注：参考教材《概率论与数理统计》第五版 吴赣昌，理工类

第一章 随机事件及其概率

重要内容：

1、 2+1 个模型：古典概型，几何概型，伯努利概型

2、两个关系：互不相容关系，独立关系

3、五个公式：加法公式，条件概率公式，乘法公式，全概率公式，贝叶斯公式

另外：事件之间的关系，概率的性质。

例题：P10-11/例 4、例 5； P13-16/例 1、例 2 、例 3、例 4、例 5、例 6；
P19-23/例 1、例 2 、例 3、例 4、例 5、例 6、例 7；
P26-29/例 1、例 2、例 4；

习题：P7/10; P11/1~5; P17-18/2，5，6，15;
P24~25/3，4，5，8，9,10; P30~31/1,2,3,4，6，10，11;

总习题一：3， 4， 5， 16， 19, 20，

补充题目：

1.设 $AB=\varnothing, P(A)=0.6, P(A\bigcup B)=0.8$，求事件 B 的逆事件的概率。

2. 设 $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A\bigcup B)=0.6$，求 $P(A-B)$

3.设 A,B 都出现的概率与 A,B 都不出现的概率相等，且 $P(A)=p$，求 $P(B)$

4. 设 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{3}, A,B,C$ 相互独立，则 A,B,C 至少有一个发生的概率为（ ）

(A) $\dfrac{2}{3}$； (B) $\dfrac{19}{27}$； (C) $\dfrac{26}{27}$； (D) $\dfrac{1}{27}$。

5、下列正确的是（ ）

（A） $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$； （B） $P(AB)=P(A)P(B)$；

（C） $P(B|A)=\dfrac{P(A)}{P(B)} \quad (P(\mathrm{B})\neq 0)$；（D） $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(\mathrm{A})}, \quad P(A)>0$。

6、设 A,B 是两个随机事件，若 $P(AB)=0$，则下列命题中正确的是（ ）

（A） A 和 B 互不相容。 （B） AB 是不可能事件

（C） AB 不一定是不可能事件 （D） $P(A)=0$或$P(B)=0$

7、对任意事件 A，B，下列选项正确的是（　　）

（A）$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　　（B）$P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})$

（C）$P(AB)<P(A)$　　　（D）$P(A-B)=P(A)-P(B)$

8.有朋自远方来，他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别为0.3、0.2、0.1、0.4。若他乘火车、轮船、汽车来的话，迟到的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{12}$，而乘飞机来不迟到，试求：（1）这位朋友迟到的概率；（2）如果他迟到了，求他乘火车的概率。

第二章　随机变量及其分布

重要内容：

1、　分布函数的定义、性质；

2、离散型随机变量的分布函数，分布律及性质，三个重要离散型分布；

3、连续型随机变量的分布函数，概率密度及性质，三个重要连续型分布；

4、随机变量函数的分布。

例题：P38/例 1；　P39/例 2 ；P40/例 3，例 4；P46/例 2；
P49/例 1 ；P51/例 3；P58/例 1（用上课的方法）；P58-61/例 2、例 3、例 5、例 6
（建议用定理法）

习题：P43~44/1，3，4，11;　　P47/1，3，4，6;　　P55-57/1，2，3，5，7，8，16;
P62/1，4;

总习题二：　6，7，9，11，13（参考分布函数的性质 p45），15，19, 20, 21;

补充题目：

1、 X 服从区间 $[1,5]$ 上的均匀分布，当 $a<1<b<5$ 时，$P(a\le X\le b)=$______

2、　已知 $X\sim N(-1,\sigma^2)$，则 $\mathrm{P}\{X>-1\}=$______

3、.连续型随机变量 X 的分布函数和概率密度分别为 F(x), $\varphi(x)$，则下列选项正确的是(　　)

(A) $0\le\varphi(x)\le 1$ ；　　　(B) $\mathrm{P}\{X=x\}\le \mathrm{F}(x)$

(C) $\mathrm{P}\{X=x\}=\mathrm{F}(x)$　　　(D) $\mathrm{P}\{X=x\}=\varphi(x)$

4．若 $f(x)=\cos x$ 可以作为随机变量 X 的概率密度函数，则 x 的可能区间为（　　）

（A） $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$;　　(B) $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$;　　(C) $[0,\pi]$;　　(D) $\left[\frac{3\pi}{2},\frac{7\pi}{4}\right]$;

