbf{K}_2^2 + a(1-a)\mathbf{K}_3^2 + (1-a)\mathbf{K}_4^2$

매개변수 갱신

- Adam
  - RMSProp + 모멘텀

```python
class Adam:

    """Adam (http://arxiv.org/abs/1412.6980v8)"""

    def __init__(self, lr=0.001, beta1=0.9, beta2=0.999):
        self.lr = lr
        self.beta1 = beta1
        self.beta2 = beta2
        self.iter = 0
        self.m = None
        self.v = None

    def update(self, params, grads):
        if self.m is None:
            self.m, self.v = {}, {}
            for key, val in params.items():
                self.m[key] = np.zeros_like(val)
                self.v[key] = np.zeros_like(val)

        self.iter += 1
        lr_t  = self.lr * np.sqrt(1.0 - self.beta2**self.iter) / (1.0 - self.beta1**self.iter)

        for key in params.keys():
            #self.m[key] = self.beta1*self.m[key] + (1-self.beta1)*grads[key]
            #self.v[key] = self.beta2*self.v[key] + (1-self.beta2)*(grads[key]**2)
            self.m[key] += (1 - self.beta1) * (grads[key] - self.m[key])
            self.v[key] += (1 - self.beta2) * (grads[key]**2 - self.v[key])
```

매개변수 갱신

- Adam
  - RMSProp + 모멘텀

Adam update

[Kingma and Ba, 2014]

(incomplete, but close)

```
# Adam
m = beta1*m + (1-beta1)*dx # update first moment
v = beta2*v + (1-beta2)*(dx**2) # update second moment
x += - learning_rate * m / (np.sqrt(v) + 1e-7)
```

momentum

RMSProp-like

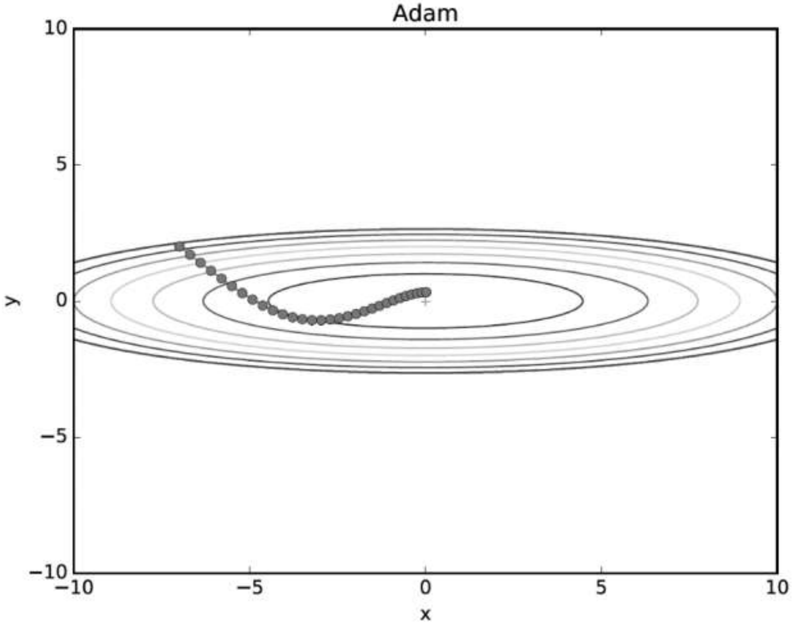
Looks a bit like RMSProp with momentum

```
# RMSProp
cache = decay_rate * cache + (1 - decay_rate) * dx**2
x += - learning_rate * dx / (np.sqrt(cache) + 1e-7)
```

Fei-Fei Li & Andrej Karpathy & Justin Johnson Lecture 6 - 36 25 Jan 2016

매개변수 갱신

- Adam
  - RMSProp + 모멘텀

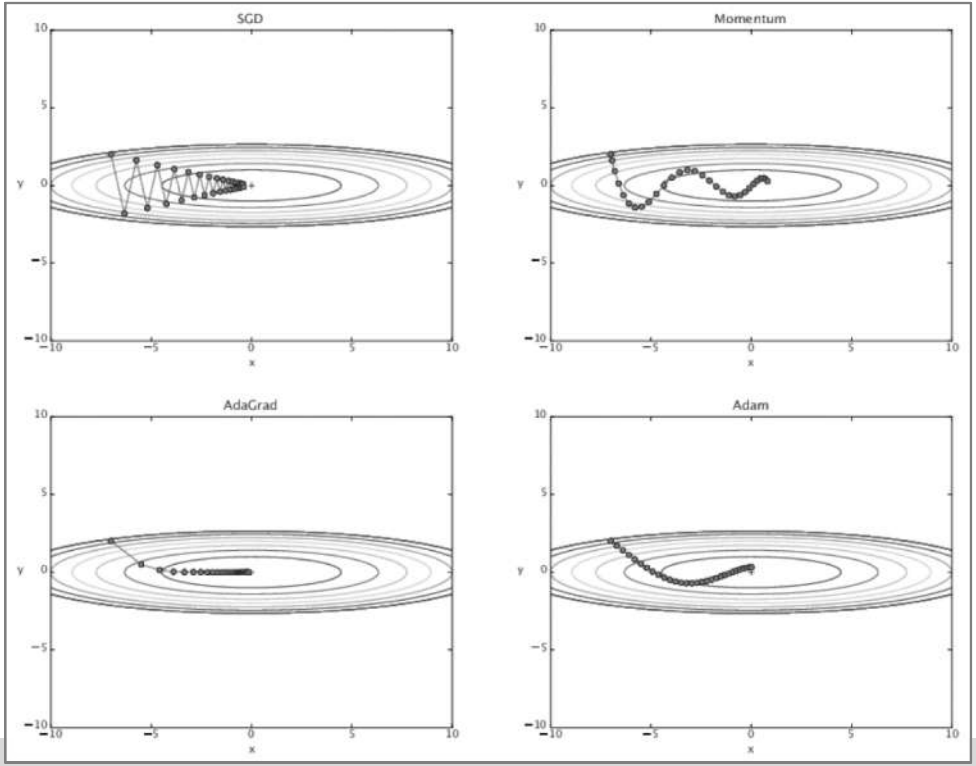


- 모멘텀처럼 그릇 바닥을 구르듯 움직임
- 모멘텀 보다 좌우 흔들림이 적음

매개변수 갱신

모두의연구소

- 최적화 기법 비교

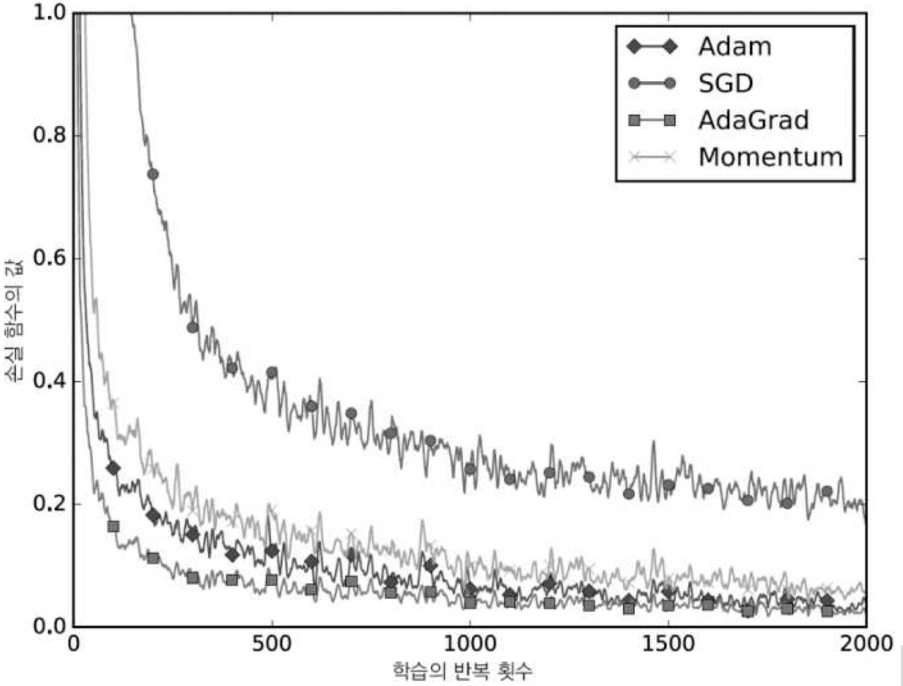


모든 문제에서 항상 뛰어난 기법은 아직 없습니다. 각자의 장단이 있습니다.

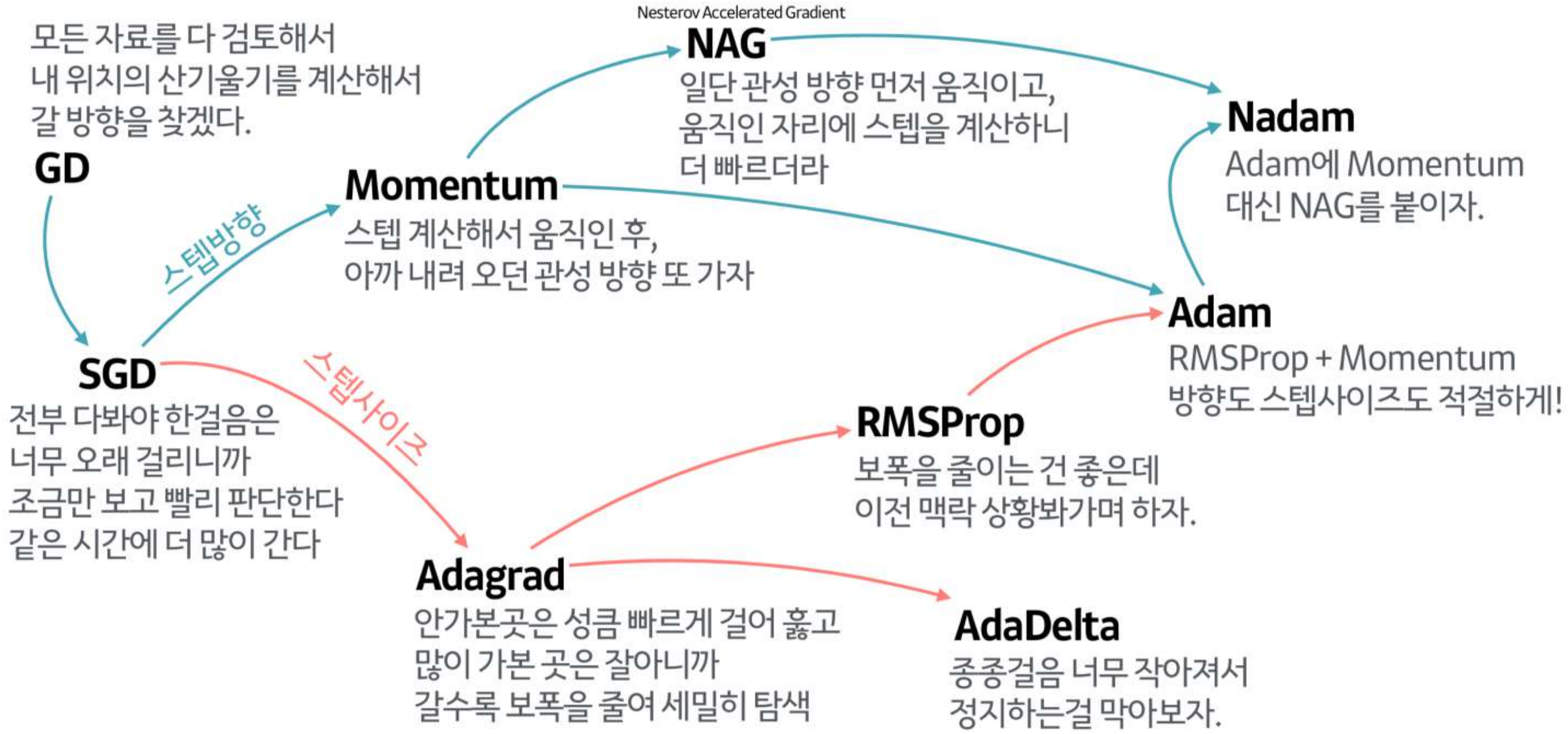
요즘 Adam을 많이 사용하는 편입니다.

매개변수 갱신

- 최적화 기법 비교 (mnist에서 비교)



산 내려오는 작은 오솔길 잘찾기(Optimizer)의 발달 계보



참고 : "자습해도 모르겠던 딥러닝, 머리속에 인스톨 시켜드립니다", 하용호

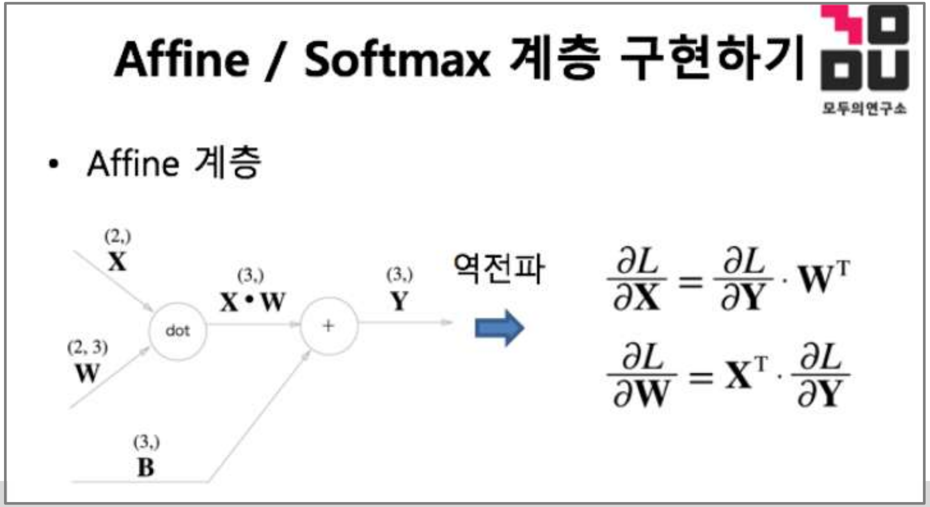
가중치의 초깃값

- 가중치 값을 작게하면 – 오버피팅이 덜 발생한다
- 가중치 값을 0으로 하면 ?

