

№ 1

$$x \neq y \wedge (y < x \rightarrow 2z > x) \wedge (x < y \rightarrow x > 2z) = 1$$

$$z=7, y=16$$

$$x \neq 16 \wedge (16 < x \rightarrow x < 14) \wedge (x < 16 \rightarrow 14 < x) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 16 = 1 \\ 16 < x \rightarrow x < 14 = 1 \text{ (1)} \\ x < 16 \rightarrow 14 < x = 1 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$\text{(1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 < x = 1 \\ x < 14 = 1 \end{cases} \text{ невозможно} \\ \begin{cases} 16 < x = 0 \\ x < 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 16 = 1 \\ x \geq 14 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 14 \leq x \leq 16 = 1 \\ \begin{cases} 16 < x = 0 \\ x < 14 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 16 = 1 \\ x < 14 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 16 = 1$$

$$\text{(2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 16 = 1 \\ 14 < x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 14 < x < 16 = 1 \\ \begin{cases} x < 16 = 0 \\ 14 < x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 = 1 \\ x \leq 14 = 1 \end{cases} \text{ невозможно} \Rightarrow x > 14 = 1 \\ \begin{cases} x < 16 = 0 \\ 14 < x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 = 1 \\ x > 14 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 16$$

В итоге:  $\begin{cases} x \neq 16 \\ x \leq 16 \\ x \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \underline{x = 15}$  Ответ: 15

№ 2

$$f(x, y, z) = \overline{x \wedge \overline{y} \wedge z} = \overline{x} \vee y \vee \overline{z}$$

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F_1 = x \wedge (y \rightarrow z)$$

№3

x	y	z	F <sub>1</sub>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

как будем, таблицы  
разные  $\Rightarrow F_1 \neq F_2$

$$F_2 = (x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)$$

x	y	z	F <sub>2</sub>
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

№4

a)

$$x \wedge (y \rightarrow z) = x \wedge (\bar{y} \vee z) = x \wedge \bar{y} \vee x \wedge z$$

на наборе (0, 0, 0)

$$\overline{x \wedge y} \vee x \wedge z \neq x \wedge \bar{y} \vee x \wedge z$$

$$x \wedge y \rightarrow x \wedge z = \overline{x \wedge y} \vee x \wedge z$$

а значит

$$x \wedge (y \rightarrow z) \neq x \wedge y \rightarrow x \wedge z$$

$$A \oplus B = (A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee B)$$

$$A \oplus B = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$

$$\overline{A \oplus B} = A \oplus B$$

$$f_1(x, y, z) = (x \oplus y) \equiv (x \oplus z)$$

x	y	z	F <sub>1</sub>
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f_2(x, y, z) = x \oplus (y \equiv z)$$

x	y	z	F <sub>2</sub>
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

как будем из таблицы,  $F_1 \neq F_2$

№5

→

$$a \rightarrow b \stackrel{2}{=} b \rightarrow a$$

a	b	a → b
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

a	b	b → a
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

видно, что  $a \rightarrow b \neq b \rightarrow a =$

$\Rightarrow$  комм. не выполняется

✗

$$\delta) (x \rightarrow y) \rightarrow z \stackrel{?}{=} x \rightarrow (y \rightarrow z)$$

$x \ y \ z \ (x \rightarrow y) \rightarrow z$

0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$x \ y \ z \ x \rightarrow (y \rightarrow z)$

0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

как мы видим, не выполняется  $\times$   
 $\neq$

$$a) f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	0

$$x_1: f(0, 0, 0) = 0 \Rightarrow x_1 - \text{сущ.}$$

$$f(1, 0, 0) = 1$$

$$x_2: f(0, 0, 0) = 0$$

$$f(0, 1, 0) = 1 \Rightarrow x_2 - \text{сущ.}$$

$x_3$ : рассматривая 1 и 2 строки, 3 и 4

и т.д. мы видим, что  $x_3$  меняется с 0 на 1, а  $f$  не меняется  $\Rightarrow x_3$  - фикт.

$$\delta) g(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \rightarrow (x_1 \vee x_2)) \rightarrow x_3 =$$

$$= (\overline{x_1} \vee x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3 = 1 \rightarrow x_3 = x_3 \Rightarrow$$

$x_1$  - фикт  
 $x_2$

$$f(x_1, \dots, x_n) = (x_1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge (\overline{x_1} \vee f(1, x_2, \dots, x_n))$$

$$1) x_1 = 0: f(0, x_2, \dots, x_n) = (0 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge (1 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = f(0, x_2, \dots, x_n) \checkmark$$

$$2) x_1 = 1: f(1, x_2, \dots, x_n) = (1 \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \wedge (0 \vee f(1, x_2, \dots, x_n)) = f(1, x_2, \dots, x_n) \checkmark$$

$\neq$

$$x^1 = x, x^0 = \overline{x}, \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) - \text{каждое } 0 \text{ и } 1$$

$$f_\alpha(x_1, \dots, x_n) = x_1^{\alpha_1} \wedge x_2^{\alpha_2} \wedge \dots \wedge x_n^{\alpha_n}$$

если  $a_i = 0$ , то  $a_i^{a_i} = 0^0 = \overline{0} = 1$

если  $a_i = 1$ , то  $a_i^{a_i} = 1^1 = 1$

т.е. если  $x_1, \dots, x_n = a_1, \dots, a_n$ , то

$$f_2(a_1, a_2, \dots, a_n) = a_1^{a_1} \wedge a_2^{a_2} \wedge \dots \wedge a_n^{a_n} = 1$$

если некоторым  $x_i \neq a_i$ , т.е.

либо

$$a_i = 0, x_i = 1, \text{ тогда } x_i^{a_i} = 0^0 = 0$$

либо

$$a_i = 1, x_i = 0, \text{ тогда } x_i^{a_i} = 0^1 = 0$$

, то во всей комбинации будет ноль, который всё закрывает,  
т.е. будет  $f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^{a_1} \wedge x_2^{a_2} \wedge \dots \wedge \underbrace{x_i^{a_i}}_0 \wedge \dots \wedge x_n^{a_n} = 0$

значит  $f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$  тогда и только тогда, когда  
 $(x_1, x_2, \dots, x_n) = a$   $\square$

19

$$\bigvee_{i,j} (x_i \oplus x_j) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \dots \vee \overline{x_n})$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \dots \vee \overline{x_n}) = x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \wedge x_3 \vee \dots$$

$x_i \oplus x_j = \overline{x_i} \wedge x_j \vee x_i \wedge \overline{x_j}$  по дистрибутивному закону, если мы продолжим  
по всем  $i, j \in n$ , и выберем  $\overline{x_i} \wedge x_j \vee x_i \wedge \overline{x_j} = x_i \oplus x_j$ ,  
мы можем раскрыть скобки и получить  $\bigvee_{i,j} (x_i \oplus x_j)$   $\square$

110

1]  $f(x) = \overline{x}$ , Попробуем представить  $f(x)$  в виде функции с  $\wedge, \vee$ :

однако,  $x \wedge x = x \vee x = x$ , т.е. операция над  $x$  в данном контексте никак ничем не изменяет и остаётся  $x$

$\Rightarrow$  нельзя в таком виде представить  $f(x) = \overline{x}$

$\Rightarrow$  не  $\forall$  функцию можно представить только с помощью  $\wedge, \vee$ ,  $\square$