5．设随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数和概率密度分别为 $F_{X_1}(x),F_{X_2}(x)$， $f_{X_1}(x),f_{X2}(x)$，则下列选项正确的是________。

（A）、$0\le F_{X_1}(x)+F_{X_2}(x)\le 1$　　　　（B）、$0\le f_{X_1}(x)+f_{X_2}(x)\le 1$

（C）、$0\le F_{X_1}(x)\cdot F_{X_2}(x)\le 1$　　　　（D）、$0\le f_{X_1}(x)\cdot f_{X_2}(x)\le 1$

6、连续型随机变量 X 的分布函数为：

$$\mathrm{F(x)}=\begin{cases}\mathrm{A}+\mathrm{Be}^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}\qquad (\lambda>0)$$

(1) 试确定常数 A，B 的值。(2)　求概率密度 $f(x)$

7、已知随机变量 $\mathrm{X}\sim[1,6]$ 上的均匀分布，求方程 $\mathrm{t}^2+\mathrm{Xt}+1=0$ 有实根的概率。

8、已知随机变量 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	3
P(X= x_k)	3a	$\frac{1}{6}$	3a	a	$\frac{11}{30}$

(1)求 a　(2)求 $\mathrm{Y}=\mathrm{X}^2-1$ 的分布率。

9、设随机变量 X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases}2Ax & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$　试求：

（1）、系数 A（2）、X 落到（0.3，0.7）内的概率;（3）若 Y=2X+8，求 $f_Y(y)$。

第三章　多维随机变量及其分布

重要内容：

1、 二维离散型随机变量的联合分布律，边缘分布律；二维连续型随机变量的边缘概率密度；
2、随机变量独立性的判别；
3、二维离散型随机变量函数的分布律；
4、二维连续型随机变量函数的分布（和、最大值、最小值三种情况）

例题：P68/例 1，例 2 ； P70-71/例 4，例 5；　P76-80/例 2，例 3，　例 4，例 5，　例 6，
例 7（2）的结论，

习题： P73-74/1（1）求 a, (2)X 及 Y 的边缘分布律, (3)判断 X 与 Y 是否独立；

4， 6， 9，10，11

P81-82/1，3， 4，5， 7， 9.

P88-89/1，2，6， 7， 8，9 .

总复习题三：8，9，12， 13，18

补充题目：

1、 设（X,Y）的联合分布律为：

X Y X	-1	1	2
-1	$\frac{5}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

试求： (1) X 及 Y 的边缘分布律； (2) X ， Y 是否相互独立 ，并说明原因。

2、 设（X,Y）的联合分布律为：

X Y X	-1	1	2
-1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

试求： (1) X 及 Y 的边缘分布律； (2) X ， Y 是否相互独立 ，并说明原因。

3、 设（X,Y）的联合分布律为：

X Y X	-1	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
2	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$

试求： (1) X 及 Y 的边缘分布律； (2) X ， Y 是否相互独立 ，并说明原因。

4. 设(X,Y)的分布律如下

Y X	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18

2	1/3	α	β

问α,β为何值时，X 与Y 相互独立.

5.设 $f(x,y)=\begin{cases}4xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$，试判断$X$ 与Y 是否相互独立.

6. 已知(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.10	0.25	0.15
1	0.15	0.20	0.15

求: （1）$Z=X+Y;$ （2）$Z=XY;$ （3）$Z=\sin\left(\frac{\pi(X+Y)}{2}\right);$

（4）$Z=\max\{X,Y\}$的分布律.

7. 若X 和Y 独立, 具有共同的概率密度 $f(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$

求$Z=X+Y$的概率密度.

第四章 随机变量的数字特征

重要内容：

1、 随机变量期望的定义、性质、计算；

2、随机变量方差的定义、性质、计算；

3、一维随机变量函数的数学期望和方差的计算；

4、三个重要离散型随机变量和三个重要连续性随机变量的期望和方差。

5、协方差和相关系数的定义、性质、计算。

例题：p94/例 3， P96/例 5，例 6（1）（3）； P102/例 3，例 4；P104/例 6，例 7，例 8；P109/例 1，例 2；P117-122/例 1，例 2， 例 4，例 5.

