北京理工大学《数值分析》

| 20 | 009-2010 学年第二学期期末试卷(B)卷(2008 级计算机系) |
|----------------|--|
| 玻 | E级 |
| | ① 答题方式为闭卷。② 可以使用计算器。③请将填空题和选择题的答案直接填在试卷上,计算题答在答题纸上。 |
| - , | 填空题 (每空 2 分, 共 30 分) |
| 1. | 拉格朗日插值公式的系数和 $\sum_{i=0}^{n} a_i(x) = $ 。 |
| 2. | 若函数 $f(x)=x^7+x^4+3x+5$,则 $f[0,1,2,3,4,5,6,7]=$ 。 |
| 3. | 对任意初始向量 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 和常数项 \boldsymbol{v} ,有迭代公式 $\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{x}^{(k)} + \boldsymbol{N}$ 产生的向量序列 |
| | {x ^(*) } 收敛的充分必要条件是。 |
| 4. | 辛普生求积公式的代数精度为 |
| | 精度为。 |
| 5. | 非线性方程 $f(x)=1-x-\sin x=0$ 在[0,1]内有一个根,使用二分法求误差不大于 0.5*10 4 |
| | 的根,需要对分的次数是。 |
| 6. | 已知插值节点(-1,3), (1,1), (2,-1), 则 f(x)的二次牛顿基本差商公式 |
| | 是。 |
| 7. | 设有矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$,则 $\ A\ _1 = $ 。 |
| 8. | 要使 $\sqrt{20}$ = 4.472135 的近似值的相对误差小于 0.2%, 至少要取位有效数字。 |
| 9. | 用牛顿下山法求解方程 $\frac{x^3}{3} - x = 0$ 根的迭代公式是 |
| | 下山条件是。 |
| 10. | 用松弛法 $(\omega = 0.9)$ 解方程组 $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \end{cases}$ 的迭代公式是 $2x_2 - 3x_2 + 10x_3 = 3$ |

| 11. | 己知 <i>n</i> =4 | 时的牛顿-科特斯系数 $c_0^{(4)} = \frac{7}{90}, c_3^{(4)} = \frac{16}{45}, 则 c_1^{(4)} =$ | , |
|-----|--|---|---|
| | $C_{2}^{(4)} = _{_{_{_{_{_{_{1}}}}}}}$ | • | |

- 12. 三次样条插值中的自然边界条件是
- 二、选择填空(每题2分,共10分)
- 1. 已知数 $x_1=721$ $x_2=0.721$ $x_3=0.700$ $x_4=7*10^{-2}$ 是由四舍五入得到的,则它们的有效 数字的位数应分别为()。
 - A. 3, 3, 3, 1

B. 3, 3, 3, 3

C. 3, 3, 1, 1

- D. 3, 3, 3, 2
- $\int 10 x_1 x_2 3 x_3 = 7.2$ 2. 当 a ()时, 线性方程组 $\{-x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 8.3\}$ 的迭代解一定收敛。 $2x_1 - 4x_2 + ax_3 = 9.2$
 - A. >6
- $B_{\bullet} = 6$
- C. <6 D. =|6|
- $\int 3x_1 x_2 + 3x_3 = -1$ 3. 用列主元素法求线性方程组 $\{-x_1 + 2x_1 - 9x_1 = 0,$ 第1次消元时选择主元素为() $-4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1$
 - A. 3

C. -4

- D. -9
- 4. 已知多项式 P(x)过点(0,0), (2,8), (4,64), (11,1331), (15,3375), 它的三阶差商为常 数 1,一阶、二阶差商均不为 0,那么 P(x)是()。
 - A. 二次多项式

B. 不超过二次的多项式

C. 三次多项式

- D. 四次多项式
- 5. 下列说法不正确的是()。
 - A. 二分法不能用于求函数 f(x)=0 的复根。
 - B. 方程求根的迭代解法的迭代函数为 $\mathbf{o}(x)$,则迭代收敛的充分条件是 $\mathbf{o}(x)<1$ 。
 - C. 用高斯消元法求解线性方程组 AX=B 时, 在没有舍入误差的情况下得到的都是 精确解。
 - D. 如果插值节点相同,在满足插值条件下用不同方法建立的插值公式是等价的。
- 三、计算题(共60分)
- 1. 设 a 为常数,建立计算 \sqrt{a} 的牛顿迭代公式,并求 $\sqrt{115}$ 的近似值,计算结果保留小 数点后5位。(6分)

2. 用三点高斯求积公式求 $I = \int_{-1}^{1} \sqrt{x + 1.5} dx$,计算结果保留小数点后 6 位 (6 分)

| n | $\pm t_i$ w_i | |
|---|--------------------|--------------------------------------|
| 2 | 0.577 350 269 2 | 1 |
| 3 | 0 0.774 596 692 | 0. 888 888 888 9 0. 555 555 555 6 |

3. 对线性代数方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 & + x_4 = 1 \\ x_1 & -x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 & = 3 \end{cases}$$
 , 请写出使雅可比迭代法和高斯一赛德

尔迭代法均收敛的迭代格式,要求分别写出迭代格式(不需要迭代计算),并说明收敛的理由。(6分)

4. 用列消元法解下面的线性方程组。(6分)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

- 5. 试用复化辛卜生公式计算定积分 $I = \int_{0.5}^{1} \sqrt{x} dx$ (4等分区间)。(6分)
- 6. 设 y=sinx, 当取 $x_0=1.74$, $x_1=1.76$, $x_2=1.78$ 建立拉格朗日插值公式计算 x=1.75 的函数值 y_0 , y_1 , y_2 应取几位小数? (10 分)
- 7. 设函数 f(x) 在区间[0,3]上具有四阶连续导数,试用埃尔米特插值法求一个次数不高于 3 的多项式 $P_3(x)$,使其满足如下数据表值,并给出截断误差估计公式(10 分)

| x | v | y' |
|---|---|----|
| 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 3 |
| 2 | 1 | |

8. 用 Euler 法和改进的欧拉法求解下述初值问题,取 h=0.1,计算到 x=0.5,要求计算 结果保留小数点后 6 位。(10 分)

$$\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y}, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$