CEATEC

FAC.DE ENGENHARIA CIVIL

PUC CAMPINAS

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA

SOLICITAÇÕES NORMAIS

Dimensionamento e verificação de elementos lineares - ELU

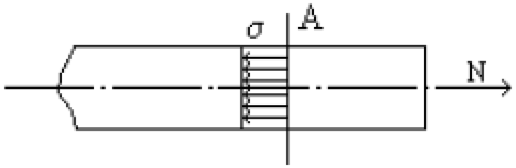
Prof. Eng. Marco Antonio Carnio

Profa. Eng. Viviane Visnardi Vaz

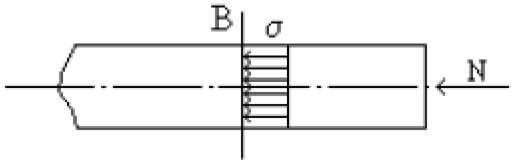
Fevereiro 2020

SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

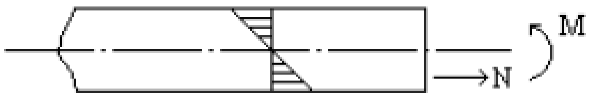
Tração simples ou tração axial



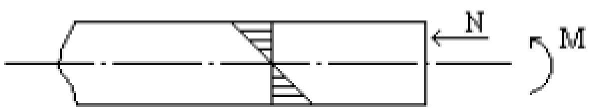
Compressão simples ou compressão axial



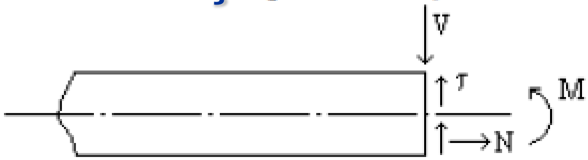
Flexo-tração



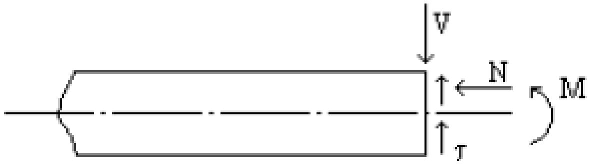
Flexo-compressão



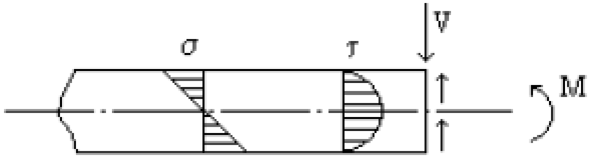
Flexo-tração composta com força cortante



Flexo-compressão composta com força cortante



Flexão simples



SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

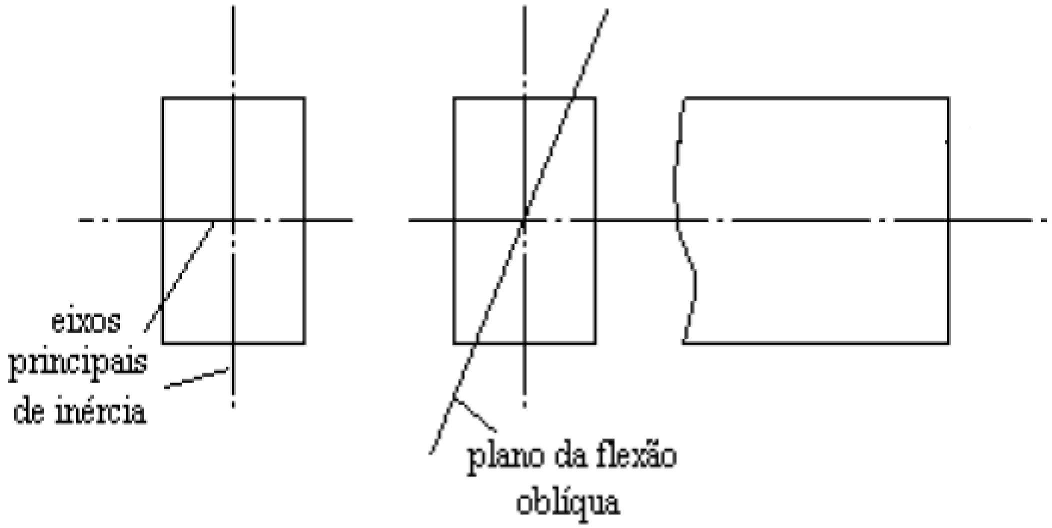
- Se V=0 teremos τ=0, e então teremos na seção transversal somente tensões normais σ (flexão pura);

- Se M=0 teremos σ=0, e então teremos na seção transversal somente tensões tangenciais uniformemente distribuídas τ=V/A (cisalhamento puro).

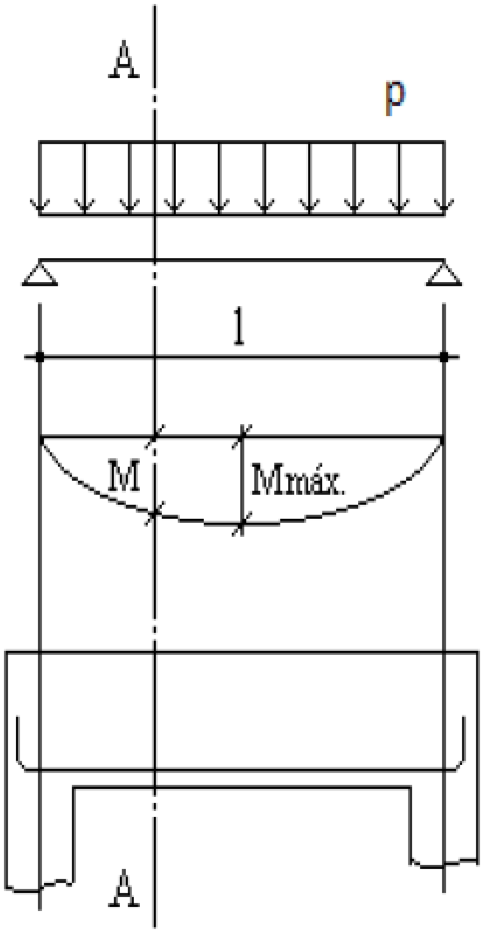
SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

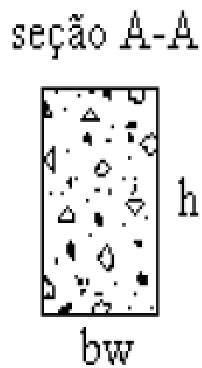
- Se a flexão atuar segundo um dos eixos principais de inércia, diz-se que se trata de “Flexão Normal”;

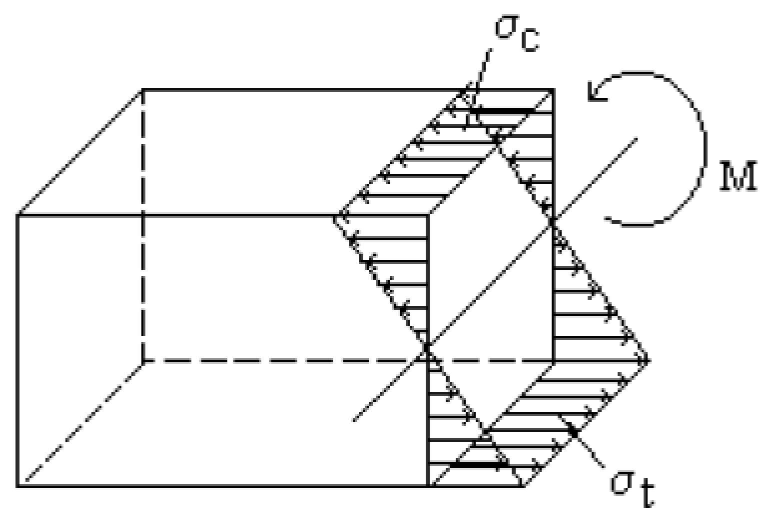
- Se a flexão atuar fora dos eixos principais de inércia diz-se então que se trata de “Flexão Oblíqua”.



SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL







Fevereiro 2020

SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

- **Além das tensões que ocorrem na seção transversal, ocorrem deformações nos materiais concreto e aço. Conhecer as deformações nestes materiais é muito importante pois nos auxiliará no estabelecimento de limites de deformações nos mesmos, garantindo assim o trabalho conjunto do concreto e aço.**
- **O cálculo dessas deformações pressupõe uma hipótese estabelecida por Bernouilli (1705) e é considerada fundamental no desenvolvimento da teoria clássica das vigas à flexão.**

SOLICITAÇÕES NA SEÇÃO TRANSVERSAL

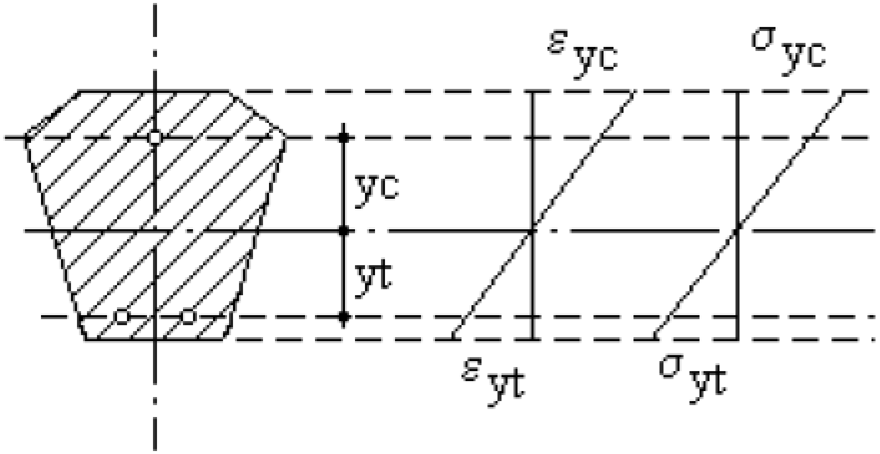
Hipótese de Bernouilli

A hipótese de Bernouilli considera que durante a flexão as seções transversais giram e permanecem planas.

Portanto há proporcionalidade entre as deformações e as distâncias que as separa da linha neutra "LN".

Assim temos:

ε/y=constante

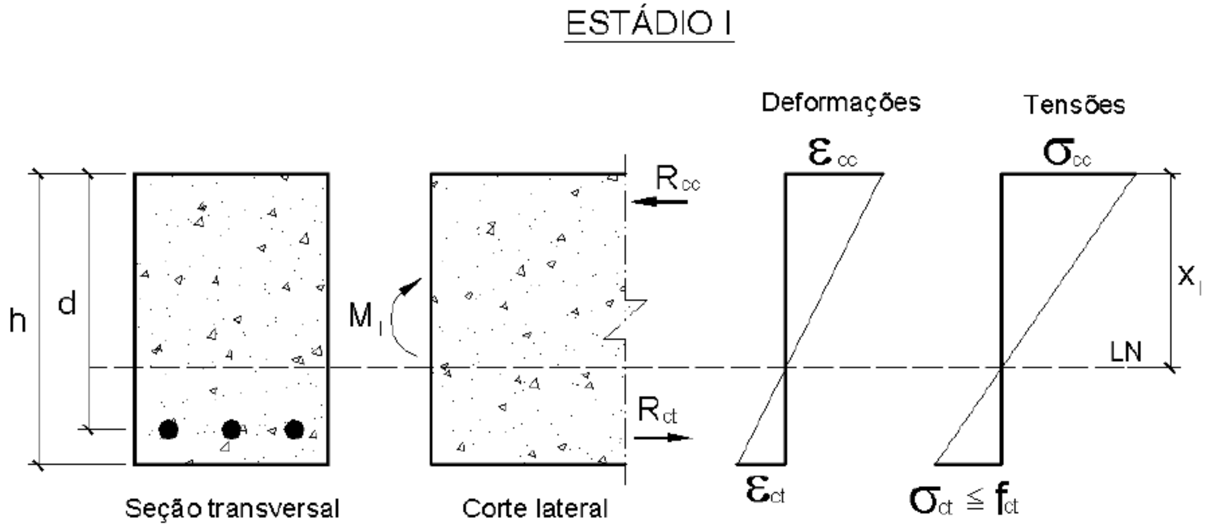


ESTÁDIOS

O procedimento para se caracterizar o desempenho de uma seção de concreto consiste em aplicar um carregamento, que se inicia no zero e vai até a ruptura. Às diversas fases pelas quais passa a seção de concreto, ao longo desse carregamento, dá-se o nome de estádios. Distinguem-se basicamente três fases distintas: estádio I, estádio II e estádio III.

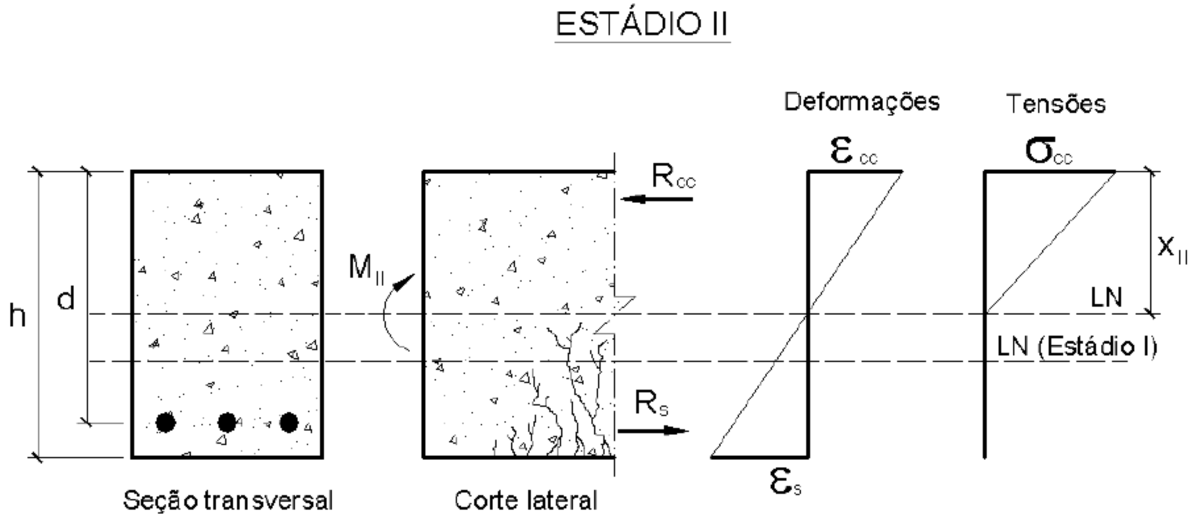
ESTÁDIO I

- seção sem fissura
- concreto resiste à compressão e à tração
- diagrama linear de tensões (válida Lei de Hooke)



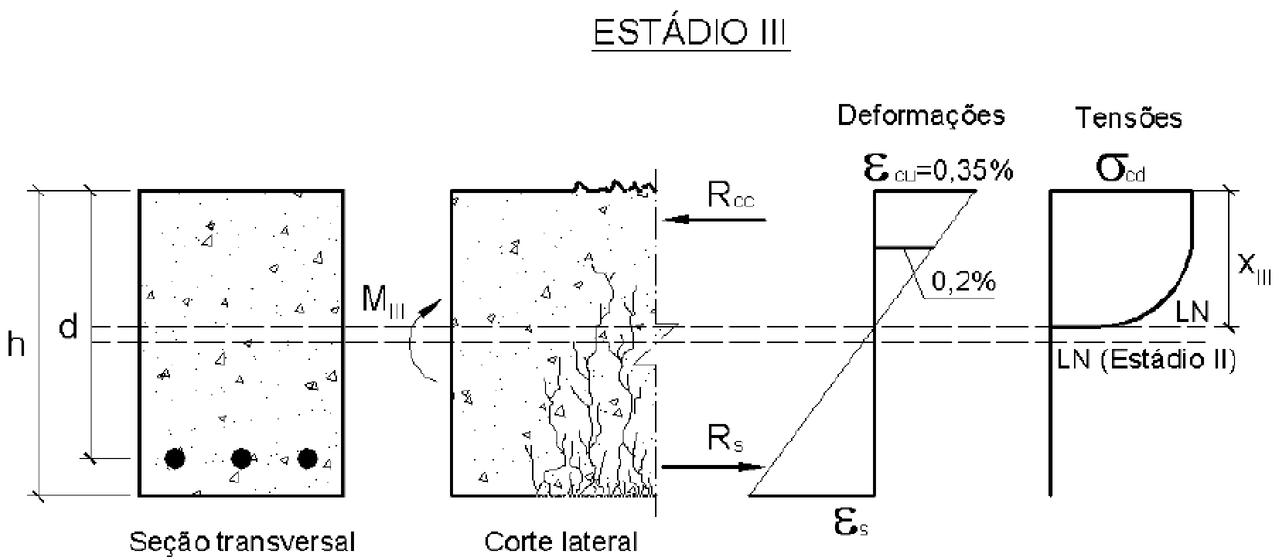
ESTÁDIO II

- seção fissurada na região de tração
- o concreto tracionado deve ser desprezado
- o concreto comprimido mantém o diagrama linear de tensões (válida Lei de Hooke)

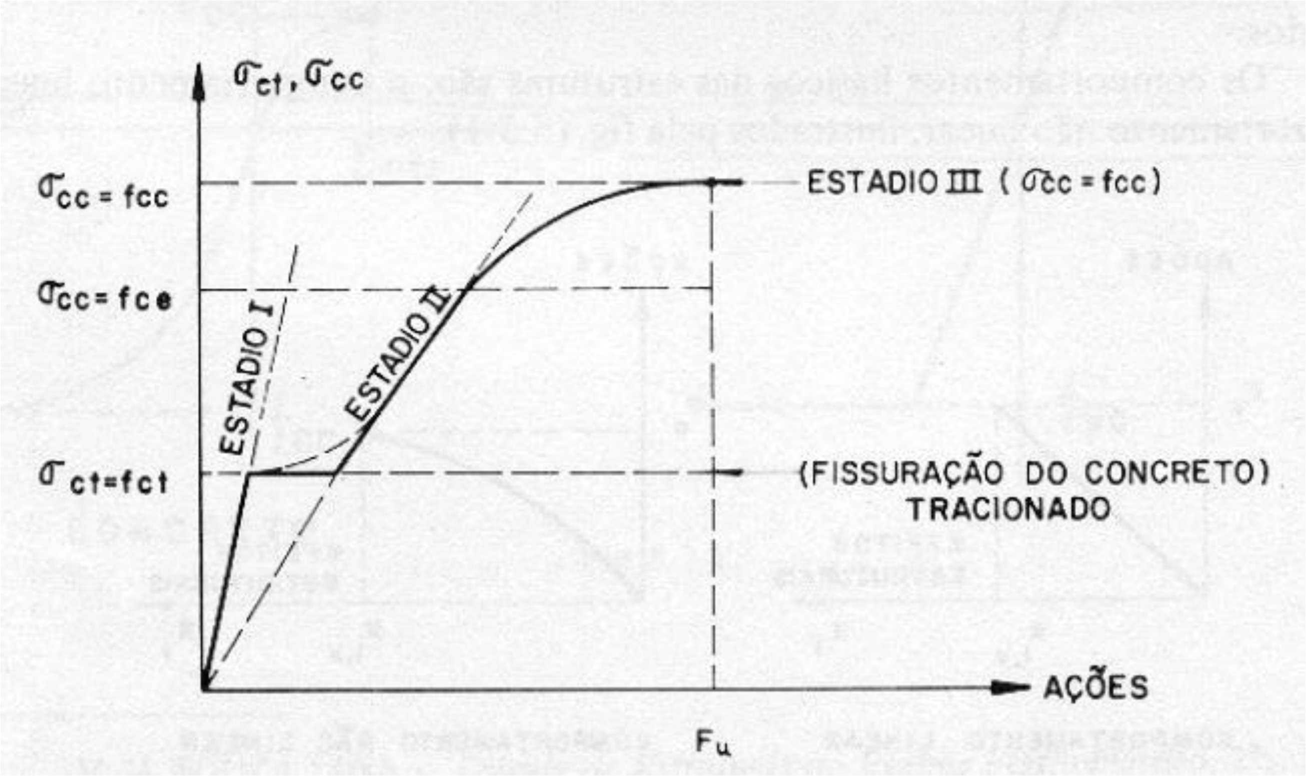


ESTÁDIO III

- seção fissurada na região de tração
- zona comprimida plastificada (concreto na iminência da ruptura)
- diagrama parábola-retângulo



ESTÁDIOS



σct, σcc
σcc = fcc
σcc= fce
σct=fct
ESTADIO I
ESTADIO II
ESTADIO III (σcc = fcc)
(FISSURAÇÃO DO CONCRETO)
TRACIONADO
AÇÕES
Fu

HIPÓTESES BÁSICAS

A ABNT NBR 6118 estabelece critérios para a determinação dos esforços resistentes das seções de vigas, pilares e tirantes, submetidas a força normal e momentos fletores.

O dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes (N_{Rd}, M_{Rd}) que constituam envoltória dos esforços solicitantes (N_{Sd}, M_{Sd}) determinados na análise estrutural.

HIPÓTESES BÁSICAS

Segundo a ABNT NBR 6118 na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, devem ser considerados as seguintes hipóteses básicas:

HIPÓTESES BÁSICAS

a) as seções transversais se mantém planas após a deformação (hipótese de Bernouilli);

b) a deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser a(o) mesma (o) do concreto em seu entorno;

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c$$

HIPÓTESES BÁSICAS

c) para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, os valores do ...

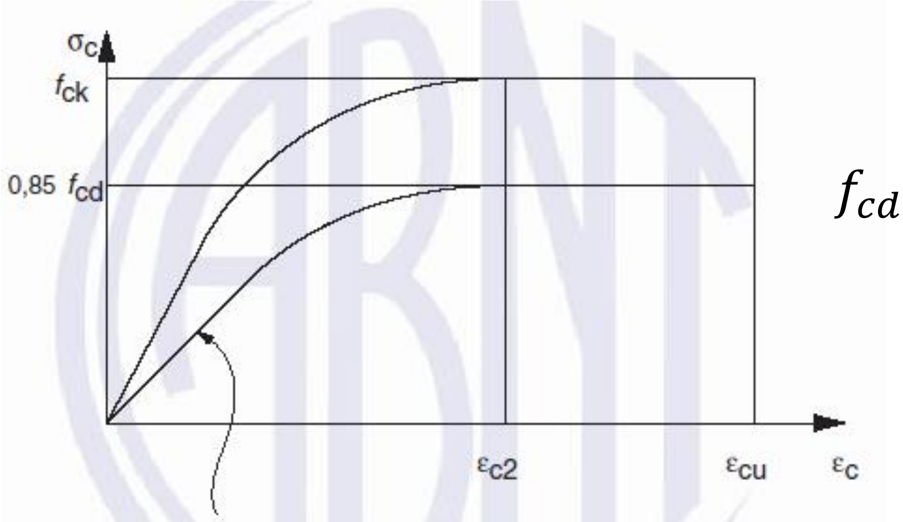
(Referente à armadura ativa – concreto protendido)

HIPÓTESES BÁSICAS

d) as tensões de tração do concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;

HIPÓTESES BÁSICAS

e) a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 0,85 f_{cd}.



$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$n = 2$$
$$\varepsilon_{c2} = 2{,}0‰$$
$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$$

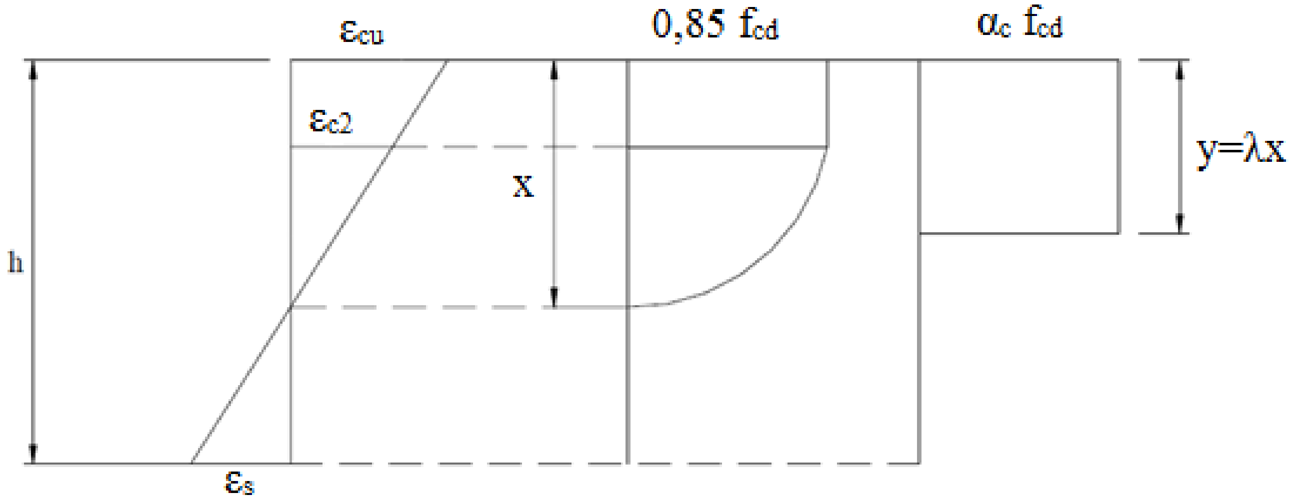
Para $f_{ck} > 50$ MPa

$$n = 1{,}4 + 23{,}4 \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$
$$\varepsilon_{c2} = 2{,}0‰ + 0{,}085‰ \cdot (f_{ck} - 50)^{0{,}53}$$
$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$

$$\sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right]$$

HIPÓTESES BÁSICAS

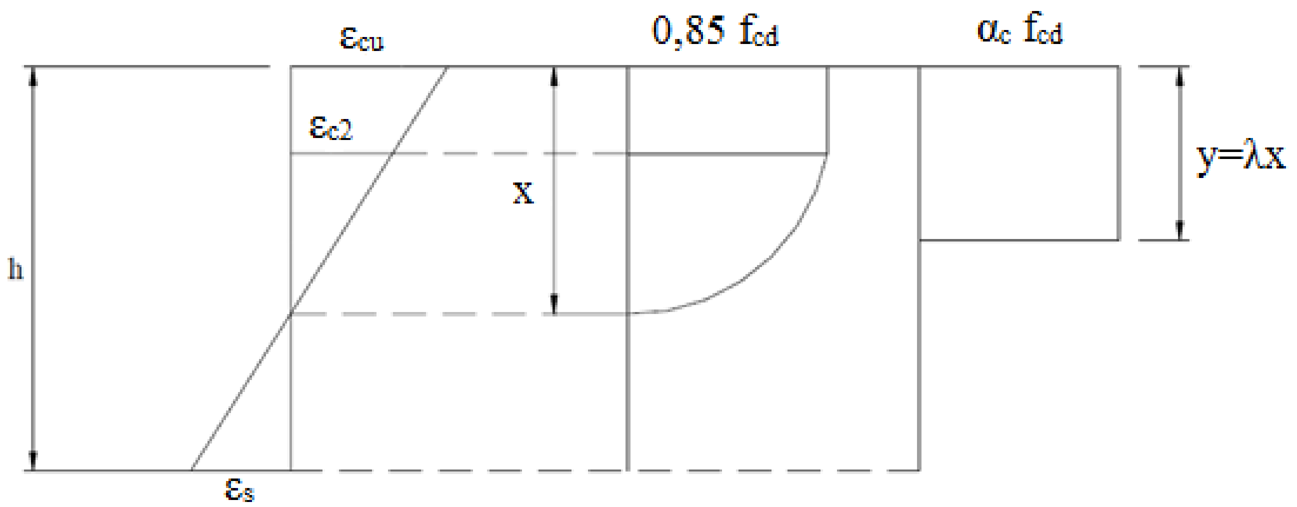
- esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade y=λx, onde:
  - $\lambda = 0,8$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa;
  - $\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck}-50)}{400}$ para $f_{ck} > 50$ MPa

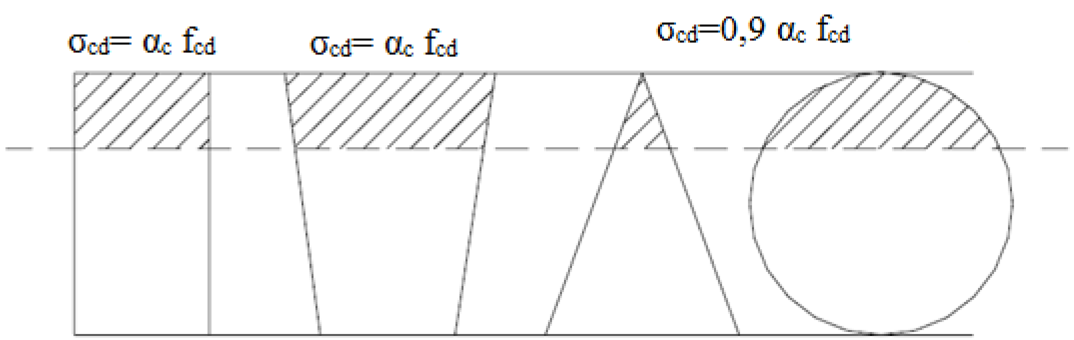


HIPÓTESES BÁSICAS

- e onde a tensão constante atuante até a profundidade y pode ser igual a:
  - $\alpha_c \cdot f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
  - caso contrário: $0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}$, onde:
    - $\alpha_c = 0,85$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa;
    - $\alpha_c = 0,85 \cdot \left[1 - \frac{(f_{ck}-50)}{200}\right]$ para $f_{ck} > 50$ MPa e < 90 MPa

HIPÓTESES BÁSICAS



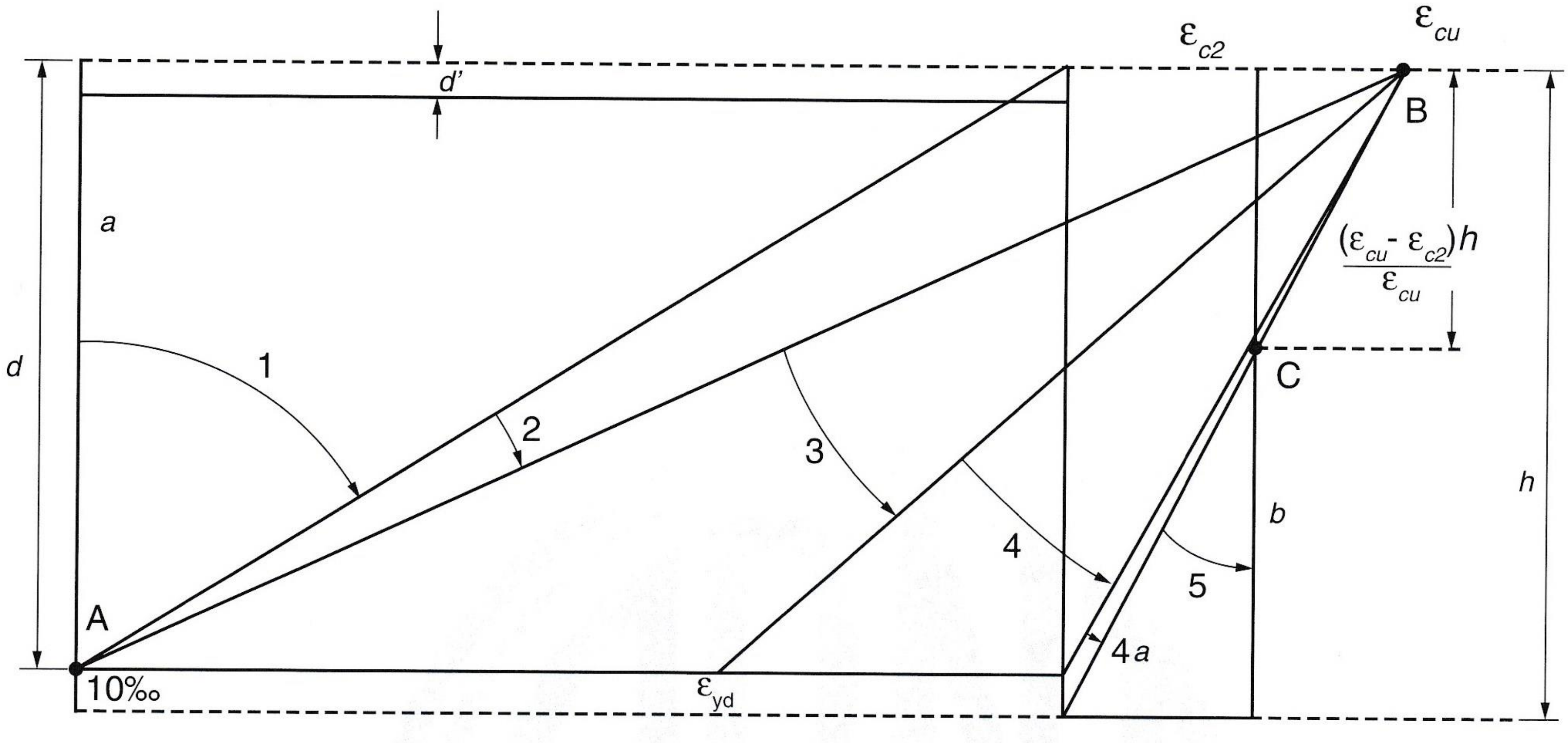


HIPÓTESES BÁSICAS

f) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo;

g) o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na seguinte figura:

DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL



Fevereiro 2020

DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

Reta a, domínio 1 e domínio 2

- **ruína ocorre por deformação plástica excessiva da armadura**
- **deformação específica na armadura de 10‰**
- **tração (uniforme ou não-uniforme) flexão (simples ou composta)**

Ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:

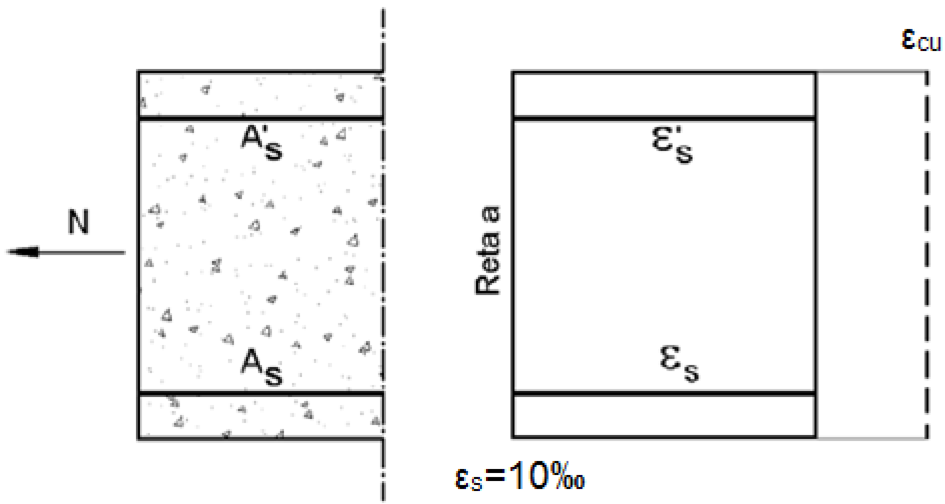
Domínios 3, 4, 4a, 5 e reta b

- **ruína ocorre por ruptura do concreto comprimido**

DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Reta a

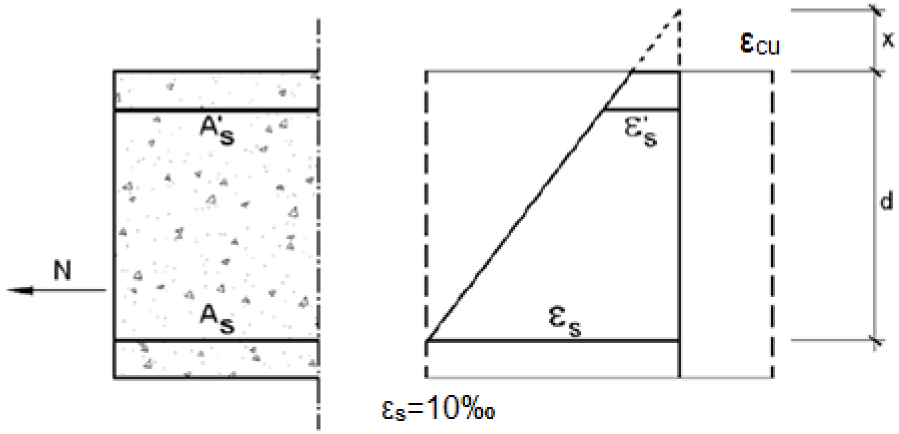
- **tração uniforme;**
- **ε_s=10‰, ε_c=10‰, $x \rightarrow -\infty$.**



DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Domínio 1

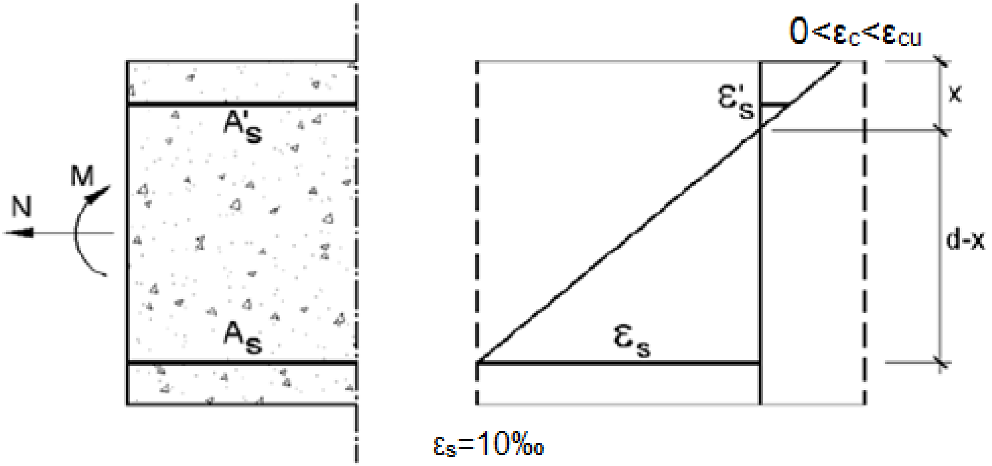
- tração não-uniforme, sem compressão;
- início: ε_s=10‰, ε_c=10‰, $x \rightarrow -\infty$;
- término: ε_s=10‰, ε_c=0, x_1=0;
- ELU caracterizado pela deformação ε_s=10‰;
- linha neutra externa à seção transversal.



DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Domínio 2

- flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto;
- início: ε_s=10‰, ε_c=0, x_1=0;
- término: ε_s=10‰, ε_c= ε_{cu}, x=x_{2lim};
- ELU caracterizado pela deformação ε_s=10‰;
- linha neutra corta a seção transversal (tração e compressão);
- o concreto é "mal" aproveitado.



DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

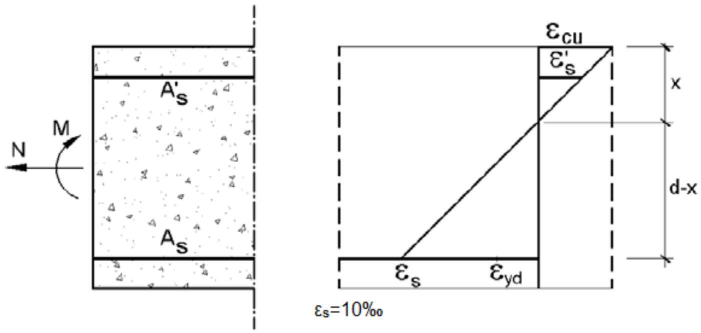
Domínio 3

• flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com o escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);

• início: $\varepsilon_s = 10‰$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, $x = x_{2lim}$;

• término: $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, $x = x_{3lim}$;

• linha neutra corta a seção transversal (tração e compressão);



• ruptura se dá com aviso (grandes deformações e fissuração significativa);

• tanto o concreto quanto o aço são bem aproveitados, pois o concreto encontra-se na ruptura e o aço tracionado, no patamar de escoamento.

DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Domínio 4

• flexão simples (seção superarmada) ou composta (compressão com grande excentricidade) com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$);

• início: $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, $x = x_{3lim}$;

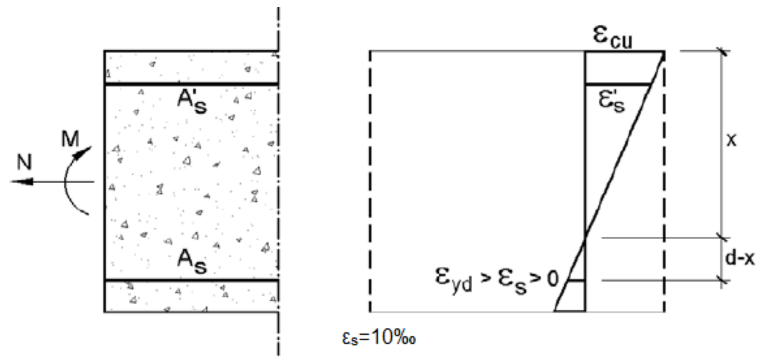
• término: $\varepsilon_s = 0$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, $x = x_4 = d$;

• ELU caracterizado por ε_{cu};

• linha neutra corta a seção transversal (tração e compressão);

• ruptura frágil, sem aviso, pois o concreto se rompe sem que a armadura atinja sua deformação de escoamento;

• concreto bem aproveitada, mas o aço não.



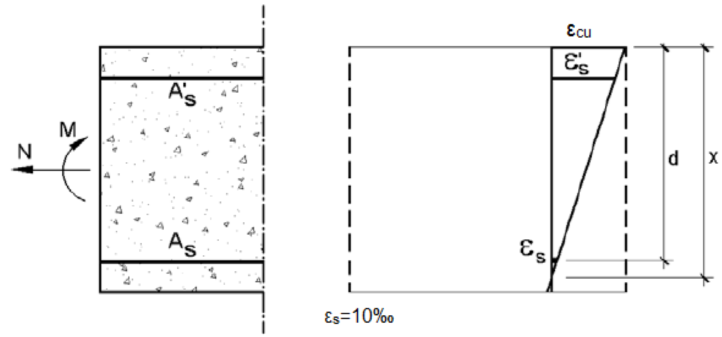
DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Domínio 4a

• flexão composta com ruptura do concreto à compressão (ε_{cu}) e com armaduras comprimidas;

• início: ε_s=0, ε_c=ε_{cu}, x=x_4=d;

• término: ε_s=(1-d/h)3,5‰, ε_c=ε_{cu}, x=x_{4a}=h;



• ELU caracterizado por ε_{cu};

• linha neutra corta a seção transversal (entre d e h);

• o aço da armadura menos comprimida é mal aproveitado, pois sua deformação é muito pequena.

DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Domínio 5

• compressão não-uniforme, sem tração (compressão com pequena excentricidade);

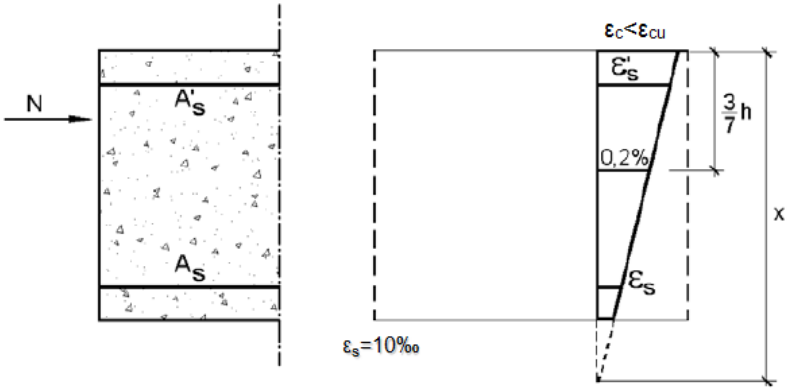
• início: ε_s=(1-d/h)3,5‰, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, $x=x_{4a}=h$;

• término: ε_s=2,0‰ (compressão), $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2}$, $x=x_5$;($x_5 \rightarrow +\infty$)

• ELU caracterizado por ε_c variando de ε_{cu} a ε_{c2};

• linha neutra não corta a seção transversal que está inteiramente comprimida;

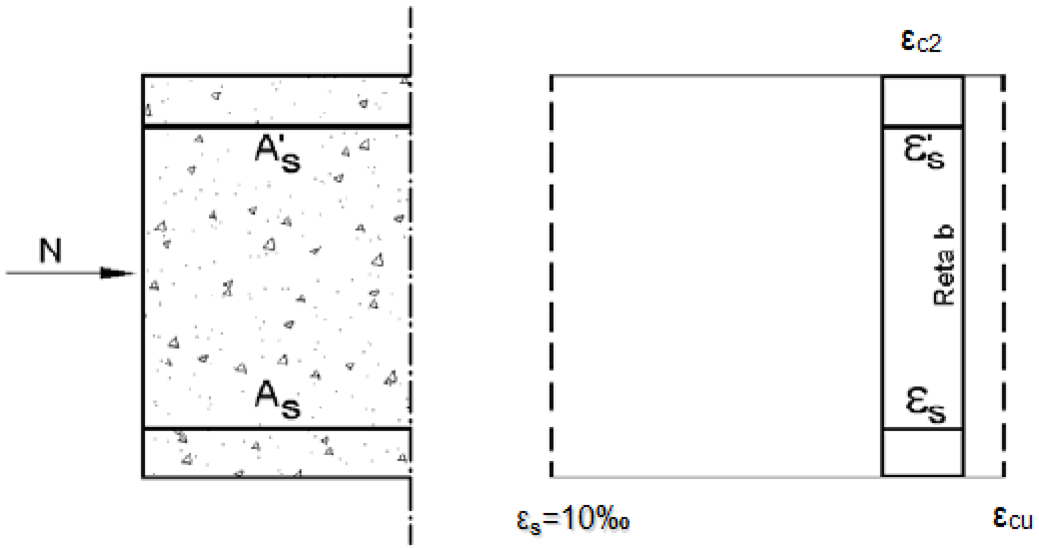
• ruptura frágil: ruptura do concreto e encurtamento da armadura (não há fissuração nem deformação que sirvam de advertência).



DOMÍNIOS DE ELU DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

Reta b

- compressão uniforme
- ε_s=2,0‰ (compressão), $\varepsilon_c=\varepsilon_{c2}$, $x=x_5$;($x_5 \rightarrow +\infty$).



DUTILIDADE EM VIGAS

Segundo a ABNT NBR 6118, nas vigas é necessário garantir boas condições de dutilidade respeitando os limites da posição da linha neutra (x/d), se necessário, armadura de compressão.

Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes a posição da linha neutra no ELU deve obedecer os seguintes limites:

a) $x/d \leq 0{,}45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;

b) $x/d \leq 0{,}35$, para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa

DUTILIDADE EM VIGAS

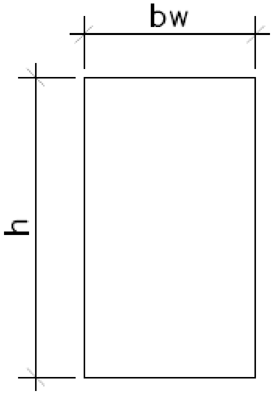
Esses limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como por exemplo, os que produzem confinamento nessas regiões.

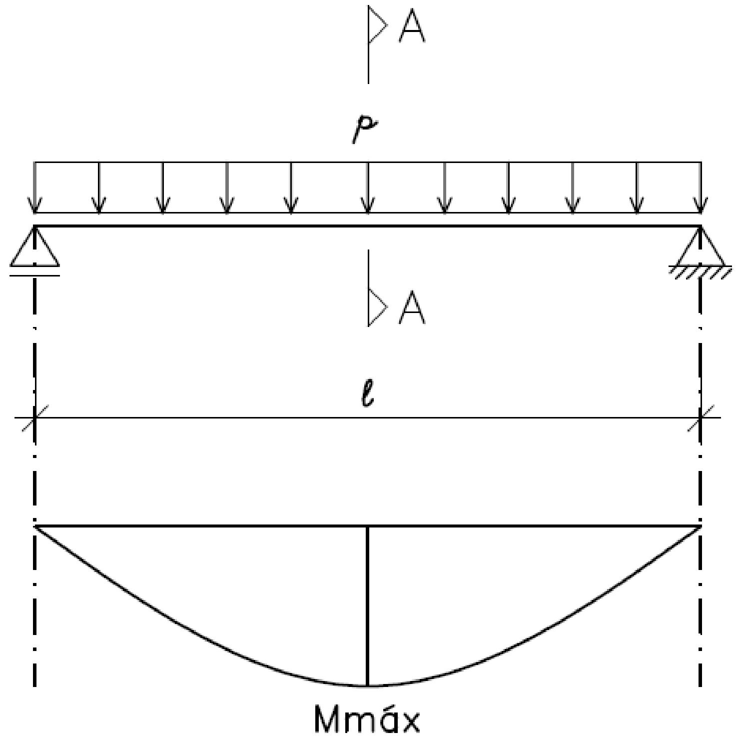
A introdução da armadura de compressão para garantir o atendimento de valores menores da posição da linha neutra (x), que estejam nos domínios 2 ou 3, não conduz a elementos estruturais com ruptura frágil. A ruptura frágil está associada a posições da linha neutra no domínio 4, com ou sem armadura de compressão.

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

Equação Geral de dimensionamento



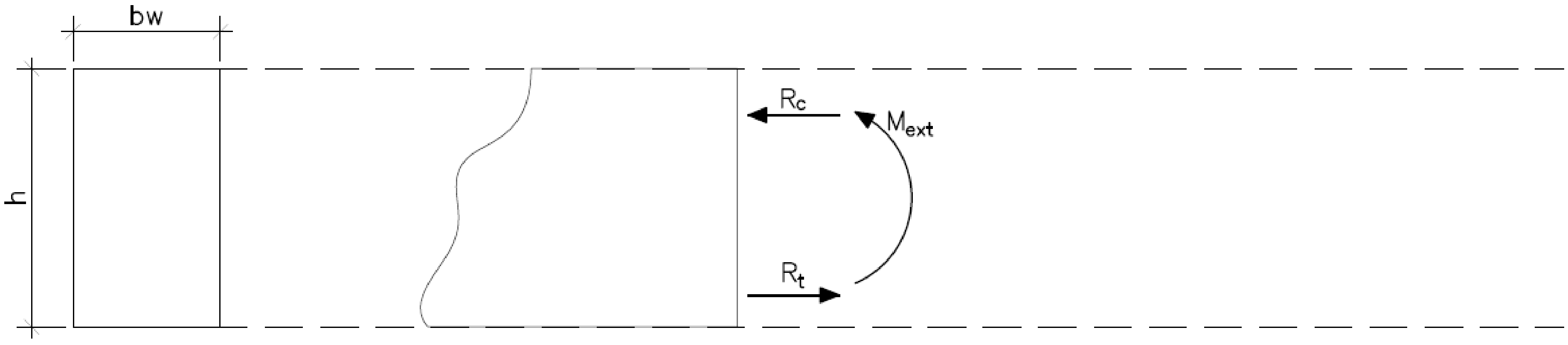


Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

Equação Geral de dimensionamento

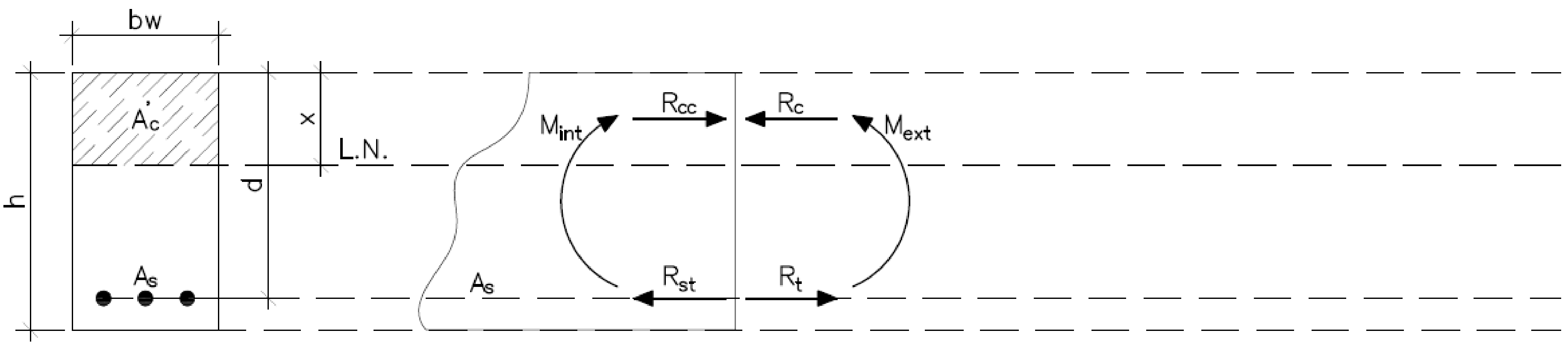


Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

Equação Geral de dimensionamento

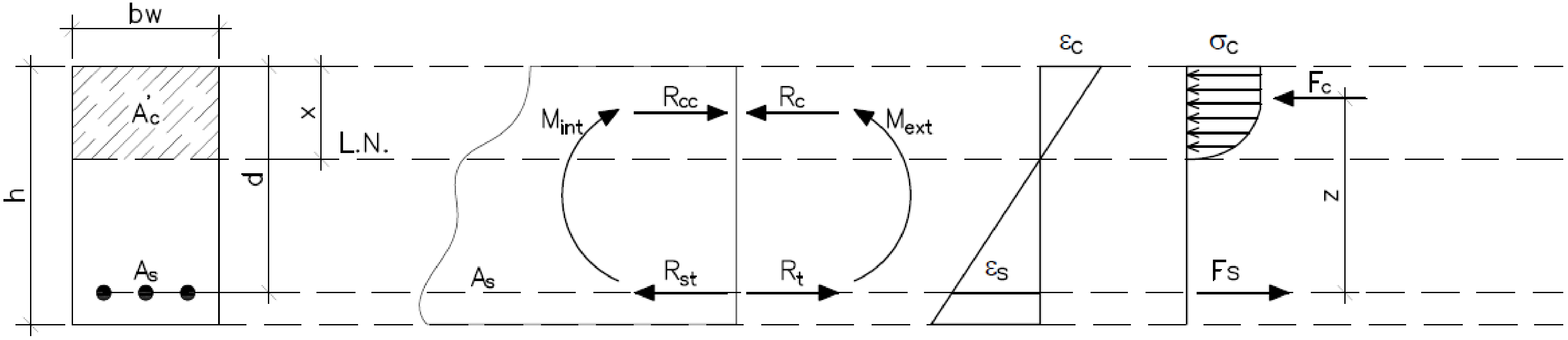


Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

Equação Geral de dimensionamento

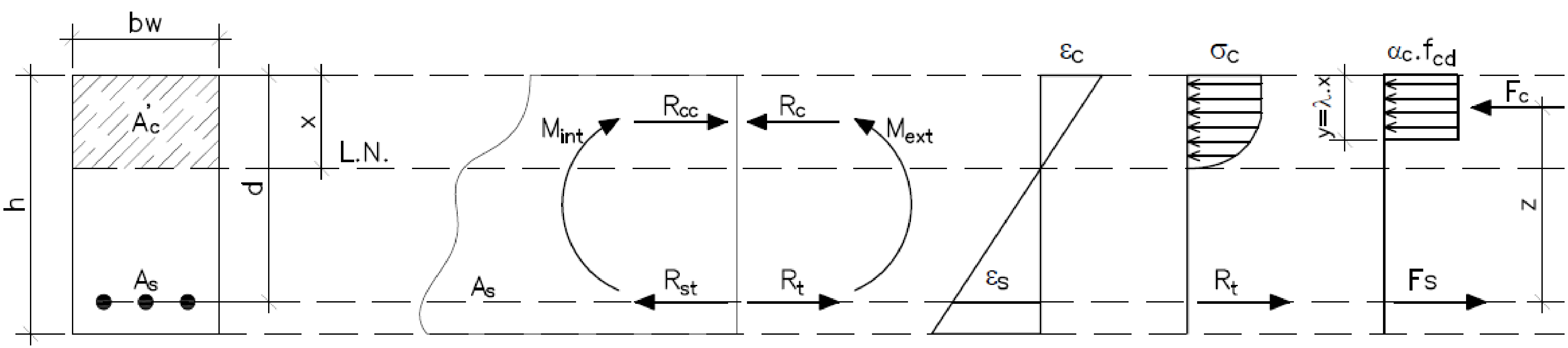


Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

Equação Geral de dimensionamento



Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES (Permanência das seções planas)