가중치의 초깃값

- 가중치 값을 작게하면 – 오버피팅이 덜 발생한다

- 가중치 값을 0으로 하면 ?
  - 학습이 발생하지 않습니다
  - 초깃값을 무작위로 설정해야 합니다



가중치의 초깃값

- 은닉층의 활성화 값 분포
  - 초깃값의 변화에 따라 은닉층의 활성화 값 분포가 어떻게 변하는지 확인해 보고자 합니다
  - 실험내용
    - 5개의 층, 각 층의 뉴런은 100개
    - 입력 데이터로 1000개의 데이터를 무작위로 생성
    - 활성화 함수로 시그모이드
    - 각 층의 활성화 함수 값을 activations변수에 저장

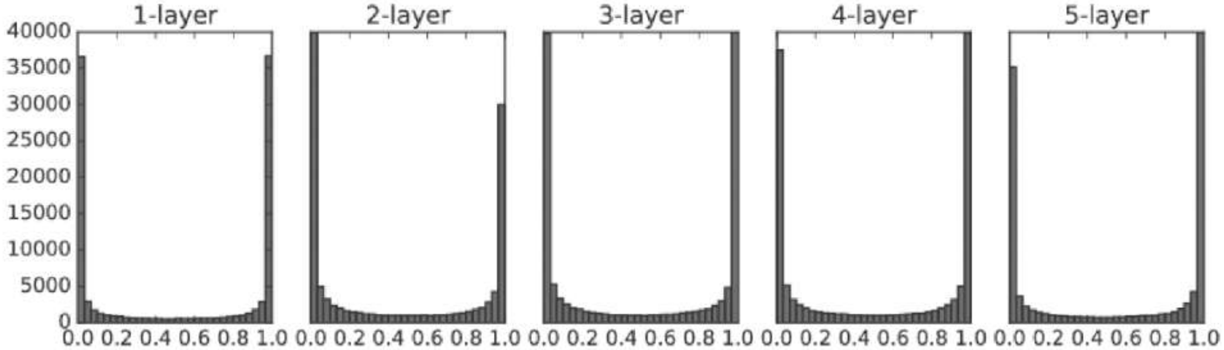
가중치의 초깃값

- 은닉층의 활성화 값 분포
    - 표준편차를 다르게 하여 실험

```python
for i in range(hidden_layer_size):
    if i != 0:
        x = activations[i-1]

    # 초깃값을 다양하게 바꿔가며 실험해보자!
    w = np.random.randn(node_num, node_num) * 1
    # w = np.random.randn(node_num, node_num) * 0.01
    # w = np.random.randn(node_num, node_num) * np.sqrt(1.0 / node_num
    # w = np.random.randn(node_num, node_num) * np.sqrt(2.0 / node_num


    a = np.dot(x, w)


    # 활성화 함수도 바꿔가며 실험해보자!
    z = sigmoid(a)
    # z = ReLU(a)
    # z = tanh(a)

    activations[i] = z

# 히스토그램 그리기
for i, a in activations.items():
    plt.subplot(1, len(activations), i+1)
    plt.title(str(i+1) + "-layer")
    if i != 0: plt.yticks([], [])
    # plt.xlim(0.1, 1)
    # plt.ylim(0, 7000)
    plt.hist(a.flatten(), 30, range=(0,1))
plt.show()
```

가중치의 초깃값

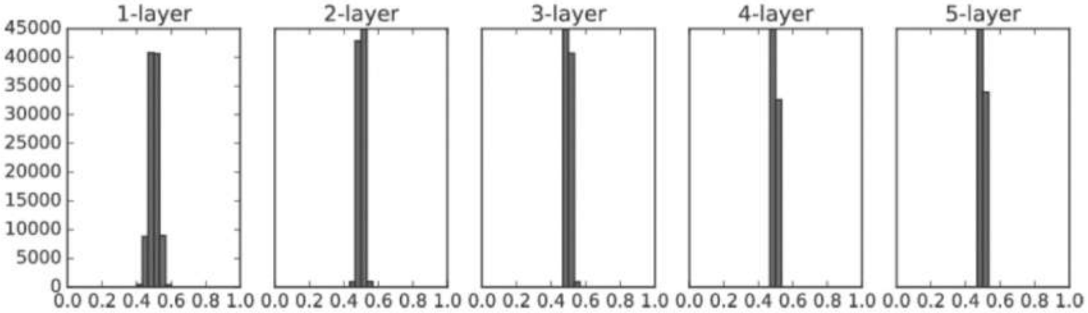
- 은닉층의 활성화 값 분포
  - 가중치를 표준편차가 1인 정규분포로 초기화 할때 의 각 층의 활성화값 분포



- 값이 0과 1에 치우쳐 분포되어 있습니다
- 이 경우 시그모이드의 미분은 0에 가까워집니다
- 역전파 시 점점 그 값이 사라 집니다 (**gradient vanishing)**
- 층을 깊게 하면 더 심각해 질 것임

가중치의 초깃값

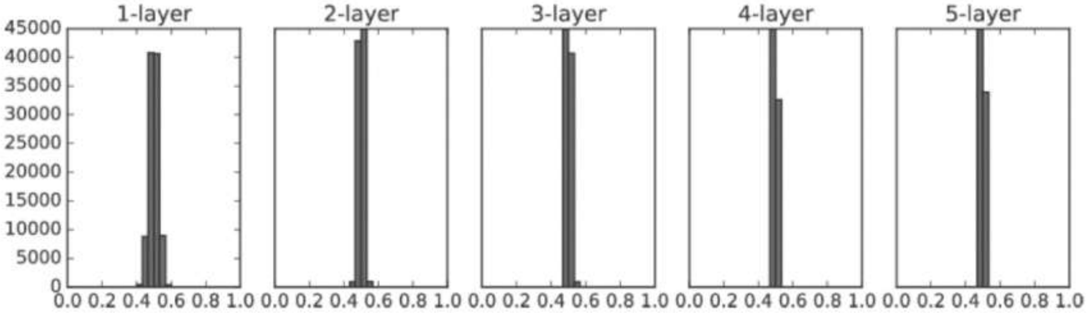
- 은닉층의 활성화 값 분포
  - 가중치를 표준편차가 0.01인 정규분포로 초기화 할 때의 각 층의 활성화값 분포



  - 0.5 부근에 집중 됨. 기울기 소실이 발생하지 않음
  - 활성화 값이 치우쳐 있다는 것은 표현력 관점에서 문제가 있는 것
    - 다수의 뉴런이 거의 같은 값을 출력하니 뉴런을 여러 개 둔 의미가 없어짐. 100개가 거의 같은 값을 출력하니 1개짜리와 별반 다를바 없음
    - **활성화 값이 치우치면 표현력이 제한되어 있는 것임**

가중치의 초깃값

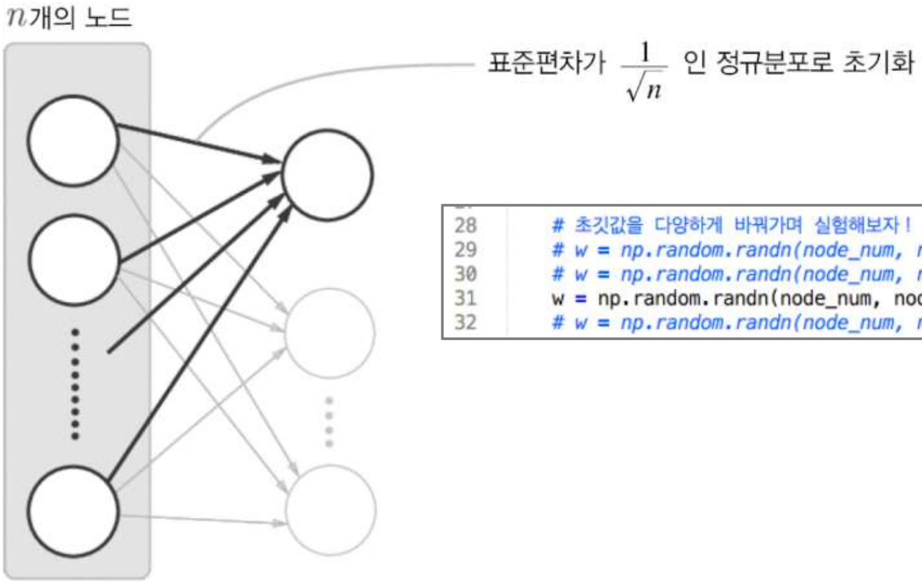
- 은닉층의 활성화 값 분포
  - 가중치를 표준편차가 0.01인 정규분포로 초기화 할 때의 각 층의 활성화값 분포



- **WARNING.** 각 층의 활성화 값은 적당히 고루 분포되어야 합니다. 층과 층 사이에 적당하게 다양한 데이터가 흐르게 해야 신경망 학습이 효율적으로 이뤄지기 때문입니다. 반대로 치우친 데이터가 흐르면 기울기 소실이나 표현력 제한 문제에 빠져 학습이 잘 이뤄지지 않는 경우가 생깁니다.

가중치의 초깃값

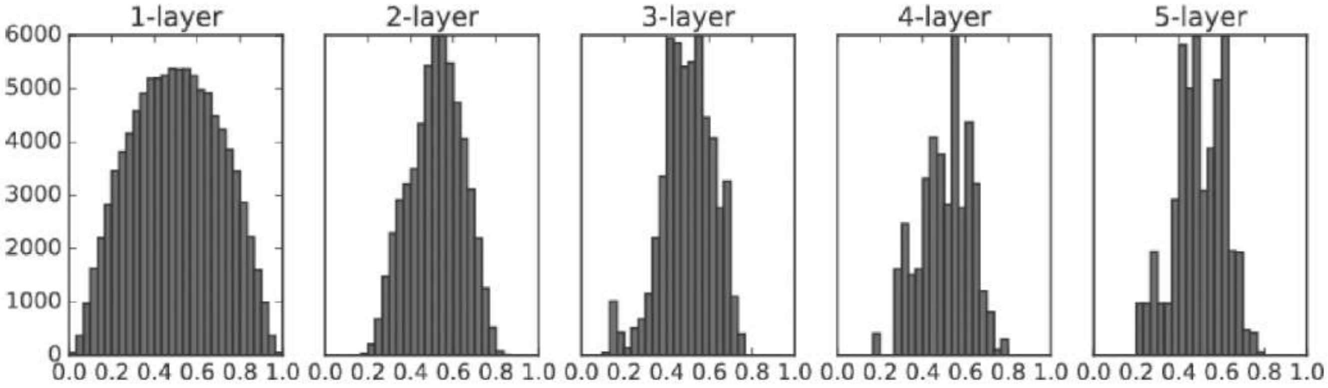
- 은닉층의 활성화 값 분포
  - Xavier 초깃값
    - 초깃값의 표준편차가 $\frac{1}{\sqrt{n}}$인 분포를 사용




```
# 초깃값을 다양하게 바꿔가며 실험해보자!
# w = np.random.randn(node_num, node_num) * 1
# w = np.random.randn(node_num, node_num) * 0.01
w = np.random.randn(node_num, node_num) * np.sqrt(1.0 / node_num)
# w = np.random.randn(node_num, node_num) * np.sqrt(2.0 / node_num)
```

가중치의 초깃값

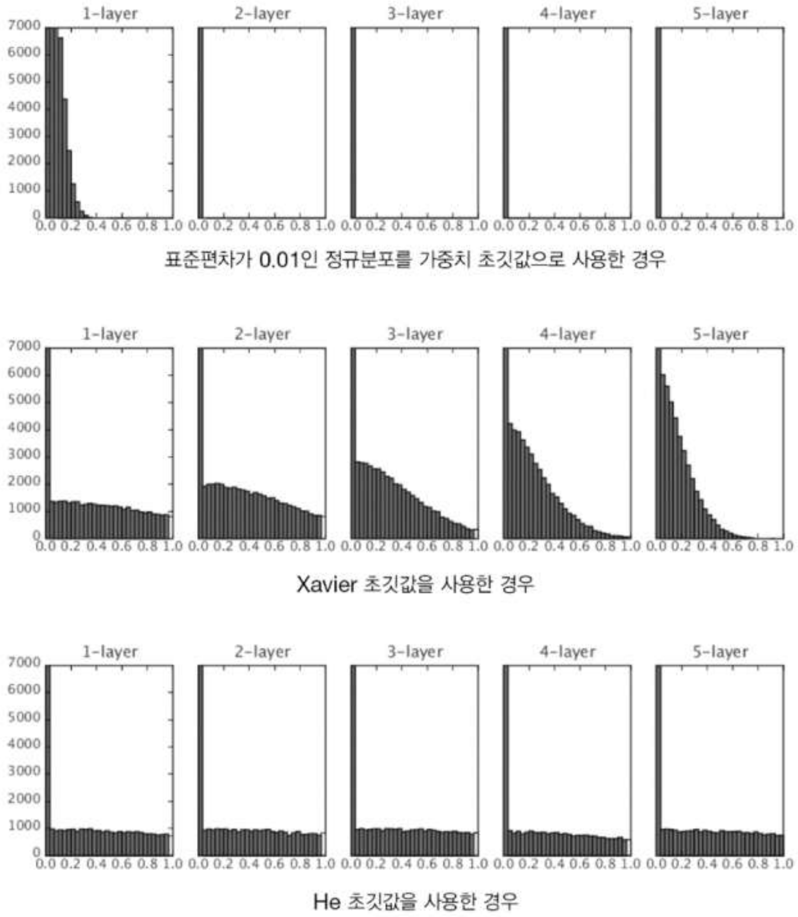
- 은닉층의 활성화 값 분포
  - Xavier 초깃값
    - 초깃값의 표준편차가 $\frac{1}{\sqrt{n}}$인 분포를 사용



가중치의 초깃값

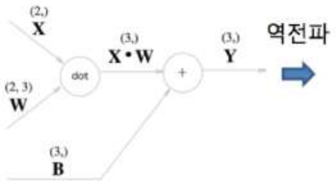
- **시그모이드 대신 ReLU를 사용한다면**

  - **He 초깃값 (Kaming He) : 표준편차가 $\frac{2}{\sqrt{n}}$인 분포 사용**



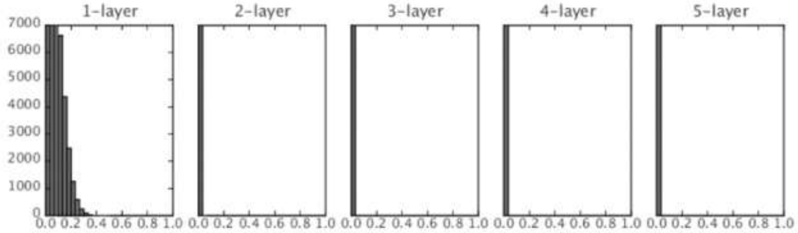
가중치의 초깃값 (ReLU)

- 신경망에 작은 데이터가 흐른다는 것 -> 역전파 시 가중치의 기울기 역시 작아짐을 의미



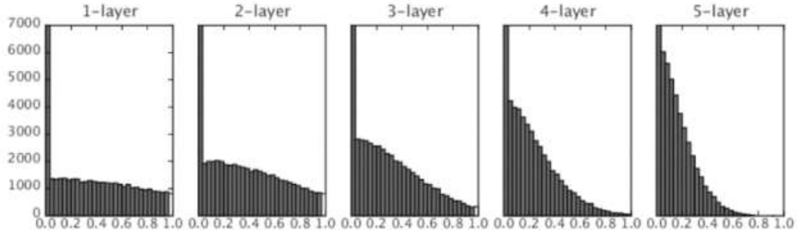
$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}} \cdot \mathbf{W}^{\mathrm{T}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}}$$



