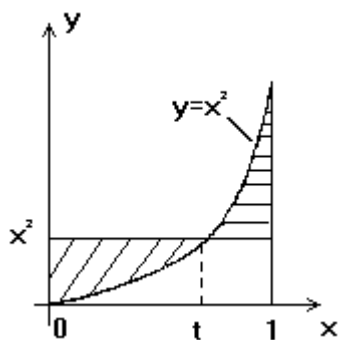


1. 设  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , 则  $\int f(ax+b)dx =$  \_\_\_\_\_
2.  $\int \ln x dx =$  \_\_\_\_\_.
3.  $\frac{dx}{x} =$  \_\_\_\_\_  $d(5\ln|x|)$ .
4. 若  $f(x)$  的一个原函数为  $\frac{\sin x}{x}$ , 则  $\int x f'(x) dx =$  \_\_\_\_\_.
5.  $d\int e^{-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_
6. 若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(2x-3)dx =$  \_\_\_\_\_
7. 若  $\int f(x)dx = x \ln x + c$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_.
8. 若  $F(x) + C = \int f(x)dx$ , 则  $\int e^{-x^2} x f(e^{-x^2}) dx =$  \_\_\_\_\_.
9.  $d\int e^{-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_
10. 若  $F(x) + C = \int f(x)dx$ , 则  $\int e^{-x^2} x f(e^{-x^2}) dx =$  \_\_\_\_\_.
11.  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx =$  \_\_\_\_\_.
12. 若  $\int f(x)dx = F(x) + C$  且  $x = at + b, a \neq 0$ , 则  $\int f(t)dx =$  ( ).  
 (A)  $F(x) + C$     (B)  $F(at+b) + C$     (C)  $\frac{1}{a} F(at+b) + C$     (D)  $F(t) + C$
13. 设  $F_1(x), F_2(x)$  是区间  $I$  内连续函数  $f(x)$  的两个不同的原函数, 且  $f(x)$  不恒为 0, 则在区间  $I$  内必有 ( ).  
 (A)  $F_1(x) + F_2(x) = C$     (B)  $F_1(x) F_2(x) = C$   
 (C)  $F_1(x) = C F_2(x)$     (D)  $F_1(x) - F_2(x) = C$
14. 设  $I = \int \sin x \cos x dx$ , 则  $I =$  ( ).  
 (A)  $-\frac{1}{2} \sin^2 x + C$     (B)  $\frac{1}{2} \cos^2 x + C$   
 (C)  $\frac{1}{4} \cos 2x + C$     (D)  $-\frac{1}{4} \cos 2x + C$

15. 若  $\int f(x)dx = x^2 + c$ , 则  $\int xf(1-x^2)dx = (\quad)$
- (A)  $2(1-x^2)^2 + c$  (B)  $-2(1-x^2)^2 + c$   
 (C)  $\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + c$  (D)  $-\frac{1}{2}(1-x^2)^2 + c$
16. 下列等式成立的是  $(\quad)$
- (A)  $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$  (B)  $\int f'(x)dx = f(x)$   
 (C)  $d \int f(x)dx = f(x)$  (D)  $\int df(x) = f(x)$
17. 在切线斜率为  $2x$  的积分曲线族中, 通过  $(4,1)$  点的曲线方程是  $(\quad)$
- (A)  $y = x^2 + 1$  (B)  $y = x^2 - 15$  (C)  $y = x^2 + 4$  (D)  $y = x^2 + 15$
18.  $\int xf''(x)dx = (\quad)$
- (A)  $xf'(x) - f(x) + c$  (B)  $xf'(x) + c$   
 (C)  $\frac{1}{2}x^2 f'(x) + c$  (D)  $(x+1)f'(x) + c$
19. 若  $f'(x)$  为连续函数, 则  $\int f'(2x)dx = (\quad)$ .
- (A)  $f(2x) + C$  (B)  $f(x) + C$  (C)  $\frac{1}{2}f(2x) + C$  (D)  $2f(2x) + C$
20. 设  $f(x)$  的一个原函数为  $\sin x$ , 则  $\int xf'(x) = (\quad)$ .
- (A)  $x \cos x - \sin x + C$  (B)  $x \sin x + \cos x + C$   
 (C)  $x \cos x + \sin x + C$  (D)  $x \sin x - \cos x + C$
21. 求  $\int x(2x-5)^6 dx$ . 22. 求  $\int \frac{2x-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .
23. 求  $\int \frac{dx}{(x+a)^3}$  24. 求  $\int (\tan x + \cot x) dx$ .
25. 求  $\int (e^{-x} + e^{-2x}) dx$ . 26. 求  $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$ .
27. 求  $\int \frac{1}{x+\sqrt{2x}} dx$ . 28. 求  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-x^2}}$ .
29. 求  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}$ , 其中  $a$  是非零常数. 30. 求  $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx$ .

