课程编号：100172209　　北京理工大学 2019 - 2020　学年第二学期

2019 级高等代数 B2 期末试题 A 卷

班级________　学号___________　姓名___________　成绩__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、（10 分）设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是 3 维向量空间 V 的一个基. 令

$$\begin{cases}\beta_1=\alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3\\ \beta_2=2\alpha_1+2\alpha_2+4\alpha_3\\ \beta_3=3\alpha_1+\alpha_2+3\alpha_3\end{cases}$$

(1) 证明β_1,β_2,β_3也是 V 的一个基；

(2) 求 V 中向量$\alpha=\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$关于基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 的坐标.

二、(10 分)已知 3 维线性空间 V 的线性变换σ在基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$下的矩阵为$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$

(1) 求σ 在 $\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1$下的矩阵；

(2) 求σ在基 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2,\alpha_3$下的矩阵.

三、(10 分）设 W 是R^4的 2 维子空间, W 的一个基为 $\alpha_1=(1,2,0,1)^T,\alpha_2=(-1,1,1,1)^T$, 将 W 的这个基扩充成$R^4$的基.

四、(10 分）用 Schmidt 正交化方法，把向量组$\alpha_1=(1,2,3),\alpha_2=(0,2,3),\alpha_3=(0,0,3)$化为一个标准正交向量组.

五、　（10 分）求拟合下列 4 个点:

(0,1),　　(2,0),　　(3,1),（3,2)

的最小二乘直线.

六、(10 分）求矩阵$\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&-1\\0&1&3\end{pmatrix}$的特征值和特征向量.

七、(10 分）设复数域上 n 阶矩阵 A 满足 $A^2-7A+12=0$.

(1)求 A 的全部特征值;

(2)证明 A 可对角化,求其相似对角矩阵.

八、(10 分）设$A=\begin{pmatrix}1&a&1\\a&1&b\\1&b&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, 问$a,b$满足什么条件时，A 与 B 相似.

九、(10 分）用正交变换法将实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2-4x_1x_2-4x_2x_3$

化为标准形,并求出所用的正交变换.

十、(10 分)已知 A 是 n 阶实对称矩阵,且$A^2 = A$.

(1)证明存在正交矩阵 Q,使得$Q^{-1}AQ = diag(1,\cdots,1,0,\cdots,0)$.

(2)若 r(A)=r,求 det(A-2I).