计算机图形学整理复习资料

RM SuShen_vers 2023.2.16

1.计算机图形学的应用领域有哪些？

科学、医药、商业、工业、政府部门、艺术、娱乐业、广告业、教育和培训。

计算机辅助设计与制造、计算机辅助绘图、计算机辅助教学、办公自动化和电子出版技术、计算机艺术、工业控制及交通方面的应用、在医疗卫生方面的应用。

2.虚拟现实、增强现实的概念、区别、各自的应用实例。

虚拟现实技术（简称 VR），又称虚拟环境、灵境或人工环境，是指利用计算机生成一种可对参与者直接施加视觉、听觉和触觉感受，并允许其交互地观察和操作的虚拟世界的技术

虚拟现实购物和人工智能

AR 技术是一种将虚拟信息与真实世界巧妙融合的技术，广泛运用了多媒体、三维建模、实时跟踪及注册、智能交互、传感等多种技术手段，将计算机生成的文字、图像、三维模型、音乐、视频等虚拟信息模拟仿真后，应用到真实世界中，两种信息互为补充，从而实现对真实世界的“增强”。

AR 和 VR 的区别在于，AR 增强现实，是通过电脑技术将虚拟的信息应用到真实的世界，一般是通过投射装置，真实的与虚拟的环境、物体实时叠加到同一个画面或者空间。技术核心在结合现实与虚拟，达到互动。AR 更像是许多应用的实时交互终端，给予现实世界叠加虚拟物体或者电子信息，从而对现实达到“增强”的效果。

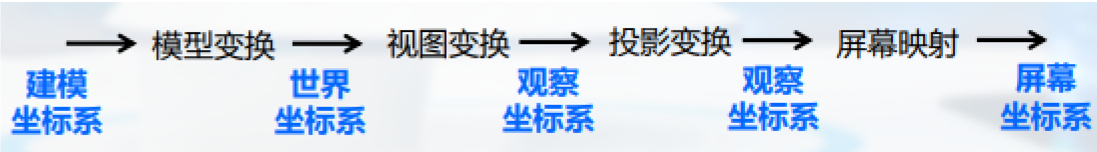
AR 以其丰富的互动性为儿童教育产品的开发注入了新的活力，儿童的特点是活泼好动，运用 AR 技术开发的教育产品更适合孩子们的生理和心理特性。例如，现在市场上随处可见的 AR 书籍，对于低龄儿童来说，文字描述过于抽象，文字结合动态立体影像会让孩子快速掌握新的知识，丰富的交互方式更符合孩子们活泼好动的特性，提高了孩子们的学习积极性。在学龄教育中 AR 也发挥着越来越多的作用，如一些危险的化学实验，及深奥难懂的数学、物理原理都可以通过 AR 使学生快速掌握

AR 技术可帮助消费者在购物时更直观地判断某商品是否适合自己，以作出更满意的选择。用户可以轻松地通过该软件直观地看到不同的家具放置在家中的效果，从而方便用户选择，该软件还具有保存并添加到购物车的功能。

比如测距仪、AR 游戏，用户可以通过手机屏幕在拍摄画面中增加虚拟物体或信息，实现虚拟和现实画面的结合。

计算机图形学系统功能一般包括计算功能、存储功能、交互功能、混合功能。

3. 坐标系及转换



4. GPU 渲染管线中的三个概念阶段

应用阶段->几何阶段->光栅化阶段

应用阶段：

将需要在屏幕上显示出来绘制的几何体，也就是绘制图元，比如点、线、矩形等输入到绘制管线的下一个阶段。

具体包括图元的顶点数据、摄像机位置、光照纹理等参数。

几何阶段:

