**第二章**

**一球从100m高度自由下落，每次落地后反弹回原高度的一半，再落下，求它在第10次落地时，共经过多少米？第10次反弹有多高？**

**解：**

function [s,h]=sh(n)

z=100

s=z

for m=1:(n-1)

z=z/2

s=s+2\*z

end

h=z/2

>> sh(10)

输出：h = 0.0977

ans =299.6094

**第10次落地时，共经过299.6094米,第10次反弹高度有0.0977米。**

**第三章 线性规划**

作业一

**有两个煤厂A,B，每月进煤分别不少于60吨、100吨，它们担负供应三个居民区的用煤任务，这三个居民区每月用煤分别为45吨、75吨、40吨。A厂离这三个居民区分别为10公里、5公里、6公里，B厂离这三个居民区分别为4公里、8公里、15公里，问这两煤厂如何分配供煤，才能使总运输量最小？**

**解：设xa1,xa2,xa3分别表示煤厂A到居民区一、二、三的供煤量，xb1,xb2,xb3分别表示煤厂B到居民区一、二、三的供煤量。**

**建立线性规划模型：**

**Min z=10\*xa1+5\*xa2+6\*xa3+4\*xb1+8\*xb2+15\*xb3;**

**xa1+xa2+xa3≥60**

**xb1+xb2+xb3≥100**

**xa1+xb1=45**

**xa2+xb2=75**

**xa3+xb3=40**

**xa1≥0, xa2≥0, xa3≥0, xb1≥0, xb2≥0, xb3≥0**

**输入Lingo模型：**

min=10\*xa1+5\*xa2+6\*xa3+4\*xb1+8\*xb2+15\*xb3;

xa1+xa2+xa3>60;

xb1+xb2+xb3>100;

xa1+xb1=45;

xa2+xb2=75;

xa3+xb3=40;

**输出：**

Global optimal solution found.

Objective value: 960.0000

Infeasibilities: 0.000000

Total solver iterations: 0

Variable Value Reduced Cost

XA1 0.000000 9.000000

XA2 20.00000 0.000000

XA3 40.00000 0.000000

XB1 45.00000 0.000000

XB2 55.00000 0.000000

XB3 0.000000 6.000000

**答案：A厂运输20吨至居民区2，运输40吨到居民区3；**

**B厂运输45吨到居民区1，运输55吨到居民区2。**

**作业二**

**某医院每日至少需要如下数量的护士。每班护士在值班开始时向病房报到，连续工作8个小时。医院领导为满足每班所需要的护士数，最少需要雇用多少护士？**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **班次** | **时间** | **最少护士数** |
| **1** | **06时 – 10时** | **60** |
| **2** | **10时 – 14时** | **70** |
| **3** | **14时 – 18时** | **60** |
| **4** | **18时 – 22时** | **50** |
| **5** | **22时 – 02时** | **20** |
| **6** | **02时 – 06时** | **30** |

**解：设xi表示第i个班次开始上班的护士人数，i=1,2,…,6**

**建立整数线性规划模型：**

**Min z = x1+x2+x3+x4+x5+x6;**

**x6+x1≥60;**

**x1+x2≥70;**

**x2+x3≥60;**

**x3+x4≥50;**

**x4+x5≥20;**

**x5+x6≥30;**

**xi≥0且为整数， i=1,2,…6**

**Lingo模型：**

min=x1+x2+x3+x4+x5+x6;

x6+x1>60;

x1+x2>70;

x2+x3>60;

x3+x4>50;

x4+x5>20;

x5+x6>30;

@gin(x1);@gin(x2);@gin(x3);@gin(x4);@gin(x5);@gin(x6);

**输出：**

Objective value: 150.0000

Objective bound: 150.0000

Infeasibilities: 0.000000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 4

Variable Value Reduced Cost

X1 60.00000 1.000000

X2 10.00000 1.000000

X3 50.00000 1.000000

X4 0.000000 1.000000

X5 30.00000 1.000000

X6 0.000000 1.000000

**答案：最少需要雇用150名护士。**

**作业三**

**现有资金总额为B。可供选择的投资项目有7个，项目j所需投资额和预期收益分别为aj和cj（j=1,2，…，7）。此外，由于种种原因，有三个附加条件：第一，若选择项目1，就必须选择项目2，反之，则不一定；第二，项目3和项目4中至少选择一个；第三，项目5、项目6和项目7中恰好选择两个。应当怎样选择投资项目，才能使总预期收益最大？请建立整数规划模型。**

