

北京理工大学《数值分析》

2007-2008 学年第二学期期末试卷 (B) 卷 (2006 级计算机系)

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。

② 可以使用计算器。

③ 请将填空题直接填在试卷上, 大题答在答题纸上。

一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 在数值计算中, 计算结果的总误差由截断误差 R 与舍入误差 ϵ 构成, 当时_____, 上述两类误差分配最为合理。
2. 已知 $a=3.201$, $b=0.57$ 是经过四舍五入后得到的近似值, 则 $a \times b$ 的结果的计算误差大约为_____, $a+b$ 的结果的计算误差大约为_____。
3. 用双点弦截法求解方程 $x^4 - 2x - 4 = 0$ 在 $[1,2]$ 之间的根的迭代公式是_____。
4. 用牛顿下山法求解方程 $\frac{x^3}{3} - x = 0$, 的根的迭代公式是_____, 牛顿下山法的下山条件是_____。
5. 设 $f(x)=x^3+x-1$, 则差商 $f[0,1,2,3]=$ _____, $f[0,1,2,3,4]=$ _____。
6. 辛普生求积公式的代数精度为_____。
7. 当 a _____ (满足怎样的条件) 时, 用高斯-赛德尔迭代法解线性方程组
$$\begin{cases} 8x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 10x_2 - x_3 = 4 \\ 6x_1 + x_2 - ax_3 = -3 \end{cases}$$
 一定收敛。
8. 向量 $X=(1,-2,3)$, $Y=(3,4,0)$, 则向量 X 的 1-范数 $\|X\|_1=$ _____, 向量 Y 的 2-范数 $\|Y\|_2=$ _____。
9. 已知 $n=4$ 时的牛顿-科特斯系数则 $c_0^{(4)} = \frac{7}{90}$, $c_3^{(4)} = \frac{16}{45}$, $c_{.1}^{(4)} =$ _____, $c_{.2}^{(4)} =$ _____。
10. 用复化辛卜生公式求积分 $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ 的近似值时, 至少需_____个节点处的函数值, 才能保证所求积分近似值的误差不超过 10^{-5} 。
11. 当 $x=1,-1,2$ 时, $f(x)=0,-3,4$, 则 $f(x)$ 的拉格朗日插值多项式是_____。

12. 已知 $f[4,3,2,1]=2$, 则 $x=1$ 点的 3 阶差分为_____。
13. 消元法由两个过程组成, 分别是_____和_____。
14. 设 $f(x)=a_n x^n+1$ ($a_n \neq 0$), 则 $f[x_0, x_1, \dots, x_n]=$ _____。

二、计算题 (共 60 分)

1. 曲线 $y = x^3$ 与 $y = 1 - x$ 在点 $(0.7, 0.3)$ 附近有一交点 (x^*, y^*) , 试用牛顿迭代法求 x^* 的近似值 x_n , 要求计算结果保留小数点后 3 位。

2. 用列主元素法解线性方程组, 要求计算结果保留小数点后 3 位。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & -3 & 3 \\ -18 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ -15 \end{bmatrix}$$

3. 设方程组 $\begin{cases} x_1 + 0.4x_2 + 0.4x_3 = 1 \\ 0.4x_1 + x_2 + 0.8x_3 = 2 \\ 0.4x_1 + 0.8x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$, 试判断此方程组的雅可比迭代法及高斯-赛德尔迭代法的收敛性, 并用能够收敛的方法进行计算, 初值 $x_0^{(0)}=0, x_1^{(0)}=0, x_2^{(0)}=0$, 要求计算结果保留小数点后 3 位。

4. $y=f(x)$ 的数值表如下所示, 求满足上述插值条件的三次插值多项式 $P_3(x)$, 并推导其余式 $R_3(x)$ 。

x_i	1	2	3
y_i	2	4	12
y_i'	3		

5. 用三点高斯公式求定积分 $I = \int_0^2 \sqrt{x+1.5} dx$ 的近似值, 其中 $t_1=-0.77460, t_2=0, t_3=0.77460$; $\omega_1=0.55556, \omega_2=0.88889, \omega_3=0.55556$, 要求计算结果保留小数点后 3 位。
6. 用 Euler 法、隐式欧拉法、梯形法求解初值问题, 取 $h=0.1$, 计算到 $x=0.5$, 要求计算结果保留小数点后 5 位。

$$\begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}, \quad 0 \leq x \leq 0.5$$