

# ВПВ: Альтернативный метод рассмотрения прямоугольных волноводов

Александр Романов Б01-107

## 1 Введение

Я хочу рассмотреть альтернативный подход к рассмотрению теории прямоугольных волноводов, который даст нам более "физическое" представление того, почему распространение волны так резко изменяется при переходе через критическую частоту. Мы можем сделать это через рассмотрение поля в терминах источников-изображений.

## 2 Основная часть

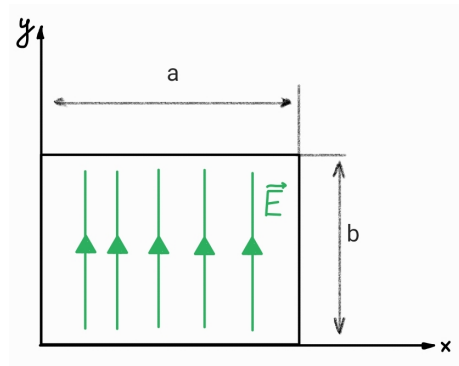


Рис. 1: Схема волны в прямоугольном волноводе

Для модели, которую мы описываем (Рис. 1) вертикальная составляющая не имеет значения. Поэтому мы можем проигнорировать верхнюю и нижнюю грани волновода и считать что он бесконечен в вертикальном измерении. В таком случае мы можем сказать, что весь волновод состоит из двух вертикальных перегородок на расстоянии  $a$ .

Скажем также, что источник поля - это вертикальный провод, помещённый в центре волновода. Пусть по этому проводу течёт ток с частотой  $\omega$ . В отсутствии стенок волновода такой кабель будет производить цилиндрические волны.

Теперь мы скажем, что стенки волновода - идеальные проводники. Тогда, так же как в электростатике, условия на поверхности сохраняются если мы добавим поле от источников-изображений.

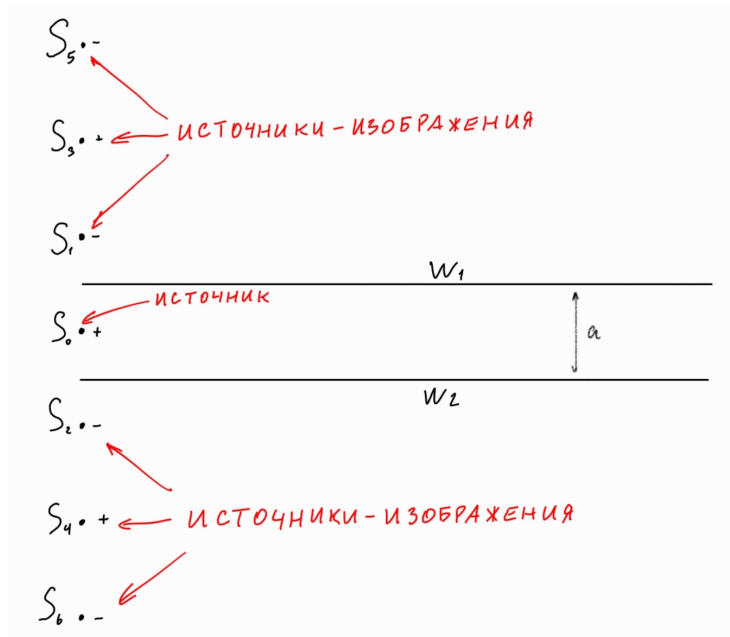


Рис. 2: Схема волны в прямоугольном волноводе

Рассмотрим горизонтальное сечение как на Рис. 2, где  $W_1$  и  $W_2$  - две вертикальные стенки волновода и  $S_0$  - провод-источник. Будем называть направление тока в проводе положительным.

Теперь, если бы у нас была лишь одна стенка  $W_1$ , мы бы убрали её и поместили источник-изображение  $S_1$  с противоположной полярностью. Но когда у нас есть 2 стенки, будет и изображение от источника  $S_0$  за стенкой  $W_2$  (Назовём его  $S_2$ , полярность так же противоположная). Этот заряд также будет иметь изображение в стенке  $W_1$ , называемое  $S_3$ . Теперь и  $S_1$  и  $S_3$  создадут изображения  $S_4$  и  $S_6$  в стенке  $W_2$  и так далее.

Для двух параллельных стенок с источником между ними поле будет таким же как и от бесконечной линии из источников, находящихся на  $a$  друг от друга. Чтобы поле занулялось у стенок (Необходимость из условия  $\Delta E_\tau = 0$ ) нужно чтобы полярность источников менялась от одного к другому (Другими словами они колеблются со сдвигом по фазе в  $\pi$ ). Тогда поле в каждой точке волновода будет являться суперпозицией полей от этого бесконечного набора источников.