**解：设**



**（j=1,2，…，7）**

**线性规划模型：**



**第四章 非线性规划**

**作业一**

**某厂向用户提供发动机，合同规定，第一、二、三季度末分别交货40台、60台、80台．每季度的生产费用为f(x)=ax+bx2（元），其中*x*是该季生产的台数．若交货后有剩余，可用于下季度交货，但需支付存储费，每台每季度*c*元．已知工厂每季度最大生产能力为100台，第一季度开始时无存货，设*a=*50、*b*=0.2、*c*=4，问工厂应如何安排生产计划，才能既满足合同又使总费用最低?**

**解：设xi表示第i季度的产量， i=1,2,3**

**建立非线性规划模型：**

**Min f = 50\*x1+0.2\*x1^2+50\*x2+0.2\*x2^2+50\*x3+0.2\*x3^2**

**+4\*(x1-40)+4\*(x1+x2-100)**

**x1≥40;**

**x1+x2≥100;**

**x1+x2+x3=180;**

**x1≤100;**

**x2≤100;**

**x3≤100;**

**xi≥0, i=1,2,3**

**Lingo模型：**

min=50\*x1+0.2\*x1^2+50\*x2+0.2\*x2^2+50\*x3+0.2\*x3^2+4\*(x1-40)+4\*(x1+x2-100);

x1>40;

x1+x2>100;

x1+x2+x3=180;

x1<100;

x2<100;

x3<100;

**输出：**

Objective value: 11280.00

Infeasibilities: 0.000000

Extended solver steps: 5

Total solver iterations: 50

Variable Value Reduced Cost

X1 50.00000 0.000000

X2 60.00000 0.000000

X3 70.00000 0.000000

**答案：安排生产计划为：第一季度生产50台，第二季度生产60台，第三季度生产70台。**

**作业二（钢管下料）**

**钢管下料问题：某钢管零售商从钢管厂进货，将钢管按照顾客的要求切割出售。从钢管厂进货得到的原材料的长度都是1850mm，现在一顾客需要15根290mm、28根315mm、21根350mm和30根455mm的钢管。为了简化生产过程，规定所使用的切割模式的种类不能超过4种，使用频率最高的一种切割模式按照一根原料钢管价值的1/10增加费用，使用频率次之的切割模式按照一根原料钢管价值的2/10增加费用，以此类推，且每种切割模式下的切割次数不能太多（一根原料钢管最多生产5根产品），此外，为了减少余料浪费，每种切割模式下的余料浪费不能超过100mm，为了使总费用最小，应该如何下料？**

