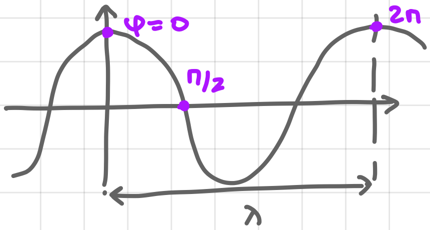
36 Плоская электромагнитная волна. ?

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz)$ (1) $\quad \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t - ikz}$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$-k^2 \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz) + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\omega^2 \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz) = 0$$

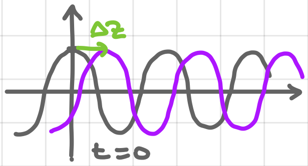
(1) − решение (2) только если: $k^2 = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\omega^2$ $\quad \boxed{\frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}$



$$E_0 \cos(\underbrace{\omega t - kz}_{\varphi})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \ (def)$$



$$\omega\Delta t - k\Delta z = 0$$

$\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ — фазовая скорость $\Rightarrow \lambda\nu = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

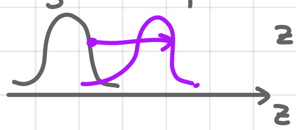
$v_\varphi = \lambda\nu$

Монохроматические волны. Комплексная амплитуда волны. ?

одномерный случай:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

общий вид решения: $E_x = f_1(z - vt) + f_2(z + vt)$, где $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$



$z - vt = const \Rightarrow \frac{dz}{dt} = v$

$\omega = const$ для монохроматической волны

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \underbrace{\vec{a}(\vec{r})e^{i\varphi(\vec{r})}}_{\hat{E}} \cdot e^{-i\omega t}$$

$\Rightarrow k = \frac{\omega}{c/\sqrt{\varepsilon\mu}}$ — волновое число

$$\nabla^2 \hat{E} + k^2 \hat{E} = 0$$

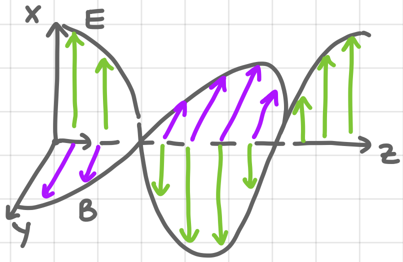
Связь полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в плоской электромагнитной волне

$[\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\mu}{c}\omega\vec{H}$ (билет 35)

$kE = \frac{\mu}{c}\omega H$, $\frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ $\Rightarrow E = \underbrace{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}_{\text{волновое сопротивление}} H \Rightarrow \sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H = \frac{B}{\sqrt{\mu}}$

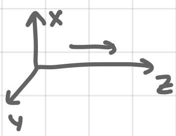
$E = \frac{B}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ $\quad \vec{E} \perp \vec{B}$

(в то время как в общем случае $\sqrt{\varepsilon}E = \pm\sqrt{\mu}H$)



Стоячие и бегущие волны

до этого были бегущие волны



прямая волна:

$$\begin{cases} E_{x1} = A\cos(\omega t - kz) \\ B_{y1} = \sqrt{\varepsilon\mu}A\cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

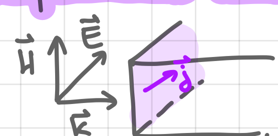
обратная волна:

$$\begin{cases} E_{x2} = A\cos(\omega t + kz) \\ B_{y2} = -\sqrt{\varepsilon\mu}A\cos(\omega t + kz) \end{cases}$$

$E_x = E_{x1} + E_{x2} = A(\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t + kz)) = 2A\cos\omega t \cos kz$

$B_y = \sqrt{\varepsilon\mu}\, 2A \sin\omega t \sin kz$

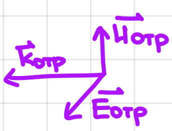
Отражение волн от идеального проводника



$\vec{j} = \lambda\vec{E}$ $\quad \lambda$ − большое

ид. проводник $\Rightarrow E_{внутр} = 0$

$\vec{E} + \vec{E}_{отр} = 0$ $(E_{вн} = E_{внутр} = 0)$



Приближение сферической волны

Π источник волн точечный. тогда при излучении возникает волна, расх. от центра.
рассм. сначала скалярные волн. $u(\vec{r}, t)$,

$$u = u(r, t) \text{ (сферически симм.)}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (ru)}{\partial r^2}$$

$$[g(r,t) = r u(r,t)]$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 g}{\partial r^2}$$

решение этого уравнения. $g(r,t) = w_1(r - ct) + w_2(r + ct)$

$$u(r,t) = \underbrace{\frac{w_1(r-ct)}{r}}_{\text{от центра}} + \underbrace{\frac{w_2(r+ct)}{r}}_{\text{к центру}}$$

излучение производится источником в центре $\Rightarrow u(r,t) = \dfrac{Q(t - r/c)}{r}$

в центре действует источник. $Q(t)$. сигнал от этого источника доходит до приёмника в точке на расстоянии r за $\tau = r/c$

Π в центре действует векторный источник $\vec{p}(t)$, а создаваемое им поле $\vec{u}(\vec{r}, t)$:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \Delta \vec{u}$$

тогда сферические волн. $\vec{u}(\vec{r}, t)$ можно записать в виде

$$\vec{u}(r,t) = \frac{\vec{p}(t - r/c)}{r}$$

$\Rightarrow$ амплитуда сферических волн убывает с расстоянием как $\sim r^{-1}$