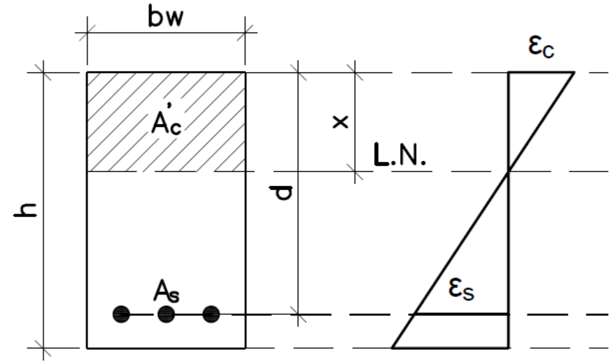
$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d-x}$$

se fizermos: $\beta x = \dfrac{x}{d} \Rightarrow x = d \cdot \beta x$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{d \cdot \beta x}{d - d \cdot \beta x} = \frac{d}{d} \cdot \left(\frac{\beta x}{1 - \beta x} \right)$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{\beta x}{1 - \beta x} \Rightarrow \varepsilon_c - \varepsilon_c \cdot \beta x = \varepsilon_s \cdot \beta x$$

SEÇÃO A–A



$$\varepsilon_c = \varepsilon_s \cdot \beta x + \varepsilon_c \cdot \beta x = \beta x \cdot (\varepsilon_c + \varepsilon_s) \Rightarrow \beta x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{x}{d}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

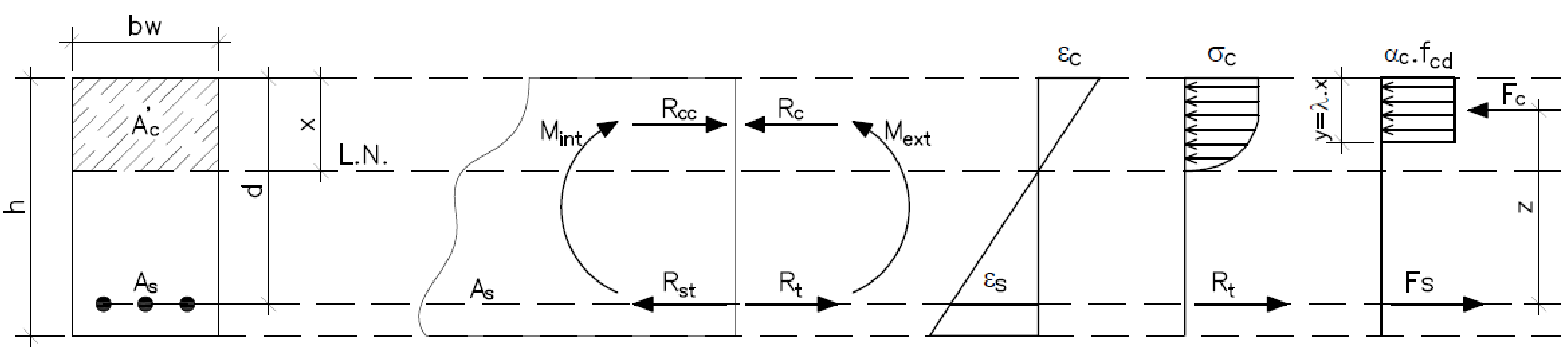
A) Equilíbrio das Forças:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_c - F_s = 0 \rightarrow F_c = F_s$$

onde:

$$F_c = A'_c \cdot \sigma_c \qquad\qquad F_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$F_c = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot (\alpha_c \cdot f_{cd})$$



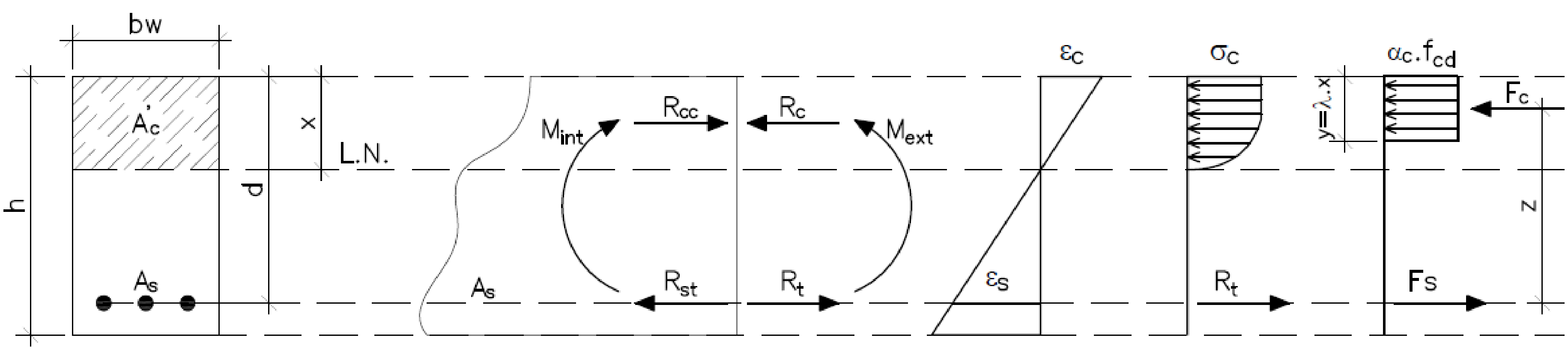
DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

B) Equilíbrio de Momentos:

$$M_{ext} = M_{int}$$

onde: M_{ext} é o momento fletor solicitante obtido por meio de cálculo estático das estruturas com a consideração das ações características nas estruturas;
M_{int} é o momento fletor resistente obtido por meio do dimensionamento da seção transversal de concreto armado (concreto e aço).



Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

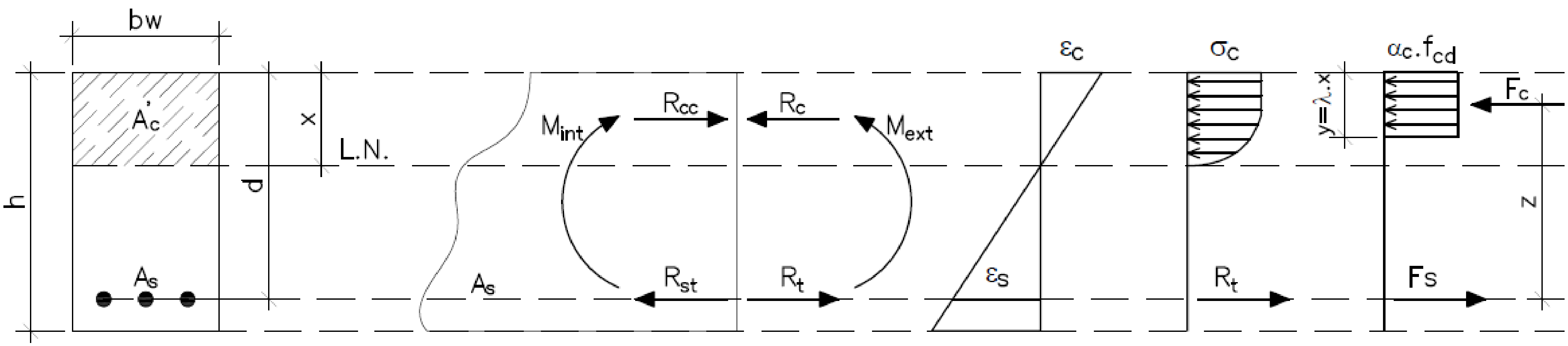
EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

No Método dos Estados Limites trabalhamos com valores característicos e valores de cálculo, e precisamos garantir o equilíbrio na seção transversal, assim podemos escrever que:

$M_{ext} = M_{int} = M_d$ e $M_d = \gamma_f \cdot M_k,$ onde:

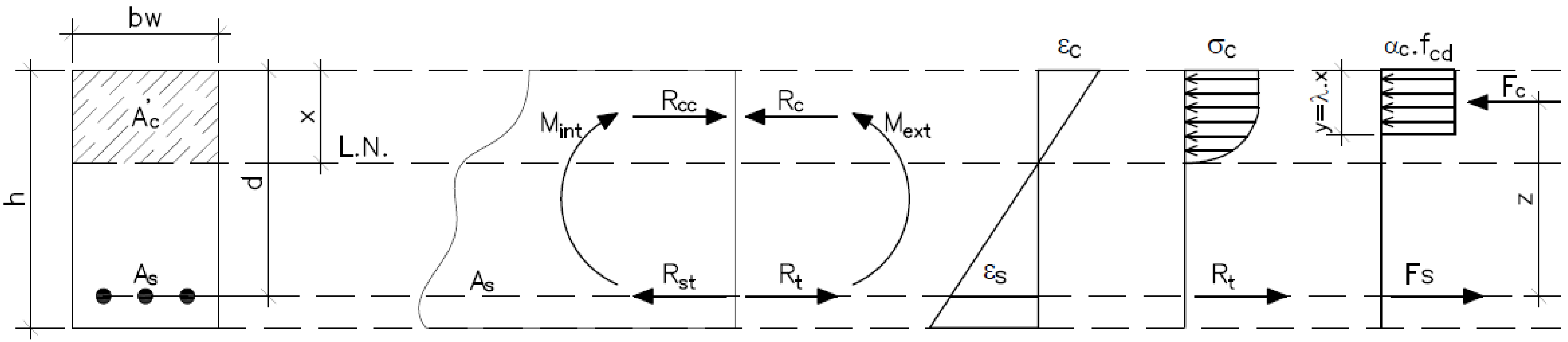
$M_d = F_c \cdot z$ *(momento interno, resistido pelo concreto comprimido)*

$M_d = F_s \cdot z$ (momento interno, resistido pelo aço tracionado)



DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO



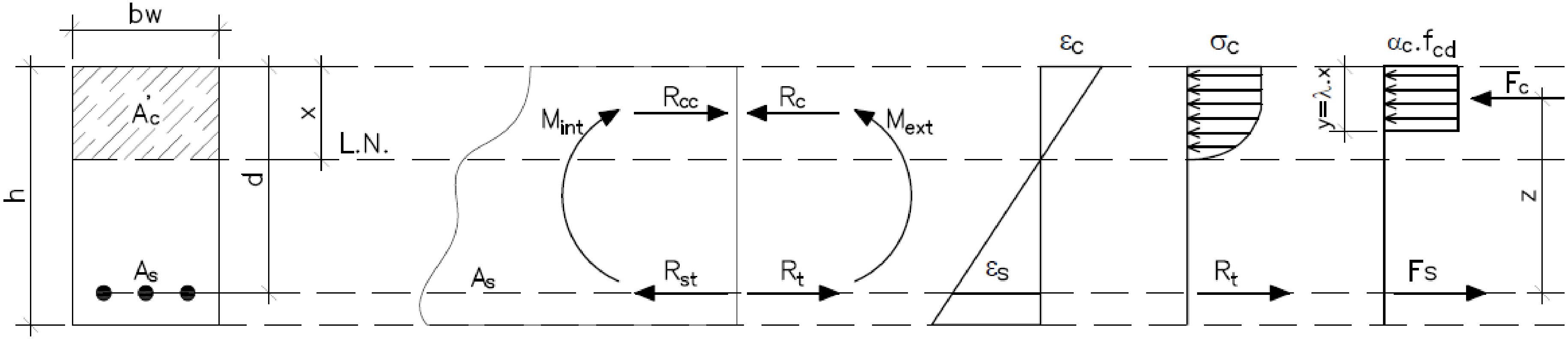
Assim, podemos escrever para compressão:

$$M_d = F_c \cdot z = A'_c \cdot \sigma_c \cdot z$$

$$M_d = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO



Para tração temos:

$$M_d = F_s \cdot z = A_s \cdot f_{yd} \cdot z$$

$$M_d = (A_s \cdot f_{yd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

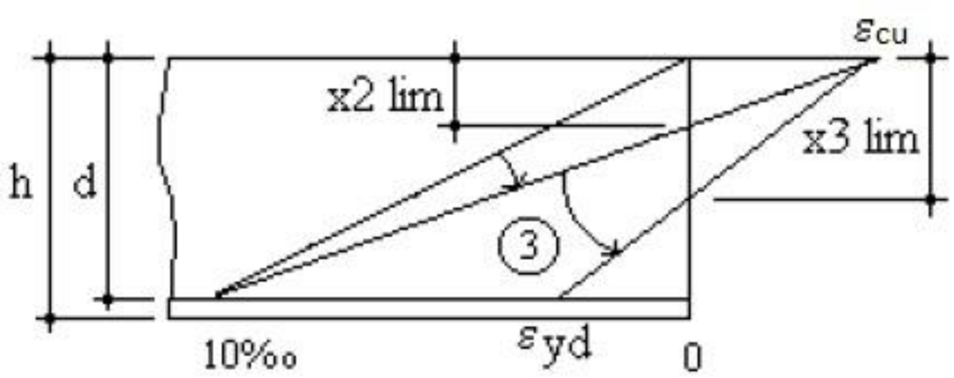
Considerando que temos, que preferencialmente, dimensionar no domínio 3, e com o auxílio da equação de permanência da seção plana, verifiquemos os limites para a posição da linha neutra:

$$\beta x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

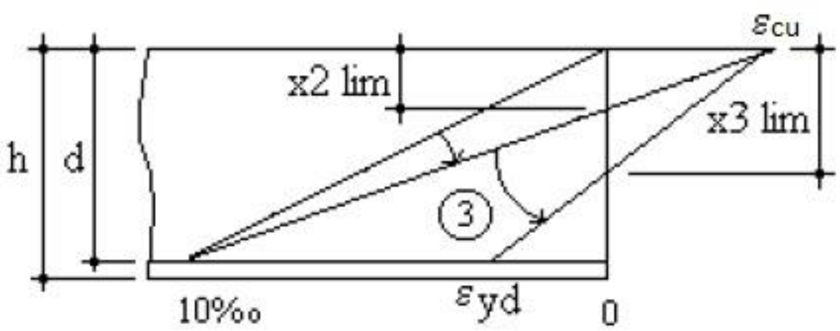
É claro que dependendo do valor de “x” e portanto de *βx*, a posição da L.N. vai se alterando. No limite do domínio 2 temos o máximo encurtamento do concreto e ao mesmo tempo com o máximo alongamento permitido para o aço. Assim, podemos escrever:



$$\frac{x_{2lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA



Para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$$

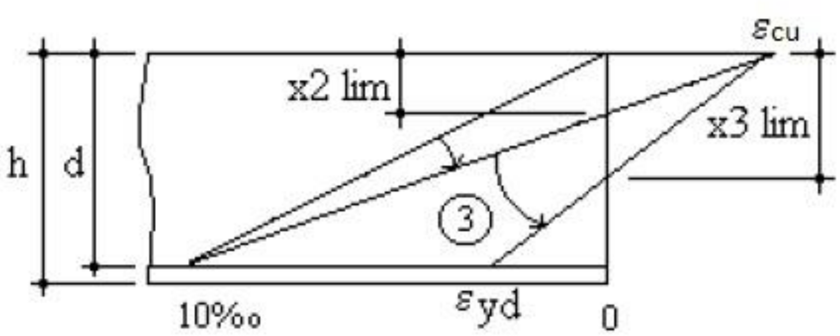
Então:

$$\frac{x_{2lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 10{,}0} = 0{,}259$$

$$x_{2lim} = 0{,}259 \cdot d$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA



Para f_{ck} > 50 MPa e ≤ 90 MPa

$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$

Então:

$$\frac{x_{2lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 10{,}0}$$

f_{ck} (MPa)	ε_{cu} (‰)	x_{2lim}/d
55	3,13	0,238
60	2,88	0,224
65	2,74	0,215
70	2,66	0,210
75	2,62	0,207
80	2,60	0,207
85	2,60	0,206
90	2,60	0,206

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

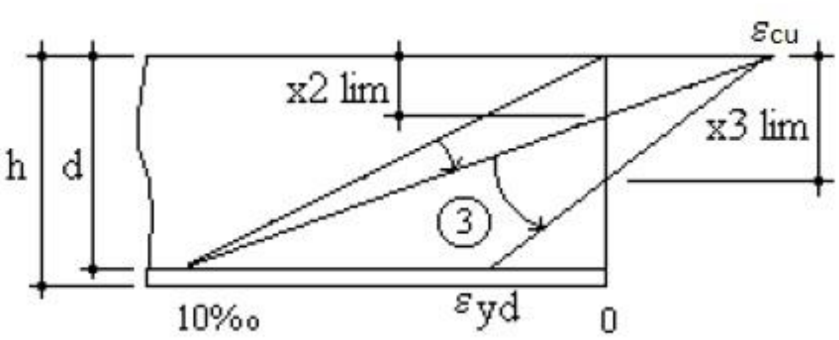
Como se observa, a determinação do limite máximo "x_{2lim}" independe da qualidade dos materiais, e sim do que se chama "altura útil" da peça "d" que é distância entre o centro de gravidade da armadura inferior (de tração) e a face superior da peça na fibra mais comprimida.

O mesmo não se pode dizer para a determinação de "x_{3lim}", para a posição da L.N., pois para esse limite máximo nós dependemos do tipo de aço que estiver sendo utilizado.