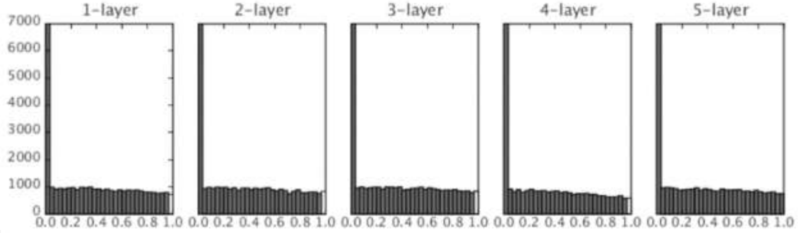
표준편차가 0.01인 정규분포를 가중치 초깃값으로 사용한 경우

- 깊어질 수록 0에 쏠림 증가



Xavier 초깃값을 사용한 경우

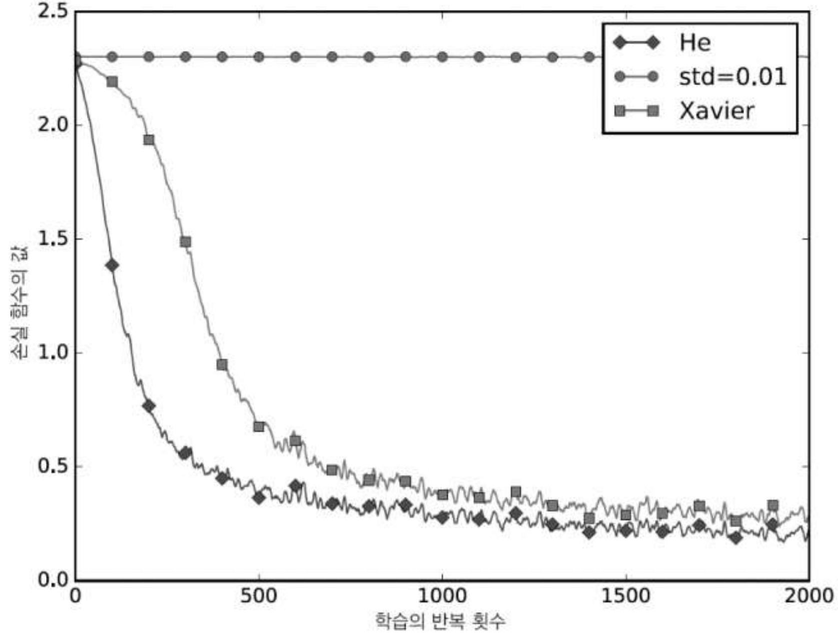
- 쓸만함



He 초깃값을 사용한 경우

가중치의 초깃값

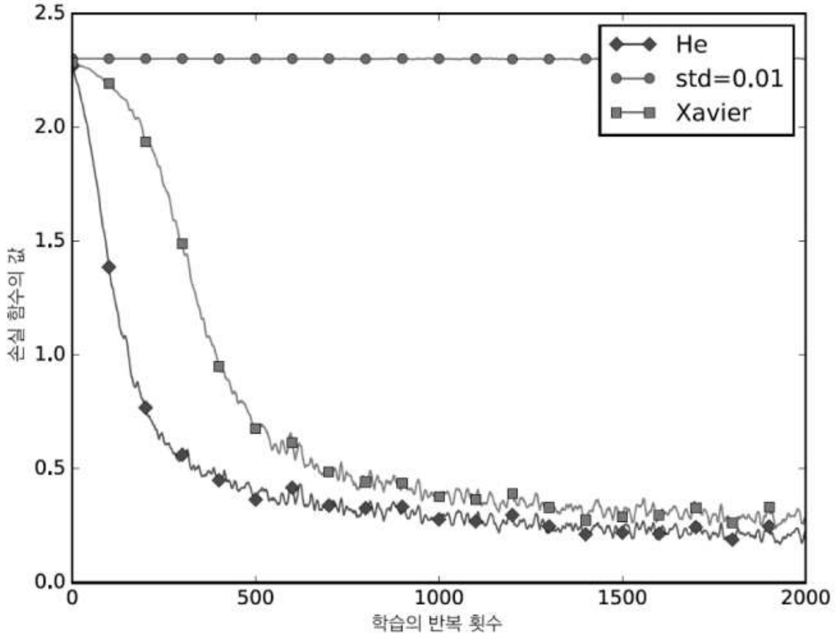
- MNIST 데이터셋으로 본 가중치 초깃값 비교
  - 5개층, 각 뉴런 100, 활성화 함수 ReLU



모두의연구소

가중치의 초깃값

- MNIST 데이터셋으로 본 가중치 초깃값 비교
  - 5개층, 각 뉴런 100, 활성화 함수 ReLU



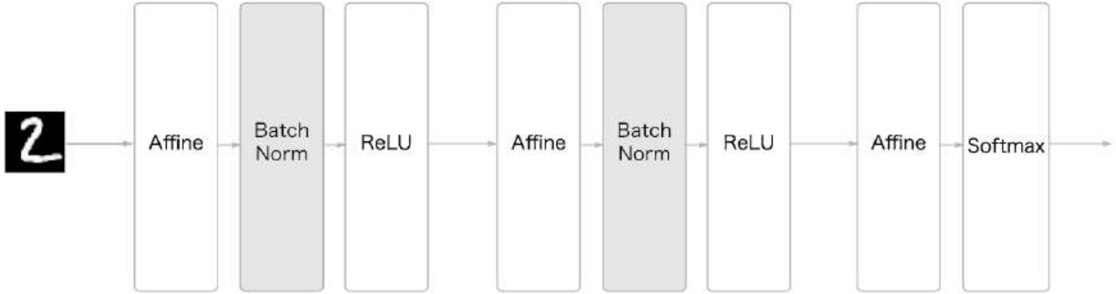
초깃값이 매우 중요하군요.
그렇지만 불편하네요~

배치 정규화

배치 정규화 (Batch Normalization)

- 2015년 등장
- 주목 받는 이유
  - 학습을 빨리 진행할 수 있다 (학습 속도 개선)
  - 초깃값에 크게 의존하지 않는다 (아픈 초깃값 선택 장애여 안녕)
  - 오버피팅을 억제한다 (드롭 아웃 등의 필요성 감소)

- 배치 정규화의 역할 : 각 층에서의 활성화값이 적당히 분포되도록 조정 (배치 정규화 계층을 삽입함)



배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

- 학습 시 미니배치를 단위로 데이터 분포가 평균이 0, 분산이 1이되도록 정규화 수행

1) 배치 단위 정규화

미니배치 평균 $\mu_B \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i$

미니배치 분산 $\sigma_B^2 \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (x_i - \mu_B)^2$

평균0, 분산1로 정규화 $\hat{x}_i \leftarrow \frac{x_i - \mu_B}{\sqrt{\sigma_B^2 + \varepsilon}}$

학습 시 미니배치의 평균과 분산은 계속 저장되어 전체 데이터에 대한 평균과 분산으로 수렴하고 이는 테스트 시 사용됩니다

배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

- 학습 시 미니배치를 단위로 데이터 분포가 평균이 0, 분산이 1이되도록 정규화 수행

2) 고유한 확대(scale) 이동(shift) 변환

확대

$$y_i \leftarrow \gamma\hat{x}_i + \beta$$

이동

- 초기 값 $\gamma = 1,\ \beta = 0$
- 초기 값 $\gamma,\ \beta$는 학습되는 파라미터 입니다

배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

"you want unit gaussian activations? just make them so."

consider a batch of activations at some layer.
To make each dimension unit gaussian, apply:

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - \mathrm{E}[x^{(k)}]}{\sqrt{\mathrm{Var}[x^{(k)}]}}$$

this is a vanilla
differentiable function...

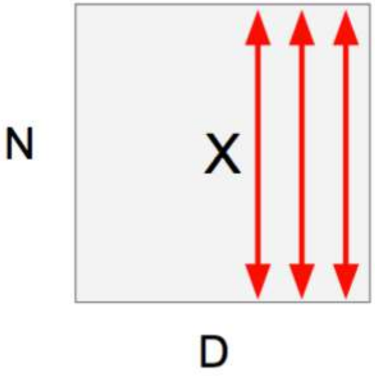
배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

"you want unit gaussian activations?
just make them so."



1. compute the empirical mean and variance independently for each dimension.

2. Normalize

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - \mathrm{E}[x^{(k)}]}{\sqrt{\mathrm{Var}[x^{(k)}]}}$$

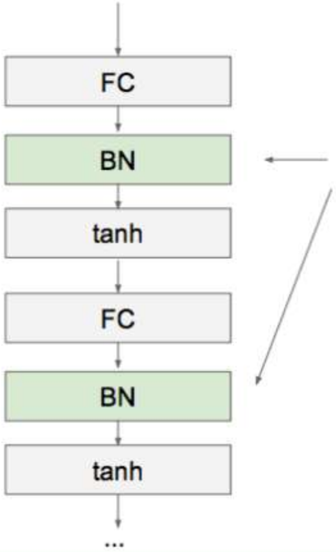
Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 55   April 20, 2017

배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

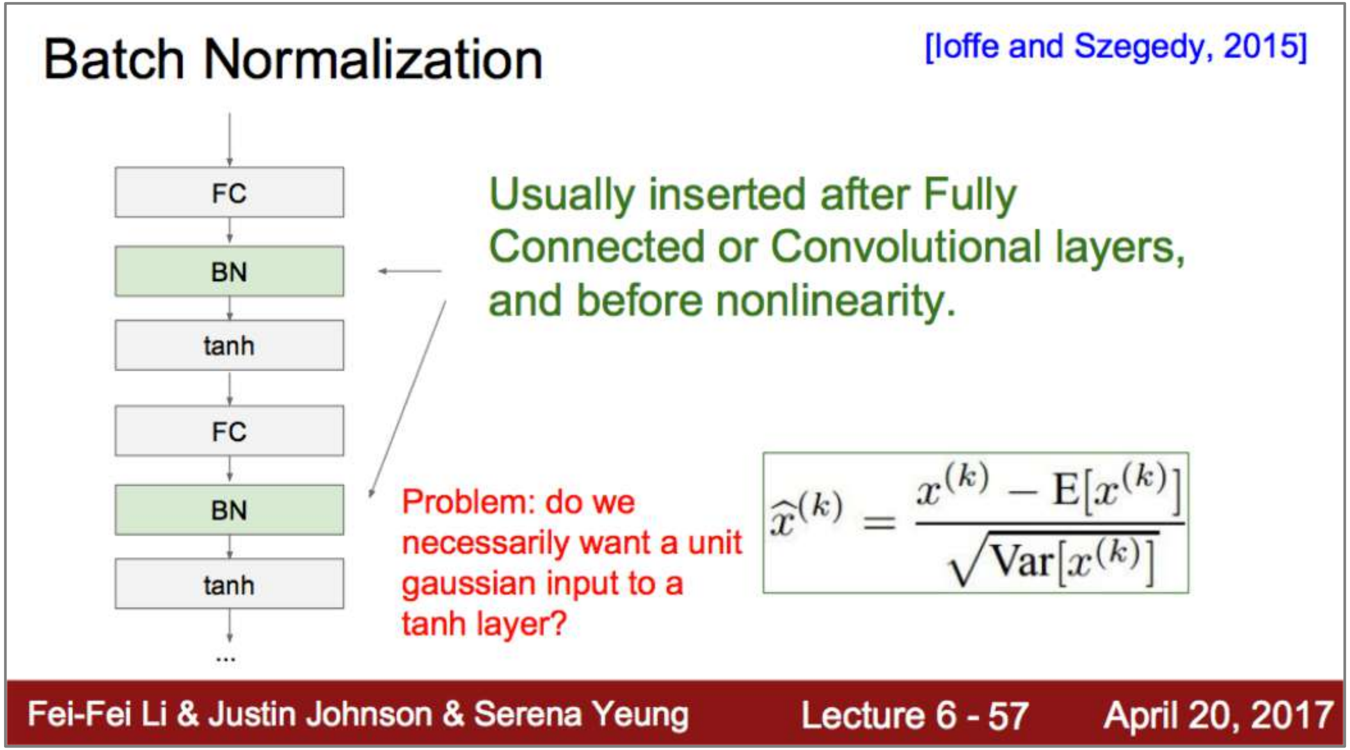


Usually inserted after Fully Connected or Convolutional layers, and before nonlinearity.

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - \mathrm{E}[x^{(k)}]}{\sqrt{\mathrm{Var}[x^{(k)}]}}$$

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 56 April 20, 2017

배치 정규화 (Batch Normalization)



배치 정규화 (Batch Normalization)

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

Normalize:

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - \mathrm{E}[x^{(k)}]}{\sqrt{\mathrm{Var}[x^{(k)}]}}$$

And then allow the network to squash the range if it wants to:

$$y^{(k)} = \gamma^{(k)} \widehat{x}^{(k)} + \beta^{(k)}$$

Note, the network can learn:

$$\gamma^{(k)} = \sqrt{\mathrm{Var}[x^{(k)}]}$$

$$\beta^{(k)} = \mathrm{E}[x^{(k)}]$$

to recover the identity mapping.

배치 정규화 (Batch Normalization)

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

Input: Values of x over a mini-batch: $\mathcal{B} = \{x_{1...m}\}$;
Parameters to be learned: γ, β

Output: $\{y_i = \mathrm{BN}_{\gamma,\beta}(x_i)\}$

$$\mu_\mathcal{B} \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \qquad \text{// mini-batch mean}$$

$$\sigma_\mathcal{B}^2 \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \mu_\mathcal{B})^2 \qquad \text{// mini-batch variance}$$

$$\widehat{x}_i \leftarrow \frac{x_i - \mu_\mathcal{B}}{\sqrt{\sigma_\mathcal{B}^2 + \epsilon}} \qquad \text{// normalize}$$

$$y_i \leftarrow \gamma\widehat{x}_i + \beta \equiv \mathrm{BN}_{\gamma,\beta}(x_i) \qquad \text{// scale and shift}$$

- Improves gradient flow through the network
- Allows higher learning rates
- Reduces the strong dependence on initialization
- Acts as a form of regularization in a funny way, and slightly reduces the need for dropout, maybe

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung — Lecture 6 - 59 — April 20, 2017

배치 정규화 (Batch Normalization)

모두의연구소

Batch Normalization

[Ioffe and Szegedy, 2015]

Input: Values of x over a mini-batch: $\mathcal{B} = \{x_{1\dots m}\}$;
Parameters to be learned: γ, β

Output: $\{y_i = \mathrm{BN}_{\gamma,\beta}(x_i)\}$

$$\mu_{\mathcal{B}} \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \qquad \text{// mini-batch mean}$$

$$\sigma_{\mathcal{B}}^2 \leftarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (x_i - \mu_{\mathcal{B}})^2 \qquad \text{// mini-batch variance}$$

$$\widehat{x}_i \leftarrow \frac{x_i - \mu_{\mathcal{B}}}{\sqrt{\sigma_{\mathcal{B}}^2 + \epsilon}} \qquad \text{// normalize}$$

$$y_i \leftarrow \gamma \widehat{x}_i + \beta \equiv \mathrm{BN}_{\gamma,\beta}(x_i) \qquad \text{// scale and shift}$$

Note: at test time BatchNorm layer functions differently:

The mean/std are not computed based on the batch. Instead, a single fixed empirical mean of activations during training is used.