**解：设rij表示第j种切割模式下第i种规格的钢管的切割数量，设xi表示采用第i种切割模式的原材料钢管的使用数量。(i=1,2,3,4, j=1,2,3,4)**

**建立规划模型：**

**Min z = 1.1\*x1+1.2\*x2+1.3\*x3+1.4\*x4**

**x1≥x2**

**x2≥x3**

**x3≥x4**

**r11\*x1+r12\*x2+r13\*x3+r14\*x4≥15**

**r21\*x1+r22\*x2+r23\*x3+r24\*x4≥28**

**r31\*x1+r32\*x2+r33\*x3+r34\*x4≥21**

**r41\*x1+r42\*x2+r43\*x3+r44\*x4≥30**

**290\*r11+315\*r21+350\*r31+455\*r41≥1750**

**290\*r11+315\*r21+350\*r31+455\*r41≤1850**

**290\*r12+315\*r22+350\*r32+455\*r42≥1750**

**290\*r12+315\*r22+350\*r32+455\*r42≤1850**

**290\*r13+315\*r23+350\*r33+455\*r43≥1750**

**290\*r13+315\*r23+350\*r33+455\*r43≤1850**

**290\*r14+315\*r24+350\*r34+455\*r44≥1750**

**290\*r14+315\*r24+350\*r34+455\*r44≤1850**

**x1+x2+x3+x4≤22**

**x1+x2+x3+x4≤19**

**r11+r21+r31+r41≤5**

**r12+r22+r32+r42≤5**

**r13+r23+r33+r43≤5**

**r14+r24+r34+r44≤5**

**rij≥0且为整数， xi≥0且为整数， i=1,2,3,4, j=1,2,3,4**

**Lingo模型：**

min=1.1\*x1+1.2\*x2+1.3\*x3+1.4\*x4;

x1>x2;

x2>x3;

x3>x4;

r11\*x1+r12\*x2+r13\*x3+r14\*x4>15;

r21\*x1+r22\*x2+r23\*x3+r24\*x4>28;

r31\*x1+r32\*x2+r33\*x3+r34\*x4>21;

r41\*x1+r42\*x2+r43\*x3+r44\*x4>30;

290\*r11+315\*r21+350\*r31+455\*r41>1750;

290\*r11+315\*r21+350\*r31+455\*r41<1850;

290\*r12+315\*r22+350\*r32+455\*r42>1750;

290\*r12+315\*r22+350\*r32+455\*r42<1850;

290\*r13+315\*r23+350\*r33+455\*r43>1750;

290\*r13+315\*r23+350\*r33+455\*r43<1850;

290\*r14+315\*r24+350\*r34+455\*r44>1750;

290\*r14+315\*r24+350\*r34+455\*r44<1850;

x1+x2+x3+x4<22;

x1+x2+x3+x4>19;

r11+r21+r31+r41<5;

r12+r22+r32+r42<5;

r13+r23+r33+r43<5;

r14+r24+r34+r44<5;

@gin(x1); @gin(x2); @gin(x3); @gin(x4); @gin(r11); @gin(r12);

@gin(r13); @gin(r14);@gin(r21); @gin(r22); @gin(r23);@gin(r24); @gin(r31);

@gin(r32); @gin(r33);@gin(r34); @gin(r41); @gin(r42); @gin(r43);@gin(r44);

**输出：**

Local optimal solution found.

Objective value: 21.60000

Objective bound: 21.60000

Infeasibilities: 0.000000

Extended solver steps: 163

Total solver iterations: 13642

Variable Value

X1 14.00000

X2 3.000000

X3 2.000000

X4 0.000000

R11 1.000000

R12 0.000000

R13 1.000000

R14 2.000000

R21 2.000000

R22 0.000000

R23 0.000000

R24 0.000000

R31 0.000000

R32 5.000000

R33 3.000000

R34 1.000000

R41 2.000000

R42 0.000000

R43 1.000000

R44 2.000000

**答案：**

**第一种切割模式：1根290mm，2根315mm、0根350mm，2根455mm，**

**切割数量为14根；**

**第二种切割模式：0根290mm，0根315mm、5根350mm，0根455mm，**

**切割数量为3根；**

**第三种切割模式：1根290mm，0根315mm、3根350mm，1根455mm，**

**切割数量为2根；**

**第四种切割模式：2根290mm，0根315mm、1根350mm，2根455mm，**

**切割数量为0根。**

**第五章 网络优化**

**一、某人打算购买一辆新轿车，轿车的售价是12万元人民币。轿车购买后，每年的各种保险费、养护费等费用如表1所示。如果在5年内将轿车售出，并再购买新车，5年之内的二手车销售价由表2所示。请设计一种购买轿车的方案，使5年内用车的总费用最少。**

**表1：轿车的维护费**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **车龄/年** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **费用/万元** | **2** | **4** | **5** | **9** | **12** |

**表2：二手车的售价**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **车龄/年** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **售价/万元** | **7** | **6** | **2** | **1** | **0** |

**解：构建图模型如下，其中结点集合V={V1,V2,V3,V4,V5,V6}，其中Vi（i=1,2,3,4,5）表示第i年初购买新车的决策，V6表示第五年底。边(Vi,Vj)表示第i年初购买新车一直使用到第j年初再处理旧车购进新车，其边权Wij表示第i年初到第j年初的总费用。原问题转化为求图中从V1到V6 的最短路问题。**