几何阶段需要将顶点数据最终进行屏幕映射。

这其中需要：

将各个图元放入到世界坐标系中，也就是进行模型变换；

根据光照纹理等计算顶点处材质的光照着色效果；

根据摄像机的位置、取景范围进行观察变换和裁剪；

最后进行屏幕映射，也就是把三维模型转换到屏幕坐标系中。

光栅化阶段：

光栅化部分的输入是经过变换和投影后的顶点、颜色以及纹理坐标，它的工作是给每个像素正确配色，以便绘制整幅图形。

由于输入的是三角形顶点，所以需要根据三角形表面的差异，逐个遍历三角形计算各个像素的颜色值。之后根据其可见性等进行合并得到最后的输出。

5. 计算机图形学一般使用 RGB 颜色模型（CMYK、HSV）。

在分辨率为$M \times N$的显示器中，每个像素能显示 K 中颜色：

计算图片帧缓存大小公式：$V = M \times N \times log_2 K$

RGB: 每个像素可表示的大小：$K = 256^3 = 2^{48} bit = 2^{35} KB$

6. 走样、反走样的概念，反走样的方法。

走样：在光栅显示器上显示图形时，直线段或图形边界或多或少会呈锯齿状。原因是图形信号是连续的，而在光栅显示系统中，用来表示图形的却是一个个离散的像素。这种离散量表示连续量引起的失真现象称之为走样。

反走样：用于减少或者消除这种效果的技术称之为反走样。

反走样的方法有：提高分辨率、区域采样、加权区域采样。

7. 齐次坐标的定义，规范化的齐次坐标的定义。

齐次坐标(x,y,h),其中(x,y)表示二维坐标。

齐次坐标表示就是用 n+1 维向量表示一个 n 维向量。

规范齐次坐标表示就是 h=1 的齐次坐标表示。

齐次坐标不唯一，规范化齐次坐标就是最后一维为 1。要转换成规范化齐次坐标，只需要每一维除以最后一维即可。

请注意：以下矩阵和庞老师习题课上讲的不一样，庞老师用的是矩阵右乘，以下为矩阵左乘，其本质一样，左乘直观些。

8. 二维及三维图形的几种基本变换及其特性。

二维：

几何变换

总结一下：

◆平移 $x'=x+T_x$, $y'=y+T_y$

◆对称 $x'=x$, $y'=-y$ （关于x轴对称）

◆比例 $x'=x\times S_x$, $y'=y\times S_y$

◆错切 $x'=x+dy$, $y'=bx+y$

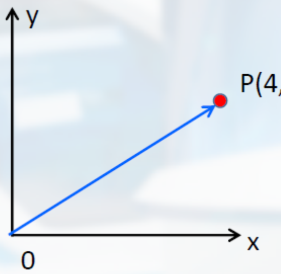
◆旋转 $x'=x\cos\theta-y\sin\theta$, $y'=x\sin\theta+y\cos\theta$ 逆时针为正，顺时针为负

基于齐次坐标的变换：

❖全部统一为矩阵运算

二维坐标系下点p(x,y)变换后为p′(x′,y′)：

则所有的变换可以用矩阵T_{2D}来表示！



$$[x' \quad y' \quad 1]=[x \quad y \quad 1]\cdot T_{2D}=[x \quad y \quad 1]\cdot\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ l & m & s \end{bmatrix}$$

T_1 T_3 T_2 T_4

其中：

T_1是对图形进行比例、旋转、对称、错切等变换；

T_2是对图形进行平移变换；

T_3是对图形作投影变换；

T_4则可以对图形作整体比例变换。

齐次坐标的引入

基于齐次坐标的T_{2D}：$[x' \quad y' \quad 1]=[x \quad y \quad 1]\cdot T_{2D}=[x \quad y \quad 1]\cdot\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ l & m & s \end{bmatrix}$

◆平移 $x'=x+T_x$, $y'=y+T_y$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}$

◆对称 $x'=x$, $y'=-y$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

（关于X轴对称）

◆比例 $x'=x\times S_x$, $y'=y\times S_y$ $\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

◆错切 $x'=x+dy$, $y'=bx+y$ $\begin{bmatrix} 1 & b & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

◆旋转 $x'=x\cos\theta - y\sin\theta$, $y'=x\sin\theta + y\cos\theta$ $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

此处为逆时针！
顺时针为负。

1、（1，1）点向右平移 2 个单位长度，向上平移 1 个单位长度的坐标。

3, 2

P (1, 1, 1)
P' (x', y', 1)
Tx = 2
Ty = 1

$x'=x+T_x$, $y'=y+T_y$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}$

1 * 1 + 1 * 0 + 1 * 2
1 * 3

$\boxed{[1 \quad 1 \quad 1]} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [\square \quad \square \quad \square]$

1 * 3　　3 * 3　　3　2　1

3, 2, 1　　(3, 2)

$$\underset{1\times3}{[x \quad y \quad 1]}\ \underset{3\times3}{\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ l & m & s \end{bmatrix}} = \underset{1\times3}{[ax+cy+l \quad bx+dy+m \quad px+qy+s]}$$