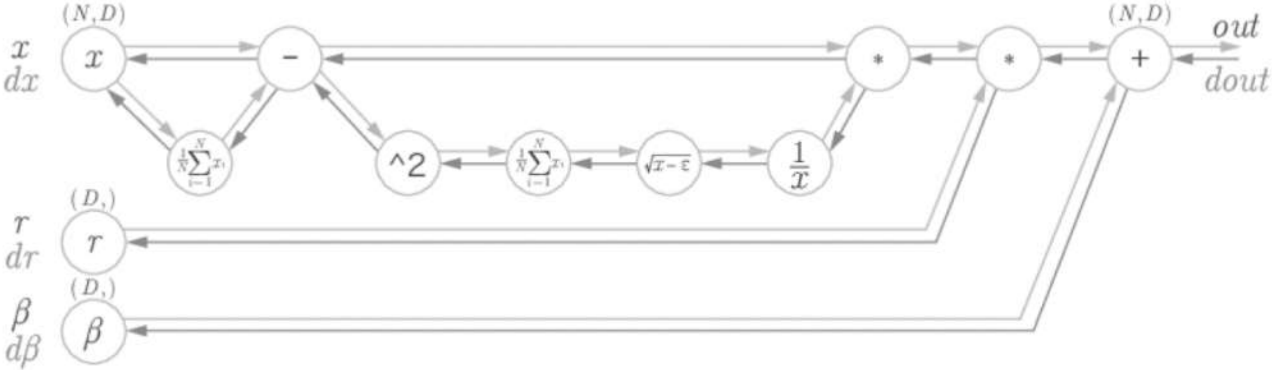
(e.g. can be estimated during training with running averages)

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 60 April 20, 2017

배치 정규화 (Batch Normalization)

- 학습 시 미니배치를 단위로 데이터 분포가 평균이 0, 분산이 1이되도록 정규화 수행

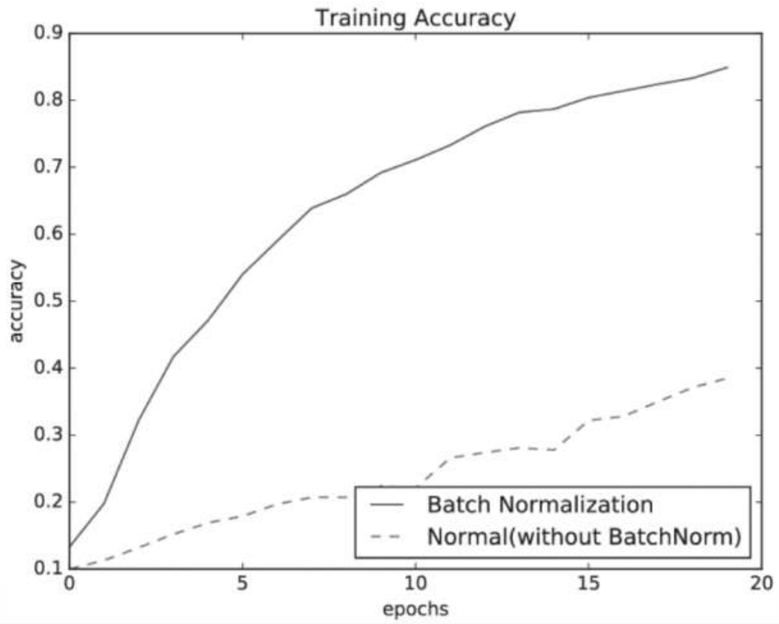
배치 정규화 계산 그래프



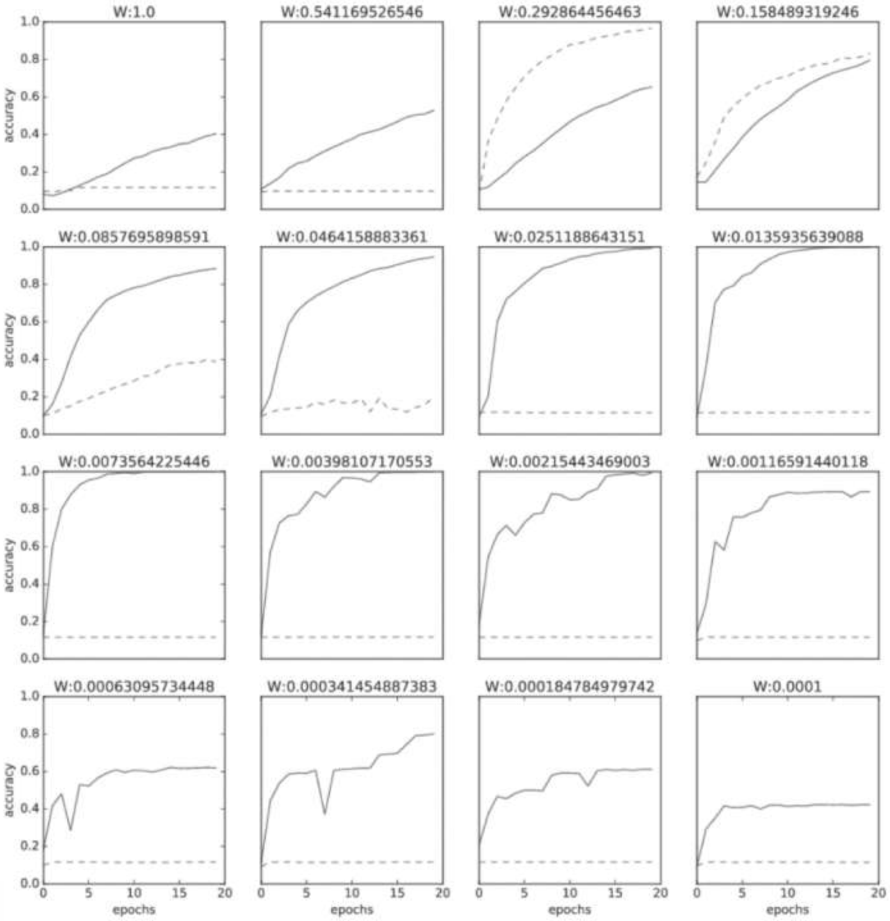
배치 정규화 (Batch Normalization)

- 학습 시 미니배치를 단위로 데이터 분포가 평균이 0, 분산이 1이되도록 정규화 수행

배치 정규화 효과 : 배치 정규화가 학습 속도를 높인다



배치 정규화 (Batch Normalization)



- 실선 : Batch norm
- 점선 : 사용 안함

바른 학습을 위해

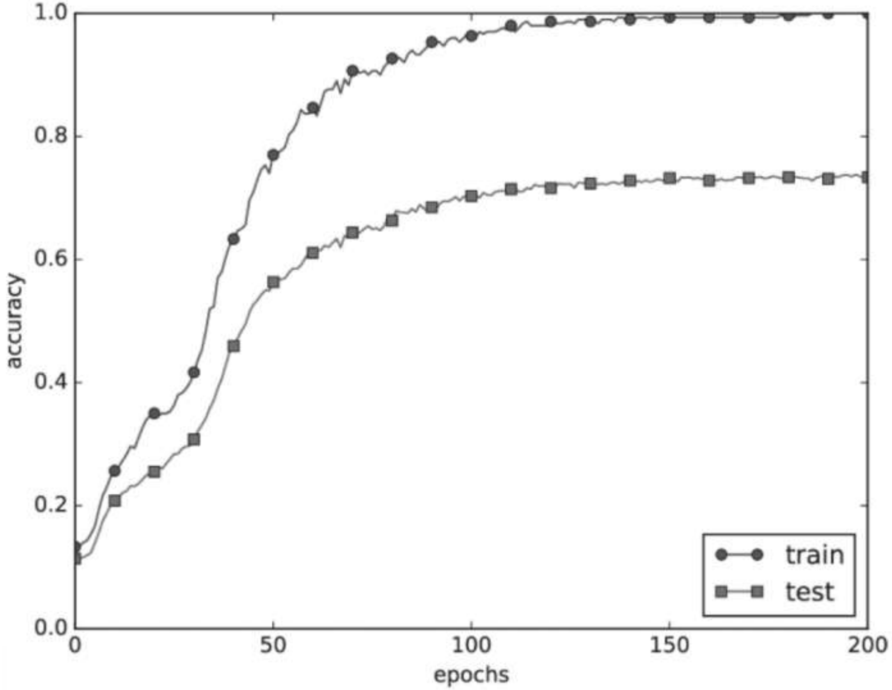
- 오버피팅 (Over fitting) : 훈련데이터에만 지나치게 적응되어 그 외의 데이터에는 제대로 대응 못함
- 주로 언제 발생하나요?

바른 학습을 위해

- 오버피팅 (Over fitting) : 훈련데이터에만 지나치게 적응되어 그 외의 데이터에는 제대로 대응 못함
- 주로 언제 발생하나요?
  - 매개변수가 많고 표현력이 높은 모델
  - 훈련 데이터가 적음
- 일부러 오버피팅을 발생 시키는 실험을 해봅니다
  - 데이터 : mnist데이터에서 300개만 사용
  - 각 층의 뉴런이 100개인 7층 네트워크 구성
  - ReLU적용

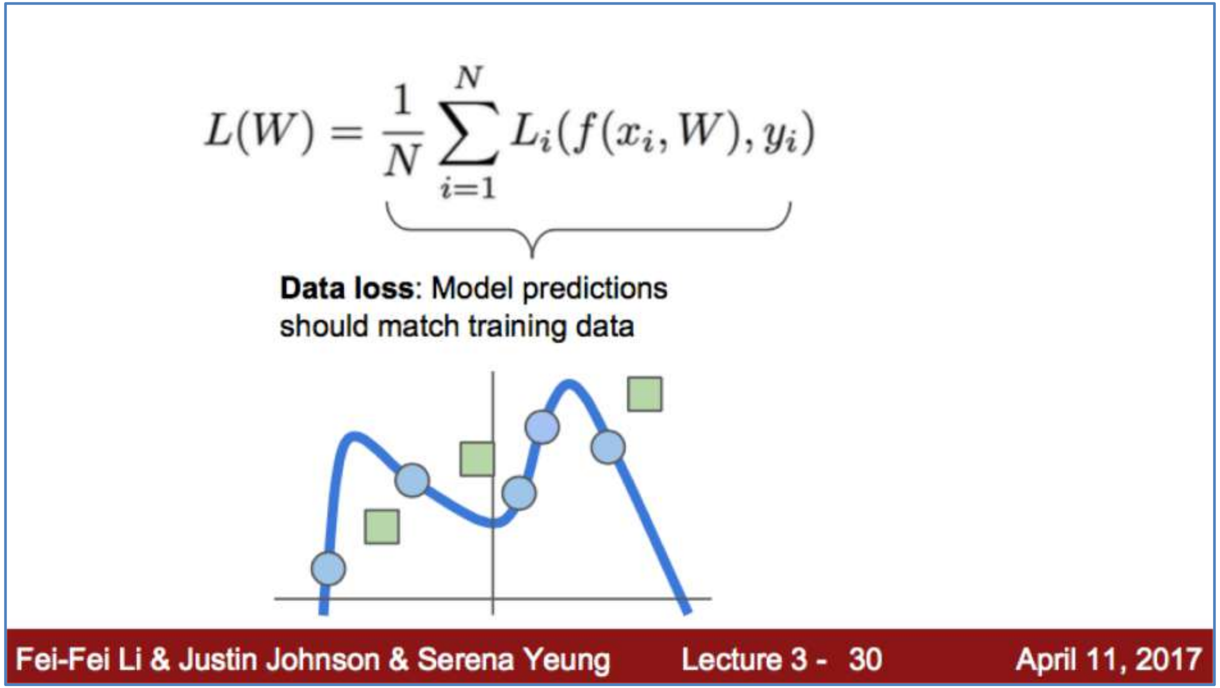
바른 학습을 위해

- 오버피팅 (Over fitting) : 훈련데이터에만 지나치게 적응되어 그 외의 데이터에는 제대로 대응 못함



바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)



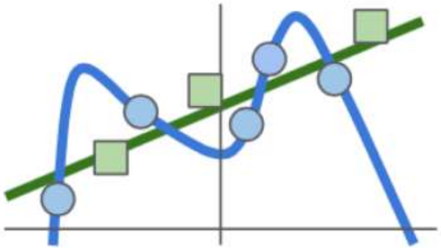
바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)

$$L(W) = \underbrace{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} L_i(f(x_i, W), y_i)}_{\text{Data loss}} + \underbrace{\lambda R(W)}_{\text{Regularization}}$$

Data loss: Model predictions should match training data

Regularization: Model should be "simple", so it works on test data



Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung　Lecture 3 - 32　April 11, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)

Regularization

λ = regularization strength (hyperparameter)

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq y_i}\max(0, f(x_i;W)_j - f(x_i;W)_{y_i} + 1) + \boxed{\lambda R(W)}$$

In common use:

L2 regularization $R(W) = \sum_k \sum_l W_{k,l}^2$

L1 regularization $R(W) = \sum_k \sum_l |W_{k,l}|$

Elastic net (L1 + L2) $R(W) = \sum_k \sum_l \beta W_{k,l}^2 + |W_{k,l}|$

Max norm regularization (might see later)

Dropout (will see later)

Fancier: Batch normalization, stochastic depth

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 3 - 34 April 11, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)

L2 Regularization (Weight Decay)

$$x = [1, 1, 1, 1]$$

$$R(W) = \sum_k \sum_l W_{k,l}^2$$

$$w_1 = [1, 0, 0, 0]$$

$$w_2 = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25]$$

$$w_1^T x = w_2^T x = 1$$

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 3 - 35   April 11, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)

L2 Regularization (Weight Decay)

$$x = [1, 1, 1, 1]$$

$$R(W) = \sum_k \sum_l W_{k,l}^2$$

$$w_1 = [1, 0, 0, 0]$$

$$w_2 = [0.25, 0.25, 0.25, 0.25]$$

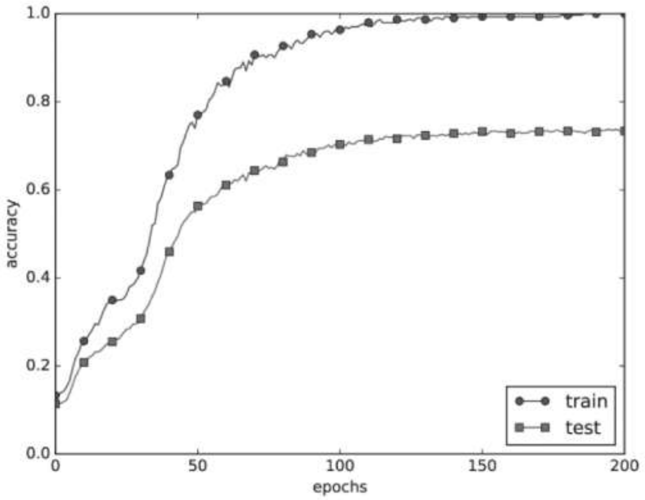
(If you are a Bayesian: L2 regularization also corresponds MAP inference using a Gaussian prior on W)

$$w_1^T x = w_2^T x = 1$$

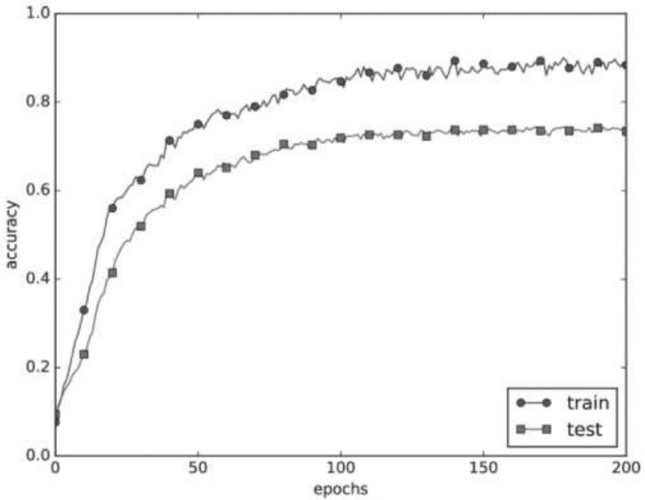
Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 3 - 36 April 11, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **가중치 감소** (weight decay)



