课程编号：100172208　　　　北京理工大学 2019-2020 学年第二学期

数学分析 C2 期末试题(A 卷)

座号 ________　　班级______________　　学号______________　　姓名______________

(试卷共 6 页,九个大题. 解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签名										

一、填空题（每小题4分，共20分）

1．点(2,1,0）到平面 $3x+4y+5z=0$ 的距离 $\mathrm{d}=$______________.

2．$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\arctan(x^3+y^3)}{x^2+y^2}=$ ____________________________.

3. 交换二重积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}\mathrm{d}y\int_{2}^{1-y} f(x,y)\mathrm{d}x=$ ________________________________.

4. 设 $F(y)=\int_a^b f(x)|y-x|\,\mathrm{d}x$, 其中 $a<b$, $f(x)$ 为可微函数，则当 $y\in(a,b)$ 时 $F''(y)=$ ____.

5. 设曲线 $\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\ x+y+z=0\end{cases}$,则曲线积分 $\int_\Gamma (x^2+y)\mathrm{d}s=$ ________________.

二、计算题（每小题5分，共15分）

1. 求直线 L: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ 在平面 $\prod$: $x-y+2z-1=0$ 上的投影直线 L_0 的方程，并求 L_0 绕 y 轴旋转一周所成曲面的方程.

2. 求方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 在 $(1,0,-1)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z$.

3. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4n^2+4n+3}{2n+1}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

三、（7分）设 $f(x,y)=\begin{cases} x^2 y, & 1\le x\le 2,\ 0\le y\le x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，求二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ，其中区域 $D=\{(x,y)\big|\, x^2+y^2\ge 2x\}$.

四、（10 分）设变换 $\begin{cases} u=x-2y \\ v=x+ay \end{cases}$ 可将方程 $6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 简化成 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$ ，求常数 a.

五、(8 分) 试确定λ的值,使曲线积分$\int_L \frac{x}{y}(x^2+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}x-\frac{x^2}{y^2}(x^2+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}y$在上半平面$y>0$内与路径无关,并计算$\int_{(1,1)}^{(0,2)} \frac{x}{y}(x^2+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}x-\frac{x^2}{y^2}(x^2+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}y$.

六、(10 分) 求曲面积分$I=\iint_{\Sigma}\frac{x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$,其中$\Sigma$为曲面$\frac{z}{10}=1-\sqrt{\left(\frac{x-2}{5}\right)^2+\left(\frac{y-1}{4}\right)^2}$在$xOy$平面之上部分取上侧.

七、（10分）求曲面 $x+2y=1$ 和 $x^2+2y^2+z^2=1$ 的交线上距离原点最近的点.

八、（10分）将函数 $f(x)=1-x^2 \quad (0\le x\le \pi)$ 展开成余弦级数,并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

九、（10分）设 $\vec{n}$ 是曲面 $S: x^2+y^2+z^2=a^2$ 的单位外法线向量，$u=x^4+y^4+z^4$，将 $I=\oiint\limits_S \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}\mathrm{d}S$ 化成第二类曲面积分，并计算 I 的值.