举例：

1、（1，1）点向右平移 2 个单位长度，向上平移 1 个单位长度的坐标。 (3,2)

2、（1，1）点逆时针旋转 30° $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2},\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$

（1，1）点逆时针旋转 30° sita = 30°

$$[x' \quad y' \quad 1]=[x \quad y \quad 1]\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

逆时针

$$[1,1,1]\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

α 的角度	0°	30°	45°	60°	90°
α 的弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在

3、（1，1）顺时针旋转 60° 。

α 的角度	0°	30°	45°	60°	90°
α 的弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在

$$[x' \quad y' \quad 1]=[x \quad y \quad 1]\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

逆时针

$$=[x\cos\theta - y\sin\theta \quad x\sin\theta + y\cos\theta \quad 1]$$

$$=[x \quad y \quad 1]\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

顺时针

9. 计算基本图形经过平移、旋转变换后的新坐标。**注意点:一定考旋转!!!!!　记住旋转的两个公式!!（虽然老师说会提供，但毕竟老师提供可能是右乘的矩阵），其实记住原理就行，见第二版课本 p85。**

考试考绕着某个点旋转!!!!!一定要先将点平移到原点!!!然后最后在逆变换回去!!!（因为公式是围绕原点旋转使用的!）

例如以下题目，先绕 A 点逆时针旋转 90°

已知三角形各顶点坐标为 A（10, 10）、B（10, 30）和 C（30, 20），作下列变换：先绕原点逆时针旋转 90 度，再沿 X 正向平移 10，沿 Y 负向平移 20，写出变换矩阵，并求出变化后的顶点坐标 A'、B'、C'。

答：

平移变换矩阵为：$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10 & -20 & 1 \end{bmatrix}$，旋转变换矩阵为：$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ....（2 分）

总的变换矩阵为：$T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10 & -20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 10 & -20 & 1 \end{bmatrix}$ ....（2 分）

变换后的坐标为：

$$\begin{bmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 \\ 10 & 30 & 1 \\ 30 & 20 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 10 & -20 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 1 \\ -20 & -10 & 1 \\ -10 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$ ....（2 分）

$$A=\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \\ b_{3,1} & b_{3,2} \end{bmatrix}$$

$$C=AB=\begin{bmatrix} a_{1,1}b_{1,1}+a_{1,2}b_{2,1}+a_{1,3}b_{3,1}, & a_{1,1}b_{1,2}+a_{1,2}b_{2,2}+a_{1,3}b_{3,2} \\ a_{2,1}b_{1,1}+a_{2,2}b_{2,1}+a_{2,3}b_{3,1}, & a_{2,1}b_{1,2}+a_{2,2}b_{2,2}+a_{2,3}b_{3,2} \end{bmatrix}$$

三维

$$\underset{\text{平移}}{T_t}=\begin{array}{c} T_1 \qquad\qquad T_3 \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline Tx & Ty & \boxed{Tz} & 1 \end{array}\right] \\ T_2 \qquad\qquad T_4 \end{array}$$

$$\underset{\text{缩放}}{T_s}=\begin{array}{c} T_1 \qquad\qquad T_3 \\ \left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{S_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{S_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{S_z} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \\ T_2 \qquad\qquad T_4 \end{array}$$

$$\underset{\text{按比例缩放}}{T_s}=\begin{array}{c} T_1 \qquad\qquad T_3 \\ \left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \boxed{S} \end{array}\right] \\ T_2 \qquad\qquad T_4 \end{array} \qquad S\begin{cases} S>1 \text{ 缩小} \\ S<1 \text{ 放大} \\ S=1 \text{ 不变} \end{cases}$$

$$\underset{\text{绕z轴旋转}}{T_{RZ}}=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\text{绕x轴旋转}}{T_{RX}}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