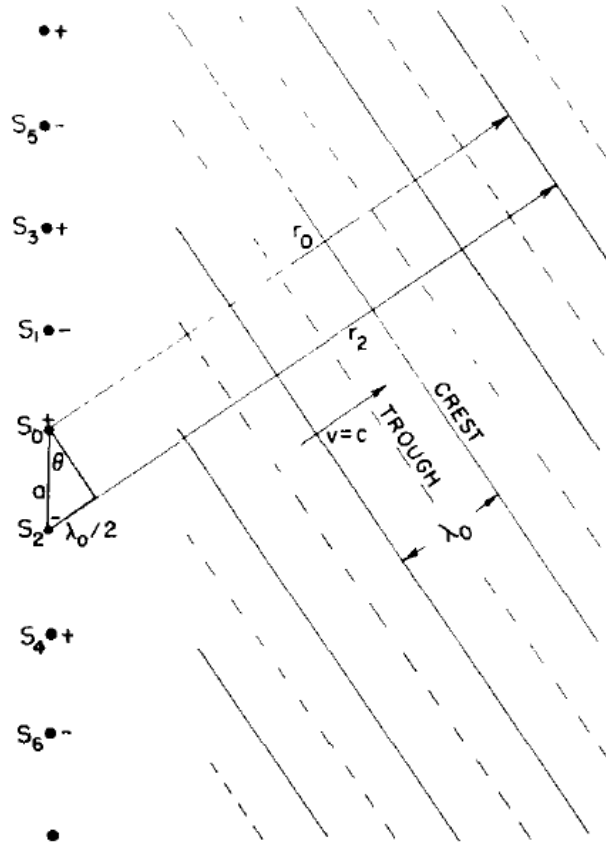


Рис. 3: Набор когерентных волн от набора источников

На высоких частотах поле от этого набора источников будет хорошо распространяться в одних направлениях и полностью глушиться в других. Эти направления зависят от частоты – сигнал будет распространяться только в тех направлениях, в которых сигналы от всех источников совпадают по фазе. На разумных дистанциях от источников поле будет распространяться как плоские волны. Это изображено на Рис. 3, где сплошные линии отражают максимумы волн, а пунктирные - минимумы. Направлениями распространения волны будут те направления, в которых разница в расстоянии от двух соседних источников до максимума волны будет равна половине длины этой самой волны. Другими словами:

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda_0}{2}$$

Угол  $\theta$  находится как:

$$\sin \theta = \frac{\lambda_0}{2a} \quad (1)$$

Разумеется есть и второй набор волн, распространяющийся в симметричном направлении. Результирующее поле в волноводе (не слишком близко к источнику) является суперпозицией этих двух волн, как показано на Рис.4.

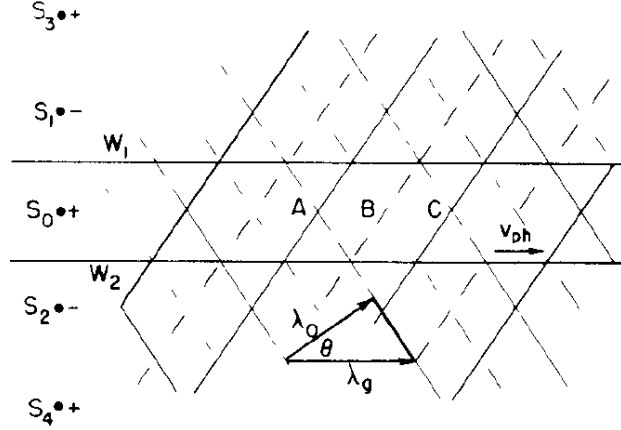


Рис. 4: Поле в волноводе можно рассматривать как суперпозицию двух наборов плоских волн

В таких точках как  $A$  и  $C$  максимумы двух волн совпадают и поле принимает свой максимум. В точках подобных  $B$  Обе волны находятся в отрицательной амплитуде и поле принимает свой минимум. С течением времени поле движется вдоль волновода с длиной волны  $\lambda_g$  (Расстояние от  $A$  до  $C$ ). Это расстояние связано с углом  $\theta$  как:

$$\cos \theta = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \quad (2)$$

Используя (1) получим:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\cos \theta} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}} \quad (3)$$

Теперь мы можем понять, почему лишь волны с частотой выше критической  $\omega_c$  могут распространяться по нашему волноводу. Если длина волны  $\lambda_0$  больше чем  $2a$ , то не существует такого угла, при котором может возникнуть картина волн как на Рис. 3. Необходимое условие резко начинает выполняться, когда  $\lambda_0$  становится меньше  $2a$ , т.е. когда  $\omega$  становится больше  $\omega_c = \frac{\pi n}{a}$ .

Если частота станет достаточно большой, то можно увидеть 2 и более возможных направлений, в которых могут распространяться волны. Эти дополнительные волны отвечают старшим модам.

### 3 Выводы

1. Используя нашу модель мы поняли, почему волны в волноводах начинают распространяться только с определённой частоты.
2. Благодаря нашему анализу стало понятно, почему фазовая скорость  $v_{ph}$  больше скорости света и почему она зависит от  $\omega$ . При изменении  $\omega$  изменяется угол под которым распространяются волны, а значит и фазовая скорость вдоль волновода.
3. Мы также можем понять, что мы пришли бы к тому же результату, рассмотрев 2 набора волн в свободном пространстве, бесконечно отражающихся между 2 идеальными зеркалами (Отражение влечёт за собой изменение фазы). Эти волны зануляли бы друг-друга во всех направлениях кроме тех, что заданы (1).
4. Существует много разных способов рассмотрения одних и тех же вещей.