

北京理工大学《数值分析》

2009-2010 学年第二学期期末试卷 (B) 卷 (2008 级计算机系)

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。

② 可以使用计算器。

③ 请将填空题和选择题的答案直接填在试卷上, 计算题答在答题纸上。

一、填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

1. 拉格朗日插值公式的系数和 $\sum_{i=0}^n a_i(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 若函数 $f(x)=x^7+x^4+3x+5$, 则 $f[0,1,2,3,4,5,6,7] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 对任意初始向量 $X^{(0)}$ 和常数项 N , 有迭代公式 $x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + N$ 产生的向量序列 $\{X^{(k)}\}$ 收敛的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 辛普生求积公式的代数精度为 $\underline{\hspace{2cm}}$, n 个求积节点的高斯求积公式的代数精度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 非线性方程 $f(x)=1-x-\sin x=0$ 在 $[0, 1]$ 内有一个根, 使用二分法求误差不大于 0.5×10^{-4} 的根, 需要对分的次数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 已知插值节点 $(-1,3), (1,1), (2,-1)$, 则 $f(x)$ 的二次牛顿基本差商公式是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 设有矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $\|A\|_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 要使 $\sqrt{20} = 4.472135 \dots$ 的近似值的相对误差小于 0.2% , 至少要取 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位有效数字。
9. 用牛顿下山法求解方程 $\frac{x^3}{3} - x = 0$ 根的迭代公式是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 下山条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 用松弛法 ($\omega = 0.9$) 解方程组
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_2 - 3x_3 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$
 的迭代公式是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 用三点高斯求积公式求 $I = \int_{-1}^1 \sqrt{x+1.5} dx$ ，计算结果保留小数点后 6 位（6 分）

n	$\pm t_i$	w_i
2	0.577 350 269 2	1
3	0 0.774 596 692	0.888 888 888 9 0.555 555 555 6

3. 对线性代数方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$
，请写出使雅可比迭代法和高斯-赛德尔迭代法均收敛的迭代格式，要求分别写出迭代格式（不需要迭代计算），并说明收敛的理由。（6 分）

4. 用列消元法解下面的线性方程组。（6 分）

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

5. 试用复化辛卜生公式计算定积分 $I = \int_{0.5}^1 \sqrt{x} dx$ （4 等分区间）。（6 分）
6. 设 $y = \sin x$ ，当取 $x_0 = 1.74, x_1 = 1.76, x_2 = 1.78$ 建立拉格朗日插值公式计算 $x = 1.75$ 的函数值时，函数值 y_0, y_1, y_2 应取几位小数？（10 分）
7. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上具有四阶连续导数，试用埃尔米特插值法求一个次数不高于 3 的多项式 $P_3(x)$ ，使其满足如下数据表值，并给出截断误差估计公式（10 分）

x	y	y'
0	0	
1	1	3
2	1	

8. 用 Euler 法和改进的欧拉法求解下述初值问题，取 $h = 0.1$ ，计算到 $x = 0.5$ ，要求计算结果保留小数点后 6 位。（10 分）

$$\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y}, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$