姓名：＿＿＿＿ 学号：＿＿＿＿ 专业班级：＿＿＿＿ 任课教师＿＿＿＿ 适用 全校 考场教室＿＿＿＿ [该项由出卷人填写]

装 订 线

安徽理工大学 2019 级高数(上)第 2 章单元测验试卷

1. 选择、填空 (每题 4 分，共 16 分)

得分

(1) 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导的充要条件是(　　).

(A) $\lim\limits_{h\to+\infty} h\left[f\left(x_0+\dfrac{1}{h}\right)-f(x_0)\right]$存在　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0+h)}{2h}$存在

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+2h)-f(x_0+h)}{h}$存在　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$存在

(2) 设 $f(x)$ 可导，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(a,f(a))$ 处的切线与直线 $x+y=3$ 垂直，则在 $x=a$ 处 $\mathrm{d}y$ 与 Δx 是(　　).

(A) 高阶无穷小　(B) 低阶无穷小　(C) 同阶但非等价无穷小　(D) 等价无穷小

(3) 设 $f(x)=\lim\limits_{t\to 0} x(1+tx)^{\frac{1}{t}}$，则 $f'(1)=$＿＿＿＿.

(4) 设 $y=\dfrac{1}{x^2-x-2}$，则 $y^{(n)}=$＿＿＿＿＿＿＿＿.

2. 计算、推导下列各题 (26 分)

(1) (6 分) $y=\ln\left\{\cos\left[\arctan(\sin x)\right]\right\}$，求 y'.

(2) (7 分) $y=x\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})$，求 y''.

(3) (7 分) $y=(1+\sin x)^x$，求 $\mathrm{d}y\big|_{x=\pi}$.

(4) (6 分) 对函数 $y=y(x)$，试根据反函数求导法则 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}=\dfrac{1}{y'}$ 导出 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}y^2}=-\dfrac{y''}{(y')^3}$.

3. (10 分) 设 $\begin{cases} x=\ln(1+\mathrm{e}^{2t}), \\ y=t-\arctan \mathrm{e}^t \end{cases}$ 确定了函数 $y=y(x)$，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

4. (10 分) 设由 $\mathrm{e}^{-y}+x(y-x)=1+x$ 确定 $y=y(x)$，求 $y''(0)$.

5. (10 分) 设 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & x>0, \\ \mathrm{e}^x, & x\le 0, \end{cases}$ 且 $f'(0)$ 存在，求 a,b 的值.

6. (10 分) 设 $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x}, & x\ne 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 求 $f'(x)$，并研究 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性.

7. (9 分) 证明：曲线 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2}$ 上任一点的切线的横截距与纵截距之和为常数.

8. (9 分) 设 $g(x)$ 在 x_0 处连续，讨论 $f(x)=|x-x_0|g(x)$ 在 x_0 处的可导性.

.