Weight decay 미 적용



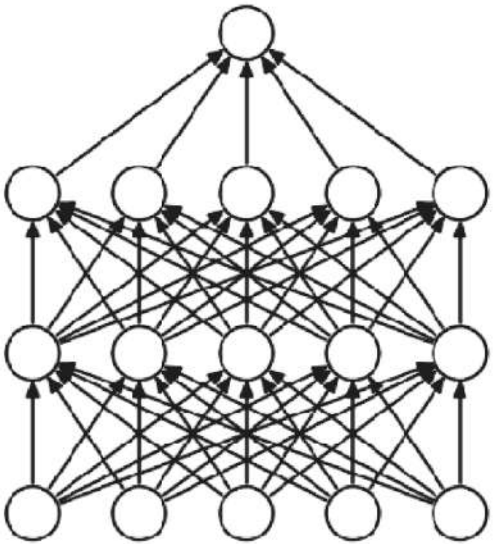
Weight decay 적용

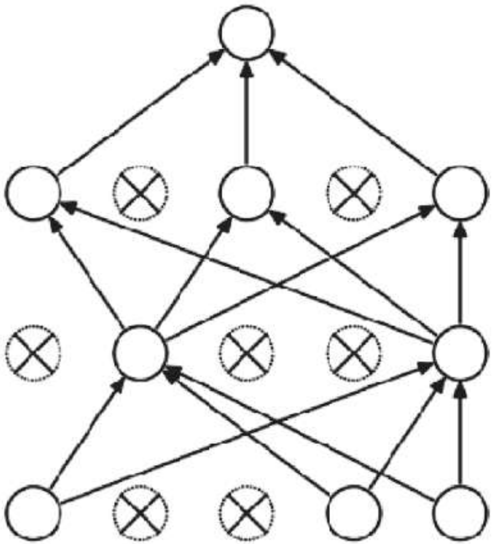
바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)
  - 훈련때 은닉층의 뉴런을 무작위로 골라 삭제하면서 학습하는 방법
  - 방법론
    - 1) 훈련때 데이터를 흘릴 때마다 삭제할 뉴런을 무작위로 선택하고
    - 2) 시험때는 모든 뉴런에 신호를 전달
      - 단, 시험 때는 각 뉴런의 출력에 훈련 때 삭제한 비율을 곱하여 출력

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)


(a) 일반 신경망

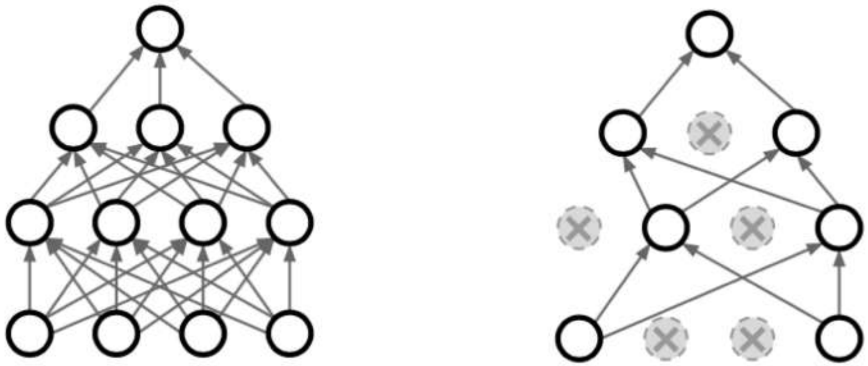

(b) 드롭아웃을 적용한 신경망

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Regularization: Dropout

In each forward pass, randomly set some neurons to zero
Probability of dropping is a hyperparameter; 0.5 is common



Srivastava et al, "Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting", JMLR 2014

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 7 - 60   April 25, 2017

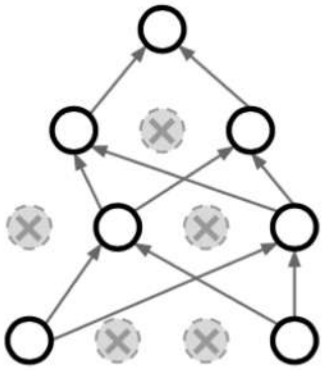
바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Regularization: Dropout

```
p = 0.5 # probability of keeping a unit active. higher = less dropout

def train_step(X):
  """ X contains the data """

  # forward pass for example 3-layer neural network
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1)
  U1 = np.random.rand(*H1.shape) < p # first dropout mask
  H1 *= U1 # drop!
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2)
  U2 = np.random.rand(*H2.shape) < p # second dropout mask
  H2 *= U2 # drop!
  out = np.dot(W3, H2) + b3

  # backward pass: compute gradients... (not shown)
  # perform parameter update... (not shown)
```

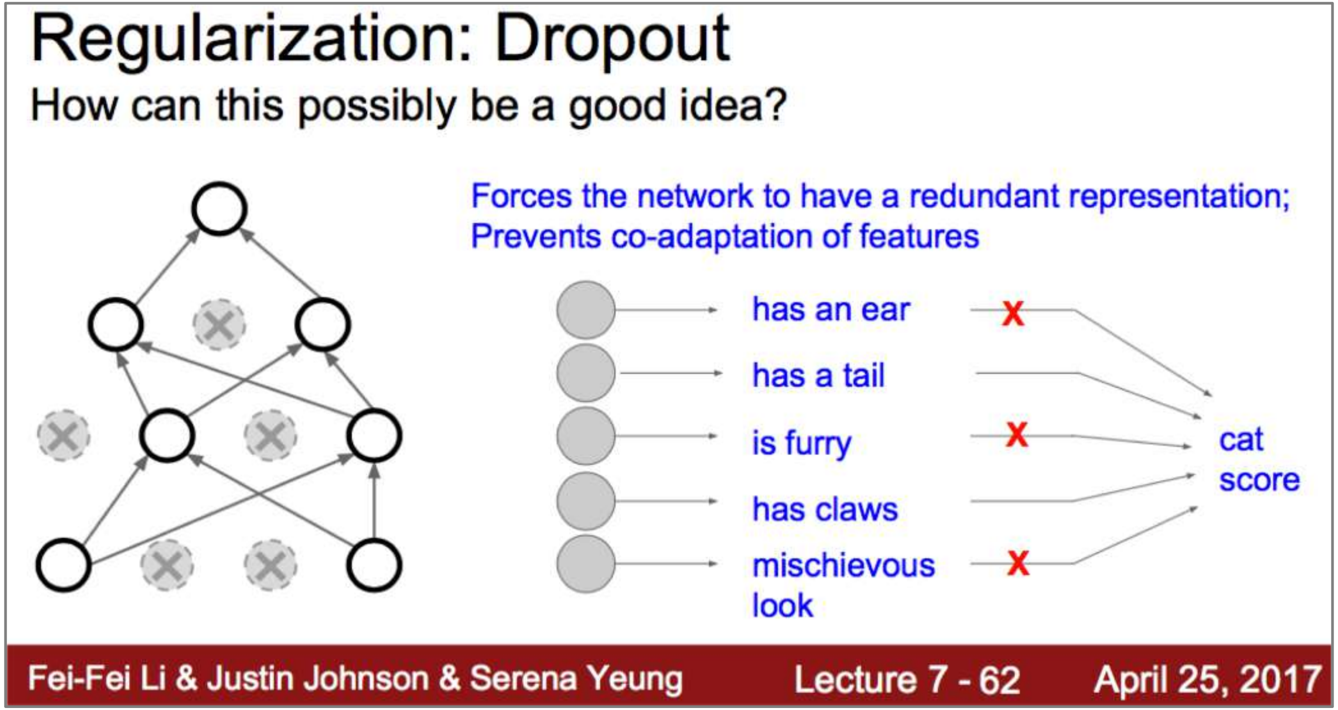
Example forward pass with a 3-layer network using dropout



Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 61 April 25, 2017

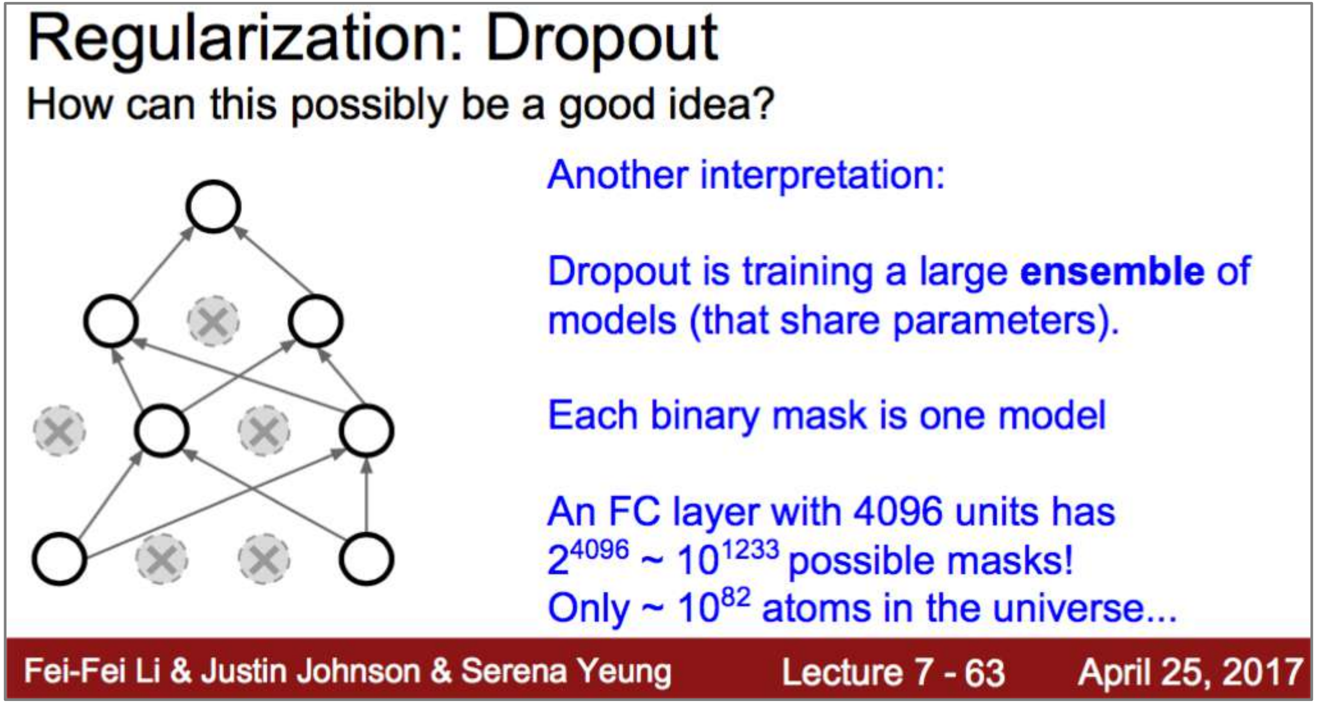
바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)



바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)



바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

Output (label)   Input (image)

Dropout makes our output random! $\boxed{y} = f_W(\boxed{x}, \boxed{z})$ Random mask

Want to "average out" the randomness at test-time

$$y = f(x) = E_z\big[f(x, z)\big] = \int p(z) f(x, z) dz$$

But this integral seems hard …

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 7 - 64   April 25, 2017

바른 학습을 위해

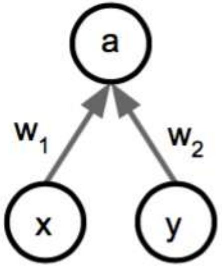
- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

Want to approximate the integral

$$y = f(x) = E_z\left[f(x, z)\right] = \int p(z)f(x, z)dz$$

Consider a single neuron.



Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 65 April 25, 2017

바른 학습을 위해

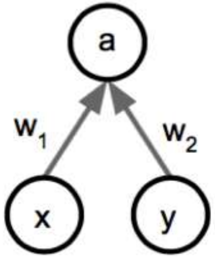
- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

Want to approximate the integral

$$y = f(x) = E_z[f(x, z)] = \int p(z)f(x, z)dz$$

Consider a single neuron.



At test time we have: $E[a] = w_1x + w_2y$

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 66 April 25, 2017

바른 학습을 위해

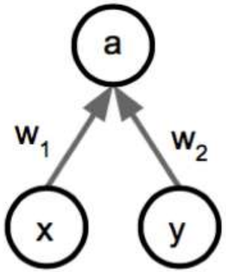
- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

Want to approximate the integral

$$y = f(x) = E_z\left[f(x,z)\right] = \int p(z)f(x,z)dz$$

Consider a single neuron.



At test time we have: $E\left[a\right] = w_1x + w_2y$

During training we have:

$$\begin{aligned} E[a] =& \frac{1}{4}(w_1x + w_2y) + \frac{1}{4}(w_1x + 0y) \\ &+ \frac{1}{4}(0x + 0y) + \frac{1}{4}(0x + w_2y) \\ =& \frac{1}{2}(w_1x + w_2y) \end{aligned}$$

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 7 - 67   April 25, 2017

바른 학습을 위해

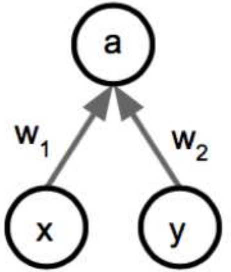
- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

Want to approximate the integral

$$y = f(x) = E_z\big[f(x,z)\big] = \int p(z) f(x,z)dz$$

Consider a single neuron.



At test time we have: $E\big[a\big] = w_1 x + w_2 y$

During training we have:

$$E[a] = \frac{1}{4}(w_1 x + w_2 y) + \frac{1}{4}(w_1 x + 0y) + \frac{1}{4}(0x + 0y) + \frac{1}{4}(0x + w_2 y) = \frac{1}{2}(w_1 x + w_2 y)$$

At test time, **multiply** by dropout probability

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 68 April 25, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout: Test time

```
def predict(X):
  # ensembled forward pass
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1) * p # NOTE: scale the activations
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2) * p # NOTE: scale the activations
  out = np.dot(W3, H2) + b3
```

At test time all neurons are active always
=> We must scale the activations so that for each neuron:
<u>output at test time</u> = <u>expected output at training time</u>

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 69 April 25, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

Dropout Summary

```
""" Vanilla Dropout: Not recommended implementation (see notes below) """

p = 0.5 # probability of keeping a unit active. higher = less dropout

def train_step(X):
  """ X contains the data """

  # forward pass for example 3-layer neural network
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1)
  U1 = np.random.rand(*H1.shape) < p # first dropout mask
  H1 *= U1 # drop!
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2)
  U2 = np.random.rand(*H2.shape) < p # second dropout mask
  H2 *= U2 # drop!
  out = np.dot(W3, H2) + b3

  # backward pass: compute gradients... (not shown)
  # perform parameter update... (not shown)

def predict(X):
  # ensembled forward pass
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1) * p # NOTE: scale the activations
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2) * p # NOTE: scale the activations
  out = np.dot(W3, H2) + b3
```

drop in forward pass

scale at test time

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 70 April 25, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)

More common: "Inverted dropout"

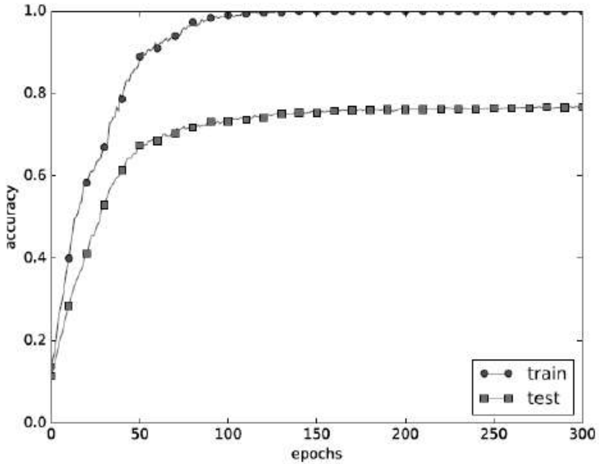
```python
p = 0.5 # probability of keeping a unit active. higher = less dropout

def train_step(X):
  # forward pass for example 3-layer neural network
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1)
  U1 = (np.random.rand(*H1.shape) < p) / p # first dropout mask. Notice /p!
  H1 *= U1 # drop!
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2)
  U2 = (np.random.rand(*H2.shape) < p) / p # second dropout mask. Notice /p!
  H2 *= U2 # drop!
  out = np.dot(W3, H2) + b3

  # backward pass: compute gradients... (not shown)
  # perform parameter update... (not shown)

def predict(X):
  # ensembled forward pass
  H1 = np.maximum(0, np.dot(W1, X) + b1) # no scaling necessary
  H2 = np.maximum(0, np.dot(W2, H1) + b2)
  out = np.dot(W3, H2) + b3
```

test time is unchanged!

