Rekursja

Rekursja to metoda określania kolejnej wartości funkcji przy pomocy wcześniej obliczonych wartości tej funkcji.

Twierdzenie 3.2 (O operatorze rekursji) *Niech* $f(\underline{x}) \in \mathcal{C}_n$ *i* $g(\underline{x}, y, z) \in \mathcal{C}_{n+2}$. *Wtedy funkcja* $h(\underline{x}, y) : N^{n+1} \longrightarrow N$ *określona układem*

$$(Rek) \quad \begin{array}{l} h(\underline{x}, 0) \simeq f(\underline{x}) \\ h(\underline{x}, y+1) \simeq g(\underline{x}, y, h(\underline{x}, y)) \end{array}$$

jest obliczalna ($h \in \mathcal{C}_{n+1}$).

Źródło: http://www-users.mat.umk.pl/~klunder/Lito/TO.pdf

Rekurencyjna definicja funkcji silnia

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0 \\ n \cdot (n-1)! & \text{dla } n \geqslant 1 \end{cases}$$

Źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Silnia

Przykłady:

- 0! = 1
- 1! = 1 * (1 – 1)! = 1 * 0! = 1 * 1 = 1
- 2! = 2 * (2 – 1)! = 2 * 1! = 2 * 1 = 2
- 3! = 3 * (3 – 1)! = 3 * 2! = 3 * 2 = 6

```
long silnia(int n) {
    if (n == 0) {
        return 1L;
    }
    return n * silnia( n: n - 1);
}
```

Iteracyjna definicja funkcji silnia

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k \qquad \text{dla } n \geqslant 1.$$

Wartość 0! określa się osobno:

$$0! = 1.$$

Źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Silnia

Przykłady:

- 0! = 1
- 3! = 1 * 2 * 3 = 6

```
long silnia(int n) {
    long silnia = 1;
    for(int k = 1; k <= n; ++k) {
        silnia *= k;
    }
    return silnia;
}
```

Minimalizacja

Dla $f(\underline{x}, y) : N^{n+1} \longrightarrow N$ połóżmy: $g(\underline{x}) \simeq \mu\, y\, (f(\underline{x}, y) = 0) \simeq$ najmniejsze y takie, że $f(\underline{x}, z)$ jest określona dla wszystkich $z \leqslant y$ i $f(\underline{x}, y) = 0$; gdy talie y nie istnieje wartość funkcji pozostaje nieokreślona.

Twierdzenie 3.3 (O operatorze minimalizacji) *Jeśli* $f \in \mathcal{C}_{n+1}$, *to* $g \in \mathcal{C}_n$.

Źródło: http://www-users.mat.umk.pl/~klunder/Lito/TO.pdf