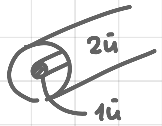
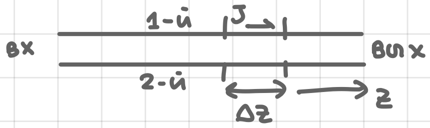
## (40) Линии передачи энергии. Двухпроводная линия, коаксиальный кабель. Скорость волны, волновое сопротивление. Коэффициент стоячей волны. Согласованная нагрузка

**Линии передачи энергии** – системы, предназначенные для передачи по ним э/м энергии.
**Двухпроводная линия** – система для передачи э/м энергии из одного места в другое, состоящая из двух проводников, причём $d \ll \ell$

↓ экранированные линии (напр. **коаксиальный кабель**)




→ открытые линии (напр. **система двух ||ных проводов**)



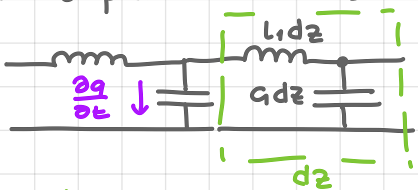

→ пример неквазистац. цепи $\lambda \lesssim L$
(в разных участках – разные фазы)

$\exists\, \Delta z \ll \lambda$ (для $\Delta z$ ↳ квазистационарность)

$\exists\, q_1$ – заряд на ед. длины провода. тогда $q_z = q_1 dz$

$$q_1(z, t+\Delta t)dz - q_1(z,t)dz = [J(z,t) - J(z+dz,t)]dt$$
$$\Updownarrow$$
$$\frac{\partial q_1}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial z}$$

Двухпроводная линия эквивалентна эл. цепи, содержащей многократно повт. эл-т длиной $dz$, включающей ёмкость $G dz$ и индуктивность $L_1 dz$




$$\Delta V = V(z+\Delta z) - V(z) = -\frac{L_1 \Delta z}{c^2}\frac{\partial I}{\partial t}$$

① $$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{L_1}{c^2}\frac{\partial I}{\partial t}$$

$I(z) = I(z+\Delta z) + \frac{\partial q}{\partial t}$ (сумма токов в узле)

$[q = VG\Delta z]$

$$\Delta I = -\frac{\partial q}{\partial t} = -G\Delta z \frac{\partial V}{\partial t} \Rightarrow ② \ \frac{\partial I}{\partial z} = -G\frac{\partial V}{\partial t}$$

①+② – **телеграфные уравнения**

① $\overset{\partial/\partial z}{\Rightarrow}$, ② $\underset{\partial/\partial z}{\Rightarrow}$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{c^2}{L_1 G}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \Rightarrow \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2},$$
где $v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{L_1 G}}$ – **фазовая скорость**

**волновое ур-ние сигнала**

гр. условия: 1. если провода не соединены (свободны):
$J = 0$ при $z = L$ – длина линии
2. если провода соединены (замкнуты)
$V = 0$ при $x = L$

**коаксиальный кабель:**

$$L_1 = 2\mu \ln\frac{R_1}{R_2}, \quad G = \frac{\varepsilon}{2\ln\frac{R_1}{R_2}} \Rightarrow v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

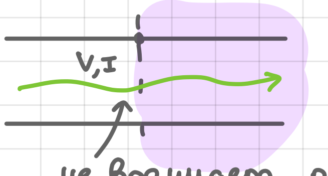
**двухпроводная линия**

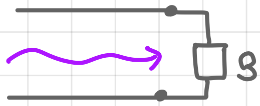

$$E = \frac{2\varkappa}{\varepsilon r} + \frac{2\varkappa}{\varepsilon(d-r)} \qquad \varkappa = \frac{q}{\ell}$$
$$\Delta\varphi = \int_a^{d-a} E\,dr = \frac{4\varkappa}{\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{a}\right) \Rightarrow G = \frac{d\varkappa}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon}{4\ln(d/a)}$$
$$B = \frac{2\mu J}{cr} + \frac{2\mu J}{c(d-r)} \Rightarrow \Phi = \int B\,dS = \frac{4\mu J}{c}\ell\ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$
$$\Downarrow$$
$$L_1 = 4\mu\ln\frac{d}{a}$$
$$\Downarrow$$
$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

**волновое сопротивление** $Z = \frac{V}{J}$
(волновой/характеристический импеданс длинной линии)

рассм. бегущую волну в двухпроводной линии:

$$V = V_0 e^{i(kx-\omega t)} \qquad J = J_0 e^{i(kx-\omega t)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{G}\frac{\partial J}{\partial x} \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{L_1}{c^2}\frac{\partial J}{\partial t}$$
$$-i\omega V = -\frac{ik}{G}J \qquad ikV = \frac{i\omega L_1}{c^2}J$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow (1)/(2)$$
$$Z = \frac{V}{J} = \frac{k}{\omega G} \qquad \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{c^2}{L_1 G}$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$J = vVG \qquad Z = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{L_1}{G}} = \rho$$



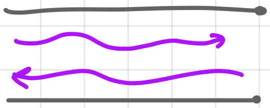

$V = g \cdot J$

с точки зрения волны разницы м/у этими ситуациями нет

не возникает отражения $\Rightarrow$ нет отражения

$\Downarrow$

вся энергия поглощается нагрузкой $g$



отражение

**коэффициент стоячей волны** — отношение наиб. амплитуды напряжения в линии передачи к наименьшей.

$$r = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

$V_{max}$ ← в пучности

$V_{min}$ ← в узле

$r = 1 \Rightarrow$ волна чисто бегущая

$r \to \infty \Rightarrow$ волна чисто стоячая

**коэффициент бегущей волны**

$$d = \frac{1}{r} = \frac{V_{min}}{V_{max}}$$

$d = 1 \Rightarrow$ бегущая волна

$d = 0 \Rightarrow$ стоячая волна

коэф-т отражения

$$g = \frac{Z_н - Z}{Z_н + Z}$$

$Z$ ← волновое (экв-во в Кирхане)

$Z_н$ ← нагрузки

$$V = V_{пад} + V_{отр} = V_0 \cos(kx - \omega t) + gV_0 \cos(kx + \omega t)$$

$$V = (1-g)V_0 \cos(kx - \omega t) + gV_0(\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)) =$$

$$= (1-g)V_0 \cos(kx - \omega t) + 2gV_0 \cos kx \cos \omega t \equiv V_{бег} + V_{ст}$$

$$V = V_0 e^{i(kx - \omega t)} + gV_0 e^{-i(kx + \omega t)} = V_0 e^{-i\omega t}(e^{ikx} + g e^{-ikx})$$

$$|V| = V_0 \sqrt{(e^{ikx} + g e^{-ikx})(e^{-ikx} + g e^{ikx})} = \sqrt{1 + g^2 + 2g \cos 2kx}$$

максимум: $\cos 2kx = 1$

минимум: $\cos 2kx = -1$

$\Rightarrow V_{max} = V_0(1+g)$ $\quad V_{min} = V_0(1-g)$

$\Downarrow$

$$r = \frac{1+g}{1-g} \qquad d = \frac{1-g}{1+g}$$