

Изучение статистических закономерностей на примере изучения фона космического излучения

Солодилов Михаил Б01-307

19.09.2023

Содержание

1	Аннотация	2
2	Теоретические сведения	2
2.1	Излучение	2
2.2	Статистические понятия	3
2.3	Гистограммы и вероятности	4
3	Методика измерений	5
3.1	Ход работы	5
4	Результаты измерений и обработка данных	5
4.1	Данные	5
4.2	Вывод	9

Аннотация

Цель работы: познакомиться с основными понятиями статистики, на примере статистики регистрации фоновых космических частиц изучить статистические закономерности однородного во времени случайного процесса; проверить возможность описания исследуемого процесса статистическими законами Пуассона и Гаусса; измерить среднее число регистрируемых космических лучей в секунду и определить погрешность результата.

В работе используются: счётчик Гейгера-Мюллера, компьютер с интерфейсом для связи со счётчиком.

Теоретические сведения

Излучение

В любой физической лаборатории всегда присутствует радиоактивное излучение. Источниками излучения являются космос и радиоактивные вещества, в малых количествах содержащиеся всюду. Это излучение называется радиоактивным фоном, а основную его часть всё-таки составляют космические лучи.

В данной работе для регистрации излучения используется счётчик Гейгера-Мюллера, который представляет собой наполненный газом цилиндр с двумя электродами. Одним из электродов является сам корпус. Вторым является тонкая нить, натянутая вдоль оси корпуса. Необходимое напряжение подаётся на электроды встроенным блоком питания. Частицы, попадая в счётчик, ионизуют газ, получившиеся электроны лавиной ионизуют ещё больше молекул газа, в следствие чего можно зафиксировать импульс тока, что означает попадание частицы.

Число зарегистрированных частиц зависит от времени измерения, размеров счётчика, давления и состава газа, материалов, из которых изготовлен счётчик.

Статистические понятия

При любом физическом измерении полученные результаты отличаются от некоторого истинного значения. Погрешности измерений складываются из многих факторов, связанных с методикой измерения, неточностями используемого оборудования и случайными погрешностями, которые меняют свою величину и знак от опыта к опыту. Частным случаем случайных ошибок являются статистические ошибки, вызываемые флуктуациями самой измеряемой величины. В нашем эксперименте как раз есть такая флуктуирующая величина - интенсивность космического излучения, причём флуктуации настолько велики, что все остальные погрешности можно считать несущественными.

Пусть при некотором измерении за время $\tau = 10$ с зарегистрировано n космических частиц. Это совсем не значит, что за следующие 10 с тоже зарегистрируется n частиц. Поэтому для нас имеет значение среднее количество зарегистрированных частиц. Если $n_1, n_2, n_3 \dots$ - результаты измерений, всего их N , то

$$\langle n \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i.$$

Если продолжать проводить измерения, можно ожидать, что среднее будет стремиться к некоторому конечному числу, которое можно назвать "*истинным*" средним значением числа регистрируемых частиц. В математике такое число называется "*математическим ожиданием*".

$$\bar{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \langle n \rangle$$

Но число измерений всегда конечно, поэтому и среднее значение мы можем измерить только с некоторой погрешностью.

Кроме среднего значения важно знать, насколько сильно флуктуируют значения n_i от опыта к опыту. Количественную меру флуктуаций принято измерять среднеквадратичным отклонением (дисперсией) σ_n . По определению:

$$\sigma_n^2 \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \langle n \rangle)^2$$

Аналогично при $N \rightarrow \infty$ дисперсия стремится к некоторому предельному "*истинному*" значению:

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_n^2$$

Из теории погрешностей известно, что дисперсия связана с погрешностью среднего значения при независимых измерениях следующей формулой:

$$\sigma_{\langle n \rangle} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}.$$

Гистограммы и вероятности

Общее

Среднее и дисперсия — это очень важные характеристики, но не дающие *полной* информации о флуктуирующей величине. Более детальную информацию о ней можно получить, если собрать *статистику* того, как часто те или иные значения n встречаются среди многочисленных результатов опыта. Построим график, откладывая по оси абсцисс число частиц, зарегистрированных при измерениях, а по оси ординат — долю случаев (по отношению к общему числу измерений), в которых было зафиксировано данное количество частиц. Например, если некоторое значение n встретилось в серии из N измерений N_n раз, то по вертикали отложим отрезок высотой $w_n = \frac{N_n}{N}$. Построенный график содержит дискретно расположенные точки, которые для наглядности обычно соединяются между собой, изображая их в виде совокупности вертикальных прямоугольников.