习题：P99-100/6，7， 10，11，12，13； P106~107/1，2，3，4，5，6，7，8，9;

P115~116/1，2，3， 6， 8，9，11（提示：在二维正态分布中，不相关与独立是等价的）;

P123/ 7, 9, 10

总习题四：11， 13， 15，17，19（注意 aX+3Y 的期望值，并结合方差的定义来解题）。

补充题目：

1、已知X 与Y 相互独立，且$D(X)=4, D(Y)=25,$，则$D(3X-2Y)=$__________

2、设$EX=\mu, DX=\sigma^2>0, X^*=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$,则$DX^*=$__________

3、$X\sim P(\lambda)$,且$E(X)=4$,则$P\{X=2\}=$__________

4、 已知X服从参数为λ的泊松分布，且$E(X)=2$,则$P(X=2)=($　　)

（A） e^{-2}　　(B) $2e^{-2}$　　(C) $3e^{-2}$　　(D) $4e^{-2}$

5、 若X,Y独立且$D(X)=2, D(Y)=3$,则$D(2X-3Y)=($　　)

(A) 30　(B)35　(C) 32　(D) 28

6、设随机变量X和Y满足$D(X+Y)=D(X-Y)$，则下面叙述正确的是（　　）

（A）X与Y相互独立　（B）X与Y不相关　（C）$D(Y)=0$　（D）$D(X)D(Y)=0$

7、设随机变量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随σ增大概率$P\{|X-\mu|<\sigma\}$应（　　）

（A）单调增大　(B) 单调减少　(C) 增减不定　(D) 保持不变

8、设随机变量X和Y相互独立，且$X\sim P(2)$,　$Y\sim P(3)$，则$D(3X-2Y)=$（　）

（A） 24 ；　(B) 28 ；　(C)30 ；　(D) 32 。

9、设随机变量X和Y的方差存在且不等于0，则D(X+Y)=D(X)+D(Y)是X和Y的（　）

（A）不相关的充分条件但不是必要条件　　（B）独立的充分条件但不是必要条件

（C）独立的充分必要条件　　（D）不相关的充分必要条件

10、 设X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{x^4}, x>1\\ 0\quad ,\text{其他}\end{cases}$

试求：(1) A ； (2) $E(X)$, $D(X)$。

11、设离散型随机变量X分布律为：

X	0	1	2	3
P_K	$1/6$	$1/3$	$1/6$	$1/3$

试求：（1）$Y=(X-2)^2$的分布律（2）$E(Y)$，$D(Y)$

第五章 数理统计的基础知识

重要内容：

1、 简单随机样本的定义、性质；

2、统计量的定义、常用的统计量；

3、三大统计分布的定义、性质；

4、单正态总体的抽样分布；

5、双正态总体抽样分布的结论；

例题：P142/例 2； P143/例 3（1）；P145/例 4；P148/例 1（1）；

习题：P138/5；P146/1，2，3，4，5，6；P153/3，10；

总习题五：10，16

补充题目：

1、设$Y \sim \chi^2(n)$，则$E(Y)=$__________ ，$D(Y)=$_________

2、设总体$X \sim \mathrm{b}(n,p),\ X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的一个样本，$\bar{X}$与$S^2$分别为该样本的样本均值与样本方差，则$E(\bar{X})=$_______，$D(\bar{X})=$_______，$E(S^2)=$_______，

3、设总体$X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2),\ X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的一个样本，$\bar{X}$为该样本的样本均值，则

（1）$\bar{X} \sim =$_______，

（2）若$Y=\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$，则$Y \sim f_Y(y)=$_______，

4. 设总体X的一组样本值为：$x_1=12, x_2=18, x_3=16, x_4=14,$ 则样本均值$\bar{x}=$_______，

5、设X_1,X_2,X_3,X_4,X_5是来自正态总体$N(0,2^2)$的样本.

(1) 求C使统计量$Y_1=\dfrac{C(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}$服从$t(m)$分布.

(2) 求$Y_2=\dfrac{(X_1+X_2)^2}{(X_4-X_3)^2}$所服从的分布.

