

МФТИ

Вопрос по выбору

Кумулятивный эффект в жидкости.
Падение капли в воду.

Выполнили:
Манро Эйден
(Б01-308)
Солодилов Михаил
(Б01-307)

Введение

Цель работы: исследовать явление появления кумулятивной струи при падении капли воды в воду. Исследование зависимости параметров струи от параметров сосуда и высоты падения капли.

Оборудование: сосуд с водой, линейка, штатив, (что-то капающее)

Кумулятивный эффект, эффект Манро (англ. Munroe effect) – явление концентрации энергии в одном направлении или в определённом месте.

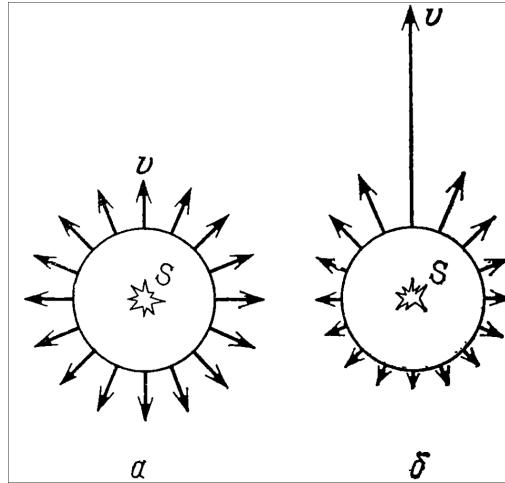
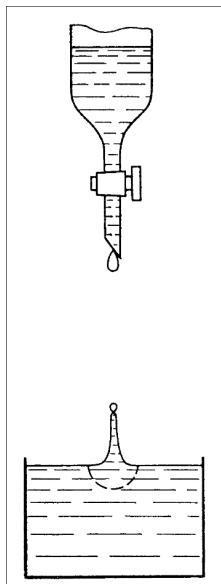


Иллюстрация эффекта

а – сферически-симметричный взрыв.
б – энергия взрыва сконцентрирована в одном направлении.

Обычно о нём говорят в очень быстро происходящих процессах, например, взрывах, но его также можно встретить и в повседневной жизни. Когда морские волны врезаются в берег, возникает вертикальная кумулятивная струя. В этой работе мы будем исследовать появление такой струи при падении капли в воду.

Теория

Весь процесс падения капли можно разделить на 3 этапа:

1. Падение капли.
2. Образование полусферического углубления в жидкости.
3. Схлопывание углубления и появление кумулятивной струи.

Энергия падении капли выражается следующим образом:

$$E_k = mgh = \frac{mv^2}{2} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g h,$$

где r – радиус капли, h – высота её падения. Во время образования углубления, энергия капли тратится на образование поверхности воды и на работу против силы Архимеда:

$$A_\sigma = \pi \sigma R^2,$$

$$A_{\text{апx}} = \int_0^R \frac{1}{3} \pi \rho g y^2 (3R - y) dy = \frac{1}{4} \pi \rho g R^4$$

где R – радиус углубления. Суммарная работа получается:

$$A = \pi \sigma R^2 + \frac{1}{4} \pi \rho g R^4.$$

Если приравнять её к энергии капли получим:

$$R = \left[\left(\frac{4\sigma^2}{\rho^2 g^2} + \frac{16}{3} r^3 h \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{2\sigma}{\rho g} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Далее вылетает кумулятивная струя. Будем считать, что она имеет форму цилиндра. Энергия, запасённая в нашем углублении при его схлопывании тратится на образование столба жидкости и преодоление силы тяжести.

$$A_\sigma = 2\pi r_c l \sigma,$$

где r_c – радиус струи, а l – её длина.

$$A_{\text{тяж}} = \int_0^l \pi r_c^2 \rho g y dy = \frac{1}{2} \pi r_c^2 l^2 \rho g.$$

Суммарная работа получается:

$$A = 2\pi r_c l + \frac{1}{2} \pi r_c^2 l^2 \rho g.$$

Приравняв это к энергии капли найдем параметры струи:

$$r_c l = \left(\frac{4\sigma^2}{\rho^2 g^2} + \frac{8}{3} r^3 h \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{2\sigma}{\rho g}.$$

Проверка теории опытом

Для проверки теории мы проведём следующий эксперимент: поставим ёмкость с водой рядом с линейкой, и будем капать туда из шприца, записывая процесс на замедленную съёмку.



Установка

Затем мы обработали полученные кадры, измерив параметры углубления от падения капли и параметры кумулятивной струи. Для измерения расстояний использовался фотошоп.