В пределе $N \rightarrow \infty$ столбчатая гистограмма будет стремиться к некоторому предельному состоянию. Предельные значения частот w_n называются *вероятностями* соответствующих событий. Для вероятностей можно строить различные теоретические модели, которые можно проверять на опыте, сравнивая практические гистограммы со значениями, предсказанными *теорией вероятностей*.

При малых N гистограмма может довольно сильно отличаться от теоретической. По мере роста числа измерений N пик гистограммы будет приближаться к предельному среднему значению \bar{n} . Ширина гистограммы по порядку величины совпадает со среднеквадратичным отклонением σ_n . Если величина n близка к \bar{n} , её вероятность будет максимальна. А при удалении от \bar{n} на расстояния, превышающие в несколько раз σ_n , вероятность, как правило, быстро падает.

Пуассоновский процесс

Если случайные события однородны во времени, а каждое последующее событие никак не зависит от предыдущего, то последовательность

таких событий принято называть *пуассоновским процессом*.

Для пуассоновского процесса может быть получено теоретическое распределение вероятностей - *распределение Пуассона*. Вероятности w_n того, что в эксперименте будет обнаружено n частиц, для распределения Пуассона имеют вид

$$w_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}.$$

Одним из наиболее характерных свойств этого распределения является связь между его дисперсией и средним значением.

$$\sigma_n \approx \sqrt{\bar{n}}$$

Методика измерений

Измерений проводились с помощью счётчика Гейгера-Мюллера, подключённого по USB к ноутбуку с необходимым программным обеспечением.

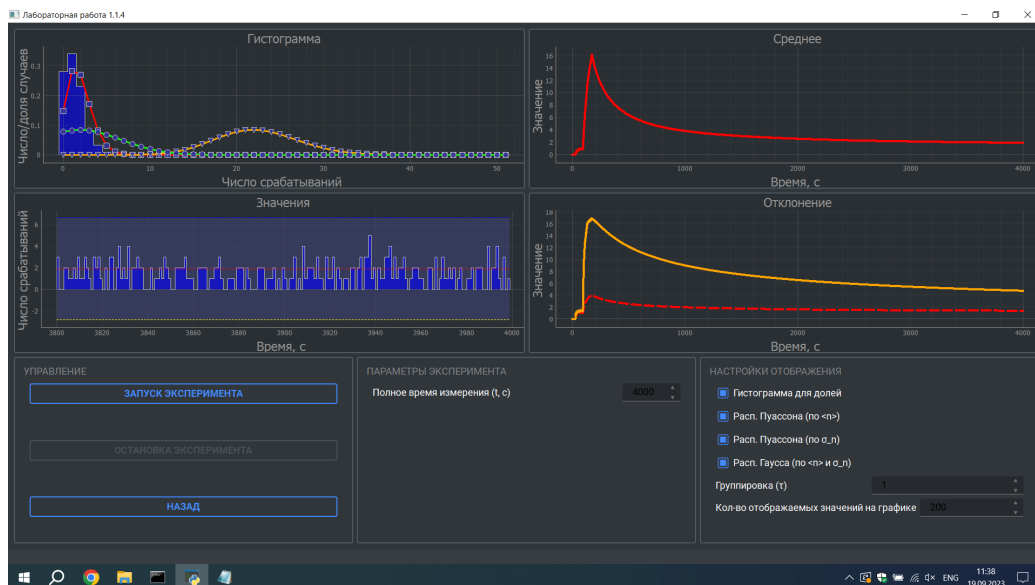
Ход работы

1. Включить счётчик, запустить программу эксперимента.
2. Через 4000 с эксперимента сохранить данные, выданные программой.