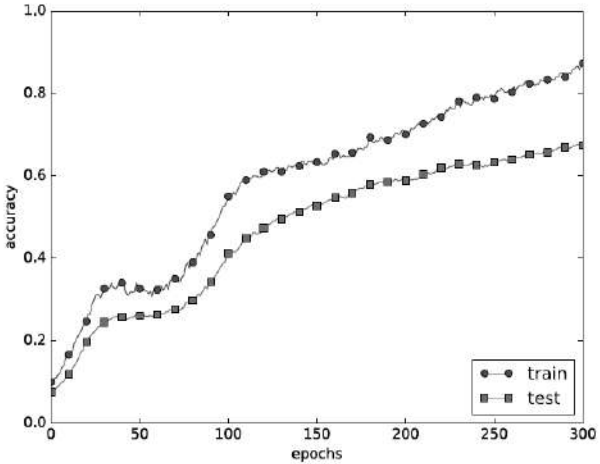
Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 7 - 71 April 25, 2017

바른 학습을 위해

- 오버피팅 억제 : **드롭아웃** (Dropout)



드랍아웃 미적용



드랍아웃 적용

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

- 뉴런 수는 어떻게 하지? 배치 크기는? 학습율은? 가중치 감소는 ?

하이퍼 파라미터의 값을 효율적으로 탐색하는 방법을 알아 봅시다

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

- **검증 데이터 (validation data)**
  - 하이퍼 파라미터를 찾을 때 시험 데이터를 사용하면 안됩니다
    - 하이퍼 파라미터 값이 시험 데이터에 오버피팅 함
  - 검증 데이터 : 하이퍼파라미터 전용 확인 데이터
  - **데이터의 구분**
    - 훈련 데이터 : 매개변수 학습
    - 검증 데이터 : 하이퍼파라미터 성능 평가
    - 시험 데이터 : 신경망의 범용 성능 평가 (마지막에 이용)

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

- **하이퍼 파라미터 최적화**
  - 방법론
    - 하이퍼 파라미터 대략적 범위를 설정한 후 이 값을 무작위로선택하여 정확도 평가 후 범위를 재설정하고 다시 찾기를 반복
  - 범위 설정
    - ‘대략적으로’ 지정
    - 실제로도 0.001에서 1000사이 (10^{-3}~10^{3})과 같이 ’10의 거듭제곱’ 단위로 범위를 지정 : 로그 스케일(log scale)로 지정

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

- **하이퍼 파라미터 최적화**
  - 하이퍼 파라미터 최적화는 몇일 혹은 몇 주 이상의 오랜 시간이 걸림
    - 나쁠듯한 값은 일찍 포기하는게 좋음
  - 시간이 오래 걸리기 때문에 에폭을 작게 하여, 1회 평가에 걸리는 시간을 단축하는게 효과적임

- **하이퍼 파라미터 최적화 정리**
  - 0 단계 : 하이퍼파라미터 값의 범위를 설정
  - 1 단계 : 설정된 범위에서 하이퍼파라미터의 값을 무작위로 추출
  - 2 단계 : 1단계에서 샘플링한 하이퍼파라미터 값을 사용하여 학습하고, 검증 데이터로 정확도를 평가 (단, 에폭은 작게 설정)
  - 3단계 : 1단계와 2단계를 특정 횟수(100회 등) 반복하며, 그 정확도의 결과를 보고 하이퍼파라미터의 범위를 좁힘

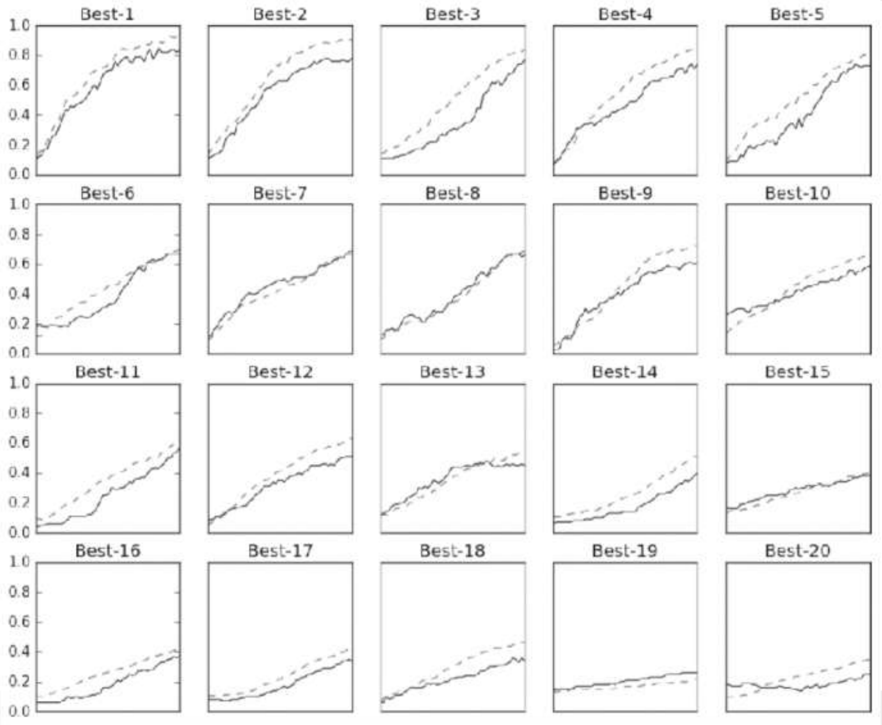
적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

- **하이퍼 파라미터 최적화**

  - **Note** : 여기에서 설명한 하이퍼파라미터 최적화 방법은 실용적인 방법입니다. 하지만 과학이라기 보다는 다분히 수행자의 '지혜'와 '직관'에 의존한다는 느낌이 들죠. 더 세련된 기법을 원한다면 베이즈 최적화(Bayesian optimization)를 소개할 수 있겠네요. 베이즈 최적화는 베이즈 정리(bayes's theorem)을 중심으로 한 수학 이론을 구사하여 더 엄밀하고 효율적으로 최적화를 수행합니다. 자세한 내용은 <Practical Bayesian Optimization of Machine Learning Algorithms> 논문 등을 참조하세요.

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

- **하이퍼 파라미터 최적화 구현**



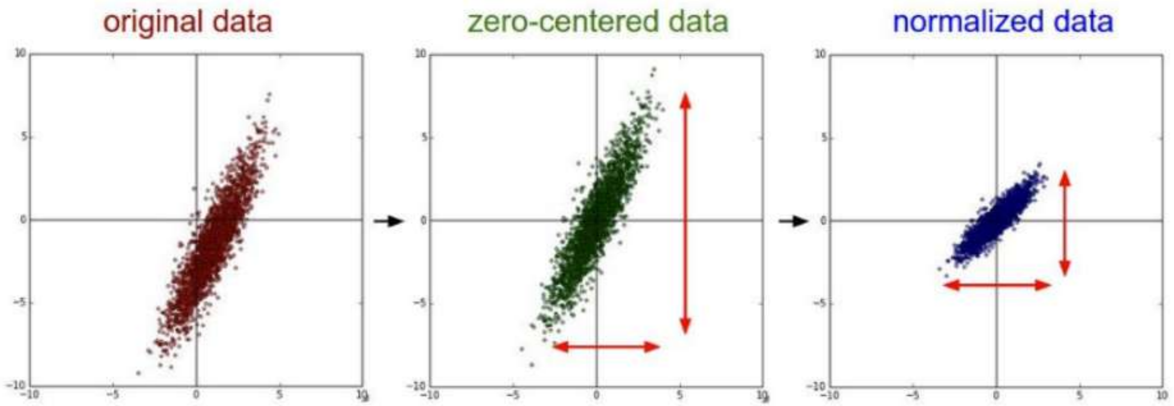
적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Babysitting the Learning Process

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 61   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Step 1: Preprocess the data

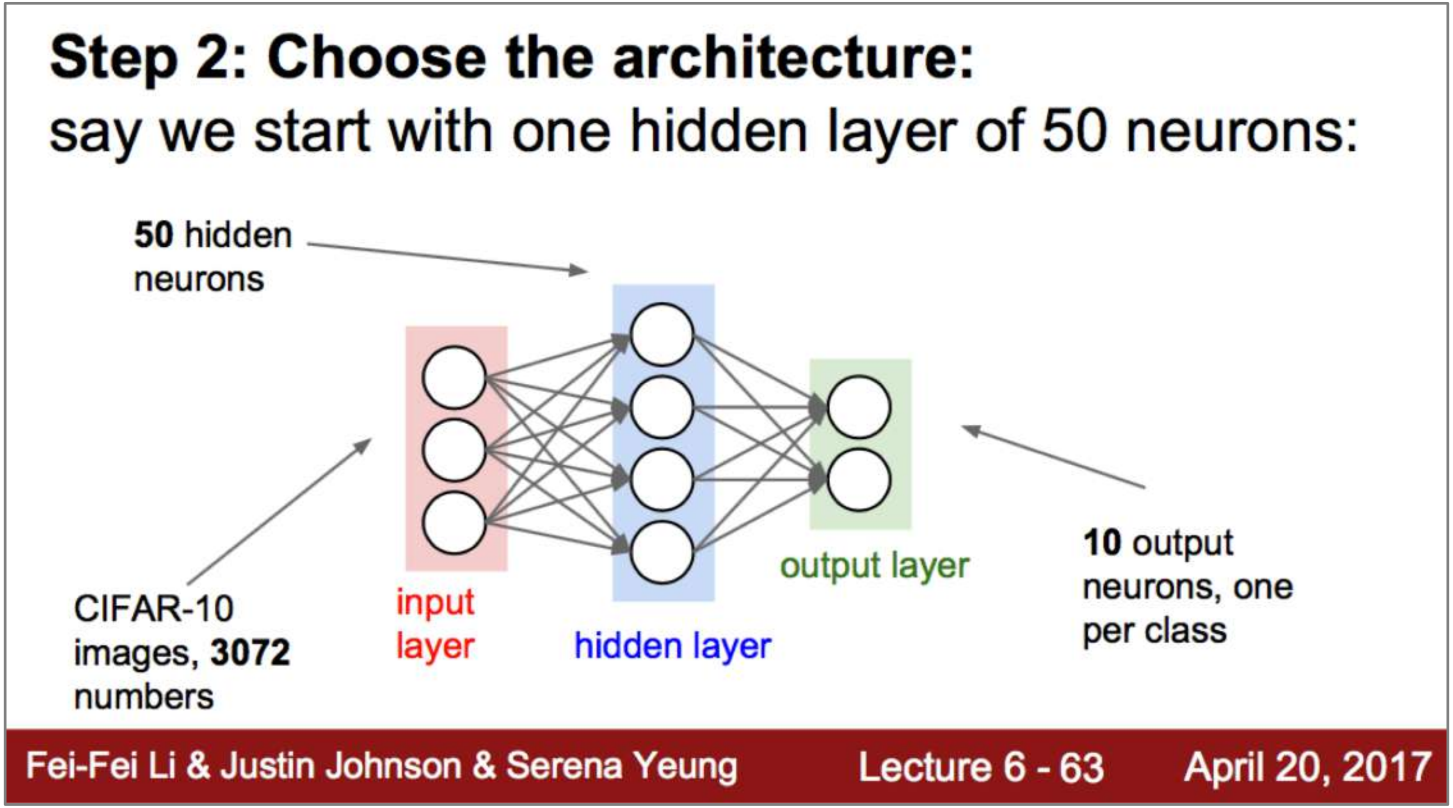



```
X -= np.mean(X, axis = 0)
```

```
X /= np.std(X, axis = 0)
```

(Assume X [NxD] is data matrix, each example in a row)

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기



적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Double check that the loss is reasonable:

```python
def init_two_layer_model(input_size, hidden_size, output_size):
  # initialize a model
  model = {}
  model['W1'] = 0.0001 * np.random.randn(input_size, hidden_size)
  model['b1'] = np.zeros(hidden_size)
  model['W2'] = 0.0001 * np.random.randn(hidden_size, output_size)
  model['b2'] = np.zeros(output_size)
  return model
```

```python
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
loss, grad = two_layer_net(X_train, model, y_train, 0.0)
print loss
```

```
2.30261216167
```

disable regularization

loss ~2.3.
"correct " for
10 classes

returns the loss and the
gradient for all parameters

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Double check that the loss is reasonable:

```
def init_two_layer_model(input_size, hidden_size, output_size):
  # initialize a model
  model = {}
  model['W1'] = 0.0001 * np.random.randn(input_size, hidden_size)
  model['b1'] = np.zeros(hidden_size)
  model['W2'] = 0.0001 * np.random.randn(hidden_size, output_size)
  model['b2'] = np.zeros(output_size)
  return model
```

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input_size, hidden size, number of classes
loss, grad = two_layer_net(X_train, model, y_train, 1e3)
print loss
```

crank up regularization

```
3.06859716482
```

loss went up, good. (sanity check)

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Lets try to train now…

Tip: Make sure that you can overfit very small portion of the training data

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
X_tiny = X_train[:20] # take 20 examples
y_tiny = y_train[:20]
best_model, stats = trainer.train(X_tiny, y_tiny, X_tiny, y_tiny,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=200, reg=0.0,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = False,
                                  learning_rate=1e-3, verbose=True)
```

The above code:
- take the first 20 examples from CIFAR-10
- turn off regularization (reg = 0.0)
- use simple vanilla 'sgd'

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Tip: Make sure that you can overfit very small portion of the training data

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
X_tiny = X_train[:20] # take 20 examples
y_tiny = y_train[:20]
best_model, stats = trainer.train(X_tiny, y_tiny, X_tiny, y_tiny,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=200, reg=0.0,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = False,
                                  learning_rate=1e-3, verbose=True)
```

```
Finished epoch 1 / 200: cost 2.302603, train: 0.400000, val 0.400000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 2 / 200: cost 2.302258, train: 0.450000, val 0.450000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 3 / 200: cost 2.301849, train: 0.600000, val 0.600000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 4 / 200: cost 2.301196, train: 0.650000, val 0.650000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 5 / 200: cost 2.300044, train: 0.650000, val 0.650000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 6 / 200: cost 2.297864, train: 0.550000, val 0.550000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 7 / 200: cost 2.293595, train: 0.600000, val 0.600000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 8 / 200: cost 2.285096, train: 0.550000, val 0.550000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 9 / 200: cost 2.268094, train: 0.550000, val 0.550000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 10 / 200: cost 2.234787, train: 0.500000, val 0.500000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 11 / 200: cost 2.173187, train: 0.500000, val 0.500000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 12 / 200: cost 2.076862, train: 0.500000, val 0.500000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 13 / 200: cost 1.974090, train: 0.400000, val 0.400000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 14 / 200: cost 1.895885, train: 0.400000, val 0.400000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 15 / 200: cost 1.820876, train: 0.450000, val 0.450000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 16 / 200: cost 1.737430, train: 0.450000, val 0.450000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 17 / 200: cost 1.642356, train: 0.500000, val 0.500000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 18 / 200: cost 1.535239, train: 0.600000, val 0.600000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 19 / 200: cost 1.421527, train: 0.600000, val 0.600000, lr 1.000000e-03
```

Very small loss, train accuracy 1.00, nice!