第六章 参数估计

重要内容：

1、 估计量的无偏性和有效性的定义和判别；

2、矩估计法与极大似然估计法；

3、单正态总体的置信区间（推导过程）；

4、双正态总体置信区间的结论。

例题：P163-167/例 1， 例 2， 例 3， 例 5， 例 6， ； P170/例 1；

P175-180/例 1， 例 3， 例 5，例 6，例 7，例 8；

习题：P162/1 和 2，只记住选项答案即可；3，8；

P168/1（1）（2），3，

5 求：（1）θ 的矩估计值，（2）θ 极大似然估计值；

6（1）

P173/1， 2； P184/1，4，6 ；

总习题六：3， 4， 9， 13；

补充题目：

1、设 $\hat{\theta}(X_1,\cdots,X_n)$ 是未知参数 θ 的估计量，若满足 $E(\hat{\theta})=$_______，则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的无偏估计量.

2、设 $\hat{\theta}_1=\hat{\theta}_1(X_1,\cdots,X_n)$ 和 $\hat{\theta}_2=\hat{\theta}_2(X_1,\cdots,X_n)$ 都是参数 θ 的无偏估计量，若满足_______，则称 $\hat{\theta}_1$ 较 $\hat{\theta}_2$ 有效.

3、设总体 X， $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$，X_1,X_2,X_3 是总体 X 的样本。现有统计量

$$\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3,\quad \hat{\mu}_2=a(X_1+X_2+X_3),\quad \hat{\mu}_3=X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3$$

（1）证明：$\hat{\mu}_1$ 是 μ 的无偏估计，$\hat{\mu}_3$ 是 μ 的有偏估计；

（2）当 a 取何值时，$\hat{\mu}_2$ 是 μ 的无偏估计？此时，$\hat{\mu}_1$ 和 $\hat{\mu}_2$ 哪个更有效？

4、设总体 X 具有概率概率密度

$$f(x,\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda(x-1)}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$$

其中 $\lambda>0$ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，求 λ 的矩估计量与最大似然估计量.

5、设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
P_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数.现抽得一个样本 $x_1=2,x_2=2,x_3=1$, 求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

6、某旅行社为调查当地一旅游者的平均消费额，随机访问了 81 名旅游者，得知平均消费额 $\bar{x}$=60 元. 根据经验，已知旅游者消费服从正态分布，且标准差 σ=9 元，求该地旅游者平均消费额 μ 的置信度为 95%的置信区间.

7、某旅行社为调查当地一旅游者的平均消费额，随机访问了 81 名旅游者，得知平均消费额 $\bar{x}$=60 元，且标准差 S=9 元. 根据经验，已知旅游者消费 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，求 μ 和 σ^2 置信度为 95%的置信区间.

第七章 假设检验

重要内容：

1、 假设检验的两类错误；

2、假设检验的基本步骤；

3、单正态总体的假设检验（推导过程）；

4、双正态总体假设检验的结论。

例题： P190/例 1 ；

P193-197/例 1，例 3 ， 例 6 ；

P199-204/例 1，例 3 ， 例 5 ；

习题： P192/1 只记住选项答案即可；2；

P197-198/1，3，7

补充题目：

1、在假设检验中，当 H_0 为真时，通过样本检验,拒绝假设 H_0，则称为________错误；

2、在假设检验中，当 H_0 不真时，通过样本检验,接受假设 H_0， 则称为________错误；

3、某化学日用品有限责任公司用包装机包装洗衣粉，洗衣粉包装机在正常工作时，装包量 $X \sim N(500,2^2)$ (单位: g),某天开工后，在桩号的洗衣粉中任取 16 袋，得 $\bar{x}$=504 ，假设总体标准差 σ 不变,即 $\sigma=2$，试问这天包装机工作是否正常 $(\alpha=0.05)$？

4、某车间生产钢丝，用 X 表示钢丝的折断力，由经验判断 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\mu=570,\sigma^2=8^2$.今换了一批材料，从性能上看估计折断力的方差 σ^2 不会有什么变化 (即仍有 $\sigma^2=8^2$)，但不知折断力的均值 μ 和原先有无差别. 现任取 16 根，测得 $\bar{x}$=566 取 $\alpha=0.05$，试检验折断力均值有无变化?

5、某厂生产的某种型号的电池，其寿命(以小时计)长期以来服从方差 $\sigma^2=4000$ 的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变.现随机取 20 只电池，测出其寿命的样本方差 $S^2=3600$ 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化(取 $\alpha=0.05$,)?