Результаты измерений и обработка данных

Данные

Программа выдала несколько графиков, а также текстовый файл, содержащий количество зарегистрированных частиц за секунду.



Обработаем полученные данные, разбив их на промежутки длины τ .

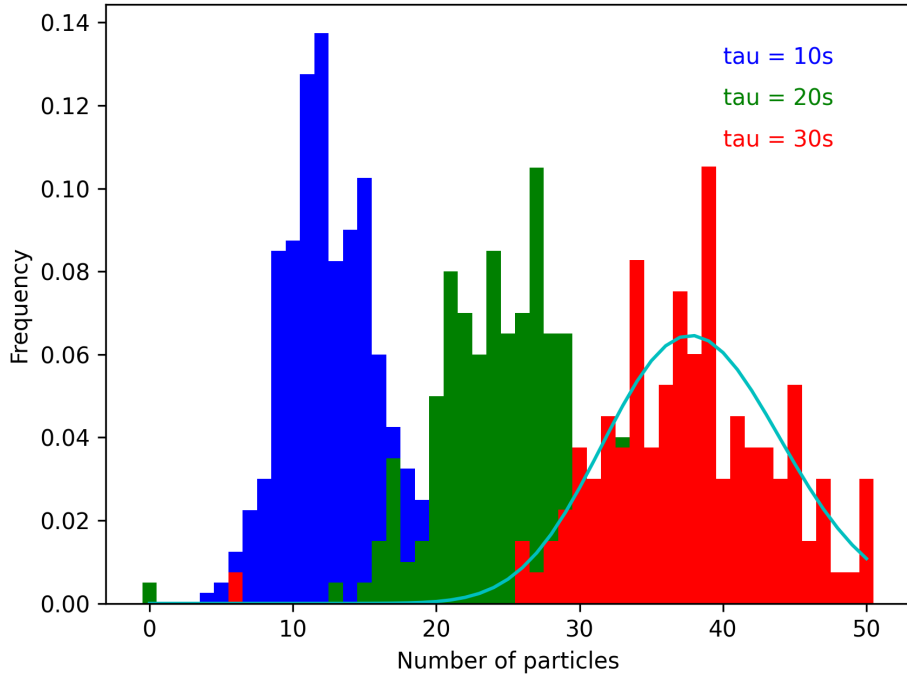
Для $\tau = 10, 20, 30$ секунд рассчитаем следующие значения:

- $\langle n \rangle$ - среднее количество частиц. $\langle n \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N}$
- σ_n - среднеквадратичное отклонение. $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \langle n \rangle)^2}$
- $i \cdot \sigma_n$ - попадание в $i\sigma_n$
- $\sigma_{\langle n \rangle}$ - погрешность $\langle n \rangle$. $\sigma_{\langle n \rangle} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}}$
- j - средняя интенсивность. $j = \frac{\langle n \rangle}{\tau}$
- σ_j - погрешность средней интенсивности. $\sigma_j = \frac{\sigma_{\langle n \rangle}}{\tau}$

	$\tau = 10\text{s}$	$\tau = 20\text{s}$	$\tau = 30\text{s}$
$\langle n \rangle$	19.1	38.2	57.4
σ_n	44.6	84.7	128.8
$1 \cdot \sigma_n$	0.98	0.98	0.98
$2 \cdot \sigma_n$	0.98	0.98	0.98
$3 \cdot \sigma_n$	0.98	0.98	0.98
$\sigma_{\langle n \rangle}$	2.2	6.0	11.2
j, c^{-1}	1.91	1.91	1.91
σ_j, c^{-1}	0.22	0.30	0.37

Можно сделать следующие выводы:

- $\langle n \rangle$ - прямо пропорционально τ , что очевидно.
- σ_n - пропорционально τ .
- $i \cdot \sigma_n$ - правило трёх сигм не соблюдается.
- $\sigma_{\langle n \rangle}$ - пропорционально τ .
- j - не зависит от τ .
- σ_j - пропорционально τ .



Распределение Пуассона строилось для $\tau = 20$ с, однако, как мы видим, оно вообще не ложится под настоящие данные. При этом видно, что свойство распределения Пуассона $\sigma_n \approx \sqrt{\langle n \rangle}$ здесь не работает.