```
Finished epoch 195 / 200: cost 0.002694, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 196 / 200: cost 0.002674, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 197 / 200: cost 0.002655, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 198 / 200: cost 0.002635, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 199 / 200: cost 0.002617, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
Finished epoch 200 / 200: cost 0.002597, train: 1.000000, val 1.000000, lr 1.000000e-03
finished optimization. best validation accuracy: 1.000000
```

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 67 April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Lets try to train now...

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=1e-6, verbose=True)
```

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 68   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=1e-6, verbose=True)
```

```
Finished epoch 1 / 10: cost 2.302576, train: 0.080000, val 0.103000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 2 / 10: cost 2.302582, train: 0.121000, val 0.124000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 3 / 10: cost 2.302558, train: 0.119000, val 0.138000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 4 / 10: cost 2.302519, train: 0.127000, val 0.151000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 5 / 10: cost 2.302517, train: 0.158000, val 0.171000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 6 / 10: cost 2.302518, train: 0.179000, val 0.172000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 7 / 10: cost 2.302466, train: 0.180000, val 0.176000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 8 / 10: cost 2.302452, train: 0.175000, val 0.185000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 9 / 10: cost 2.302459, train: 0.206000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 10 / 10: cost 2.302420, train: 0.190000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
finished optimization. best validation accuracy: 0.192000
```

Loss barely changing

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

loss not going down:
learning rate too low

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=1e-6, verbose=True)
```

```
Finished epoch 1 / 10: cost 2.302576, train: 0.080000, val 0.103000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 2 / 10: cost 2.302582, train: 0.121000, val 0.124000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 3 / 10: cost 2.302558, train: 0.119000, val 0.138000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 4 / 10: cost 2.302519, train: 0.127000, val 0.151000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 5 / 10: cost 2.302517, train: 0.158000, val 0.171000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 6 / 10: cost 2.302518, train: 0.179000, val 0.172000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 7 / 10: cost 2.302466, train: 0.180000, val 0.176000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 8 / 10: cost 2.302452, train: 0.175000, val 0.185000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 9 / 10: cost 2.302459, train: 0.206000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 10 / 10: cost 2.302420, train: 0.190000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
finished optimization. best validation accuracy: 0.192000
```

Loss barely changing: Learning rate is probably too low

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 70   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now...

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

loss not going down:
learning rate too low

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=1e-6, verbose=True)
```

```
Finished epoch 1 / 10: cost 2.302576, train: 0.080000, val 0.103000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 2 / 10: cost 2.302582, train: 0.121000, val 0.124000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 3 / 10: cost 2.302558, train: 0.119000, val 0.138000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 4 / 10: cost 2.302519, train: 0.127000, val 0.151000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 5 / 10: cost 2.302517, train: 0.158000, val 0.171000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 6 / 10: cost 2.302518, train: 0.179000, val 0.172000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 7 / 10: cost 2.302466, train: 0.180000, val 0.176000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 8 / 10: cost 2.302452, train: 0.175000, val 0.185000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 9 / 10: cost 2.302459, train: 0.206000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
Finished epoch 10 / 10: cost 2.302420, train: 0.190000, val 0.192000, lr 1.000000e-06
finished optimization. best validation accuracy: 0.192000
```

Loss barely changing: Learning rate is probably too low

Notice train/val accuracy goes to 20% though, what's up with that? (remember this is softmax)

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 71 April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

loss not going down:
learning rate too low

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
```

Now let's try learning rate 1e6.

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

loss not going down:
learning rate too low
loss exploding:
learning rate too high

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=1e6, verbose=True)
```

```
/home/karpathy/cs231n/code/cs231n/classifiers/neural_net.py:50: RuntimeWarning: divide by zero en
countered in log
  data_loss = -np.sum(np.log(probs[range(N), y])) / N
/home/karpathy/cs231n/code/cs231n/classifiers/neural_net.py:48: RuntimeWarning: invalid value enc
ountered in subtract
  probs = np.exp(scores - np.max(scores, axis=1, keepdims=True))
Finished epoch 1 / 10: cost nan, train: 0.091000, val 0.087000, lr 1.000000e+06
Finished epoch 2 / 10: cost nan, train: 0.095000, val 0.087000, lr 1.000000e+06
Finished epoch 3 / 10: cost nan, train: 0.100000, val 0.087000, lr 1.000000e+06
```

cost: NaN almost always means high learning rate...

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 73   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Lets try to train now…

Start with small regularization and find learning rate that makes the loss go down.

loss not going down:
learning rate too low
loss exploding:
learning rate too high

```
model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
trainer = ClassifierTrainer()
best_model, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                  model, two_layer_net,
                                  num_epochs=10, reg=0.000001,
                                  update='sgd', learning_rate_decay=1,
                                  sample_batches = True,
                                  learning_rate=3e-3, verbose=True)
```

```
Finished epoch 1 / 10: cost 2.186654, train: 0.308000, val 0.306000, lr 3.000000e-03
Finished epoch 2 / 10: cost 2.176230, train: 0.330000, val 0.350000, lr 3.000000e-03
Finished epoch 3 / 10: cost 1.942257, train: 0.376000, val 0.352000, lr 3.000000e-03
Finished epoch 4 / 10: cost 1.827868, train: 0.329000, val 0.310000, lr 3.000000e-03
Finished epoch 5 / 10: cost inf, train: 0.128000, val 0.128000, lr 3.000000e-03
Finished epoch 6 / 10: cost inf, train: 0.144000, val 0.147000, lr 3.000000e-03
```

3e-3 is still too high. Cost explodes….

=> Rough range for learning rate we should be cross-validating is somewhere [1e-3 … 1e-5]

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Hyperparameter Optimization

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 75   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Cross-validation strategy

coarse -> fine cross-validation in stages

First stage: only a few epochs to get rough idea of what params work
Second stage: longer running time, finer search
... (repeat as necessary)

Tip for detecting explosions in the solver:
If the cost is ever > 3 * original cost, break out early

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

For example: run coarse search for 5 epochs

```
max_count = 100
for count in xrange(max_count):
      reg = 10**uniform(-5, 5)
      lr = 10**uniform(-3, -6)

      trainer = ClassifierTrainer()
      model = init_two_layer_model(32*32*3, 50, 10) # input size, hidden size, number of classes
      trainer = ClassifierTrainer()
      best_model_local, stats = trainer.train(X_train, y_train, X_val, y_val,
                                   model, two_layer_net,
                                   num_epochs=5, reg=reg,
                                   update='momentum', learning_rate_decay=0.9,
                                   sample_batches = True, batch_size = 100,
                                   learning_rate=lr, verbose=False)
```

note it's best to optimize in log space!

```
val_acc: 0.412000, lr: 1.405206e-04, reg: 4.793564e-01, (1 / 100)
val_acc: 0.214000, lr: 7.231888e-06, reg: 2.321281e-04, (2 / 100)
val_acc: 0.208000, lr: 2.119571e-06, reg: 8.011857e+01, (3 / 100)
val_acc: 0.196000, lr: 1.551131e-05, reg: 4.374936e-05, (4 / 100)
val_acc: 0.079000, lr: 1.753300e-05, reg: 1.200424e+03, (5 / 100)
val_acc: 0.223000, lr: 4.215128e-05, reg: 4.196174e+01, (6 / 100)
val_acc: 0.441000, lr: 1.750259e-04, reg: 2.110807e-04, (7 / 100)
val_acc: 0.241000, lr: 6.749231e-05, reg: 4.226413e+01, (8 / 100)
val_acc: 0.482000, lr: 4.296863e-04, reg: 6.642555e-01, (9 / 100)
val_acc: 0.079000, lr: 5.401602e-06, reg: 1.599828e+04, (10 / 100)
val_acc: 0.154000, lr: 1.618508e-06, reg: 4.925252e-01, (11 / 100)
```

nice

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Now run finer search...

```
max_count = 100
for count in xrange(max_count):
      reg = 10**uniform(-5, 5)
      lr = 10**uniform(-3, -6)
```

adjust range

```
max_count = 100
for count in xrange(max_count):
      reg = 10**uniform(-4, 0)
      lr = 10**uniform(-3, -4)
```

```
val_acc: 0.527000, lr: 5.340517e-04, reg: 4.097824e-01, (0 / 100)
val_acc: 0.492000, lr: 2.279484e-04, reg: 9.991345e-04, (1 / 100)
val_acc: 0.512000, lr: 8.680827e-04, reg: 1.349727e-02, (2 / 100)
val_acc: 0.461000, lr: 1.028377e-04, reg: 1.220193e-02, (3 / 100)
val_acc: 0.460000, lr: 1.113730e-04, reg: 5.244309e-02, (4 / 100)
val_acc: 0.498000, lr: 9.477776e-04, reg: 2.001293e-03, (5 / 100)
val_acc: 0.469000, lr: 1.484369e-04, reg: 4.328313e-01, (6 / 100)
val_acc: 0.522000, lr: 5.586261e-04, reg: 2.312685e-04, (7 / 100)
val_acc: 0.530000, lr: 5.808183e-04, reg: 8.259964e-02, (8 / 100)
val_acc: 0.489000, lr: 1.979168e-04, reg: 1.010889e-04, (9 / 100)
val_acc: 0.490000, lr: 2.036031e-04, reg: 2.406271e-03, (10 / 100)
val_acc: 0.475000, lr: 2.021162e-04, reg: 2.287807e-01, (11 / 100)
val_acc: 0.460000, lr: 1.135527e-04, reg: 3.905040e-02, (12 / 100)
val_acc: 0.515000, lr: 6.947668e-04, reg: 1.562808e-02, (13 / 100)
val_acc: 0.531000, lr: 9.471549e-04, reg: 1.433895e-03, (14 / 100)
val_acc: 0.509000, lr: 3.140888e-04, reg: 2.857518e-01, (15 / 100)
val_acc: 0.514000, lr: 6.438349e-04, reg: 3.033781e-01, (16 / 100)
val_acc: 0.502000, lr: 3.921784e-04, reg: 2.707126e-04, (17 / 100)
val_acc: 0.509000, lr: 9.752279e-04, reg: 2.850865e-03, (18 / 100)
val_acc: 0.500000, lr: 2.412048e-04, reg: 4.997821e-04, (19 / 100)
val_acc: 0.466000, lr: 1.319314e-04, reg: 1.189915e-02, (20 / 100)
val_acc: 0.516000, lr: 8.039527e-04, reg: 1.528291e-02, (21 / 100)
```

53% - relatively good for a 2-layer neural net with 50 hidden neurons.

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 78   April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Now run finer search...

```
max_count = 100
for count in xrange(max_count):
      reg = 10**uniform(-5, 5)
      lr = 10**uniform(-3, -6)
```

adjust range →

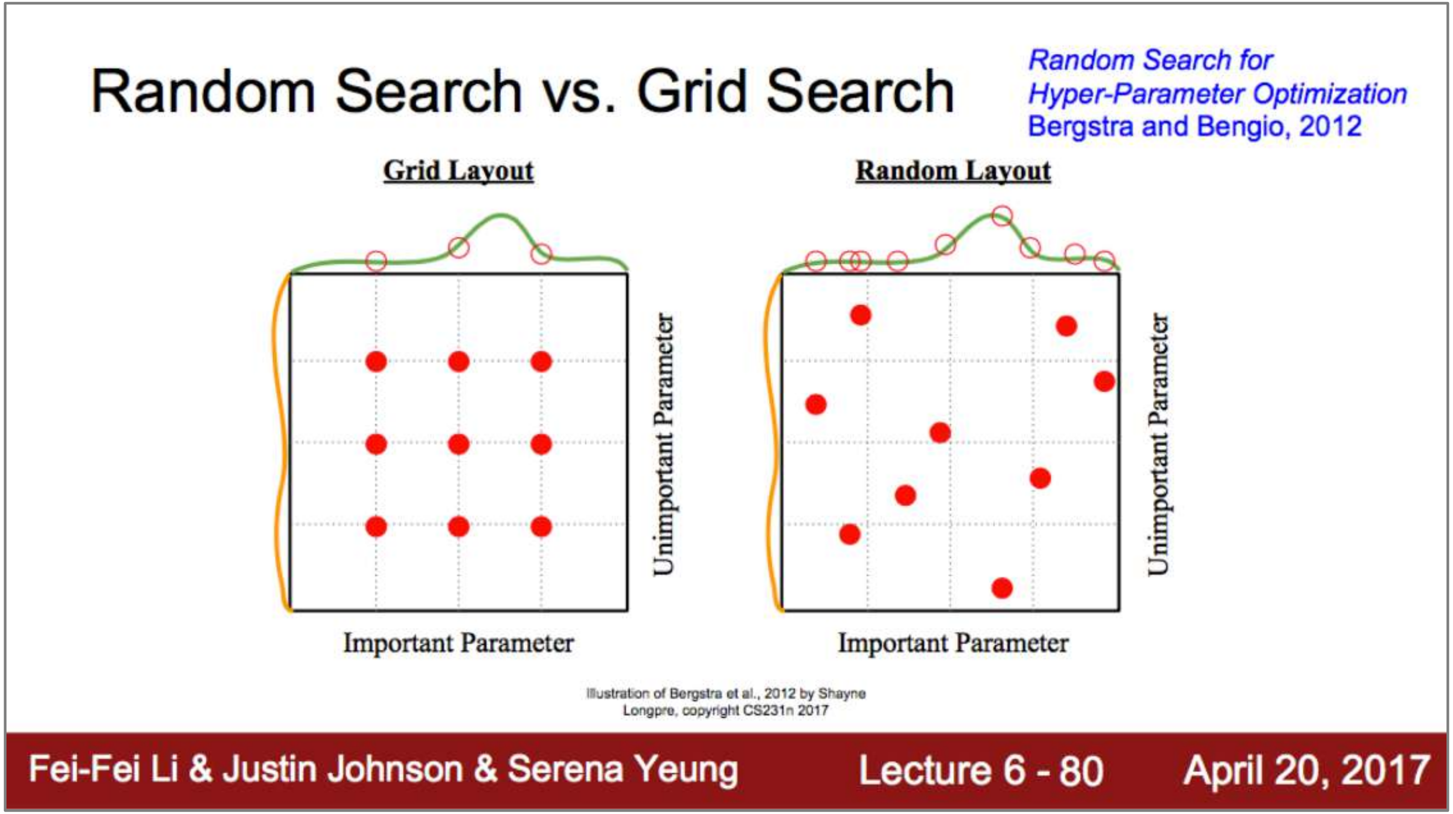
```
max_count = 100
for count in xrange(max_count):
      reg = 10**uniform(-4, 0)
      lr = 10**uniform(-3, -4)
```