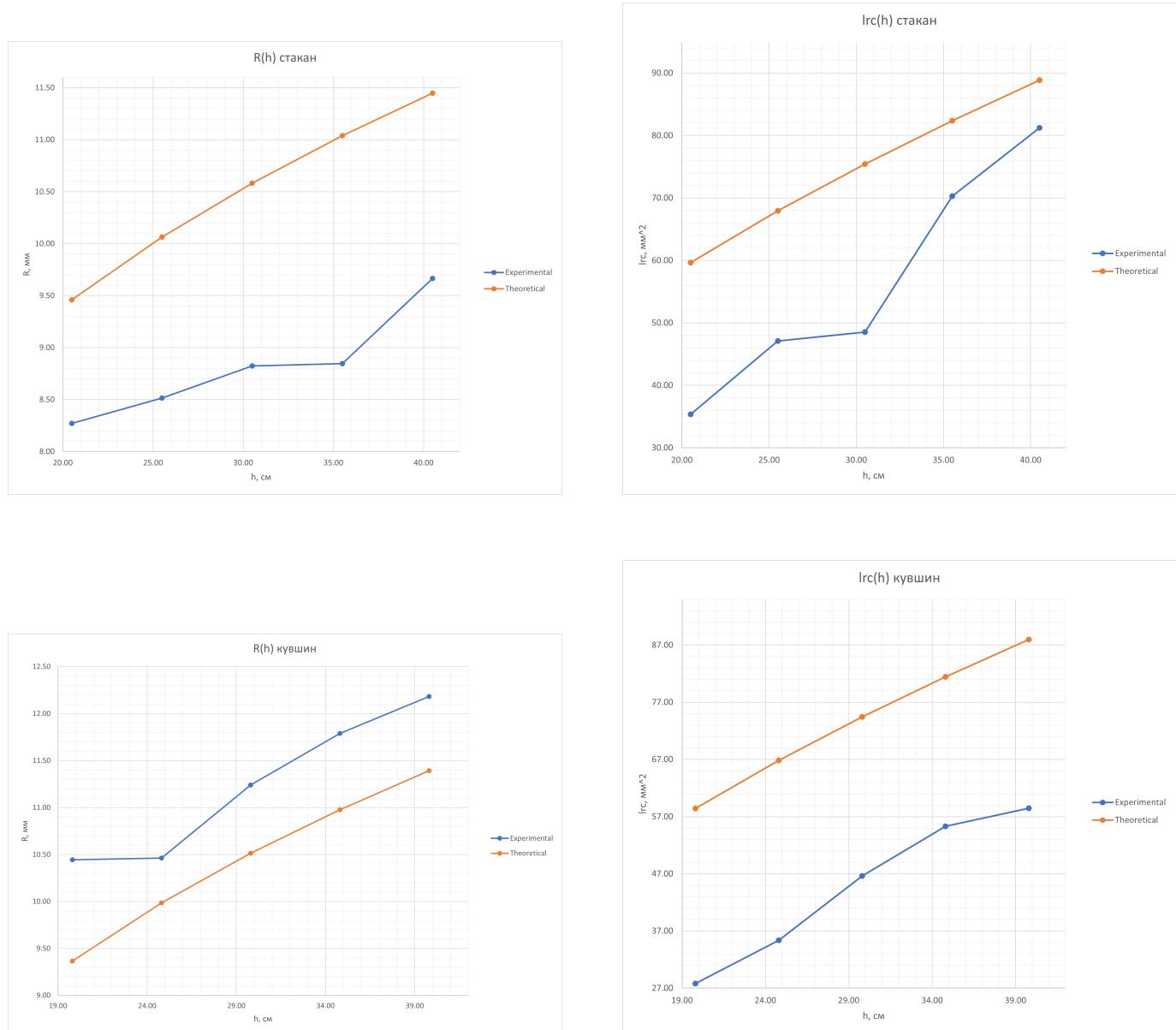


Мы проводили опыт с двумя сосудами: кружкой и кувшином для воды. В нашей теории мы считаем сосуд с водой бесконечно большим, тем самым мы не учитываем влияние механических волн на ход эксперимента. Однако, если слишком часто капать, то вода не успевает “ успокоиться”, из-за чего первая струя заметно выше последующих. Поэтому перед каждым капанием мы выжидали, пока поверхность воды визуально успокоится.



