42 Квазистационарное проникновение электрического и магнитного полей в проводящую среду. Скин-эффект. Глубина скин-слоя для постоянного и переменного полей.

скин-эффект – протекание токов высокой частоты в тонком поверхностном слое проводника.

$$\vec{j} = \lambda \vec{E}$$

$$j_{см} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

если поле переменное: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\omega t$, то

$$\vec{j} = \lambda \vec{E} = \lambda \vec{E}_0 \cos\omega t = \vec{j}_0 \cos\omega t$$

$$j_{см} = \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi}\vec{E}_0 \sin\omega t = (\vec{j}_{см})_0 \sin\omega t$$

для типичных металлов в широком диапазоне частот $(j_{см})_0 \ll j_0 \Rightarrow$ не будем использовать токи смещения в расчётах.

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \vec{B} = \mu\vec{H}$$

уравнения Максвелла (для э/м поля в металле в предположении, что в среде нет несовпадающих зарядов)

$$\begin{cases} \text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{rot}\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} = \frac{4\pi\lambda\vec{E}}{c} \\ \text{div}\,\vec{E} = 0 \\ \text{div}\,\vec{H} = 0 \end{cases}$$

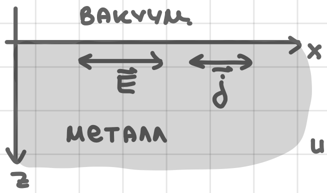
↖ закон Ома

$$\Rightarrow \text{rot}\,\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}\text{rot}\,\vec{H} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{4\pi\lambda}{c}\vec{E}\right)$$

$$\text{rot}\,\text{rot}\,\vec{E} = \text{grad}\,\text{div}\,\vec{E} - \Delta\vec{E}$$

$$[\text{div}\,\vec{E} = 0]$$

$$\Delta\vec{E} = \frac{4\pi\lambda\mu}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



] по проводнику течёт ток $J = J_0 \cos\omega t$

$\vec{j} = \lambda\vec{E} \Rightarrow \vec{E}$ имеет ту же частоту. $\Rightarrow E = E_0(z)e^{-i\omega t}$

найдём распределение тока по объёму проводника.

] $E = E(z,t) \qquad j = j(z,t)$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{4\pi\mu\lambda}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\frac{d^2 E_0}{dz^2} = k^2 E_0, \quad k = \sqrt{-\frac{4\pi i\mu\lambda\omega}{c^2}}$$

$$\left[\sqrt{-i} = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}}\right]$$

$$k = \sqrt{\frac{4\pi\mu\lambda\omega}{c^2}}\sqrt{-i} = (1-i)\sqrt{\frac{2\pi\mu\lambda\omega}{c^2}} = \frac{(1-i)}{\Lambda}, \text{ где } \Lambda = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu\lambda\omega}}$$

$\omega\nearrow \quad \Lambda\searrow$ в пределе идеального проводника ток течёт в бесконечно узком слое вблизи пов-ти

$$E_0(z) = E_0(0)e^{-kz} = E_0(0)\exp\left(-\frac{z}{\Lambda}(1-i)\right)$$

тогда

$$j(z,t) = \lambda E(z,t) = \lambda E_0(z)e^{-i\omega t} = j_0(0)e^{-\frac{z}{\Lambda}}e^{i\left(\frac{z}{\Lambda} - \omega t\right)}$$

таким образом, переменный ток и переменное поле проникают в проводник на глубину порядка Λ, называемую толщиной скин-слоя

для пост. поля $\omega \to 0 \Rightarrow \Lambda \to \infty \Rightarrow$ ток течёт по всему сечению проводника