```
val_acc: 0.527000, lr: 5.340517e-04, reg: 4.097824e-01, (0 / 100)
val_acc: 0.492000, lr: 2.279484e-04, reg: 9.991345e-04, (1 / 100)
val_acc: 0.512000, lr: 8.680827e-04, reg: 1.349727e-02, (2 / 100)
val_acc: 0.461000, lr: 1.028377e-04, reg: 1.220193e-02, (3 / 100)
val_acc: 0.460000, lr: 1.113730e-04, reg: 5.244309e-02, (4 / 100)
val_acc: 0.498000, lr: 9.477776e-04, reg: 2.001293e-03, (5 / 100)
val_acc: 0.469000, lr: 1.484369e-04, reg: 4.328313e-01, (6 / 100)
val_acc: 0.522000, lr: 5.586261e-04, reg: 2.312685e-04, (7 / 100)
val_acc: 0.530000, lr: 5.808183e-04, reg: 8.259964e-02, (8 / 100)
val_acc: 0.489000, lr: 1.979168e-04, reg: 1.010889e-04, (9 / 100)
val_acc: 0.490000, lr: 2.036031e-04, reg: 2.406271e-03, (10 / 100)
val_acc: 0.475000, lr: 2.021162e-04, reg: 2.287807e-01, (11 / 100)
val_acc: 0.460000, lr: 1.135527e-04, reg: 3.905040e-02, (12 / 100)
val_acc: 0.515000, lr: 6.947668e-04, reg: 1.562808e-02, (13 / 100)
val_acc: 0.531000, lr: 9.471549e-04, reg: 1.433895e-03, (14 / 100)
val_acc: 0.509000, lr: 3.140888e-04, reg: 2.857518e-01, (15 / 100)
val_acc: 0.514000, lr: 6.438349e-04, reg: 3.033781e-01, (16 / 100)
val_acc: 0.502000, lr: 3.921784e-04, reg: 2.707126e-04, (17 / 100)
val_acc: 0.509000, lr: 9.752279e-04, reg: 2.850865e-03, (18 / 100)
val_acc: 0.500000, lr: 2.412048e-04, reg: 4.997821e-04, (19 / 100)
val_acc: 0.466000, lr: 1.319314e-04, reg: 1.189915e-02, (20 / 100)
val_acc: 0.516000, lr: 8.039527e-04, reg: 1.528291e-02, (21 / 100)
```

53% - relatively good for a 2-layer neural net with 50 hidden neurons.

But this best cross-validation result is worrying. Why?

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기



적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

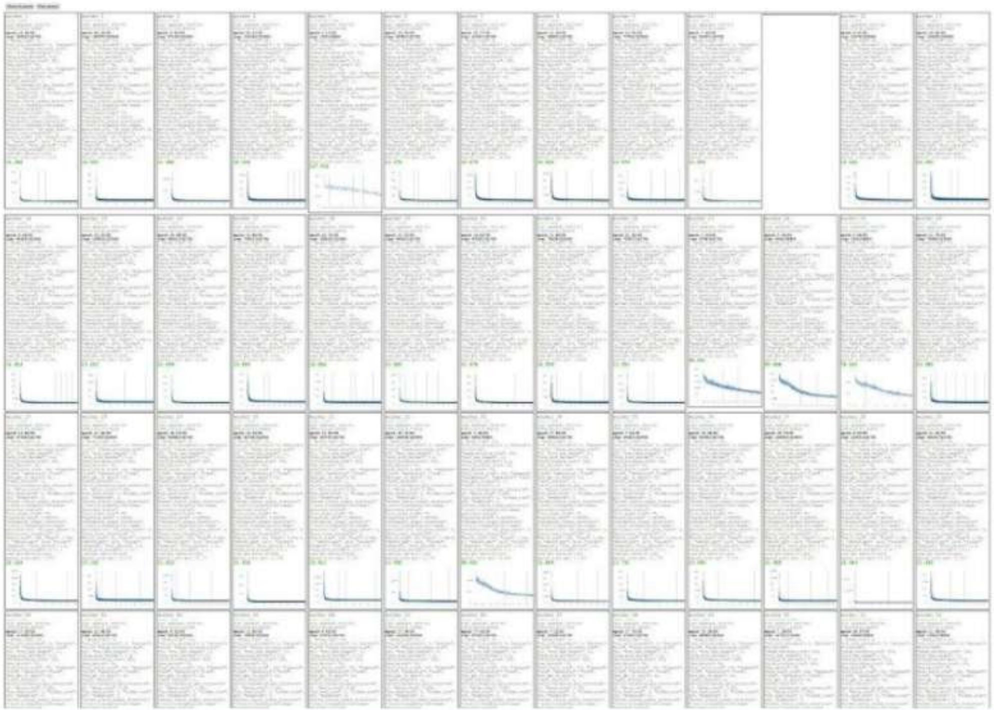
모두의연구소

Hyperparameters to play with:
- network architecture
- learning rate, its decay schedule, update type
- regularization (L2/Dropout strength)

neural networks practitioner
music = loss function

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

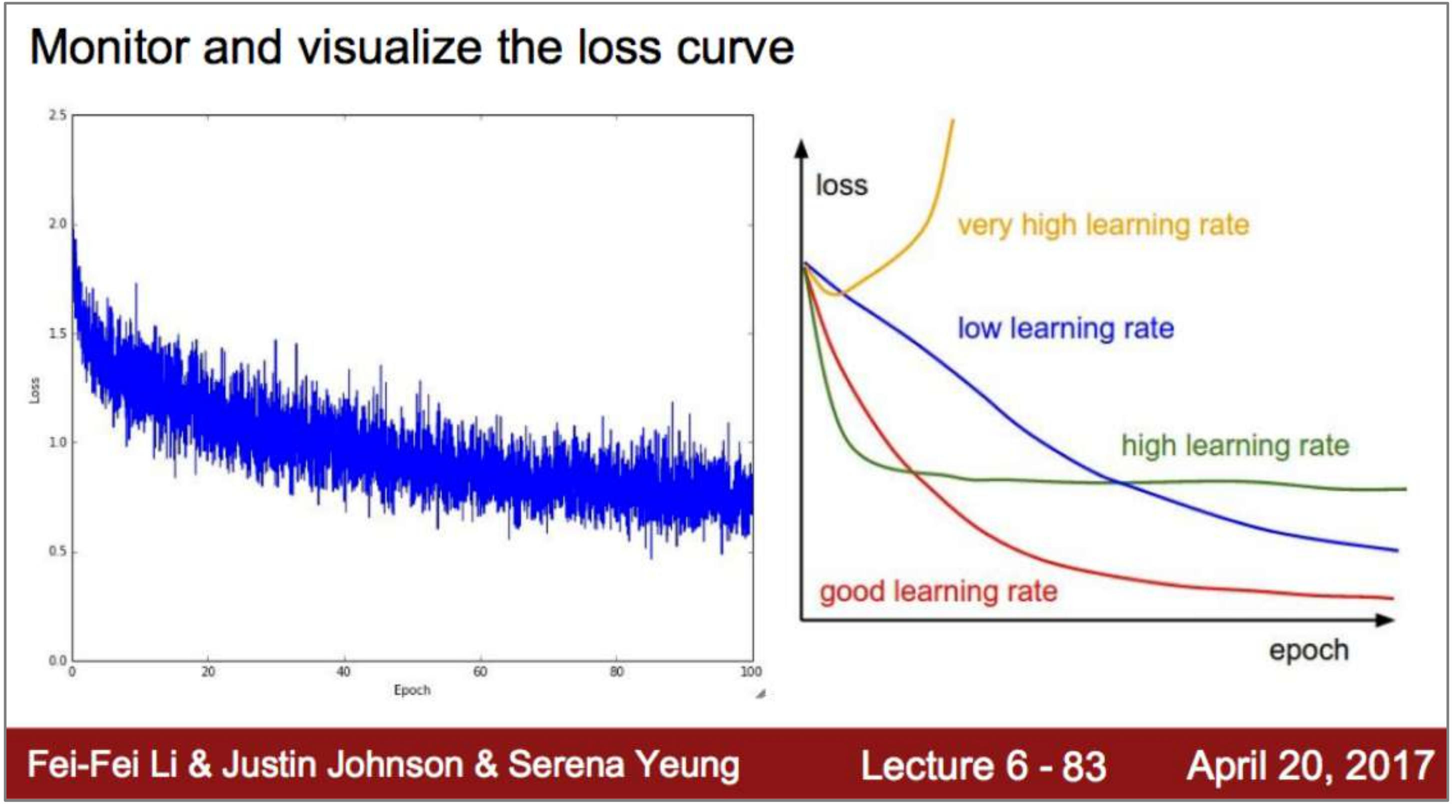
Cross-validation
“command center”



Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 82 April 20, 2017

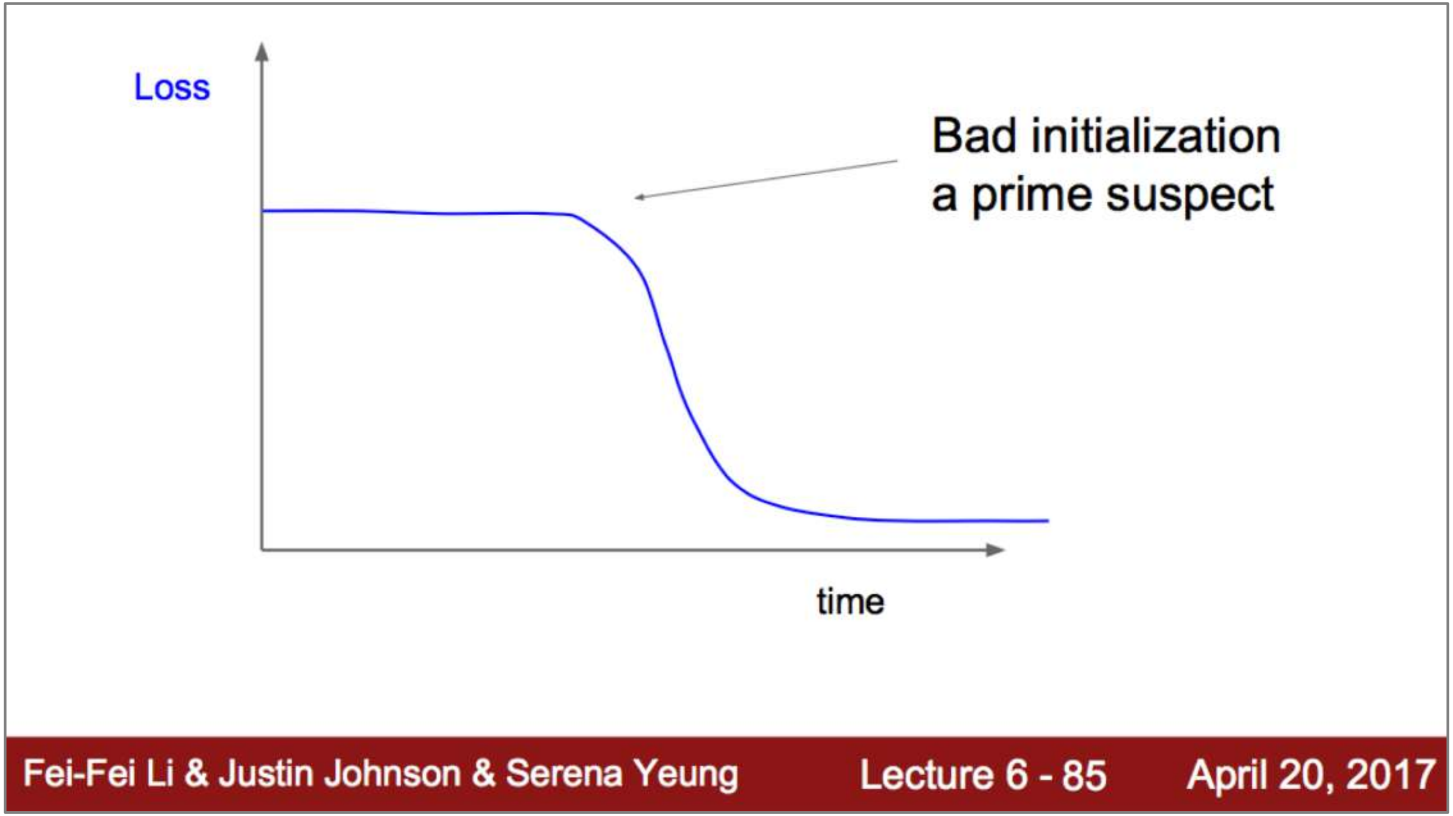
적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소



적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

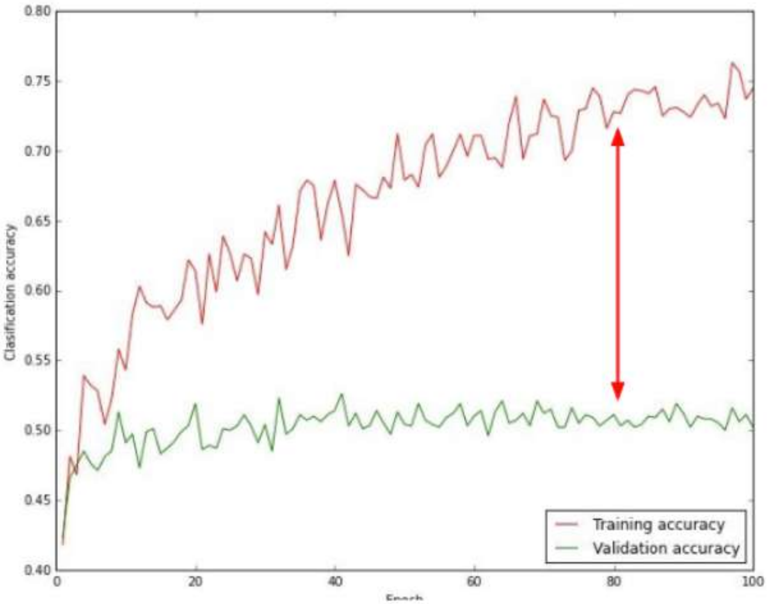
모두의연구소



적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Monitor and visualize the accuracy:



big gap = overfitting

=> increase regularization strength?

no gap

=> increase model capacity?

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung Lecture 6 - 86 April 20, 2017

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

Track the ratio of weight updates / weight magnitudes:

```
# assume parameter vector W and its gradient vector dW
param_scale = np.linalg.norm(W.ravel())
update = -learning_rate*dW # simple SGD update
update_scale = np.linalg.norm(update.ravel())
W += update # the actual update
print update_scale / param_scale # want ~1e-3
```

ratio between the updates and values: ~ 0.0002 / 0.02 = 0.01 (about okay)
want this to be somewhere around 0.001 or so

적절한 하이퍼파라미터 값 찾기

모두의연구소

Summary

TLDRs

We looked in detail at:

- Activation Functions (use ReLU)
- Data Preprocessing (images: subtract mean)
- Weight Initialization (use Xavier init)
- Batch Normalization (use)
- Babysitting the Learning process
- Hyperparameter Optimization
  (random sample hyperparams, in log space when appropriate)

Fei-Fei Li & Justin Johnson & Serena Yeung   Lecture 6 - 88   April 20, 2017

- 필기체 숫자를 익식해 봅시다.
- 구현해 봅니다 (DNN)

Pro_1_DNN-TensorFlow.ipynb

모두의연구소

박 은 수 Research Director

E-mail : es.park@modulabs.co.kr