

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

для потоков ФРКТ, ФАКТ, ФЭФМ, ФБМФ, ФПМИ(иностр.)

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1**

Семестр **2**

2022–2023 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить неопределённые интегралы

а) ③ $\int \frac{x^2 + 2}{(x+1)(x^2 - 2x + 3)} dx;$ б) ② $\int \frac{xe^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx.$

2. ④ Найти первый и второй дифференциалы в точке $M(\frac{\pi}{4}, 0)$ следующей функции: $f(x, y) = \operatorname{tg}(x + \sin(xy^2))$. Разложить эту функцию в точке M по формуле Тейлора до $o((x - \frac{\pi}{4})^2 + y^2)$ при $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$ и $y \rightarrow 0$.

3. ② Вычислить длину кривой $\Gamma : x(t) = \sin^3 \frac{t}{2}, y(t) = \cos^3 \frac{t}{2}, z(t) = \frac{3}{4}(t + \sin t)$ при $0 \leq t \leq \pi$.

4. ⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x-y} \sin \frac{x^2 - y^2}{3x^2 - 4xy + 3y^2}, & x \neq y; \\ 0, & x = y. \end{cases}$$

5. ④ Исследовать несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x^4} - x)^\alpha}{(x - \ln x)^2 \ln(e^x - x)} dx$ на сходимость.

6. ③ Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{3n}^n}{7^n}$ на сходимость (C_m^k — число сочетаний из m по k).

7. На множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость функциональную последовательность и функциональный ряд:

а) ④ $f_n(x) = \frac{n}{x} \sin \frac{x^2}{n};$ б) ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nx^2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{n+x^2}}.$

8. ③ Разложить функцию $f(x) = x^2 \arccos \frac{\sqrt{2+x}}{2}$ в ряд по степеням x и найти радиус сходимости полученного ряда.

МФТИ — 31

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)