**一. 判断题（10分）**

**1．**Monte Carlo算法的结果总是正确的。 ( **错误** )

**2.** 语言A = {w∈{0,1}\* | 01和10个数相等}是正则的。 ( **正确** )

**二. 填空题**

1．分治的基本过程包括**分解、解决、合并**。

2. 图灵可判定语言类对连接运算**封闭** (填封闭或不封闭)。

**三. (15分)**对于考虑两膄船的最优装载问题。有两艘轮船载重分别为c1和c2(单位：吨), n个集装箱的重量分别为x1, x2,…, xn(单位：吨)，在装载体积不受限制的情况下，将集装箱装上两艘轮船使得装载的集装箱个数最多. 以c1=9, c2=7, n=4, 4个集装箱重量分别是3,5,7,9为例，给出用回溯算法求解的基本思想以及过程。

**解：**

方法1：(15分)

**总体算法：将两艘船连在一起，则可用贪心法给出最优解的候选，然后(1)首先用回溯算法将第一艘轮船尽可能装满；(2)将剩余的集装箱装上第二艘轮船。**

**所以候选为3，5，7，船载重量为9。（2分）**

**解空间：子集树（3分）。**

**约束条件： xiwi<=c1（3分）**

**剪枝(限界)条件：cx是当前载重量， r是剩余集装箱的重量，besetX是当前最优载重量，则当cx+r<=bestX时，剪去右子树。（3分）**

1

0

1

0

***3***

***8***

***3***

1

0

***8***

***D***

1

0

***D***

***D***

1

0

***D***

***D***

**经过剪枝的树，其中*D*表示dead（剪枝）。（2分）**

**答案：装载集装箱的最多个数为3个。（2分）**

方法2：(15分)

**解空间：类似子集树的三叉树（3分）。**

**0表示不装，1表示装在第一艘船上，2表示装在第二艘船上。（2分）**

**约束条件： xiwi<=c1（3分）**

**剪枝(限界)条件：cx是当前载重量， r是剩余集装箱的重量，besetX是当前最优载重量，则当cx+r<=bestX时，剪去右子树。（3分）**

**经过剪枝的树。（2分）但这棵树极大。**

**答案：装载集装箱的最多个数为3个。（2分）**

**方法3 排列树, 先放船1，再放船2**

**(解空间3分，过程正确2分，约束条件3分，限界条件3分，画子集树2分，用例解答2分)**

**总体思路错：(解空间3分，约束条件3分，限界条件3分，画子集树1分，结果1分)**

**四. (15分)** 无向图哈密顿圈问题是

UHC={<G>|G是有哈密顿回路的无向图}。

旅行售货员问题是

TSP={<G,s,w,b>| G有从s出发回到s总费用≤b的回路}。

已知UHC是NP完全问题。证明TSP也是NP完全问题。

证明:

(1) TSP∈NP

构造如下非确定图灵机

N=“对于输入<G,s,w,b>, G是无向图,s是G的一个顶点, w是非负权函数, b是一个整数,G有m个顶点

(a) 非确定地产生一个m个顶点的排列

(b) 若这个排列对应回路的边都在G中，且回路上的权和小于等于b, 则接受; 否则, 拒绝”.

因为N的语言是TSP，且N是在多项式时间运行，所以TSP∈NP。

(2) 证明UHC可以多项式时间映射归约到TSP

对任意无向图G=(V,E)，设G的顶点数为m。按如下方式构造f(<G>)=<G’,s,w,m>，

其中G’=(V,V×V), s属于V, 对于任意vi,vj,

这一映射在多项式时间内能完成。

下面证<G>∈UHC ⇔ f(<G>)∈TSP

若<G>∈UHC，则G中有Hamilton圈c。对于G’, c正好是一个从s出发回到s，经历所有节点，且总费用=n的路径，从而f(<G>)∈TSP。

若f(<G>)∈TSP，则G’中有一条路径c从s出发回到s，经历所有节点，且总费用=n的路径。这条路径的边都在G中，是一个Hamilton圈。所以<G>∈UHC。

所以f是从UHC到TSP的多项式时间映射归约。

由(1)和(2) 及UHC是NP完全问题，TSP是NP完全问题。

评分说明：(1) 证明NP，5分；(2)证明归约。给出映射，3分；证明映射是多项式时间可计算1分；证明映射是归约，4分；(3) 结合NP和多项式时间归约说明NP完全，2分。

注：(2)部分中，如果缺边权构造，其它过程全，给5分。