Обработка результатов

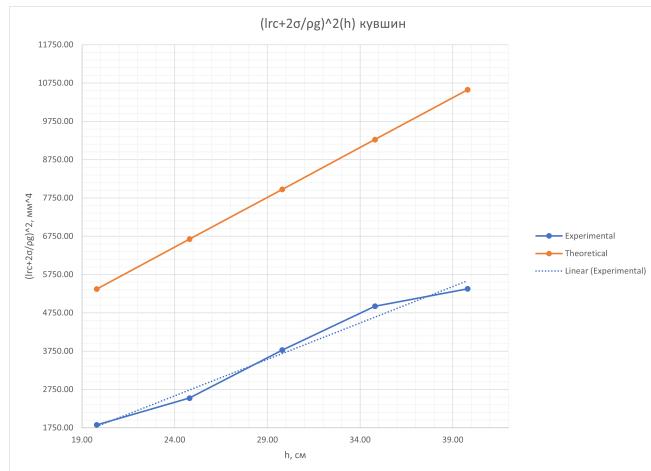
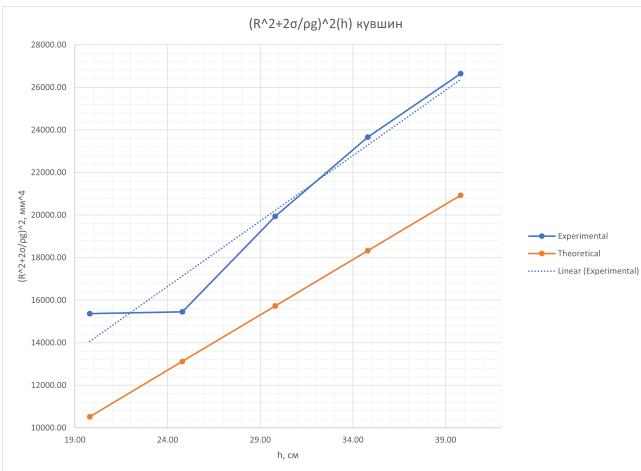
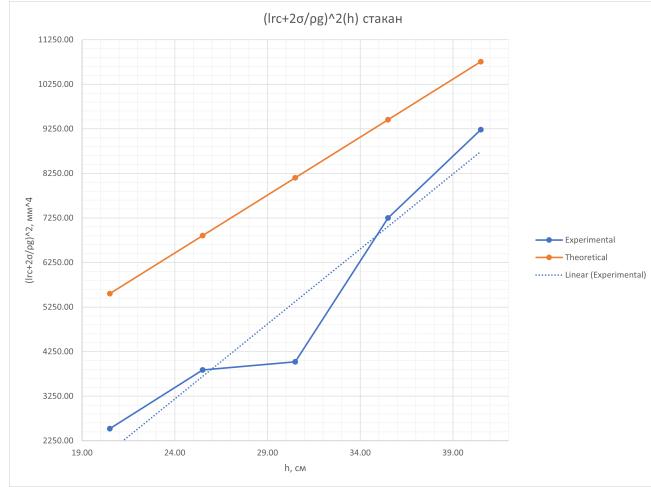
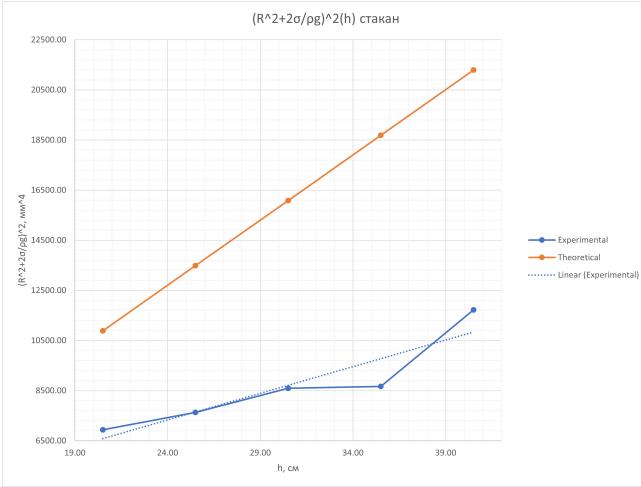
По собранным данным мы построили графики и сравнили их с теорией.



Лианирезуем графики по следующим формулам:

$$(R^2 + \frac{2\sigma}{\rho g})^2 = \frac{16}{3}r^3h + \frac{4\sigma^2}{\rho^2 g^2}$$

$$(lrc + \frac{2\sigma}{\rho g})^2 = \frac{8}{3}r^3h + \frac{4\sigma^2}{\rho^2 g^2}$$



Для кувшина получились следующие коэффициенты наклона: $k_R = 616$, $k_{lrc} = 190$, что отличается от теоретических на 18 и 27 процентов соответственно.

Вывод

Видно, что для кувшина линеаризованные графики достаточно похожи на теоретические в плане наклона. Так что можно сказать, что мы нашли правильные зависимости, но модель оказалась слишком идеальной. Отхождения от теории обосновываются малыми размерами сосудов и большой высотой падения капли. Ведь мы не учитывали образование дополнительных капель, да и в целом система крайне чувствительная к стороннему воздействию, например шагам людей поблизости. Чтобы улучшить эксперимент, можно взять сосуд побольше, найти более хорошую камеру, чтобы избавиться от эффекта перспективы и уменьшить высоту падения капли, ведь тогда можно добиться отсутствия появления дополнительных, что ближе приблизит нас к модели.