31. 求  $\int x^2 e^x dx$ .      32. 求  $\int \arcsin x dx$ .      33. 求  $\int x \cos 3x dx$ .
34. 求  $\int x^3 \ln x dx$ .      35. 求  $\int e^x \cos x dx$ .      36. 求  $\int x e^{-x} dx$ .
37. 求  $\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx$ .
38.  $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^0 x \cos(t^2) dt =$  \_\_\_\_\_.
39.  $\frac{d}{dx} \int_0^x \sin(x-t)^2 dt =$  \_\_\_\_\_.
40. 定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x - \sin^5 x) dx$  值的符号是\_\_\_\_\_.
41. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上是非负连续函数, 若区间  $[c, d] \subset [a, b]$ ,  $I_1 = \int_a^b f(x) dx$ ,  $I_2 = \int_c^d f(x) dx$ , 则  $I_1, I_2$  的大小关系是\_\_\_\_\_.
42. 设  $f(x)$  为以  $T$  为周期的连续函数, 则  $f(x)$  在  $[a, a+T] (a \neq 0)$  上的定积分与  $f(x)$  在  $[0, T]$  上的定积分的大小关系是\_\_\_\_\_.
43. 在定积分中值定理中, 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则至少存在一点  $\xi \in [a, b]$ , 使得  $f(\xi) =$  \_\_\_\_\_.
44. 若广义积分  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$  收敛, 则必有  $p$  \_\_\_\_\_.
45.  $\int_{-5}^5 \frac{x^2 \sin^3 x}{1+x^4} dx =$  \_\_\_\_\_.
46. 设  $f(x)$  在  $[-a, a]$  上连续, 则  $\int_{-a}^a (\sin x)(f(x) + f(-x)) dx =$  \_\_\_\_\_.
47.  $\frac{d}{dx} \int_a^b \sin(x^2 + 1) dx =$  \_\_\_\_\_, 其中  $a$  和  $b$  都是常数.
48. 求由曲线  $y = x^3$  及直线  $y = -x, x = 1, x = 2$  所围成的平面图形的面积.
49. 求由抛物线  $y^2 = 2x$  与直线  $y = x - 4$  所围成的平面图形的面积.
50. 求  $a$  为何值时, 使曲线  $y^2 = ax (a > 0)$  与  $y = x^2$  所围成的平面图形的面积为 9.
51. 如图,  $y = x^2$ , 是  $[0, 1]$  上的抛物线  $t \in (0, 1)$ , 问  $t$  为何值时, 使图中两阴影面积相等



52. 求抛物线  $y = -x^2 + 1$  在  $[0,1]$  内的一条切线使它与两坐标轴和抛物线  $y = -x^2 + 1$  所围成的平面图形的面积最小.
53. 求由曲线  $y = \sqrt{x}$  和  $y = \sqrt[3]{x}$  所围成的平面图形分别绕  $x$  轴及绕  $y$  轴旋转而成的旋转体体积.
54. 求曲线  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  上相应于  $0 \leq x \leq b$  的一段弧的长度.
55. 求曲线  $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t, \end{cases}$  上相应于  $t \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$  的一段弧的长度.
56. 求曲线  $r = \cos^2 \frac{\theta}{2}$  上相应于  $\theta \in [0, \pi]$  的一段弧的长度.
57. 一个半径为  $R$  (单位: m) 的球形贮水箱内盛满了某种液体. 如果把箱内的液体从顶部抽出, 需要作多少功?