5. Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации и вектор электрической индукции.

при помещении вещества в электрическое поле происходит пространственное перераспределение заряда.

definition
свободные заряды — это заряды, которые могут перемещаться на большие расстояния в веществе. в диэлектриках свободных зарядов, как правило, мало.

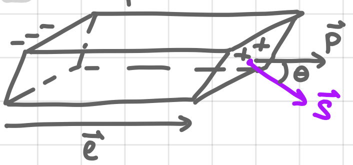
связанные (поляризационные) заряды — заряды, которые под действием внешних полей или сил мало смещаются относительно своего положения равновесия и возвращаются в положение равновесия после снятия внешнего воздействия.

диэлектриками называют вещества, плохо проводящие электрический ток. у них мало свободных зарядов ⇒ большое сопротивление. связанные же заряды тока не производят.

definition
поляризация — пространственное перераспределение связанных зарядов, приводящее к появлению объёмного дипольного момента среды.

вектор поляризации $\vec{P}$ — дипольный момент единицы объёма вещества.

1. поверхностная плотность поляризационных зарядов. ∃ поляризация однородная



$V = Sl\cos\theta = \vec{S}\cdot\vec{l}$

если на гранях параллелепипеда находятся поверхностные заряды с плотностью σ', то дипольный момент:

$\vec{p} = (\sigma' S)\vec{l}$

$\vec{P} = \dfrac{\vec{p}}{V}$ — вектор поляризации

$$P_n = \frac{\vec{P}\vec{S}}{S} = \frac{1}{S}\left(\frac{\sigma' S\vec{l}}{\vec{S}\vec{l}}\right)\vec{S} = \sigma' \Rightarrow P_n = \sigma'$$

P_n — проекция $\vec{P}$ на вектор площади торца $\vec{S}$

2. объёмная плотность поляризационных зарядов
∃ поляризация неоднородная.

$\#d\vec{S}$ если в рез-те поляризации на площадке $d\vec{S}$ внешней поверхности оказыв. заряд $dq = \sigma' dS$, это можно интерпретировать так: в объём ч/з рассм. площадку вошёл заряд $dq_{вх} = -dq = -\sigma' dS$.

тогда ч/з всю поверхность в выделенный объём вещества вошёл поляризационный заряд $q_{вх} = -\oint_S \sigma' dS = -\oint_S P_n dS = -\oint_S \vec{P}d\vec{S}$

по th Остроградского-Гаусса: $\left[\oint_S \vec{a}\cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div}\vec{a}\, dV\right]$ $\qquad \left[\operatorname{div}\vec{a} = \dfrac{\partial a_x}{\partial x} + \dfrac{\partial a_y}{\partial y} + \dfrac{\partial a_z}{\partial z}\right]$

$q_{вх} = -\int_V \operatorname{div}\vec{P}\, dV$

с другой стороны, $q_{пол} = \int_V \rho_{пол}\, dV$

$\Rightarrow \rho_{пол} = -\operatorname{div}\vec{P}$

в случае однородной поляризации ($\vec{P} = const$) $\rho_{пол} = 0$

Поляризуемость частиц среды. Диэлектрическая проницаемость среды. Теорема Гаусса в диэлектриках.

в общем случае в теореме Гаусса следует учесть наличие поляризационных зарядов:

theorem (Гаусса)
$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi(\rho + \rho_{пол})$, где ρ — плотность свободных зарядов, а $\rho_{пол}$ — плотность поляризационных зарядов.

учитывая $\rho_{пол} = -\operatorname{div}\vec{P}$:

$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi(\rho - \operatorname{div}\vec{P})$

обозначим
$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$ — **вектор электрической индукции**

тогда
теорема Гаусса для эл. поля в веществе в дифф. форме
$\operatorname{div}\vec{D} = 4\pi\rho$

$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = 4\pi(q + q_{пол})$ $\qquad q_{пол} = -\oint \vec{P}d\vec{S}$

теорема Гаусса для эл. поля в веществе в интегр. форме
$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = 4\pi q$

при слабых внешних полях смещение поляризационных зарядов мало и пропорционально приложенному полю. поэтому

$\vec{P} = \alpha \vec{E}$, где α – поляризуемость среды.

из определения вектора $\vec{D}$:

$$\vec{D} = (1 + 4\pi\alpha)\vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

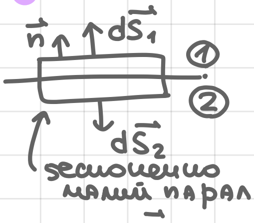
$\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha$ – диэлектрическая проницаемость среды.

считая $\varepsilon = const$ с учётом $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ перепишем th Гаусса:

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi \frac{\rho}{\varepsilon}$$

т.к. $\varepsilon > 1$, поляризационные заряды приводят к ослаблению поля.

Граничные условия на границе двух диэлектриков

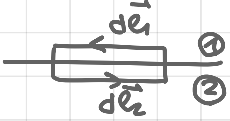


$$\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = 4\pi q \text{ (по th Гаусса)},$$

$$\vec{D}_1 d\vec{S}_1 + \vec{D}_2 d\vec{S}_2 = 4\pi \sigma\, dS$$

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\vec{n} = 4\pi\sigma$$

$$D_{1n} - D_{2n} = 4\pi\sigma$$



$$\oint E\, dl = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 d\vec{l}_1 + \vec{E}_2 d\vec{l}_2 = 0$$

(по th о циркуляции)

$$E_{1\tau} - E_{2\tau} = 0$$