

31) Электронические флуктуации. Тепловой шум. Тепловые флуктуации в колебательном контуре. Интенсивность теплового шума, формула Найквиста

случайное движение электронов приводит к флуктуациям эл. поля, которые вызывают ток. Этот ток в свою очередь приводит к выделению тепла в активном сопротивлении. выделение тепла точно соотв. энергии, взятой из флуктуаций. идёт непрерывная передача энергии флуктуациям в тепловую энергию и обратно. рассматриваемый шум называют **тепловым**

двигатель с компенсацией электронов n в объёме V :

$$\vec{j} = ne\vec{u} \quad \vec{u} = \frac{1}{N} \sum_i \vec{v}_i \quad \text{— средняя (дрейфовая) скорость группы электронов}$$

$\uparrow N = nV$

ввиду случайного движения электронов $\vec{j} = 0$

$$\vec{j}^2 = e^2 n^2 \vec{u}^2 = e^2 n^2 \overline{u^2}$$

$$\overline{u^2} = \frac{1}{N} \overline{N^2} = \frac{1}{N} \overline{(N - \bar{N} + \bar{N})^2} = \frac{1}{N} \overline{(N - \bar{N})^2 + \bar{N}^2} = \frac{1}{N} (\overline{(N - \bar{N})^2} + \bar{N}^2) = \frac{1}{N} (\overline{N^2} - \bar{N}^2 + \bar{N}^2) = \frac{1}{N} \overline{N^2} = \frac{1}{N} (\bar{N} + \overline{N^2 - \bar{N}^2}) = \frac{1}{N} \bar{N} + \frac{1}{N} \overline{N^2 - \bar{N}^2}$$

$[\bar{N} \gg 1 \Rightarrow \overline{N^2 - \bar{N}^2} \gg \bar{N}]$

$$\overline{u^2} = \frac{1}{N^2} \left(\sum_i \vec{v}_i \right)^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i,k} \vec{v}_i \cdot \vec{v}_k$$

при $i \neq k \quad \vec{v}_i \cdot \vec{v}_k = 0$ (т.к. $\vec{v}_i = 0$ и эти величины независимы)

$$\overline{u^2} = \frac{1}{N^2} \sum_i \overline{v_i^2} = \frac{1}{N} \frac{3kT}{m}$$

тогда

$$\vec{j}^2 = e^2 n^2 \overline{u^2} = e^2 n^2 \frac{1}{N} \frac{3kT}{m} \approx \frac{1}{V} \frac{e^2 n}{m} kT$$

$[N = nV]$

флуктуация мощности

$$\overline{J^2} = S^2 \overline{j^2} \approx \frac{S^2}{V} \frac{e^2 n}{m} kT = \frac{S}{\ell} \frac{e^2 n}{m} kT \quad \ell, S \text{ — характеристики проводника}$$

согласно теории Друде:

$$\lambda = \frac{ne^2 \tau}{2m}, \text{ где } \tau \text{ — среднее время св. пролета электронов.}$$

$$\overline{J^2} \sim \frac{1}{\tau} \frac{S \lambda}{e} kT = \frac{1}{\tau} \frac{kT}{R}$$

возникновение этого тока можно рассматривать как результат действия случайного эл. поля $\vec{E} = \frac{1}{\lambda} \vec{x}$, $\vec{E} = 0$

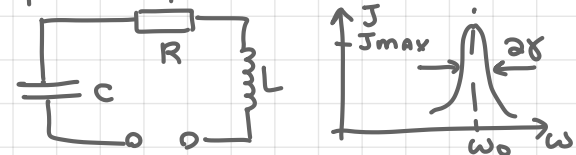
флуктуации порождают случайные $\mathcal{E}(t)$: $\overline{\mathcal{E}} = 0 \quad \overline{\mathcal{E}^2} \neq 0$

$$\overline{\mathcal{E}^2} = R^2 \overline{J^2} \sim \frac{kTR}{\tau}$$

мощность омических потерь:

$$\overline{P} = \overline{J\mathcal{E}} = R \overline{J^2} \sim \frac{kT}{\tau}$$

рассмотрим высокоомный LCR-контур



$\mathcal{E}(t) \leftarrow$ ЭДС (случайная), поставленное активным сопротивлением R

энергия в контуре:

$$W = \frac{L\dot{q}^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{LJ^2}{2} + \frac{C\mathcal{U}^2}{2}$$

если система имеет температуру T , то по ^{равно-}распределению энергии по степеням свободы на каждую из частей (мат. и эл.) приходится по $kT/2$

$$\overline{W_L} = \frac{\overline{LJ^2}}{2} = \frac{1}{2} kT \quad \overline{W_C} = \frac{\overline{C\mathcal{U}^2}}{2} = \frac{1}{2} kT \quad \Rightarrow \overline{W} = \overline{W_L} + \overline{W_C} = kT$$

$$Q = \frac{2\pi W}{\Delta\omega} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{2\pi W}{Q} = \frac{2\pi kT}{Q} = 2\pi \frac{kT}{\omega_0} \Delta\omega = kT T_0 \Delta\omega$$

$$[Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}] \quad [T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}]$$

↑ ширина резонанса

выражение для рассеиваемой мощности

$P_\omega \sim \Delta W / T_0 = kT \Delta\omega$ - оценка мощности в ант. сопротивлении в диапазоне $\omega \div \omega + d\omega$

в условиях равновесия тепло такая же мощность затрачивается на создание флуктуаций $\exists \Delta\epsilon \Rightarrow$ полученная формула даёт выражение для спектра тепловых шумов

$$P = J^2 R = \mathcal{E}^2 / R$$

$$(J^2)_\omega d\omega \sim \frac{kT}{R} d\omega$$

формула Найквиста

$$(\mathcal{E}^2)_\omega \sim kTR d\omega$$

← спектральные плотности рассм. величин не зависят от частоты, т.е. на всех частотах амплитуда флуктуаций одинакова

↓

тепловые флуктуации производят
случай шум.