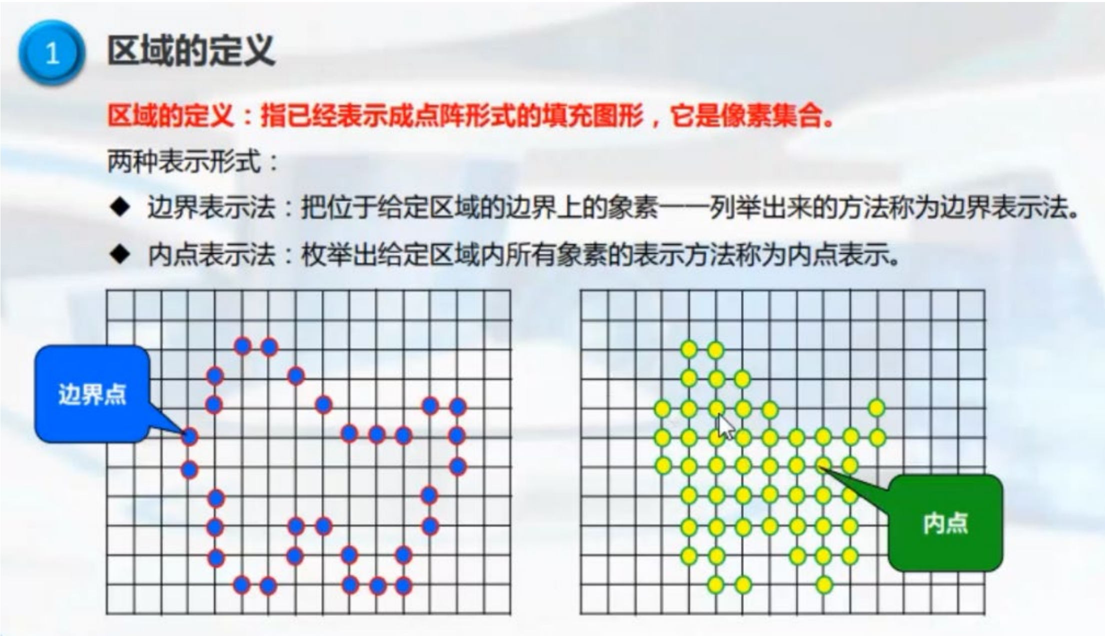
$$\underset{\text{绕y轴旋转}}{T_{RY}}=\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

所谓逆变换，就是相反的变换!!!

如

$$T_t^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -T_x & -T_y & -T_z & 1 \end{bmatrix}$$

10. 区域表示的两种形式。（P118）



11. 一般的图形学渲染设备包括哪些?

12. 多边形的顶点表示和点阵表示。

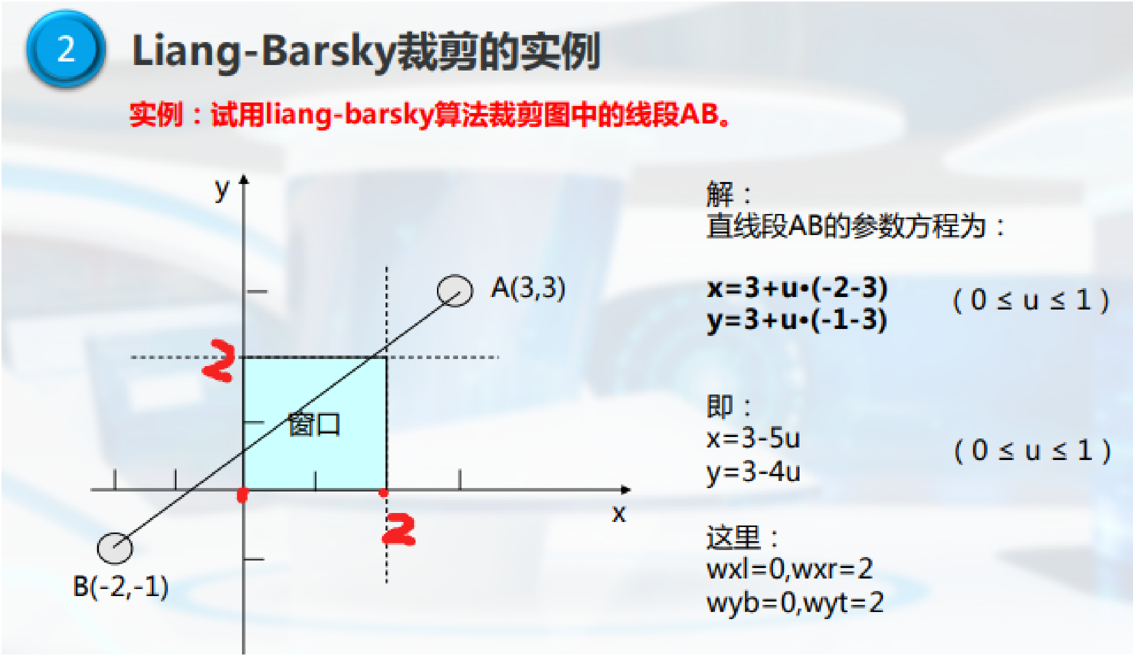
顶点表示：用多边形的顶点序列来刻画多边形。直观、几何意义强、占用内存少、应用很普遍。