При этом доли случаев, $|n - \langle n \rangle| < \sigma_n, 2\sigma_n, 3\sigma_n$ больше 0.97. Это вызвано огромным среднеквадратичным отклонением. На это повлияли крайне сильные флуктуации, которые можно было наблюдать на графиках в программе счётчика в начале эксперимента. Можно предположить,

что в некоторый момент эксперимента рядом с счётчиком находился источник радиации.

В связи с этим я решил исключить данные, сильно выделяющиеся из массы. Были получены следующие данные:

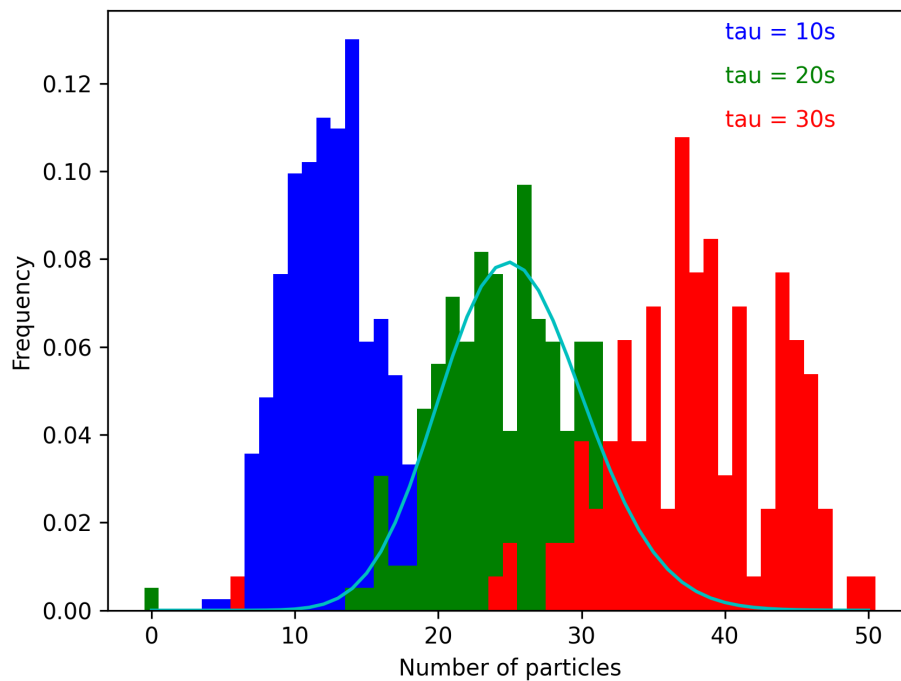
	$\tau = 10\text{s}$	$\tau = 20\text{s}$	$\tau = 30\text{s}$
$\langle n \rangle$	12.7	25.4	38.1
σ_n	3.5	5.4	6.4
$1 \cdot \sigma_n$	0.68	0.65	0.70
$2 \cdot \sigma_n$	0.95	0.97	0.95
$3 \cdot \sigma_n$	0.99	0.99	0.99
$\sigma_{\langle n \rangle}$	0.18	0.39	0.56
j, c^{-1}	1.27	1.27	1.27
σ_j, c^{-1}	0.02	0.02	0.02

По этим данным можно сказать:

- $\langle n \rangle$ - прямо пропорционально τ , что очевидно.
- $\sigma_n \approx \langle n \rangle$.

	$\tau = 10 \text{ c}$	$\tau = 20 \text{ c}$	$\tau = 30 \text{ c}$
\sqrt{n}	3.56	5.04	6.17
σ_n	3.5	5.4	6.4
$\varepsilon_{\sigma_n}, \%$	1.71	6.67	3.59

- $i \cdot \sigma_n$ - правило трёх сигм соблюдается.
- $\sigma_{\langle n \rangle}$ - пропорционально τ .
- j - не зависит от τ .
- σ_j - не зависит от τ .



Вывод

График построен для $\tau = 20$ с, и он хорошо ложится на гистограмму. В целом данные достаточно хорошо совпадают с теоретическими данными (в пределах 7%, говоря о σ_n), что говорит о случайном и независимом характере космического излучения.