几何：

1. 已知向量 $\vec{a}=\vec{i}-\vec{k}$，$\vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$____________________.

2. 已知 $\overrightarrow{OA}=i+j,\overrightarrow{OB}=j+2k$，则 $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=$____________________.

3. 设向量 a={x, 3, 2}, b={-1, y, 4}, 若 a//b，则 x=________ ，y=__________.

4. 过点 $(-2,3,-1)$，且以 $\boldsymbol{n}=\{1,-2,-3\}$ 为法向量的平面方程是____________.

5. 点 $(2,-1,1)$ 到平面 $\boldsymbol{x}+3\boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}+1=0$ 的距离为____________________.

6. 过点 $\boldsymbol{M}_0(1,-1,4)$ 且与平面 $\Pi:2\boldsymbol{x}-3\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}-5=0$ 垂直的直线方程为________.

7. 两直线 $L_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ 与 $L_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ 的夹角为__________.

8. 直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{-1}$ 与平面 $\boldsymbol{x}-2\boldsymbol{y}+2\boldsymbol{z}+1=0$ 的夹角为________________.

9. 由 xoy 坐标面上的曲线 $5x^2+3y^2=8$ 绕 y 轴旋转一周所成的旋转曲面的方程为________________.

10. 将 xoz 坐标面上的抛物线 $z^2=5x$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为________________.

11. 曲面 $y=x^2+z^2$ 是 yoz 平面上的曲线________绕______轴旋转的旋转曲面。

12. 二次曲面 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{z^2}{9}=1$ 被 XOY 坐标平面截得的曲线方程为__________.

13. 二次曲面 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{z^2}{9}=1$ 被平面 $y=3$ 截得的曲线方程为____________.

14. 平面 $2\boldsymbol{x}-3\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}-5=0$ 与平面 $\boldsymbol{x}-2\boldsymbol{y}+2\boldsymbol{z}+1=0$ 的夹角为____________.

15. 已知三角形 $\boldsymbol{ABC}$ 的顶点分别是 $\boldsymbol{A}(1,-2,3),\boldsymbol{B}(-3,4,5),\boldsymbol{C}(2,4,6)$，求三角形 $\boldsymbol{ABC}$ 的面积.

16. 求过点 $A(2,0,-3)$ 且与直线 $l:\begin{cases}x-2y+4z-7=0\\3x+5y-2z+1=0\end{cases}$ 垂直的平面方程.

17.设平面过点（5，-7，4），且在 x，y，z 轴上的截距相等，求此平面的方程.

18. 证明：直线 l:$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$ 与平面 π:$x+2y-2z-1=0$ 垂直，并求 $\boldsymbol{l}$ 与 π 的交点.

19. 求点 $\boldsymbol{P}=(-1,1,4)$ 到直线 $L:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-4}{2}$ 的距离.

多元函数微分学

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}}\dfrac{\arctan(x+y)}{\sqrt[3]{x^3+y}}=$ ____________________.

2. 函数 $y=\sqrt{y-x}+\dfrac{\ln x}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ 的定义域为____________________.

3. 设函数 $f(x,y)=x^2+y^2+xy\ln\left(\dfrac{y}{x}\right)$，则 $f(kx,ky)=$____________________.

4. 设 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$，则 $f_y(0,1)=$____________________.

5. 设 $z=x^3y^2-x^2-e^y$，则 $\mathrm{d}z=$____________________.

6. 函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在点 $M(1.2,-2)$ 处的梯度 $gradu|_M=$_______________.

7. 曲线 $x=t^2-1, y=t+1, z=t^3$ 在点(0, 2, 1)处的切向量为____________ .

8. 曲面 $xy+xz+zy=1$ 在点(1, −2, −3)处的切平面的法向量为______________.

9. 函数 $z=xy^2$ 在点（1，2）沿 $\bar{a}=\{1,1\}$ 方向的方向导数是_______________.

10. 设 $f(x,y,z)=\ln(xy+z)$，则 $\mathrm{d}f(1,2,0)=$____________________.

11. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\sin x+2y-z=e^z$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________.

12. 函数 $z=x^2-xy+y^2-2x+y$ 的极小值点为_______________ .

13. 设 $z=xf(x,y), f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，$\dfrac{\partial f}{\partial y}\Big|_{(0,1)}=2$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(0,1)}$ $=$________.

14. 设函数 $f(x,y)$ 在点 (a,b) 处的偏导数存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(a+x,b)-f(a-x,b)}{x}=$ _

15. 设 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，证明 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\dfrac{2}{u}$.

