

14) Коэффициенты само- и взаимной индукции. Взаимная индуктивность двух катушек на осевом магнитопроводе.

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

По второму закону Фарадея ток J создает \vec{B} : $B \sim J \Rightarrow \Phi \sim J$

$\Phi = \frac{1}{c} L J$, где L — индуктивность / коэффициент самоиндукции провода

Теперь имеется два витка: по одному течет ток $J_1 \Rightarrow B \sim J_1$. Тогда магнитный поток 1/2 второй виток: $\Phi_{21} \sim J_1$.

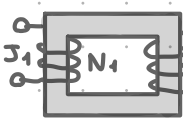
$\Phi_{21} = \frac{1}{c} L_{21} J_1$, где L_{21} — коэффициент взаимной индукции

индуктивность идеального соленоида

$$B = \mu H = \frac{4\pi}{c} \mu i = \frac{4\pi \mu}{c} \frac{N J}{e}$$

$$\Phi = N \Phi_0 = \frac{4\pi \mu}{c} N^2 J S = \frac{1}{c} L J \Rightarrow L = \frac{4\pi \mu N^2 S}{e}$$

взаимная индуктивность двух катушек на осевом магнитопроводе



сердечник полностью передает магнитный поток от одной катушки к другой.

$$B_1 = \frac{4\pi \mu}{c} \frac{N_1 J_1}{e} \Rightarrow \Phi_1 = \frac{4\pi \mu}{c} \frac{N_1 J_1}{e} S$$

$$\Rightarrow \Phi_{21} = N_2 \Phi_1 = \frac{4\pi \mu}{c} \frac{N_1 N_2 J_1}{e} S = \frac{1}{c} L_{21} J_1$$

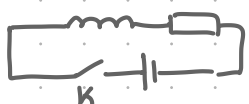
$$L_{21} = \frac{4\pi \mu N_1 N_2}{e} S$$

аналогично получаем

$$L_{12} = \frac{4\pi \mu N_2 N_1}{e} S$$

$$\Rightarrow L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_1 L_2}$$

Взаимная энергия токов. Теорема взаимности. Локализация магнитной энергии в пространстве

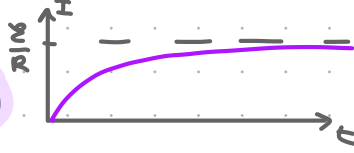


$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} = IR \quad I(0) = 0$$

$$\frac{dI}{\frac{\mathcal{E}}{R} - I} = \frac{dt}{L/R} \Rightarrow I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$\oint \mathcal{E}_{\text{инд}} dq = - \mathcal{E}_{\text{инд}} I dt = \text{расота против } \mathcal{E}_{\text{инд}} \rightarrow \text{магнитная энергия тока}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{1}{c} I d\Phi = [\Phi = \frac{1}{c} L I] = d(\frac{L I^2}{2c^2}) = d(\frac{I \Phi}{2c}) = d(\frac{\Phi^2}{2L})$$

$$U = \frac{L I^2}{2c^2} = \frac{I \Phi}{2c} = \frac{\Phi^2}{2L} - \text{магнитная энергия тока}$$

$$\vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{H} \quad \mu = \frac{4\pi}{c} \frac{N J}{e}$$

$$dU = \frac{1}{c} J d\Phi = \frac{1}{c} \frac{c e}{4\pi} \mu S dB = \frac{H dB}{4\pi} V \Rightarrow U = \frac{\mu H^2}{8\pi} V = \frac{B H}{8\pi} V = \frac{B^2}{8\pi \mu} V \leftarrow \text{магнитная энергия сосредоточена в объеме соленоида, т.е. в той области пр-ва, где присутствует магнитное поле}$$

$$I_1, I_2 \quad \Phi_i = \frac{1}{c} \sum_k L_{ik} I_k \Rightarrow d\Phi_i = \frac{1}{c} \sum_k L_{ik} dI_k$$

$$dU = \frac{1}{c} \sum_i I_i d\Phi_i = \frac{1}{c^2} \sum_{i \neq k} L_{ik} I_i dI_k$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial I_i \partial I_k} = \frac{1}{c^2} L_{ik} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial I_k \partial I_i} = \frac{1}{c^2} L_{ki} \Rightarrow L_{ik} = L_{ki} \quad \text{теорема взаимности}$$

энергия системы токов

$$dU = \frac{1}{c^2} \sum_i L_{ii} I_i dI_i + \frac{1}{c^2} \sum_{i \neq k} L_{ik} I_i dI_k \Rightarrow dU_B = \frac{1}{c^2} [L_{12} I_1 dI_2 + L_{21} I_2 dI_1 + \dots] = \frac{1}{2c^2} \sum_{i \neq k} L_{ik} d(I_i I_k)$$

$$U_C = \frac{1}{2c^2} \sum_i L_{ii} I_i^2 \quad dU_B$$

$$U_B = \frac{1}{2c^2} \sum_{i \neq k} L_{ik} I_i I_k$$

$$\text{тогда} \quad U = \frac{1}{2c^2} \sum_{i, k} L_{ik} I_i I_k$$

энергия магнитного поля: и.н. не производится. расоты: это значит. выхребое эл. поле.
за время dt в объеме V :

$$\delta A_{\text{none}} = dt \int_V \vec{j} \vec{E} dV$$

и о циркуляции:

$$\vec{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot} \vec{u}$$

$$\Rightarrow \delta A_{\text{none}} = \frac{c dt}{4\pi} \int_V \vec{E} \text{rot} \vec{u} dV = \frac{c dt}{4\pi} \int_V [\vec{u} \text{rot} \vec{E} - \text{div}(\vec{E} \times \vec{u})] dV$$

V - всё нр-во \rightarrow

$$\int_V \text{div}(\vec{E} \times \vec{u}) dV = \oint_{S(V)} (\vec{E} \times \vec{u}) dS = 0, \text{ если } V - \text{всё нр-во (на краях } \vec{E}, \vec{u} \rightarrow 0)$$

$$[\text{div}(\vec{E} \times \vec{u}) = \vec{u} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{u}]$$

тогда $\delta A_{\text{none}} = \frac{c dt}{4\pi} \int_V \vec{u} \text{rot} \vec{E} dV$

из закона э/м индукции: $\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\delta A_{\text{none}} = -\frac{dt}{4\pi} \int_V \vec{u} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dV$$

$$\delta A_{\text{none}} = -dU_m \Rightarrow dU_m = \frac{dt}{4\pi} \int_V \vec{u} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dV = \frac{1}{4\pi} \int_V \vec{u} d\vec{B} dV = \int_V (dU_m) dV, \text{ где } dU_m - \text{нрпавление}$$

нрпавления. энергии:

$$dU_m = \frac{\vec{u} d\vec{B}}{4\pi}$$

если $\vec{B} = \mu \vec{u}$, то

$$U_m = \frac{\mu \vec{u}^2}{8\pi} = \frac{\vec{B}^2}{8\pi} = \frac{\vec{B}^2}{8\pi\mu} - \text{плотность энергии}$$