点阵表示：用于多边形内的像素的集合来刻画多边形，虽然失去了重要的几何信息（顶点、几何边界），但便于运用帧缓存表是图形。

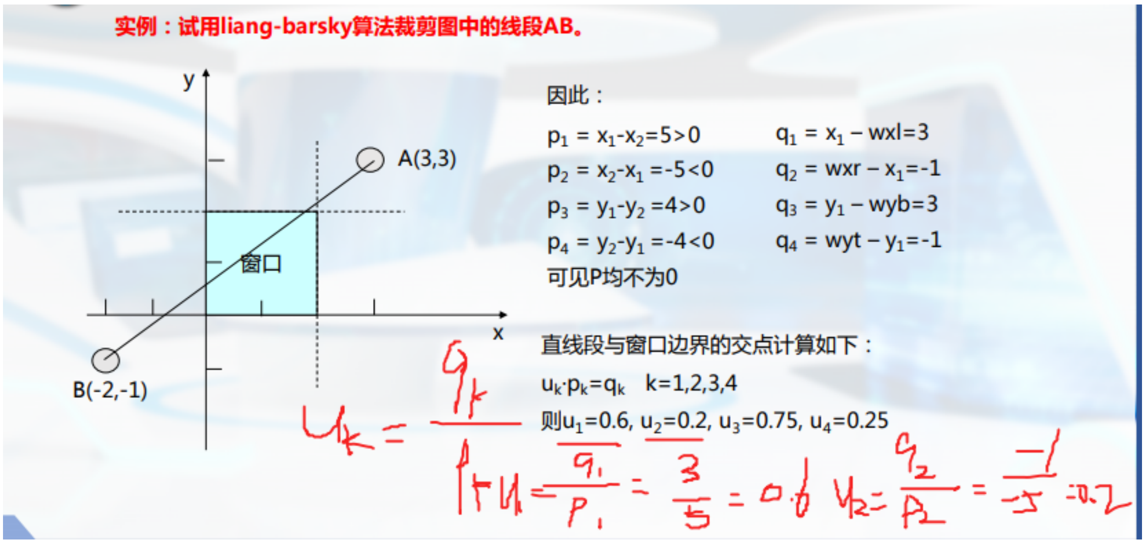
13. 运用 Liang Barsky 算法裁剪直线。

$x = x_1 + u(x_2 - x_1)$

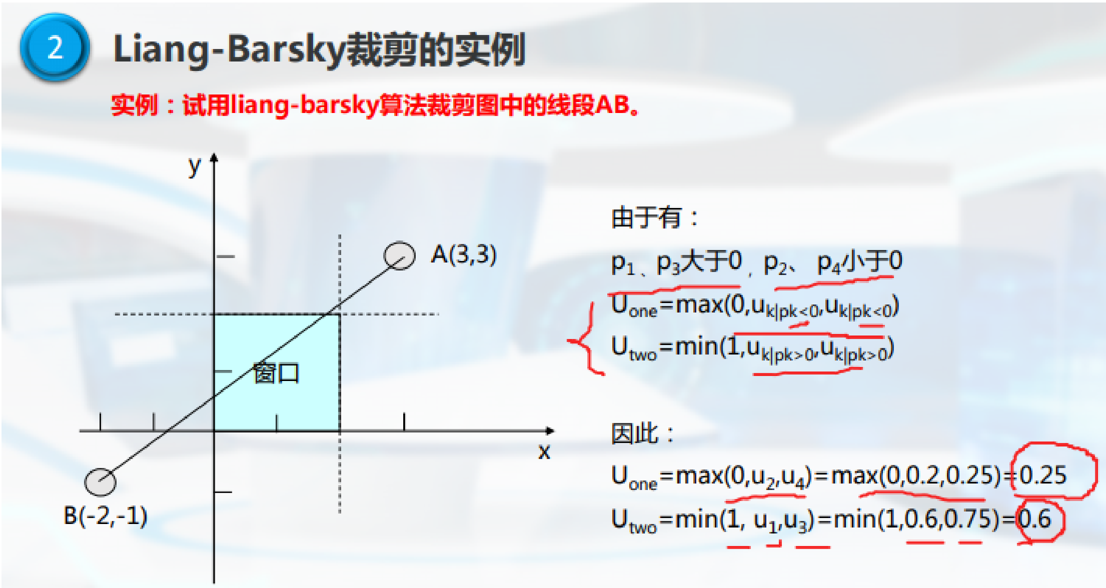
$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$