16. 设 $z=y^x\ln(xy)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

17. 设函数 $z=\dfrac{y}{x}$，求 $dz\big|_{(1,2)}$，并求 $x=2, y=1, \Delta x=0.1, \Delta y=-0.2$ 时的全微分.

18. $z=f(xy,x^2y^2)$, f二阶偏导连续，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$,

19. 求函数$f(x,y,z)=xy^3z$在点A(5,1,2)处沿着从A到点B(9,4,14)方向的方向导数.

20. 求函数$u=xy^2z^3$在点（1，1，1）处方向导数的最大值与最小值.

21. 求旋转抛物面$z=2x^2+2y^2$在点$(-1,\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2})$处的切平面和法线方程.

22. 求圆锥曲面$x^2+y^2=2z^2$在点$(1,-1,1)$处的切平面和法线方程.

23. 求曲线$\begin{cases} x-y-z=1 \\ x^3-y^2-z^3=1 \end{cases}$在点$P(1,1,-1)$处的切线及法平面方程.

24. 求$f(x,y)=x^3+y^3-3xy$的极值.

25. 修建一座容积为V，形状为长方体的厂房，已知屋顶每单位面积的造价是墙壁每单位面积造价的两倍，地面造价不计，问如何设计，可使其造价最低？

重积分

1. 估计下列积分值，设$I=\iint\limits_D(2x^2+y^2+2)d\sigma \quad D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 3\}$，则______.

2. $I=\iint\limits_D(xy^2+\sin x\sin y)d\sigma$=____，其中$D$是由$y=x^2$，$y=1$围成的平面区域。

3. 设$f(x,y)$是连续函数，则二次积分$\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$改变积分次序后为_____.

4. 二次积分$\int_{-1}^0 dy\int_2^{1-y} f(x,y)dx$改变次序后为________.

5. 将积分$\int_0^2 dx\int_0^x f(\sqrt{x^2+y^2})dy$化为在极坐标系中先对$r$积分的累次积分________.

6. $I_1=\iint\limits_D(x+y)d\sigma$，$I_2=\iint\limits_D(x+y)^2d\sigma$，$I_3=\iint\limits_D(x+y)^3d\sigma$，

D由$x=0,y=0,x+y=1$围成，则________.

7. 计算二重积分$\iint\limits_D|x|dxdy$，其中D：$x^2+y^2\le a^2, y\ge 0$.

8. 计算二次积分$\int_{-2}^2 dx\int_0^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy$

9. 计算二重积分$\iint\limits_{D}(x+2y)d\sigma$，其中$D$是由$y=2x^2$，$y=x^2+1$围成的闭区域.

10. 计算$\int_0^1 dy\int_y^1 e^{x^2}dx$.

11. 设Ω是由$z=\sqrt{x^2+y^2}$及z=1所围的有界闭区域，计算$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z)dv$.

12. 计算$\iiint\limits_{\Omega}z^2dv$，其中$\Omega$是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$及平面$z=1$，$z=2$围成的立体.

13. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}xdxdydz$，其中$\Omega$是由坐标面$x=0$，$y=0$，$z=0$及平面$x+y+z=1$所围成的四面体.

14. 计算$\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}dv$，其中$\Omega$由$z=x^2+y^2$及$z=\sqrt{x^2+y^2}$围成

15. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv$，其中$\Omega$是由球面$x^2+y^2+z^2=1$所围成的闭区域.

16. 求由曲面$z=x^2+y^2$及$z=4$所围成立体的体积及表面积。

17. 均匀物体（密度μ为常数）占有的闭区域由$z=\sqrt{x^2+y^2}$及$z=1$所围成，求物体的质心和转动惯量I_z.

曲线积分与曲面积分

1. 若L为$x^2+y^2=R^2$，则$\oint\limits_{L}(x^2+y^2)^n ds=$__________.

2. $\int\limits_{AB}P(x,y)dx+Q(x,y)dy$在物理上可表示质点在力$\vec{F}$ =________的作用下，沿AB从点A移到B时________.

3. $\oint\limits_{L}xy^2dy-x^2ydx=$__________. 其中$L$是圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0)$的正向.

4. 设$I=\int_L y^2ds$，L为$y=2x, 0\le x\le 1$，则$I=$______.

5.计算$\int\limits_{\Gamma}\frac{z^2}{x^2+y^2}ds$，其中$\Gamma$为螺线：$x=a\cos t$，$y=a\sin t$，$z=at$（$0\le t\le 2\pi$）.

6. 计算$\oint\limits_{L}(x+y)ds$，L是以$O(0,0), A(1,0), B(0,1)$为顶点的三角形边界.