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

a) Aço CA-25 (alta ductilidade)



Para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{25/_{1{,}15}}{21000} = 1{,}035‰$$

Então:

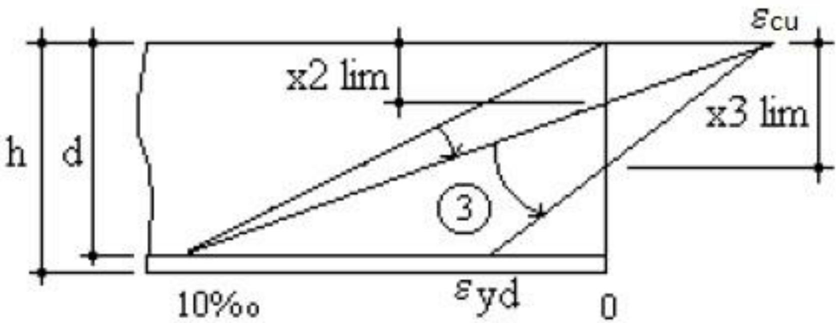
$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 1{,}035} = 0{,}772$$

$$x_{3lim} = 0{,}772 \cdot d$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

a) Aço CA-25 (alta ductilidade)



Para $f_{ck} > 50$ MPa e ≤ 90 MPa

$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{25/_{1{,}15}}{21000} = 1{,}035‰$$

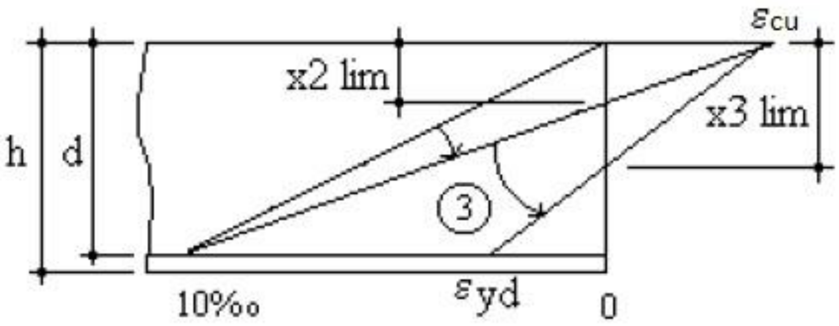
Então:

$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 1{,}035}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

b) Aço CA-50 (alta ductilidade)



Para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$$

Então:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{{}^{50}/_{1,15}}{21000} = 2{,}07‰$$

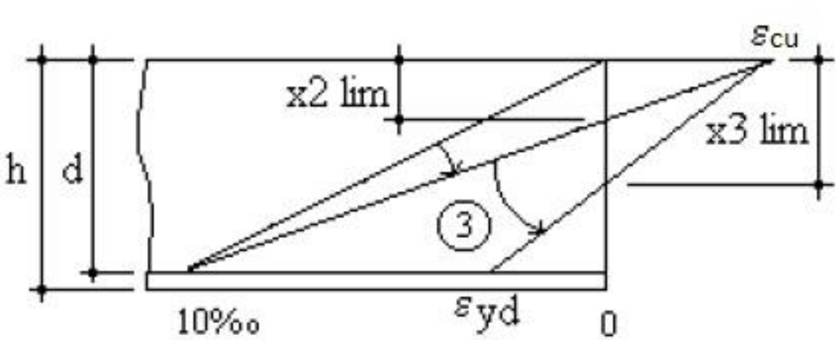
$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 2{,}07} = 0{,}628$$

$$x_{3lim} = 0{,}628 \cdot d$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

b) Aço CA-50 (alta ductilidade)



Para $f_{ck} > 50$ MPa e ≤ 90 MPa

$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{50/_{1{,}15}}{21000} = 2{,}07‰$$

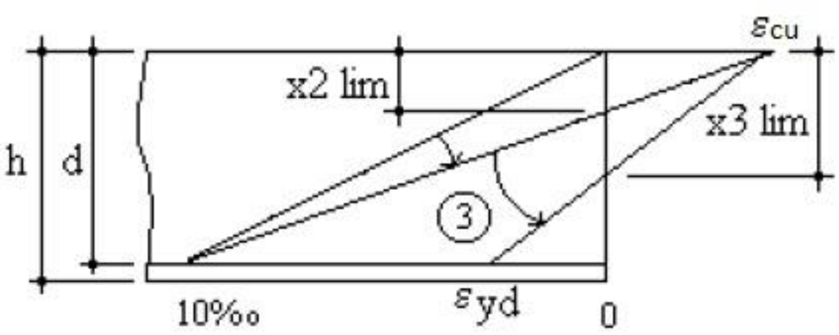
Então:

$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 2{,}07}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

c) Aço CA-60 (ductilidade normal)



Para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$$

Então:

$$\varepsilon_{yd} = 2{,}0‰ + \frac{f_{yd}}{E_s}$$

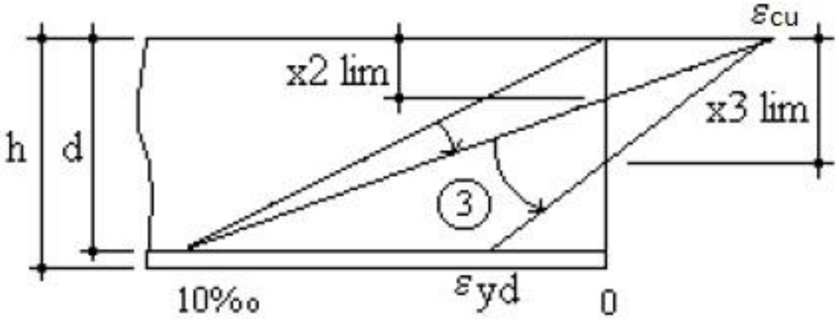
$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 4{,}484} = 0{,}438$$

$$x_{3lim} = 0{,}438 \cdot d$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

c) Aço CA-60 (ductilidade normal)



$$\varepsilon_{yd} = 2{,}0‰ + \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Para $f_{ck} > 50$ MPa e ≤ 90 MPa

$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4$$

Então:

$$\frac{x_{3lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 4{,}484}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

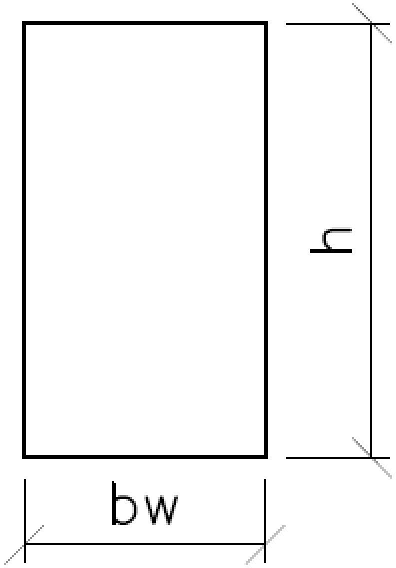
POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

TABELA RESUMO:

			CA-25	CA-50	CA-60
		ε_{yd} (‰)	1,035	2,070	4,484
f_{ck} (MPa)	ε_{cu} (‰)	x_{2lim}/d	x_{3lim}/d	x_{3lim}/d	x_{3lim}/d
≤50	3,50	0,259	0,772	0,628	0,438
55	3,13	0,238	0,751	0,602	0,411
60	2,88	0,224	0,736	0,582	0,391
65	2,74	0,215	0,726	0,569	0,379
70	2,66	0,210	0,720	0,562	0,372
75	2,62	0,207	0,717	0,558	0,369
80	2,60	0,207	0,716	0,557	0,367
85	2,60	0,206	0,715	0,557	0,367
90	2,60	0,206	0,715	0,557	0,367

EXEMPLO 1

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



$b_w = 20$ cm
h = 40 cm
$M_k = 42$ kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C25
h-d = 5 cm

Adotar:
$\gamma_f = 1,4$
$\gamma_c = 1,4$
$\gamma_s = 1,15$

EXEMPLO 1

Unidades

b_w = 20 cm / h = 40 cm

M_k = 42 kN.m = 4200 kN.cm

Aço: CA-50 → f_{yk} = 50 kN/cm^2

Concreto: C25 → f_{ck} = 25 MPa = 2,5 kN/cm^2

h-d = 5 cm → d = h-5 = 40-5 → d = 35 cm

Parâmetros

Concreto Grupo I:

$\alpha_c = 0{,}85$

$\lambda = 0{,}8$

$\varepsilon_{cu} = 3{,}5‰$

$x_{dut} \leq 0{,}45 \cdot d$

$x_{2lim} = 0{,}259 \cdot d$

$x_{3lim} = 0{,}628 \cdot d$

1) Dimensionamento à compressão (para encontrar x)

$$M_d = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) \rightarrow M_k \cdot \gamma_f = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot \left(\alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$4200 \cdot 1{,}4 = (20 \cdot 0{,}8 \cdot x) \cdot \left(0{,}85 \cdot \frac{2{,}5}{1{,}4}\right) \cdot \left(35 - \frac{0{,}8 \cdot x}{2}\right) \rightarrow 9{,}7143 \cdot x^2 - 850 \cdot x + 5880 = 0$$

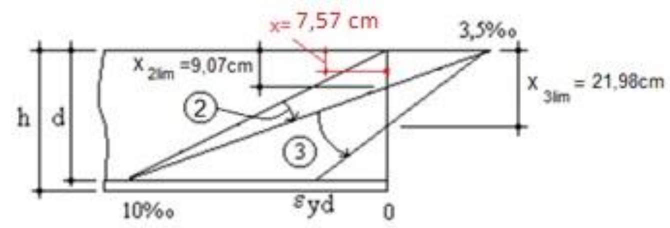
$$\begin{cases} x_1 = 7{,}57\ cm \\ x_2 = 79{,}93\ cm \end{cases} \rightarrow como\ se\ trata\ de\ flexão\ simples, x < d, portanto\ x_2\ será\ desprezado$$

EXEMPLO 1

2) Limites do domínio 3

$x_{2lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \rightarrow x_{2lim} = 9{,}07\ cm$

$x_{3lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \rightarrow x_{3lim} = 21{,}98\ cm$



2.1) Verificação do domínio de deformação

$x < x_{2lim}$, portanto estamos no domínio 2.

O dimensionamento dentro do domínio 2 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso).

2.2) Verificação da dutilidade

Como trata-se do domínio 2, a condição de dutilidade (x≤0,45.d) está atendida.

Como a verificação do domínio e a dutilidade estão atendidas, utilizaremos x = 7,57 cm.

3) Dimensionamento à tração (para encontrar A_S)

$$M_d = (A_s \cdot f_{yd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) \rightarrow M_k \cdot \gamma_f = \left(A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}\right) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$4200 \cdot 1{,}4 = \left(A_s \cdot \frac{50}{1{,}15}\right) \cdot \left(35 - \frac{0{,}8 \cdot 7{,}57}{2}\right) \rightarrow A_s = 4{,}23\ cm^2$$

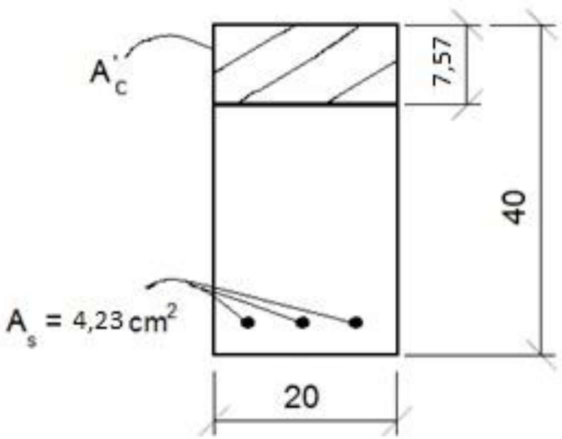
EXEMPLO 1

4) Deformação dos materiais

$$Domínio\ 2 \ \rightarrow \ \varepsilon_s = 10‰$$

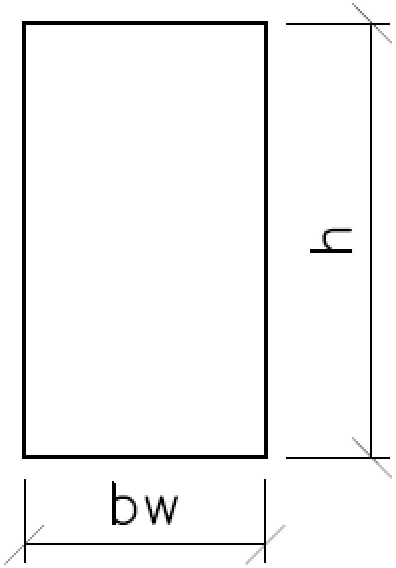
$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \rightarrow \frac{7{,}57}{35} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 10}$$
$$\varepsilon_c = 2{,}76‰$$

5) Croqui da seção transversal



EXEMPLO 2

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



b_w = 20 cm
h = 40 cm
M_k = 126 kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C70
h-d = 5 cm

Adotar:
γ_f =1,4
γ_c =1,4
γ_s=1,15

EXEMPLO 2

<u>Unidades</u>
b_w = 20 cm / h = 40 cm
M_k = 126 kN.m = 12600 kN.cm
Aço: CA-50 → f_{yk} = 50 kN/cm²
Concreto: C70 → f_{ck} = 70 MPa = 7,0 kN/cm²
h-d = 5 cm → d = h-5 = 40-5 → d = 35 cm

<u>Parâmetros</u>
Concreto Grupo II:

$$\alpha_c = 0{,}85 \cdot \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200}\right] = 0{,}85 \cdot \left[1 - \frac{(70 - 50)}{200}\right] \rightarrow \alpha_c = 0{,}765$$

$$\lambda = 0{,}8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} = 0{,}8 - \frac{(70 - 50)}{400} \rightarrow \lambda = 0{,}75$$

$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100}\right]^4 = 2{,}6‰ + 35‰ \cdot \left[\frac{(90 - 70)}{100}\right]^4 \rightarrow \varepsilon_{cu} = 2{,}66‰$$

$$x_{dut} \leq 0{,}35 \cdot d$$
$$x_{2lim} = 0{,}210 \cdot d$$
$$x_{3lim} = 0{,}562 \cdot d$$

EXEMPLO 2

1) Dimensionamento à compressão (para encontrar x)

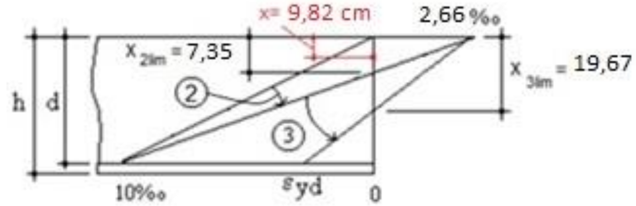
$$M_d = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot (\alpha_c \cdot f_{cd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) \rightarrow M_k \cdot \gamma_f = (b_w \cdot \lambda \cdot x) \cdot \left(\alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$12600 \cdot 1{,}4 = (20 \cdot 0{,}75 \cdot x) \cdot \left(0{,}765 \cdot \frac{7{,}0}{1{,}4}\right) \cdot \left(35 - \frac{0{,}75 \cdot x}{2}\right)$$

$$21{,}52 \cdot x^2 - 2008{,}13 \cdot x + 17640 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 9{,}82\ cm \\ x_2 = 83{,}52\ cm \end{cases} \rightarrow como\ se\ trata\ de\ flexão\ simples, x < d, portanto\ x_2\ será\ desprezado$$

EXEMPLO 2



2) Limites do domínio 3

$x_{2lim} = 0{,}210 \cdot d = 0{,}210 \cdot 35 \rightarrow x_{2lim} = 7{,}35\ cm$

$x_{3lim} = 0{,}562 \cdot d = 0{,}562 \cdot 35 \rightarrow x_{3lim} = 19{,}67\ cm$

2.1) Verificação do domínio de deformação

$x_{2lim} < x < x_{3lim}$, portanto estamos no domínio 3.
O dimensionamento dentro do domínio 3 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso). Porém é necessário a verificação da dutilidade.

2.2) Verificação da dutilidade

$x \leq 0{,}35 \cdot d \rightarrow x \leq 0{,}35 \cdot 35 \rightarrow x \leq 12{,}25\ cm$

Como a verificação do domínio e a dutilidade estão atendidas, o dimensionamento será feito no domínio 3 com armadura simples, utilizando x = 9,82 cm.

