29 Спектральный анализ линейных систем. Частотная характеристика и импульсный отклик системы.

LCR-контур: $\ddot V + 2\gamma \dot V + \omega_0^2 V = \omega_0^2 \mathcal{E}(t)$ (1)

по th Фурье $\mathcal{E}(t) = \int d\mathcal{E} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$

элементарный гармонический сигнал: $d\mathcal{E} = \mathcal{E}_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$

в случае вынуждающей силы $\sim e^{i\omega t}$ отклик зависит от времени по тому же закону:

$$V = \int dV \qquad dV = V_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$$

подставляем в (1):

$(-\omega^2 + 2i\gamma\omega + \omega_0^2)dV = \omega_0^2 \mathcal{E}_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$

вводя функцию отклика:

$$\lambda(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega}$$

получим $dV = \lambda(\omega)\mathcal{E}_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$

$$V(t) \equiv \int\limits_{-\infty}^{+\infty} V_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\lambda(\omega)\mathcal{E}_\omega e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} \Rightarrow V_\omega = \lambda(\omega)\mathcal{E}_\omega$$

связь между компонентами сигнала и отклика

$\delta(t)$ — импульсная функция: отлична от 0 в единственной точке, но $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt = 1$

Э источник импульсный: $\mathcal{E}(t) = A\delta(t)$ $\qquad \delta(t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$

$\mathcal{E}_\omega = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{E}(t)e^{-i\omega t}dt = A \Rightarrow V_\omega = A\lambda(\omega)$

тогда $V(t) = A\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\lambda(\omega)e^{i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}$ — импульсный отклик системы

таким образом, $\lambda(\omega)$ — фурье-спектр отклика на импульсный сигнал

заметим, что $\lambda(\omega)$ совпадает с частотной характеристикой контура:

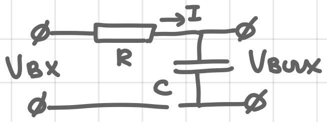
$$\hat V_0 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega}\mathcal{E}_0 \quad \text{(билет 26)}$$

Колебательный контур как спектральный прибор.

Интегрирующая и дифференцирующая цепочки как высокочастотный и низкочастотный фильтры.

интегрирующие цепи — цепи, на выходе которых формируется функция, значение которой соответствует интегралу от функции времени на входе

если $V_{вых} \ll V_{вх}$:



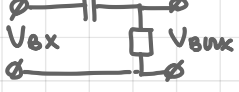
$\omega \to \infty$: $Z_C \to 0 \Rightarrow V_{вых} \to 0$

$\omega \to 0$: $Z_C \to \infty$

$V_{вых} = \frac{Z_C}{R + Z_C}V_{вх}$

$\Rightarrow$ фильтр высоких частот (остаются низкие)

дифференцирующие цепи — цепи, на выходе которых напряжение пропорционально производной входного напряжения



$\omega \to \infty$: $Z_C \to 0$

$\omega \to 0$: $Z_C \to \infty$ $\Rightarrow V_{вых} = \frac{R}{R + Z_C}V_{вх} = 0 \Rightarrow$ фильтр низких частот