③ Потенциальный характер электростатического поля. Теорема о циркуляции электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов. Связь напряжённости поля с градиентом потенциала.

] поле создаётся точечным зарядом Q: $\vec{E} = \frac{Q}{r^3}\vec{r}$

работа сил поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} q\vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = qQ\int_{(1)}^{(2)} \frac{\vec{r}d\vec{r}}{r^3} = qQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

– как можно видеть, работа зависит от положения начальной и конечной точек, но не зависит от траектории ⇒ поле консервативно

система зарядов:

каждое из полей $\vec{E}_i$ консервативно ⇒ суммарное поле консервативно

можно ввести потенциальную энергию заряда q в этом поле: $A_{12} = \int_{(1)}^{(2)} q\vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = U_1 - U_2$

definition

разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ поля между точками 1 и 2 называется работа сил поля по перемещению единичного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\int_{(1)}^{(2)} \vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = \varphi_1 - \varphi_2$$

поскольку электростатическое поле можно характеризовать потенциалом $\varphi(\vec{r})$, то говорят, что это поле потенциальное

$$\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r} + d\vec{r}) = -d\varphi = \vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

или

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$$

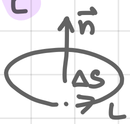
связь напряжённости поля с градиентом потенциала

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

т.к. электростатическое поле потенциально, то работа поля над зарядом не зависит от траектории.

теорема о циркуляции в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E}d\vec{r} = \oint_L (E_x dx + E_y dy + E_z dz) = 0$$



$\Delta\vec{S} = \vec{n}\Delta S$

по th о циркуляции: $\oint_{L(\Delta S)} \vec{E}d\vec{r} = 0$

$$\left[\operatorname{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}\right] \qquad (\operatorname{rot}\vec{E})_n = \lim_{\Delta S \to 0}\left(\frac{1}{\Delta S}\oint_L \vec{E}d\vec{r}\right)$$

$$\oint_L \vec{E}d\vec{\ell} = \int_S \operatorname{rot}\vec{E}d\vec{s}$$

контур стягивается в точку

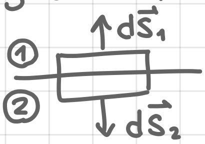
ввиду произвольности контура:

теорема о циркуляции в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot}\vec{E} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0$$

Граничные условия для вектора $\vec{E}$

при переходе через границу раздела сред электрическое поле меняется по определённым законам:

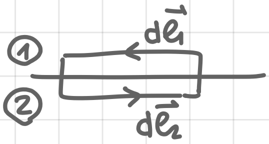


$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = 4\pi q$ (th Гаусса)

$\vec{E}_1 d\vec{S}_1 + \vec{E}_2 d\vec{S}_2 = 4\pi\sigma dS$

$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\vec{n} = 4\pi\sigma$

$E_{1n} - E_{2n} = 4\pi\sigma$



$\oint \vec{E}d\vec{\ell} = 0$ (th о циркуляции)

$\vec{E}_1 d\vec{\ell}_1 + \vec{E}_2 d\vec{\ell}_2 = 0$

$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\vec{\tau} = 0$

$E_{1\tau} - E_{2\tau} = 0$