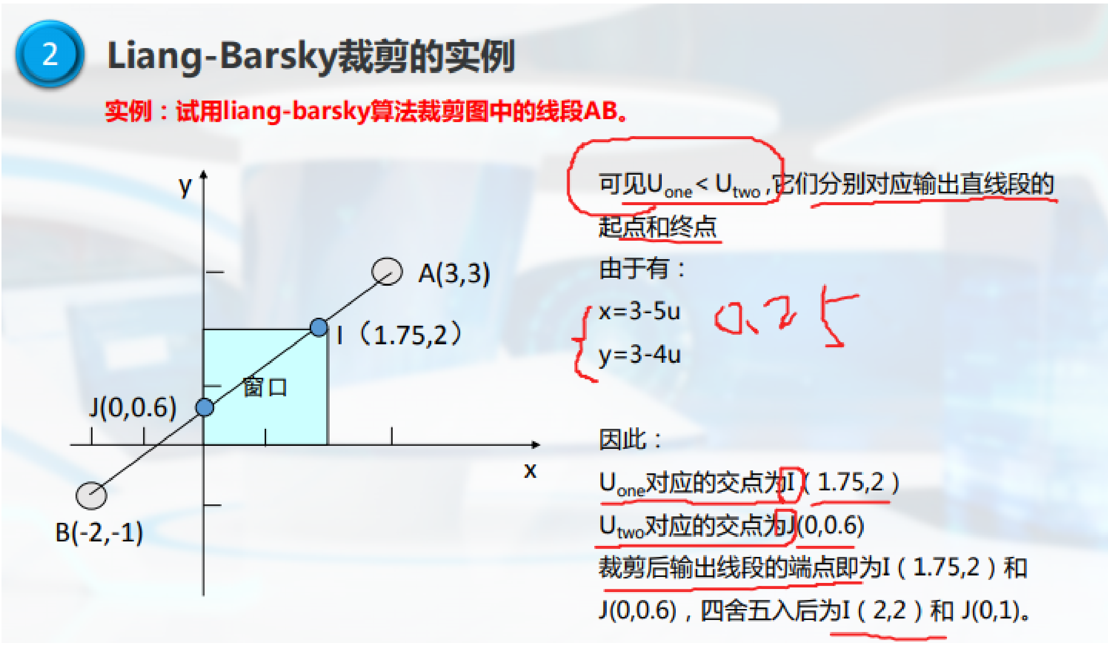


2
Liang-Barsky裁剪的实例
实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。
y
A(3,3)
2
窗口
x
2
B(-2,-1)
解：
直线段AB的参数方程为：
x=3+u•(-2-3)
y=3+u•(-1-3)
(0 ≤ u ≤ 1)
即：
x=3-5u
y=3-4u
(0 ≤ u ≤ 1)
这里：
wxl=0,wxr=2
wyb=0,wyt=2



实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。
y
A(3,3)
窗口
x
B(-2,-1)
因此：
p1 = x1-x2=5>0
q1 = x1 – wxl=3
p2 = x2-x1 =-5<0
q2 = wxr – x1=-1
p3 = y1-y2 =4>0
q3 = y1 – wyb=3
p4 = y2-y1 =-4<0
q4 = wyt – y1=-1
可见P均不为0
直线段与窗口边界的交点计算如下：
uk·pk=qk k=1,2,3,4
则u1=0.6, u2=0.2, u3=0.75, u4=0.25

