

$$\begin{cases} \text{inv}(2^k) = 2 \cdot \text{inv}(2^{k-1}) + 10 \cdot \text{str}(2^{k-1}) + 4 \cdot \text{num}(2^{k-1}) + 1, & k \geq 2 \\ \text{inv}(2^0) = \text{inv}(1) = 1 \\ \text{inv}(2^1) = 2 \cdot \text{inv}(2^0) + 10 \cdot \text{str}(2^0) + 4 \cdot \text{num}(2^0) + 1 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{str}(2^k) = \frac{23}{5} \cdot 7^k - \frac{18}{5} \cdot 2^k, & k \geq 1 \\ \text{str}(2^0) = \text{str}(1) = 1 \end{cases}$$

$$\text{num}(2^k) = (2^k)^2 = 4^k$$

dla $k \geq 2$:

$$\begin{aligned} \text{inv}(2^k) &= 2 \cdot \text{inv}(2^{k-1}) + 10 \cdot \text{str}(2^{k-1}) + 4 \cdot \text{num}(2^{k-1}) + 1 = \\ &= 2 \cdot \text{inv}(2^{k-1}) + 10 \left(\frac{23}{5} \cdot 7^{k-1} - \frac{18}{5} \cdot 2^{k-1} \right) + 4 \cdot 4^{k-1} + 1 = \\ &= 2 \cdot \text{inv}(2^{k-1}) + 46 \cdot 7^{k-1} + 4 \cdot 4^{k-1} - 36 \cdot 2^{k-1} + 1 \end{aligned}$$

Niech $r(k) = 46 \cdot 7^k + 4 \cdot 4^k - 36 \cdot 2^k + 1, \quad k \geq 1$

$$\begin{aligned} \text{inv}(2^k) &= 2 \cdot \text{inv}(2^{k-1}) + r(k-1) = \\ &= 2 \cdot (2 \cdot \text{inv}(2^{k-2}) + r(k-2)) + r(k-1) = \\ &= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot \text{inv}(2^{k-3}) + r(k-3)) + r(k-2)) + r(k-1) = \\ &= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot \dots \text{inv}(2^1) + r(1) \dots) + r(k-2)) + r(k-1) = \\ &= 2^{k-1} \cdot \text{inv}(1) + 2^{k-2} \cdot r(1) + 2^{k-3} \cdot r(2) + \dots + 2^1 \cdot r(k-2) + 2^0 \cdot r(k-1) = \\ &= 17 \cdot 2^{k-1} + \sum_{i=2}^k 2^{k-i} \cdot r(i-1) \end{aligned}$$

Zatem otrzymujemy:

$$\begin{cases} \text{inv}(2^0) = 1, \\ \text{inv}(2^1) = 17 \\ \text{inv}(2^k) = 17 \cdot 2^{k-1} + \sum_{i=2}^k 2^{k-i} \cdot r(i-1), & k \geq 2 \end{cases}$$

gdzie $r(i) = 46 \cdot 7^i + 4 \cdot 4^i - 36 \cdot 2^i + 1, \quad k \geq 1$