

## การบ้าน 5 Probability และ Random variable/Expectation

1. หยิบไพ่ 2 ใบจากกองของไพ่ 8 ใบ ประกอบด้วย 4 queens และ 4 kings ถ้าไพ่อย่างน้อย 1 ใบ เป็น queen จงหาความน่าจะเป็นที่ไพ่ 2 ใบดังกล่าวเป็น queen ทั้งสองใบ
2. จงหาความน่าจะเป็นในการเลือกตัวเลข 6 ตัว ที่ตรงกับรางวัลที่หนึ่งทุกตัว โดยลำดับของตัวเลขไม่มีความสำคัญ กำหนดให้จำนวนเลขที่เลือกมีค่าตั้งแต่ 1 จนถึงค่าต่อไปนี้
  - 1) 40                                      2) 48                                      3) 56                                      4) 64
3. จงหาความน่าจะเป็นในการเลือกไพ่ 5 ใบ ที่ประกอบด้วย 2 ข้าวหลามตัด 3 โพดำ 6 โพแดง 10 ดอกจิก และ King โพแดง
4. จงหาความน่าจะเป็นในการทอยลูกเต๋าที่สมดุล 1 ลูก จำนวน 6 ครั้ง โดยไม่ปรากฏหน้าที่เป็นเลขคู่เลย
5. จงหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขที่บิตสตริงความยาว 4 มีบิต 0 ติดกันอย่างน้อย 2 ตัว โดยกำหนดให้บิตแรกมีค่าเป็น 1
6. ครอบครัวหนึ่งมีลูก 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกคนแรกเป็นผู้ชาย หรือสองคนสุดท้ายเป็นผู้หญิง เมื่อ
  - 1) ผู้ชายหรือผู้หญิงมีความน่าจะเป็นเท่ากัน
  - 2) ความน่าจะเป็นของผู้ชายเป็น 0.51
7. สมมติให้ 2% ของคนที่ไม่ใช้ฝิ่นมีผลทดสอบการใช้ฝิ่นเป็น positive (หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า 2% เป็น false positive) และ 5% ของคนที่ใช้ฝิ่นมีผลทดสอบการใช้ฝิ่นเป็น negative (หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า 5% เป็น false negative) และมีคน 1% ที่เป็นผู้ใช้ฝิ่น จงหา
  - 7.1. ความน่าจะเป็นที่คนที่ทดสอบการใช้ฝิ่นได้ผล negative ไม่ได้ใช้ฝิ่น
  - 7.2. ความน่าจะเป็นที่คนที่ทดสอบการใช้ฝิ่นได้ผล positive เป็นผู้ใช้ฝิ่น
8. สมมติให้คนไข้ 8% เป็นผู้ติดเชื้อไวรัสสายพันธุ์ใหม่กว่า นอกจากนี้พบว่า 98% ของคนไข้ที่เป็นผู้ติดเชื้อไวรัสสายพันธุ์ใหม่กว่ามีผลการทดสอบเป็น positive และ 3% ของคนไข้ที่ไม่เป็นผู้ติดเชื้อไวรัสสายพันธุ์ใหม่กว่ามีผลการทดสอบเป็น positive จงหา
  - 8.1. ความน่าจะเป็นที่คนไข้ที่มีผลการทดสอบ positive เป็นผู้ติดเชื้อ
  - 8.2. ความน่าจะเป็นที่คนไข้ที่มีผลการทดสอบ positive ไม่เป็นผู้ติดเชื้อ
  - 8.3. ความน่าจะเป็นที่คนไข้ที่มีผลการทดสอบ negative เป็นผู้ติดเชื้อ
  - 8.4. ความน่าจะเป็นที่คนไข้ที่มีผลการทดสอบ negative ไม่เป็นผู้ติดเชื้อ
9. จงหา expected value ของผลรวมของการโยนลูกเต๋า 2 ลูก โดยลูกเต๋แต่ละลูกมี biased ที่จะออกเลข 3 เป็นสองเท่าของเลขอื่น ๆ
10. ในการสอบวิชา 01418000 ข้อสอบประกอบด้วยคำถามแบบถูก/ผิด จำนวน 50 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน และคำถามแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน ความน่าจะเป็นที่แบ่งตอบคำถามแบบถูก/ผิดได้ถูกต้องคิดเป็น 0.9 และความน่าจะเป็นที่จะตอบคำถามแบบเลือกตอบได้ถูกต้องคิดเป็น 0.8 จงหา expected value ของคะแนนที่แบ่งจะได้

11. ปองใส่ลูกบอล  $m$  ลูกลงในถัง  $n$  ใบแบบสุ่มและกระจายไปในถังทุก ๆ ใบเท่า ๆ กัน จงหา
  - 11.1. ความน่าจะเป็นที่ถังใบแรกไม่มีลูกบอล
  - 11.2. Expected value ของจำนวนถังที่ไม่มีลูกบอล
12. จงหาค่า variance ของจำนวน success ในการทำ Bernoulli trials จำนวน  $n$  ครั้ง ที่แต่ละครั้งมีความน่าจะเป็นของ success เป็น  $p$  และความน่าจะเป็นของ failure เป็น  $q$