3) Dimensionamento à tração (para encontrar A_s)

$$M_d = (A_s \cdot f_{yd}) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) \rightarrow M_k \cdot \gamma_f = \left(A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}\right) \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$12600 \cdot 1{,}4 = \left(A_s \cdot \frac{50}{1{,}15}\right) \cdot \left(35 - \frac{0{,}75 \cdot 9{,}82}{2}\right) \rightarrow A_s = 12{,}96\ cm^2$$

EXEMPLO 2

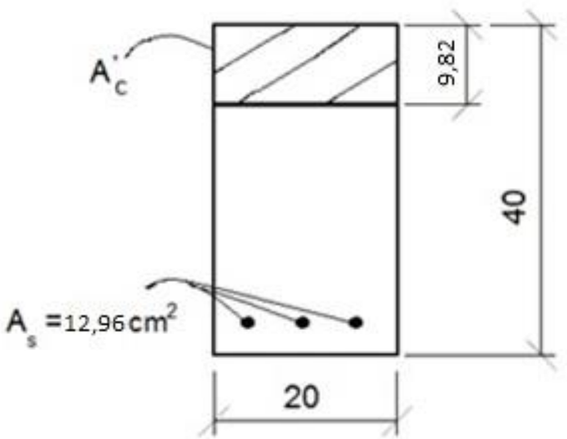
4) Deformação dos materiais

$$Domínio\ 3 \ \rightarrow \ \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 2{,}66‰$$

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \rightarrow \frac{9{,}82}{35} = \frac{2{,}66}{2{,}66 + \varepsilon_s}$$

$$\varepsilon_s = 6{,}81‰$$

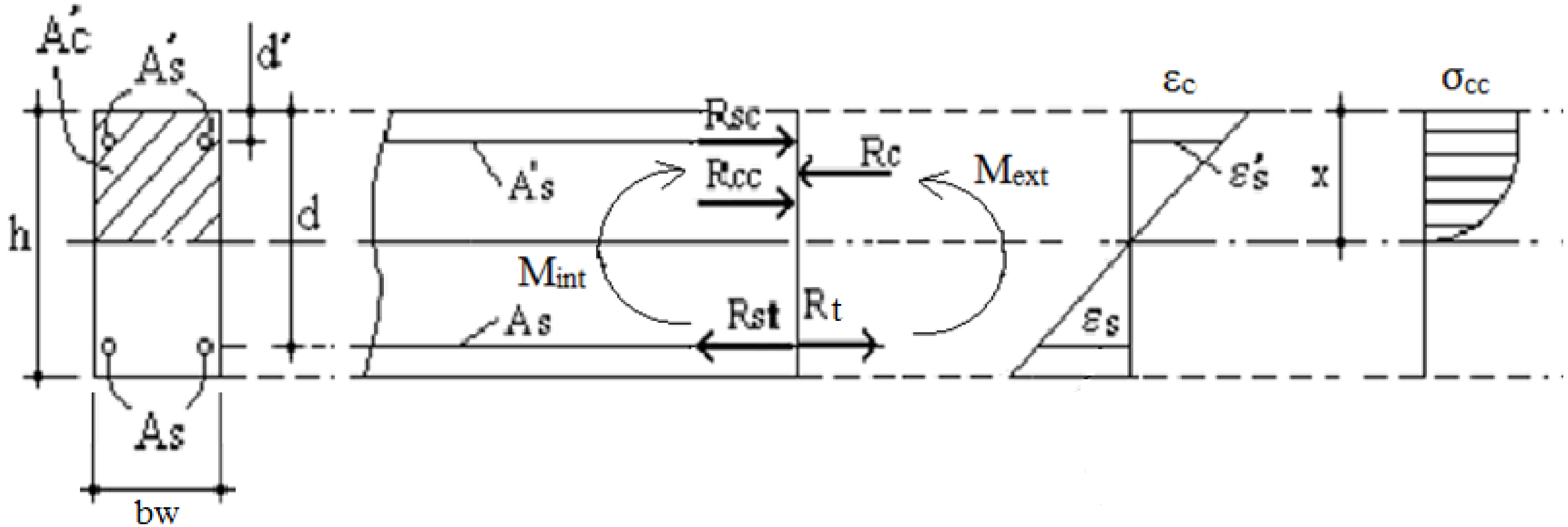
5) Croqui da seção transversal



DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA DUPLA

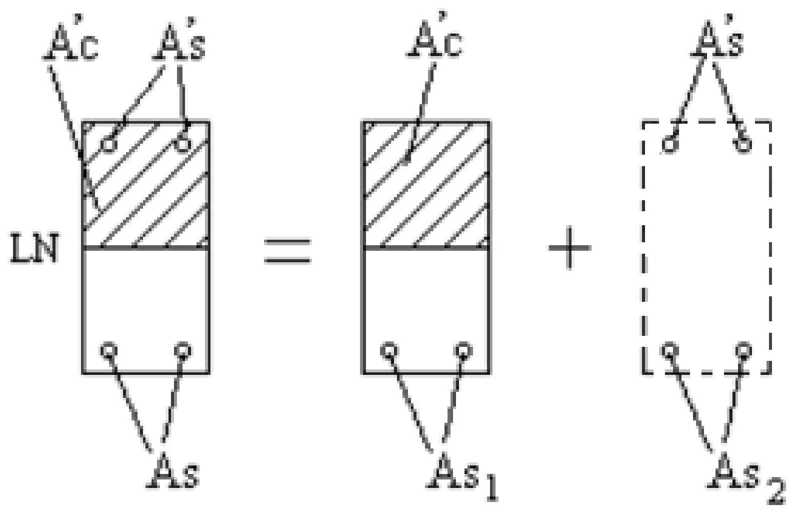
para classes de concreto do Grupo I (C20 a C50)



Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

A fim de simplificar o cálculo, podemos imaginar a seção subdividida de tal modo que:



$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES (Permanência das seções planas)

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d - x}$$

se fizermos: $\beta x = \dfrac{x}{d} \Rightarrow x = d \cdot \beta x$

$$\beta x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Assim:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s^{'}}{x - d^{'}} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

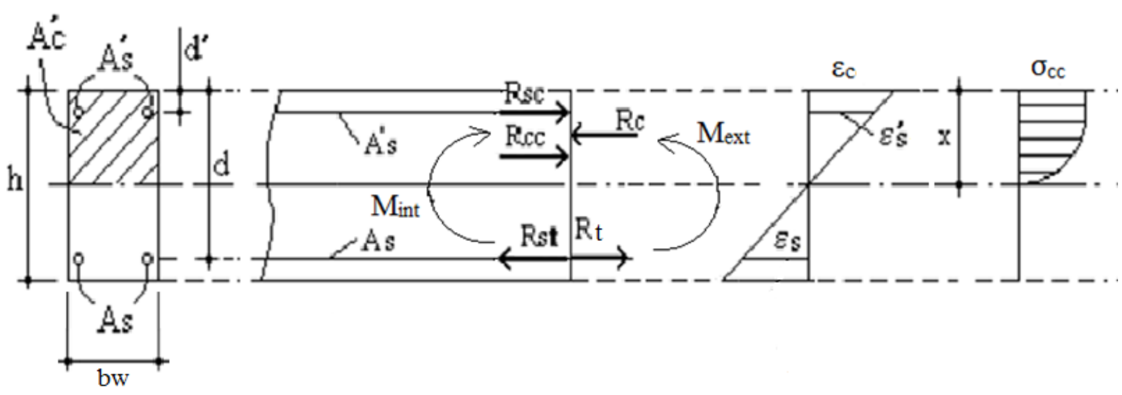
EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

A) Equilíbrio das Forças:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{cc} + R_{sc} - R_{st} = 0$$

B) Equilíbrio de Momentos:

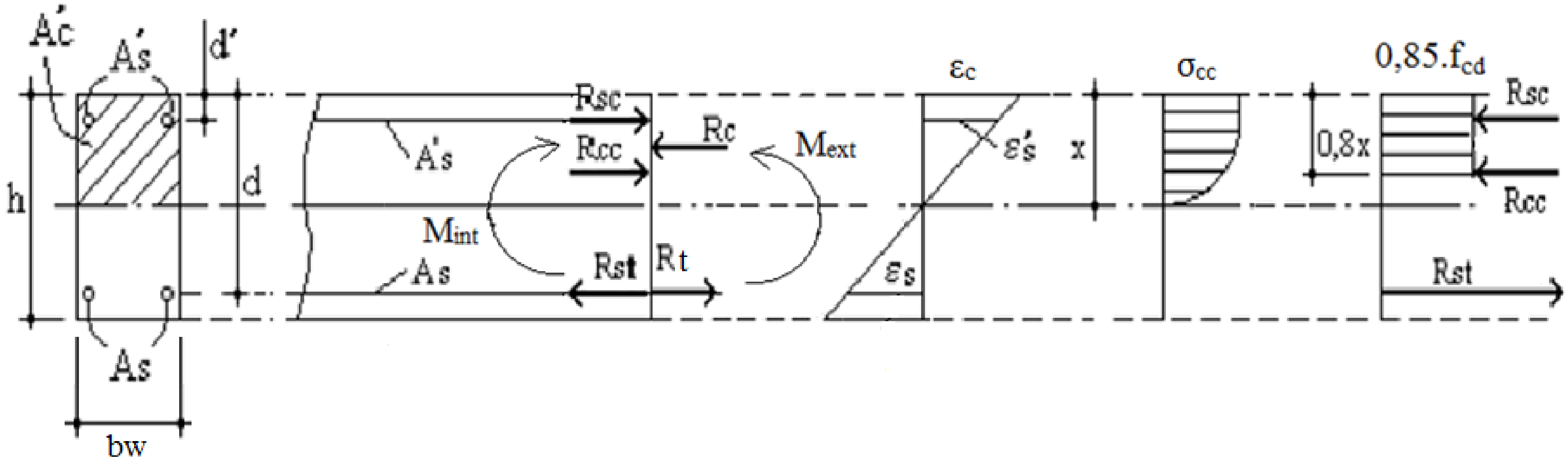
$$M_{ext} = M_{int} = M \qquad \text{onde:} \quad M = R_c \cdot z = R_t \cdot z$$



Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO



Assim, podemos escrever para compressão:

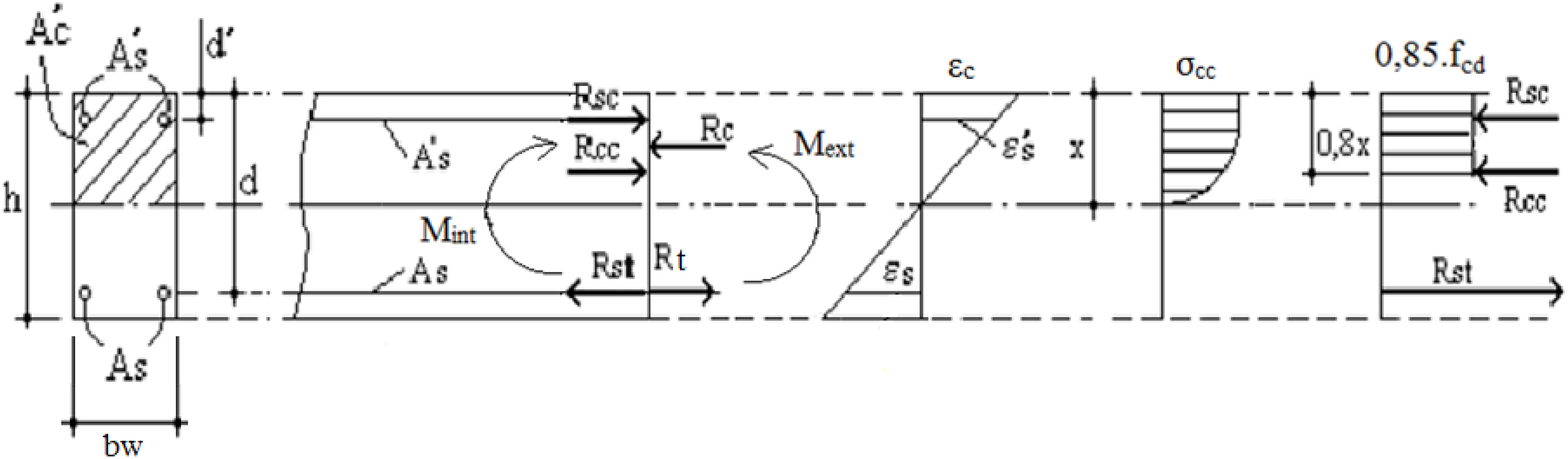
$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot 0{,}8 \cdot x \cdot b_w \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) + A_s^{'} \cdot \sigma_{sd}^{'} \cdot (d - d^{'})$$

Ou seja:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = 0{,}68 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b_w \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) + A_s^{'} \cdot \sigma_{sd}^{'} \cdot (d - d^{'})$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO



Para tração temos:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = A_s \cdot \sigma_s \cdot z$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

No entanto, a fim de facilitar o cálculo podemos decompor o momento em duas parcelas, tal que:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

Na qual M_{1d} é a maior parcela de momento que a seção resistirá à compressão e portanto com "x=0,45.d" (para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa), e com armadura simples que chamaremos de A_{s1} (armadura de tração correspondente).

$$M_{1d} = 0{,}68 \cdot f_{cd} \cdot 0{,}45 \cdot d \cdot b_w \cdot \left(d - 0{,}4 \cdot 0{,}45 \cdot d\right)$$ para a compressão

$$M_{1d} = A_{s1} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - 0{,}4 \cdot 0{,}45 \cdot d\right)$$ para a tração

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Lembrando ainda que a tensão “σ_{sd}” no aço é função de “x”, posição da L.N., e portanto uma vez definido o “x” fica automaticamente determinado o alongamento do aço tracionado e o encurtamento do aço comprimido.

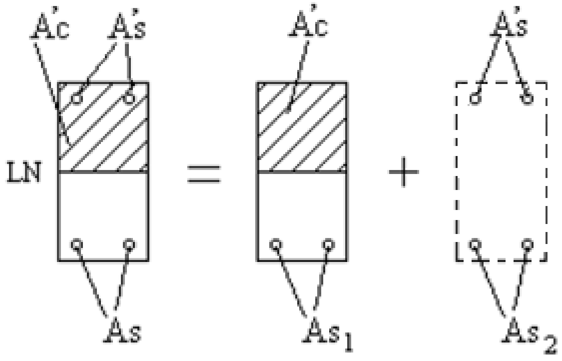
Então, uma vez determinada a parcela “M_{1d}” e suas correspondentes seções resistentes à compressão com “x=0,45.d” e à tração, com “A_{s1}”, fica ainda faltando absorver o momento “M_{2d}”, onde:

$$M_{2d} = M_d - M_{1d}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Para o equilíbrio da seção devemos ter:



$$Md = M_1d + M_2d$$

$$As = As_1 + As_2$$

para a compressão:

$$M_{2d} = A_s^{'} \cdot \sigma_{sd}^{'} \cdot \left(d - d^{'}\right)$$

para a tração:

$$M_{2d} = A_{s2} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - d^{'}\right)$$

Onde:

σ'_{sd}: tensão na armadura comprimida, valor de cálculo

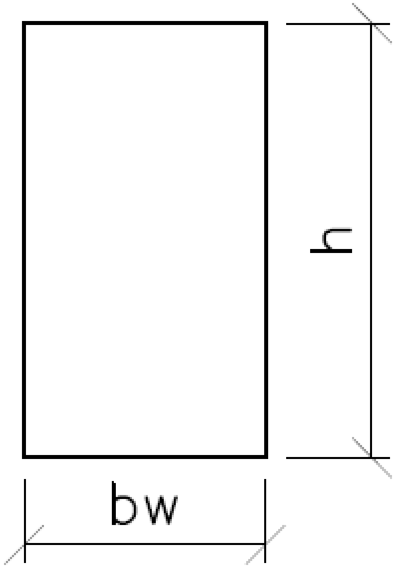
σ_{sd}: tensão na armadura tracionada, valor de cálculo

A_{s1}: parcela da armadura tracionada (A_s), que irá equilibrar o momento resistente de compressão resistido pelo concreto com "x=0,45.d" (A'_c)

A_{s2}: parcela da armadura tracionada (A_s), que irá equilibrar o momento resistente de compressão resistido pela armadura de compressão (A'_s)

EXEMPLO 1

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



b_w = 20 cm
h = 40 cm
M_k = 70 kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C20
h-d = 5 cm
d‘ = 5cm

Adotar:
γ_f =1,4
γ_c =1,4
γ_s=1,15

EXEMPLO 1

Unidades

b_w = 20 cm / h = 40 cm

M_{sk} = 70 kN.m = 7000 kN.cm

Aço: CA-50 → f_{yk} = 50 kN/cm²

Concreto: C20 → f_{ck} = 20 MPa = 2 kN/cm²

h-d = 5 cm → d = h-5 = 40-5 → d = 35 cm

<u>1) Dimensionamento à compressão (para encontrar x)</u>

$$M_d = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$\gamma_f \cdot M_{sk} = 0{,}68 \cdot b_w \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) \Rightarrow 1{,}4 \cdot 7000 = 0{,}68 \cdot 20 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$9800 = 19{,}4286 \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x) \Rightarrow 504{,}411 = 35 \cdot x - 0{,}4 \cdot x^2$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 504{,}411 = 0 \Rightarrow x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-504{,}411)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$x_1 = 18{,}20cm$$

$$x_2 = 69{,}31cm$$

Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado

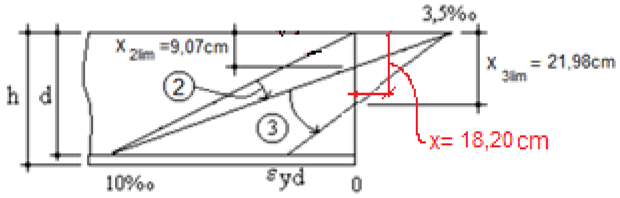
Assim, x = 18,20 cm

EXEMPLO 1

2) Limites do domínio 3

$$x_{2\lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \Rightarrow x_{2\lim} = 9{,}07cm$$

$$CA50 \Rightarrow x_{3\lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \Rightarrow x_{3\lim} = 21{,}98cm$$



2.1) Verificação do domínio de deformação

$x_{2lim} < x < x_{3lim}$, portanto estamos no domínio 3.
O dimensionamento dentro do domínio 3 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso). Porém é necessário a verificação da dutilidade.

2.2) Verificação da dutilidade

$$x \leq 0{,}45 \cdot d \Rightarrow x \leq 0{,}45 \cdot 35 \Rightarrow x \leq 15{,}75cm$$

Como a verificação da dutilidade não foi atendida, o dimensionamento será feito no domínio 3 com armadura de compressão, utilizando x = 15,75 cm.