7. 计算$\int_L\left(x+\sqrt{y}\right)ds$，其中$L$是抛物线$y=x^2$上点$\left(0,0\right)$与$\left(1,1\right)$之间的一段弧.

8. 计算曲线积分$\int_L 2xydx+x^2dy$，其中L为抛物线$y=x^2$上从点$O(0,0)$到点$B(1,1)$的一段弧.

9. 计算曲线积分$\int_\Gamma xdx+ydy+zdz$，其中Γ为从点$A(1,1,1)$到点$B(2,3,4)$的直线段.

10. 计算$\int_L(x^2-2xy)dx+(y^2-2xy)dy$，其中 L 是抛物线$y=x^2$上从点$(-1,1)$到点$(1,1)$的一段弧.

11. 试确定正的常数λ，使曲线积分$\int_L xy^\lambda dx+x^\lambda ydy$与路径无关，并计算$I=\int_{(1,1)}^{(0,2)}xy^\lambda dx+x^\lambda ydy$的值.

12. 计算曲线积分$\oint_L(x+2y)dx+(x-2y)dy$，其中L是抛物线$y=x^2$及直线$y=x$所围成的区域的正向边界曲线.

13. 验证在整个xoy面内，$(2x+y^3)dx+(3xy^2+4)dy$是某个函数$u(x,y)$的全微分，并求出$u(x,y)$.

14. $\iint_\Sigma(x^2+y^2)dS$，其中Σ是锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被平面$z=1$所截下的部分曲面.

15. $\iint_\Sigma(z+2x+\frac{4}{3}y)dS$，其中$\Sigma$为平面$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$在第一卦限中的部分.

16. 计算曲面积分$\oiint_\Sigma(x-y)dxdy+(y-z)xdydz$，其中$\Sigma$为柱面$x^2+y^2=1$及平面$z=0$，$z=3$所围成的空间闭区域$\Omega$的整个边界曲面的外侧.

17. 计算$\oiint_{\sum}x(y^2+z^2)dydz+x^2zdxdy$，其中$\sum$ 为球面$x^2+y^2+z^2=a^2$的外侧.

18. 计算曲面积分$\oiint_\Sigma x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中$\Sigma$为球面$x^2+y^2+z^2=R^2$的外侧.

19. 已知$\vec{A}=(x^3-x)\vec{i}+(y^3-y)\vec{j}+(z-xy)\vec{k}$，求散度$div\vec{A}$.

无穷级数

1. $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$是级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛的__________（充分、必要或充要）条件.

2. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1}$的敛散性是__________

3. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+4^n}{3^n}$的敛散性是_______________.

4. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$，当 p 满足条件____________时收敛.

5. 判断级数 $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{8}+\frac{4}{11}+\cdots$ 的敛散性.

6. 判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+n}}$的收敛性.

7. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)2^n}$ 的敛散性.

8. 判别级数$\frac{1}{10}+\frac{1\cdot 2}{10^2}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{10^3}+\cdots+\frac{n!}{10^n}+\cdots$的敛散性.

9. 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}(1-\frac{1}{n})^{n^2}$ 的敛散性.

10. 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$的敛散性，若收敛，则说明是绝对收敛还是条件收敛.

11. 判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\frac{n+1}{n}$是否收敛，若收敛，指出是绝对收敛还是条件收敛.

12. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n}$的收敛半径及收敛域.

13. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}10^{2n}(2x-3)^{2n-1}$的收敛域.

14. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{2^n\cdot n}$ 的收敛域.

15. 求幂函数$\sum_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$的收敛区间及和函数.

16. 求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$在（—1，1）内的和函数.

17. 将函数$f(x)=\frac{1}{x^2+4x+3}$展开成x的幂级数.

18. 求函数 $f(x)=xe^{x}$ 在 $x=1$ 处的幂级数展开式.

19. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$ 展开为 $(x+1)$ 的幂级数.

20. 设函数 $f\left(t\right)$ 是以 2π 为周期的周期函数，它在 $\left[-\pi,\pi\right)$ 内的表达式为

$f(t)=\begin{cases}0 & -\pi\le t<0\\ 1 & 0\le t<\pi\end{cases}$，将 $f\left(t\right)$ 展开为傅里叶级数，并讨论其收敛性.

21. 将函数 $f(x)=x,\quad (0\le x\le\pi)$ 展开成正弦级数.和余弦级数.

22. $f(x)$ 是以周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi]$ 的表达式为

$f(x)=\begin{cases}x & -\pi\le x\le 0\\ 0 & 0\le x\le\pi\end{cases}$， $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数为 $S\left(x\right)$，

则 $S(\pi)=$（　　　），$S(1)=$（　　　）