

一、填空题 (每小题 3 分, 共  $4 \times 3 = 12$  分)

1. 设随机事件  $A, B$  互不相容, 且  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$ , 则  $P(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_.
2. 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda = 2$  的泊松分布, 则  $E(X) + D(X) =$  \_\_\_\_\_.
3. 设随机变量  $X \sim N(0, 4)$ , 则根据切比雪夫不等式有  $P\{|X| \geq 4\} \leq$  \_\_\_\_\_.
4. 设随机变量  $Y \sim \chi^2(8)$ , 则  $E(Y) =$  \_\_\_\_\_.

二、选择题 (每小题 3 分, 共  $4 \times 3 = 12$  分)

1. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $D(X) = 1, D(Y) = 2$ , 则  $D(X - 2Y) =$  ( )  
(A) 3                      (B) -7                      (C) 9                      (D) 5
2. 设随机变量  $X, Y$  独立同分布, 且  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 则  $U = \min\{X, Y\}$  的分布函数  $F_U(z) =$  ( )  
(A)  $F^2(z)$                       (B)  $F(x)F(y)$   
(C)  $1 - [1 - F(z)]^2$                       (D)  $[1 - F(x)][1 - F(y)]$
3. 设总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, X_3, X_4$  为简单随机样本,  $Y = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$ , 则 ( )  
(A)  $Y \sim t(4)$                       (B)  $Y \sim t(2)$                       (C)  $Y \sim F(1, 2)$                       (D)  $Y \sim F(2, 2)$
4. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为简单随机样本,  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值和样本方差, 则下列说法错误的是 ( )

- (A) 样本均值  $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$  (B)  $\frac{n-1}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2(n-1)$   
 (C)  $\bar{X}$  和  $S^2$  不相互独立 (D)  $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

### 三、计算题一 (每小题 10 分, 共 4\*10=40 分)

1. 某仓库有同样规格的产品 10 箱, 其中甲生产 4 箱, 乙生产 4 箱, 另 2 箱由丙生产, 且它们的次品率依次为 0.2, 0.1, 0.2, 现从中随机选择一箱, 再从该箱中任取一件产品, 该产品为次品的概率是多少? 若已知该产品为次品, 则该产品是乙生产的概率又是多少?

2. 设离散型随机变量  $X$  的分布函数为: 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.3, & -1 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

(1) 求  $X$  的分布律; (2) 求  $P\{X < 2 | X \neq 1\}$ .

3. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f_X(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$  (1) 求  $k$ ; (2) 求分布函数  $F(x)$ .

4. 设离散总体  $X$  的分布律为:

$X$	1	2	3
$p_i$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中  $\theta$  为未知参数, 现抽得一个样本  $x_1=1, x_2=2, x_3=1$ , 求  $\theta$  的矩估计值.

### 四、计算题二 (每小题 10 分, 共 3\*10=30 分)

1. 已知随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-2	0.1	0.1	0.1
0	0.05	0.3	0.05
2	0.1	0.1	0.1

(1) 求  $X, Y$  的边缘分布律, 并判断  $X, Y$  的独立性, 给出判断理由; (2) 求  $|XY|$  的分布律;

(3) 求方程  $f(a) = a^2 X + aY + \frac{1}{4} = 0$  有实根的概率.

2. 设已知  $X, Y$  的联合概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 4xy & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ ,

(1) 求边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ ; (2) 判断  $X, Y$  是否独立; (3) 求  $E\left(\frac{X}{Y}\right)$ .



3. 水泥厂用自动包装机包装水泥, 每袋额定重量是 50kg, 某日开工后随机抽查了 9 袋, 称得重量如下:

48 49 47 51 50 49 52 51 53

设每袋重量服从正态分布, 问包装机工作是否正常 ( $\alpha=0.05$ ).

注:  $t_{0.025}(8)=2.306$ ,  $t_{0.025}(9)=2.2622$ ,  $t_{0.05}(8)=1.8595$ ,  $t_{0.05}(9)=1.8331$

### 五、证明题 (6分)

已知二维随机变量  $(X, Y)$  服从单位圆域  $G: x^2 + y^2 \leq 1$  上的均匀分布, 证明  $X, Y$  不相关.

$x > 1$	0
$-1 < x \leq 1$	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{1-x^2}$
$x < -1$	0

一、填空题 (每小题 3 分, 共 4\*3=12 分)

1. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $k = \underline{2}$ .

2. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(X \leq \mu) = \underline{0.5}$ .

$X \sim N(0, 1)$	$Y \sim N(0, 1)$	$X, Y$ 独立	$Z = X + Y$
$0$	$0$	$0$	$0$

二、选择题 (每小题 3 分, 共 4\*3=12 分)

1. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $D(X)=1, D(Y)=2$ , 则  $D(X-2Y) = \underline{5}$ .

2. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(X \leq \mu) = \underline{0.5}$ .

三、解答题 (每小题 10 分, 共 2\*10=20 分)

	0	1	$Y$
0	0.1	0.1	0.2
1	0.2	0.2	0.4
$X$	0.3	0.1	0.4

1. 求  $X, Y$  的边缘分布律.

2. 求  $X, Y$  是否独立.

3. 求  $X, Y$  的联合分布律.

4. 求  $X, Y$  的协方差.

5. 求  $X, Y$  的相关系数.

6. 求  $X, Y$  的联合分布函数.

7. 求  $X, Y$  的联合概率密度函数.

8. 求  $X, Y$  的联合特征函数.

9. 求  $X, Y$  的联合矩函数.

10. 求  $X, Y$  的联合生成函数.