EXEMPLO 1

3) Dimensionamento como armadura dupla

3.1) Compressão: x =0,45.d

$$M_{1d} = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0{,}45 \cdot d \cdot (d - 0{,}4 \cdot 0{,}45 \cdot d)$$

$$M_{1d} = 0{,}68 \cdot 20 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot 15{,}75 \cdot (35 - 0{,}4 \cdot 15{,}75)$$

$$M_{1d} = 8782{,}20 kN.cm$$

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \Rightarrow M_{2d} = 1{,}4 \cdot 7000 - 8782{,}20$$

$$M_{2d} = 1017{,}80 kN.cm$$

$$\mathrm{M_{2d} = A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot (d - d^{'}) \Rightarrow 1017{,}80 = A_s^{'} \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 5)}$$

$$\mathrm{1017{,}80 = A_s^{'} \cdot 1304{,}35 \Rightarrow A_s^{'} = 0{,}78 cm^2}$$

3.2) Tração:

$$M_{1d} = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot 0{,}45 \cdot d)$$

$$8782{,}20 = A_{s1} \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 0{,}4 \cdot 15{,}75)$$

$$8782{,}20 = A_{s1} \cdot 1247{,}83$$

$$A_{s1} = 7{,}04 cm^2$$

$$M_{2d} = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d^{'})$$

$$1017{,}80 = A_{s2} \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 5)$$

$$1017{,}80 = A_{s2} \cdot 1304{,}35$$

$$A_{s2} = 0{,}78 cm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 7{,}82 cm^2$$

EXEMPLO 1

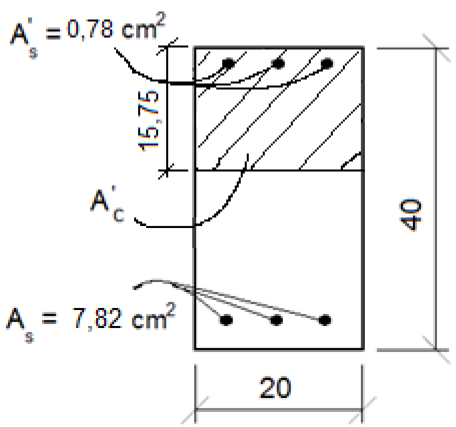
4) Deformação dos materiais

$$Domínio 3 \Rightarrow \varepsilon_c = 3{,}5\text{ ‰}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s^{'}}{x - d^{'}} \Rightarrow \frac{3{,}5}{15{,}75} = \frac{\varepsilon_s^{'}}{15{,}75 - 5} \Rightarrow \varepsilon_s^{'} = 2{,}39\text{ ‰}$$

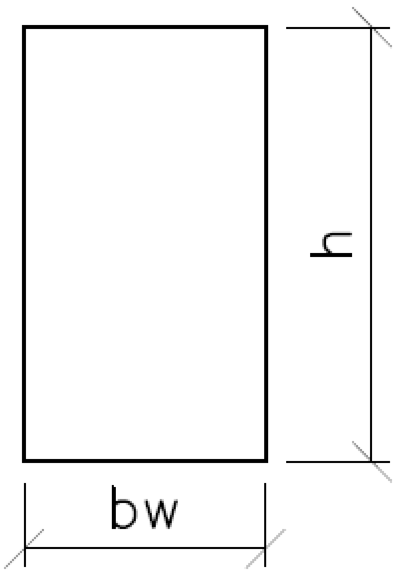
$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \Rightarrow \frac{3{,}5}{15{,}75} = \frac{\varepsilon_s}{35 - 15{,}75} \Rightarrow \varepsilon_s = 4{,}28\text{ ‰}$$

5) Croqui da seção transversal



EXEMPLO 2

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



b_w = 20 cm
h = 40 cm
M_k = 90 kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C20
h-d = 5 cm
d' = 5cm

Adotar:
γ_f =1,4
γ_c =1,4
γ_s=1,15

EXEMPLO 2

Unidades

$b_w = 20$ cm / h = 40 cm

$M_{sk} = 90$ kN.m = 9000 kN.cm

Aço: CA-50 → $f_{yk} = 50$ kN/cm^2

Concreto: C20 → $f_{ck} = 20$ MPa = 2 kN/cm^2

h-d = 5 cm → d = h-5 = 40-5 → d = 35 cm

1) Dimensionamento à compressão (para encontrar x)

$$M_d = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$\gamma_f \cdot M_{sk} = 0{,}68 \cdot b_w \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) \Rightarrow 1{,}4 \cdot 9000 = 0{,}68 \cdot 20 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$12600 = 19{,}4286 \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x) \Rightarrow 648{,}529 = 35 \cdot x - 0{,}4 \cdot x^2$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 648{,}529 = 0 \Rightarrow x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-648{,}529)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$x_1 = 26{,}64 cm$

$x_2 = 60{,}86 cm$

Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado

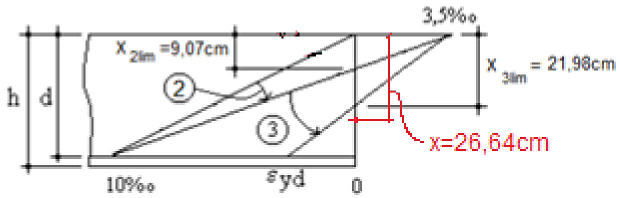
Assim, x = 26,64 cm

EXEMPLO 2

2) Limites do domínio 3

$$x_{2\lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \Rightarrow x_{2\lim} = 9{,}07cm$$

$$CA50 \Rightarrow x_{3\lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \Rightarrow x_{3\lim} = 21{,}98cm$$



2.1) Verificação do domínio de deformação

x > x_{3lim}, portanto estamos no domínio 4.
Trata-se de domínio inseguro para dimensionamento de vigas e lajes. Dessa forma devemos alterar a seção transversal ou utilizar armadura dupla (armadura de compressão). Em ambos os casos o dimensionamento deverá sempre ficar dentro do domínio 3.

Se alteramos a seção transversal, usualmente alteramos sua altura. Assim, devemos utilizar “x=0,45.d” deixando como incógnita o valor de “d”, encontrando nova dimensão para a seção transversal.
Se utilizarmos armadura dupla, mantemos a mesma seção e fazemos “x=0,45.d”.
Nessas duas possibilidades, ao fazermos “x=0,45.d” estamos garantindo a dutilidade da peça.

EXEMPLO 2

3) Dimensionamento como armadura dupla

3.1) Compressão: x =0,45.d

$$M_{1d} = 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,45 \cdot d \cdot (d - 0,4 \cdot 0,45 \cdot d)$$

$$M_{1d} = 0,68 \cdot 20 \cdot \frac{2}{1,4} \cdot 15,75 \cdot (35 - 0,4 \cdot 15,75)$$

$$M_{1d} = 8782,20 kN.cm$$

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \Rightarrow M_{2d} = 1,4 \cdot 9000 - 8782,20$$

$$M_{2d} = 3817,80 kN.cm$$

$$M_{2d} = A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot (d - d^{'}) \Rightarrow 3817,80 = A_s^{'} \cdot \frac{50}{1,15} \cdot (35 - 5)$$

$$3817,80 = A_s^{'} \cdot 1304,35 \Rightarrow A_s^{'} = 2,93 cm^2$$

3.2) Tração:

$$M_{1d} = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot 0,45 \cdot d)$$

$$8782,20 = A_{s1} \cdot \frac{50}{1,15} \cdot (35 - 0,4 \cdot 15,75)$$

$$8782,20 = A_{s1} \cdot 1247,83$$

$$A_{s1} = 7,04 cm^2$$

$$M_{2d} = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d^{'})$$

$$3817,80 = A_{s2} \cdot \frac{50}{1,15} \cdot (35 - 5)$$

$$3817,80 = A_{s2} \cdot 1304,35$$

$$A_{s2} = 2,93 cm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 9,97 cm^2$$

EXEMPLO 2

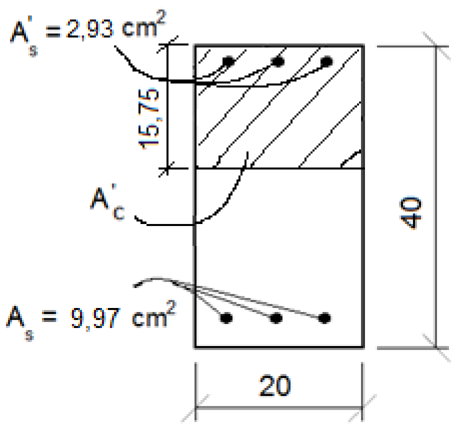
4) Deformação dos materiais

$$Domínio 3 \Rightarrow \varepsilon_c = 3{,}5\ ‰$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s^{'}}{x-d^{'}} \Rightarrow \frac{3{,}5}{15{,}75} = \frac{\varepsilon_s^{'}}{15{,}75-5} \Rightarrow \varepsilon_s^{'} = 2{,}39\ ‰$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \Rightarrow \frac{3{,}5}{15{,}75} = \frac{\varepsilon_s}{35-15{,}75} \Rightarrow \varepsilon_s = 4{,}28\ ‰$$

5) Croqui da seção transversal

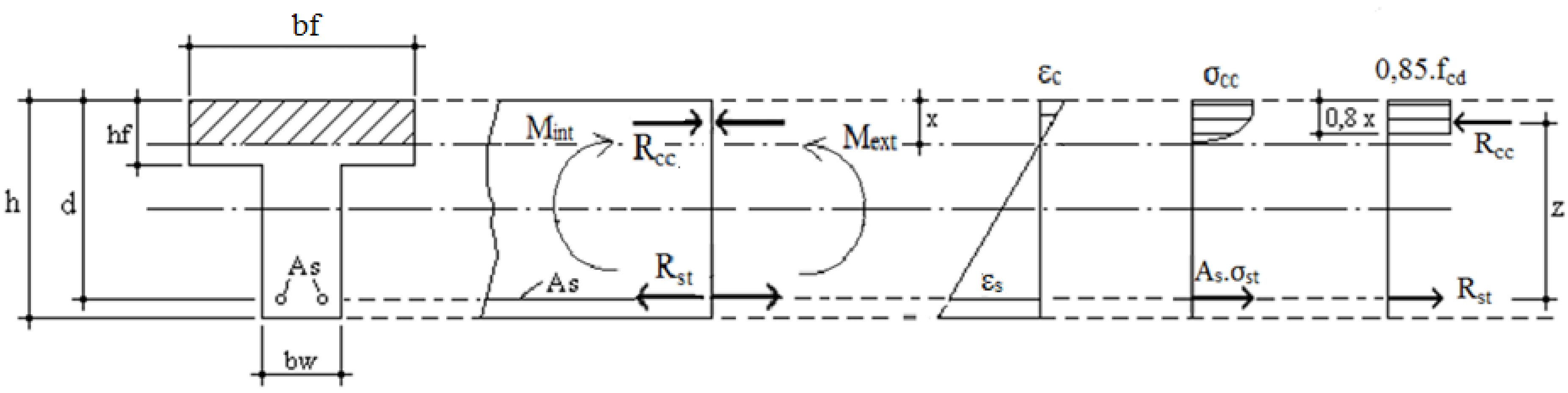


DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

SEÇÃO “T” - ARMADURA SIMPLES

para classes de concreto do Grupo I (C20 a C50)

1º caso: a linha neutra corta a mesa da viga ($x \leq h_f$)



Fevereiro 2020

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

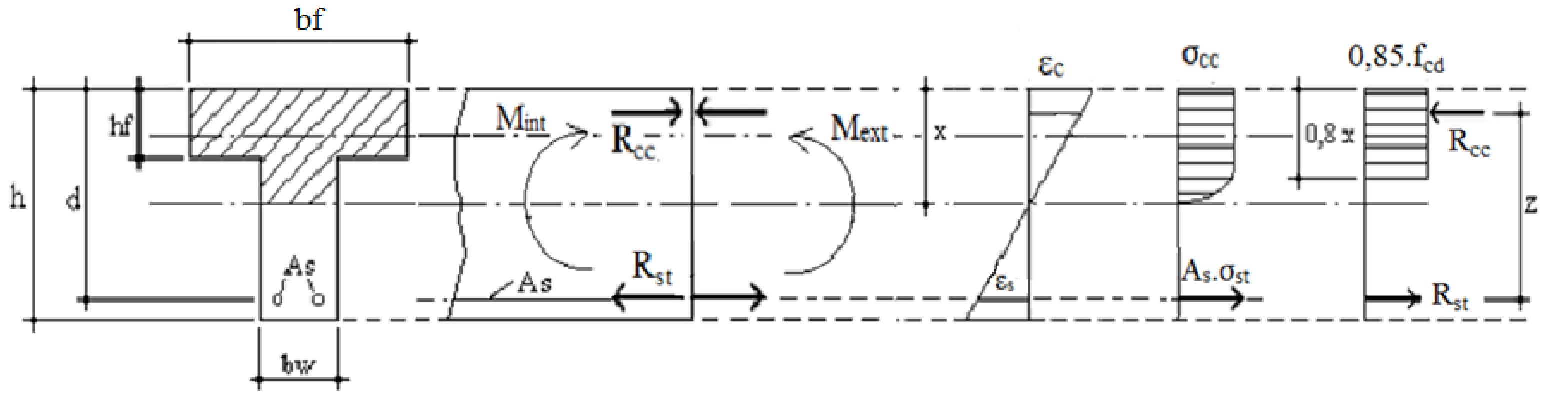
Se a L.N. corta "h_f", o cálculo será feito como se a seção fosse retangular com largura "b_f", pois a área de concreto acima da L.N. ("$b_f.x$") é que resiste à compressão, já a parte que está abaixo da L.N. é tracionada e não é levada em conta a resistência do concreto à tração, sua forma não influi no cálculo. A única diferença é o espaço para a colocação da armadura tracionada "A_s" é que então fica limitada a largura "b_w".

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

CASO PARTICULAR: Observemos, no entanto, que se estivermos utilizando o diagrama retangular simplificado, mesmo que a L.N. corte a nervura "b_w" da peça (alma da seção transversal), poderemos ainda calcular no 1º caso como se fosse retangular de largura "b_f" desde que:

$$0{,}8\ x \leq h_f$$

teríamos então:



DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

Convém deixar bem claro, que no caso de:

$$x > h_f \qquad \text{e} \qquad 0{,}8\,x \leq h_f$$

Não poderemos utilizar o diagrama parábola-retângulo para uma única largura "b_f" ou "b_w", uma vez que a L.N. corta a nervura "b_w", mas sim podemos utilizar o diagrama retangular simplificado. Esta simplificação torna-se bastante útil, já que seria muito mais trabalhoso termos que calcular uma seção "T" com diagrama de tensões em parábola-retângulo e L.N. cortando a nervura da seção.

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

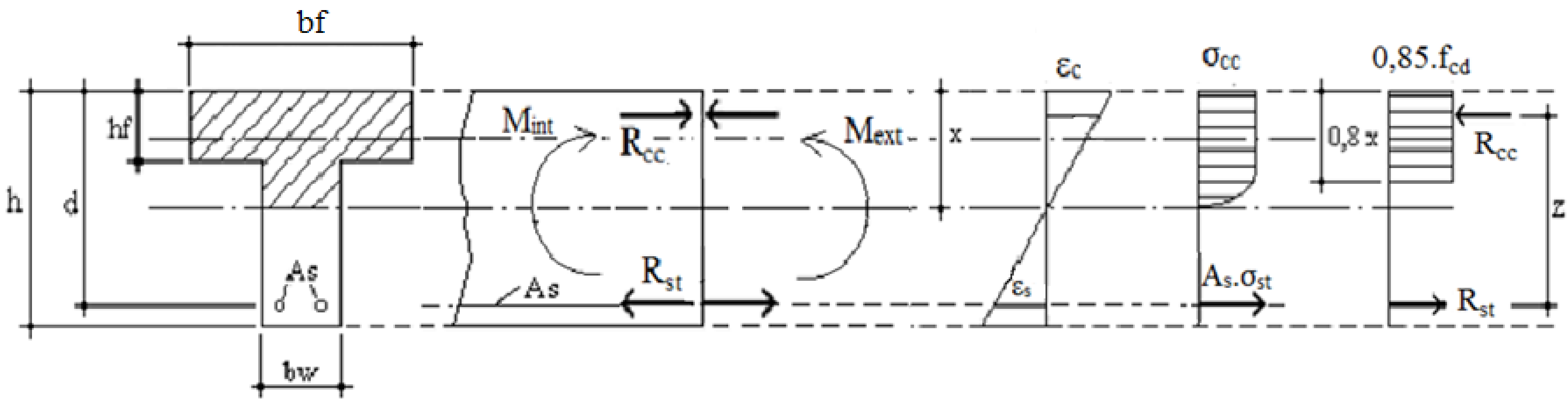
SEÇÃO "T" - ARMADURA SIMPLES

2º caso: a L.N. corta a nervura da viga ($x>h_f$)

E para excluir o caso particular anteriormente mencionado, diríamos:

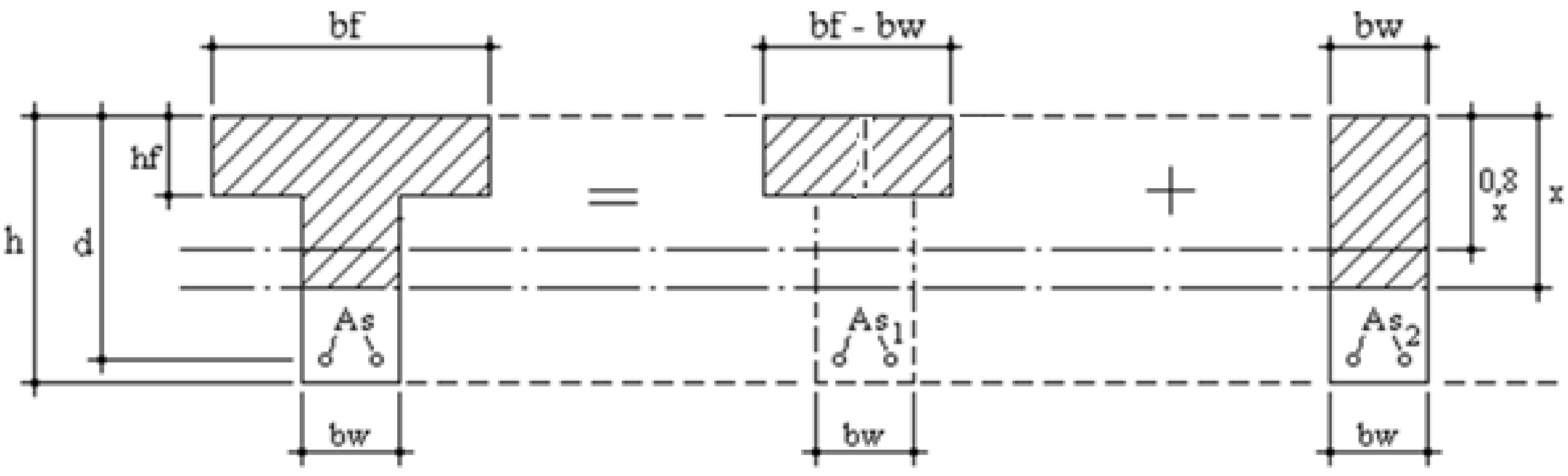
$x > h_f$ utilizar o diagrama parábola-retângulo

$0{,}8\ x > h_f$ utilizar o diagrama retângulo simplificado



DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

A fim de simplificar o cálculo, podemos imaginar a seção subdividida de tal modo que:



$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES (Permanência das seções planas)

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d - x}$$

se fizermos: $\beta x = \dfrac{x}{d} \Rightarrow x = d \cdot \beta x$

$$\beta x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

A) Equilíbrio das Forças:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_c - R_{st} = 0$$

B) Equilíbrio de Momentos:

$$M_{ext} = M_{int} = M$$

onde: $M = R_c \cdot z = R_t \cdot z$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

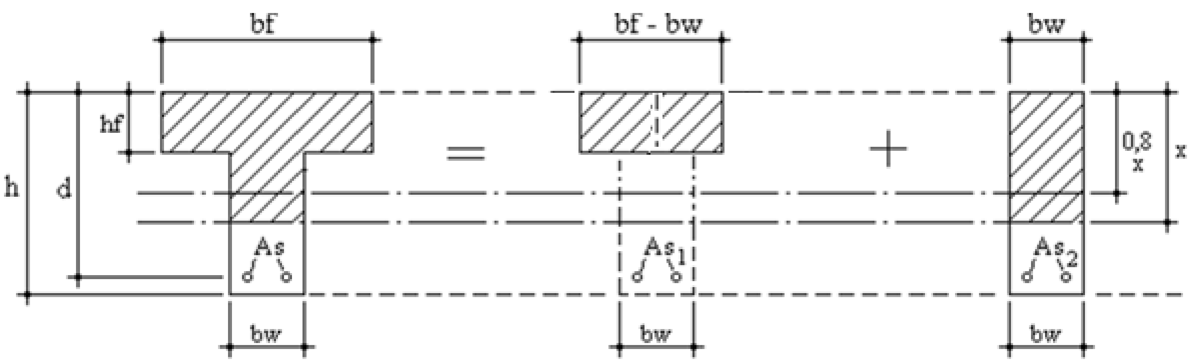
EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Podemos escrever:

$$(b_f - b_w)\cdot h_f \cdot \sigma_c \cdot z + b_w \cdot 0{,}8 \cdot x \cdot \sigma_c \cdot z = A_s \cdot \sigma_{sd} \cdot z$$

Portanto:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = (b_f - b_w)\cdot h_f \cdot 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f) + b_w \cdot 0{,}8 \cdot x \cdot 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) = A_s \cdot \sigma_{sd} \cdot z$$



$A_s = A_{s1} + A_{s2}$

$M_d = M_{1d} + M_{2d}$

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Pela compressão temos:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f) + 0{,}68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

Sendo que:

$$M_{1d} = (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)$$

$$M_{2d} = 0{,}68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

Podemos observar nesta expressão que a parcela de M_{2d} é que irá definir a posição da linha neutra “x” e a parcela de M_{1d} não define o “x” mas se refere à parcela absorvida pelas “abas” da mesa de compressão da seção transversal.