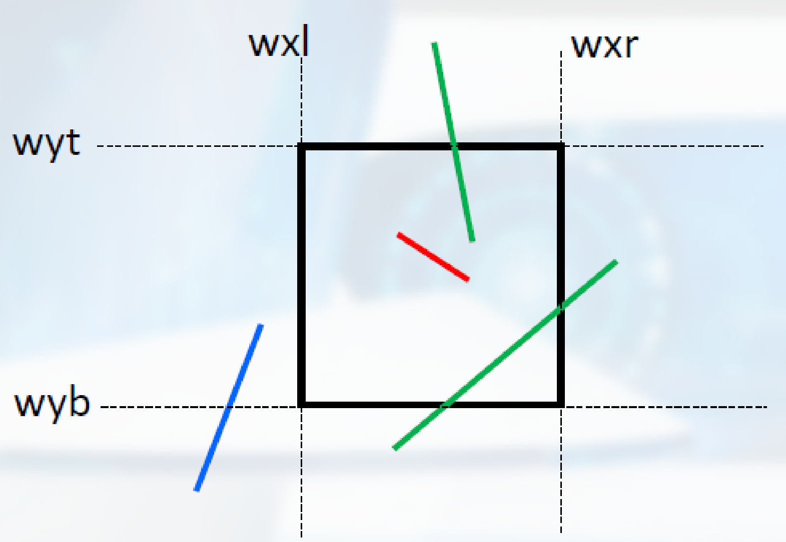




Uone > Utwo 没有线段在矩形内 删去。

14. 编码方法

: 对直线段$p_1(x_1,y_1)p_2(x_2,y_2)$进行裁剪



2 编码方法

(x_1, y_1) (x_2, y_2) $D_3D_2D_1D_0$

$(4,4)$ $(5,5)$ 3 1 0 1 0

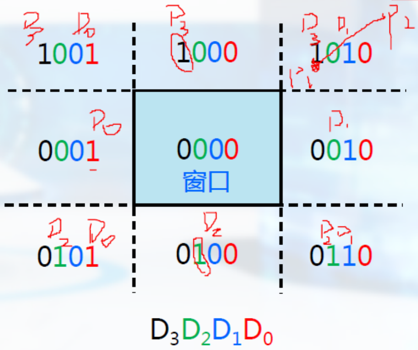
1 0 1 0

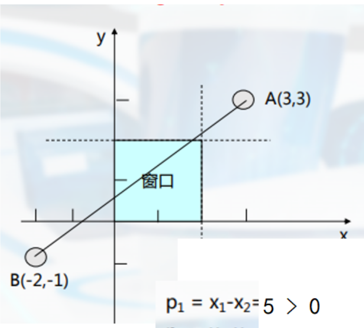
Cohen-Sutherland方法：基于编码的裁剪方法

编码：对于任一端点(x,y)，根据其坐标所在的区域，赋予一个4位的二进制码$D_3D_2D_1D_0$。

编码规则如下：

- ◆若x<wxl，则D_0=1，否则D_0=0；
- ◆若x>wxr，则D_1=1，否则D_1=0；
- ◆若y<wyb，则D_2=1，否则D_2=0；
- ◆若y>wyt，则D_3=1，否则D_3=0。





wxl= 0 wxr= 2 wyt= 2 wyb= 0 1:A(3,3) 2:B(-2,-1)

$x = x_1 + u(x_2 - x_1)$ x = 3 + u(-2 - 3) =3 - 5u

$y = y_1 + u(y_2 - y_1)$ y = 3 + u(-1 - 3) = 3 - 4u

直线段与窗口边界的交点计算如下：

$u_k \cdot p_k = q_k$ k=1,2,3,4

i (2, 2)
j (0, 1)

$p_1 = x_1 - x_2$ = 5 > 0
$p_2 = x_2 - x_1$ = -5 < 0
$p_3 = y_1 - y_2$ = 4 > 0
$p_4 = y_2 - y_1$ = -4 < 0

$q_1 = x_1 - wxl$ = 3
$q_2 = wxr - x_1$ = -1
$q_3 = y_1 - wyb$ = 3
$q_4 = wyt - y_1$ = -1

u1 = 0.6
u2 = 0.2
u3 = 0.75
u4 = 0.25

x=3-5u
y=3-4u

Uone=max(0, 0.2, 0.25)=0.25
Utwo=min(1, 0.6, 0.75)=0.6

Uone对应i点(1.75, 2)
Utwo对应j点(0, 0.6)