V1

V2

V3

V4

V5

V6

7

7

7

7

7

12

12

12

12

21

21

21

31

31

44

**求得最短路有三条：V1V2V4V6;V1V3V4V6;V1V3V5V6。对应的有三种购车方案如下，总费用为31万。**

**方案一：分别于第1年、第2年、第4年购买新车；**

**方案二：分别于第1年、第3年、第4年购买新车；**

**方案三：分别于第1年、第3年、第5年购买新车。**

二、出席某次国际学术报告的6个成员为A,B,C,D,E,F，他们的情况是：

A：会讲汉语、法语和日语；

B：会讲德语、俄语和日语；

C：会讲英语和法语；

D：会讲汉语和西班牙语；

E：会讲英语和德语；

F：会讲俄语和西班牙语。

欲将此6人分为每两人一组，使同一组的人能交谈，是否可行，为什么？

解：构建图模型G如下，其中结点集合V={A,B,C,D,E,F}，每个结点表示一个人，若两人会用一种语言，则将表示两人的结点用边联接。原问题转化为求图中是否存在匹配数为3的最大匹配。从图中可得匹配{(A,D),(C,E),(B,F)}，或{(A,B),(C,E),(D,F)}，或{(A,C),(B,E),(D,F)}，都是符合要求的分组方式。

A

B

C

D

E

F

三、某单位有4个岗位空缺，它们是p1,p2,p3,p4。应聘的5人m1,m2,…,m5所适合的岗位分别是{p1,p4}，{p2} ，{p3,p4 }， {p2,p3}，{p2} 。问如何聘用可使落聘者最少？

解：构建图模型G如下，其中V={p1,p2,p3,p4,m1,m2,m3,m4,m5}，应聘者和岗位都用结点表示，边(mi,pj)表示应聘者mi适合岗位pj。原问题转化为求图中的最大匹配。从图中得到最大匹配{(m1,p1), (m2,p2), (m3,p4), (m4,p3)}，按此匹配方式聘用，则使落聘者最少，仅有1人落聘。

m1

m2

m3

m4

m5

p1

p2

p3

p4

四、求下图所示网络的最佳巡回。

1

1

2

4

5

2

4

3

3

6

a

b

c

d

e

f

解：图中有d,e,f,b四个奇数度结点，求得它们任意两点间的最短路径P和距离d分别为

P(d,e)=dce, d(d,e)=3;

P(d,f)=dcf, d(d,f)=4;

P(d,b)=dcb, d(d,b)=7;

P(e,f)=eaf, d(e,f)=3;

P(e,b)=eab, d(d,e)=5;

P(f,b)=fb, d(f,b)=3;

以d,e,f,b为结点，它们之间的距离为权构建完备图如下：

d

e

f

b

3

3

3

5

7

4

在完备图中的最小权完美匹配M={(d,e),(b,f)}，在原图中沿d到e的最短路添加重复边，沿b到f的最短路添加重复边，得欧拉图如下，在此欧拉图中的一个欧拉回路abcdafbfcdecea就是一个最佳巡回，其权值为37。

1

1

2

4

5

2

4

3

3

6

a

b

c

d

e

f

**第六章 差分方程**

只由3个字母a,b,c组成的长度为n的一些单词将在通信信道上传输，传输中应满足条件：不得有两个a连续出现在任一单词中。确定通信信道允许传输的单词的个数。

解：设f(n)表示可传输的n位长的单词个数。

分析：n位长单词的第n位若为b或c，则n位长的单词有2f(n-1)个；n位长单词的第n位若为a，则第（n-1）位只能为b或c，这样的n位长的单词有2f(n-2)个，所以有差分方程

f(n)=2f(n-1)+2f(n-2)，且初始条件f(1)=3，f(2)=8

其特征方程为 x2-2x-2=0, 得特征根 ，

所以差分方程的通解

由初始条件得方程组

解得 ，

所以