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES NORMAL NO ELU

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

E, para tração, que também é composta por duas parcelas, temos:

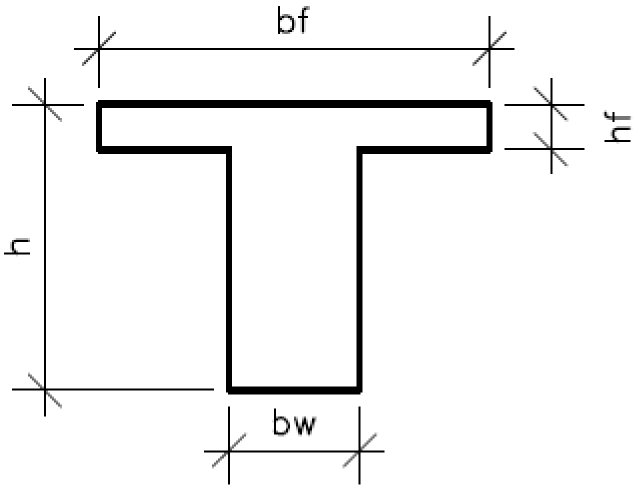
$$M_d = \gamma_f \cdot M_k = A_{s1} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - 0,5 \cdot h_f\right) + A_{s2} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - 0,4 \cdot x\right)$$

$$M_{1d} = A_{s1} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - 0,5 \cdot h_f\right)$$

$$M_{2d} = A_{s2} \cdot \sigma_{sd} \cdot \left(d - 0,4 \cdot x\right)$$

EXEMPLO 1

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



$b_f = 60$ cm
$b_w = 20$ cm
$h_f = 7$ cm
$h = 40$ cm
$M_k = 60$ kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C20
h-d = 5 cm

Adotar:
$\gamma_f = 1{,}4$
$\gamma_c = 1{,}4$
$\gamma_s = 1{,}15$

EXEMPLO 1

1) Dimensionamento à compressão

Como se trata de seção T, faremos inicialmente como seção retangular, com $b_w = b_f$

$$M_d = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$1{,}4 \cdot 6000 = 0{,}68 \cdot 60 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 144{,}12 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-144{,}12)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$x_1 = 4{,}33cm$$

$$x_2 = 83{,}17cm$$

Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado.
Assim, x = 4,33 cm.

$$x \le h_f \Rightarrow 4{,}33cm < 7cm$$

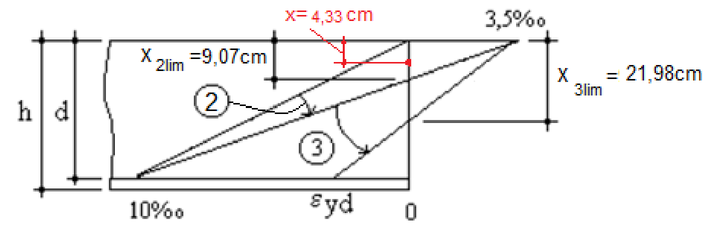
$$0{,}8 \cdot x \le h_f \Rightarrow 3{,}46cm < 7cm$$

$x < h_f$, portanto a L.N. corta a mesa da seção transversal (seção T, 1º caso). Assim continuamos o dimensionamento como seção retangular.

EXEMPLO 1

2) Limites do domínio 3

$$x_{2\lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \Rightarrow x_{2\lim} = 9{,}07cm$$
$$CA50 \Rightarrow x_{3\lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \Rightarrow x_{3\lim} = 21{,}98cm$$



2.1) Verificação do domínio de deformação
x < x_{2lim}, portanto estamos no domínio 2.
O dimensionamento dentro do domínio 2 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso).

2.2) Verificação da dutilidade
Como trata-se do domínio 2, a condição de dutilidade (x≤0,45.d) está atendida.

Como a verificação do domínio e a dutilidade estão atendidas, utilizaremos x = 4,33 cm.

EXEMPLO 1

3) Dimensionamento à tração

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$\gamma_f \cdot M_k = A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x) \Rightarrow 1{,}4 \cdot 6000 = A_s \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 0{,}4 \cdot 4{,}33)$$

$$A_s = 5{,}81 cm^2$$

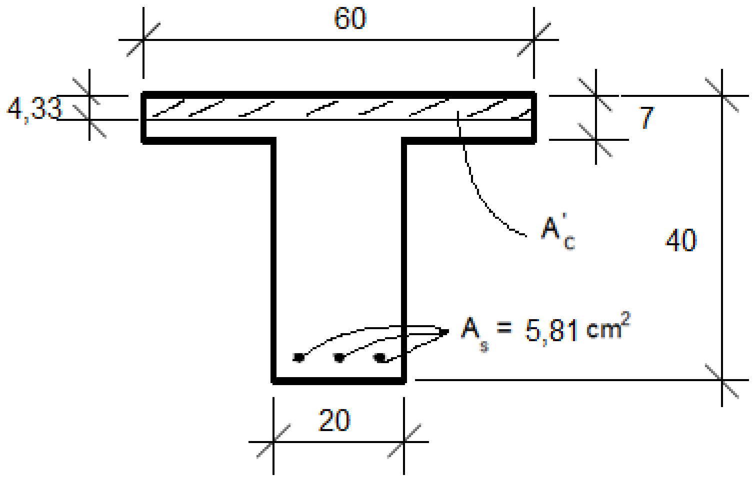
4) Deformação dos materiais

$$Domínio 2 \Rightarrow \varepsilon_s = 10 ‰$$

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow \frac{4{,}33}{35} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 10}$$

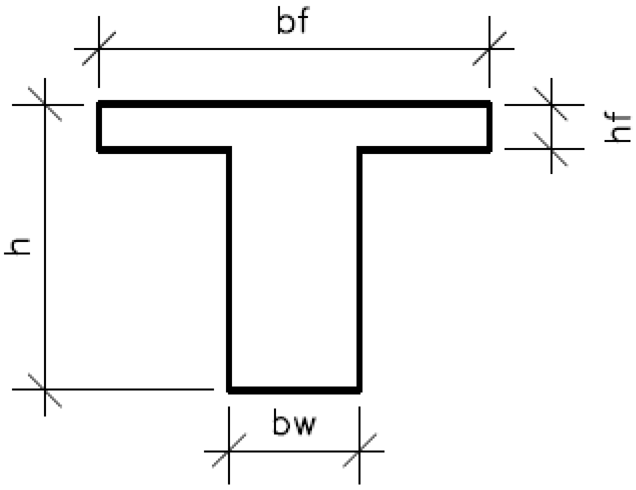
$$\varepsilon_c = 1{,}41 ‰$$

5) Croqui da seção transversal



EXEMPLO 2

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



b_f = 60 cm
b_w= 20 cm
h_f = 7 cm
h = 40 cm
M_k = 120 kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C20
h-d = 5 cm

Adotar:
γ_f =1,4
γ_c =1,4
γ_s=1,15

EXEMPLO 2

1) Dimensionamento à compressão

Como se trata de seção T, faremos inicialmente como seção retangular, com b_w=b_f

$$M_d = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$1{,}4 \cdot 12000 = 0{,}68 \cdot 60 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 288{,}24 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-288{,}24)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$x_1 = 9{,}20cm$$

$$x_2 = 78{,}30cm$$

Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado.
Assim, x = 9,20 cm.

$$x \le h_f \Rightarrow 9{,}20cm > 7cm$$

$$0{,}8 \cdot x \le h_f \Rightarrow 7{,}36cm > 7cm$$

x>h_f, portanto a L.N. corta a alma da seção transversal (seção T, 2º caso). Este valor de x deve ser desprezado, pois não é real. Deve-se encontrar novo valor para x com as expressões para seção T, 2º caso.

EXEMPLO 2

2) Dimensionamento à compressão como seção T – 2º caso

$$M_{1d} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0,5 \cdot h_f)$$

$$M_{1d} = 0,85 \cdot \frac{2}{1,4} \cdot (60 - 20) \cdot 7 \cdot (35 - 0,5 \cdot 7)$$

$$M_{1d} = 10710 kN.cm$$

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \Rightarrow M_{2d} = 1,4 \cdot 12000 - 10710$$

$$M_{2d} = 6090 kN.cm$$

$$M_{2d} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x)$$

$$6090 = 0,68 \cdot \frac{2}{1,4} \cdot 20 \cdot x \cdot (35 - 0,4 \cdot x)$$

$$-0,4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 313,46 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0,4) \cdot (-313,46)}}{2 \cdot (-0,4)}$$

$$x_1 = 10,13 cm$$

$$x_2 = 77,38 cm$$

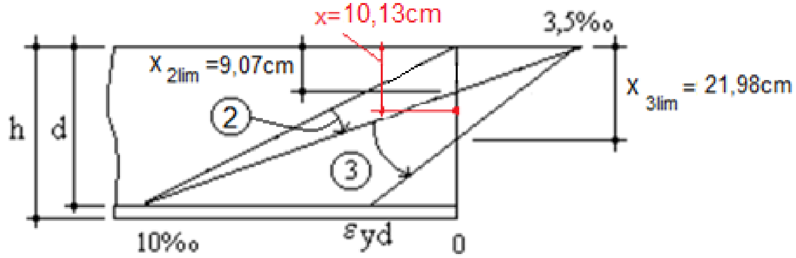
Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado.
Assim, x = 10,13 cm.

EXEMPLO 2

3) Limites do domínio 3

$$x_{2\lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \Rightarrow x_{2\lim} = 9{,}07cm$$

$$CA50 \Rightarrow x_{3\lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \Rightarrow x_{3\lim} = 21{,}98cm$$



3.1) Verificação do domínio de deformação

$x_{2lim} < x < x_{3lim}$, portanto estamos no domínio 3.

O dimensionamento dentro do domínio 3 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso). Porém é necessário a verificação da dutilidade.

3.2) Verificação da dutilidade

$$x \leq 0{,}45 \cdot d \Rightarrow x \leq 0{,}45 \cdot 35 \Rightarrow x \leq 15{,}75cm$$

Como a verificação do domínio e a dutilidade estão atendidas, o dimensionamento será feito no domínio 3 com armadura simples, utilizando x = 10,13 cm.

EXEMPLO 2

4) Dimensionamento à tração

$$M_{1d} = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)$$

$$10710 = A_{s1} \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 0{,}5 \cdot 7)$$

$$A_{s1} = 7{,}82 cm^2$$

$$M_{2d} = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$60900 = A_{s2} \cdot \frac{50}{1{,}15} \cdot (35 - 0{,}4 \cdot 10{,}13)$$

$$A_{s2} = 4{,}53 cm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 12{,}35 cm^2$$

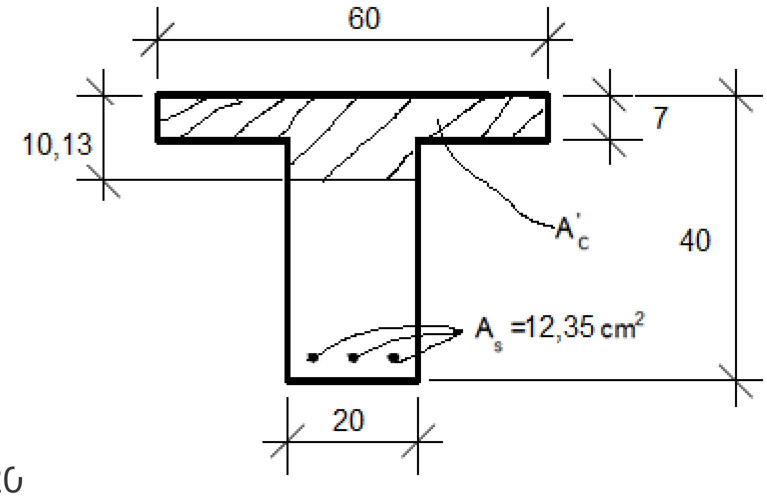
5) Deformação dos materiais

$$Domínio 3 \Rightarrow \varepsilon_c = 3{,}5 ‰$$

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow \frac{10{,}13}{35} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon_s}$$

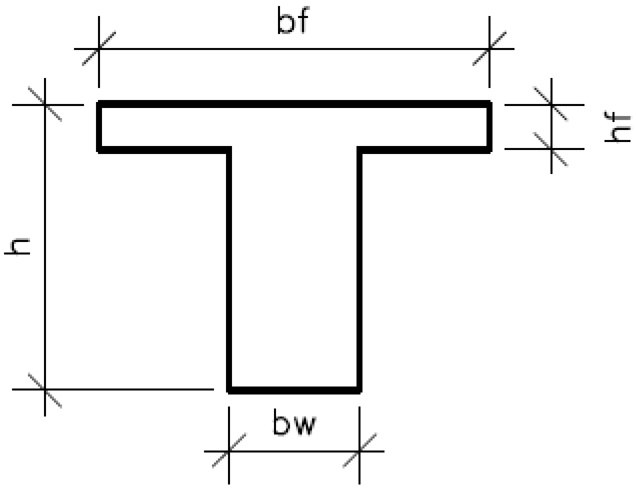
$$\varepsilon_s = 8{,}59 ‰$$

6) Croqui da seção transversal



EXEMPLO 3

Dada a seção transversal abaixo, dimensioná-la à flexão sabendo-se:



$b_f = 60$ cm
$b_w = 20$ cm
$h_f = 7$ cm
$h = 40$ cm
$M_k = 140$ kN.m
Aço: CA-50
Concreto: C20
h-d = 5 cm

Adotar:
$\gamma_f = 1{,}4$
$\gamma_c = 1{,}4$
$\gamma_s = 1{,}15$

EXEMPLO 3

<u>1) Dimensionamento à compressão</u>

Como se trata de seção T, faremos inicialmente como seção retangular, com $b_w = b_f$.

$$M_d = 0{,}68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$1{,}4 \cdot 14000 = 0{,}68 \cdot 60 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 336{,}27 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-336{,}27)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$x_1 = 10{,}99cm$$

$$x_2 = 76{,}51cm$$

Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado. Assim, x = 10,99 cm.

$$x \le h_f \Rightarrow 10{,}99cm > 7cm$$

$$0{,}8 \cdot x \le h_f \Rightarrow 8{,}79cm > 7cm$$

$x > h_f$, portanto a L.N. corta a alma da seção transversal (seção T, 2º caso). Este valor de x deve ser desprezado, pois não é real. Deve-se encontrar novo valor para x com as expressões para seção T, 2º caso.

EXEMPLO 3

2) Dimensionamento à compressão como seção T – 2º caso

$$M_{1d} = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5 \cdot h_f)$$

$$M_{1d} = 0{,}85 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot (60 - 20) \cdot 7 \cdot (35 - 0{,}5 \cdot 7)$$

$$M_{1d} = 10710 kN.cm$$

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \Rightarrow M_{2d} = 1{,}4 \cdot 14000 - 10710$$

$$M_{2d} = 8890 kN.cm$$

$$M_{2d} = 0{,}68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0{,}4 \cdot x)$$

$$8890 = 0{,}68 \cdot \frac{2}{1{,}4} \cdot 20 \cdot x \cdot (35 - 0{,}4 \cdot x)$$

$$-0{,}4 \cdot x^2 + 35 \cdot x - 457{,}57 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot (-457{,}57)}}{2 \cdot (-0{,}4)}$$

$$x_1 = 16{,}00 cm$$

$$x_2 = 71{,}50 cm$$

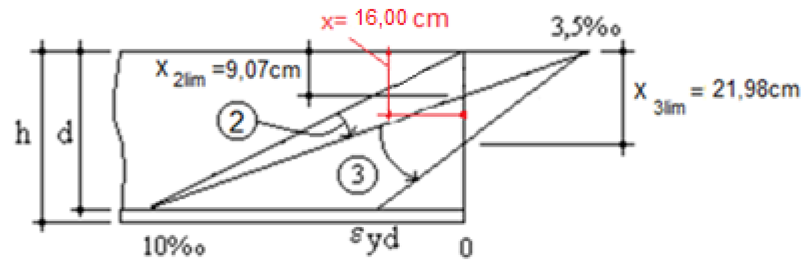
Como se trata de flexão simples, x < d, portanto x_2 será desprezado. Assim, x = 16,00 cm.

EXEMPLO 3

3) Limites do domínio 3

$$x_{2\lim} = 0{,}259 \cdot d = 0{,}259 \cdot 35 \Rightarrow x_{2\lim} = 9{,}07cm$$

$$CA50 \Rightarrow x_{3\lim} = 0{,}628 \cdot d = 0{,}628 \cdot 35 \Rightarrow x_{3\lim} = 21{,}98cm$$



3.1) Verificação do domínio de deformação

$x_{2lim} < x < x_{3lim}$, portanto estamos no domínio 3.

O dimensionamento dentro do domínio 3 com armadura simples é possível uma vez que está respeitado o princípio da segurança (caso ocorra alguma situação adversa a ruptura será dúctil, ou seja, com aviso). Porém é necessário a verificação da dutilidade.

3.2) Verificação da dutilidade

$$x \leq 0{,}45 \cdot d \Rightarrow x \leq 0{,}45 \cdot 35 \Rightarrow x \leq 15{,}75cm$$

Como a verificação da dutilidade não foi atendida, o dimensionamento pode ser feito no domínio 3 com armadura de compressão, utilizando x = 15,75 cm.

Porém, para seção T neste caso, recomenda-se alterar a seção transversal.