至此, 明所欲证. 而对于式 *(4.3.2.15)* 的证明, 只需将上面相应的符号和运算稍加修改即可, 例如将 S, S' 换成 P, P', 将式 *(4.3.2.16b)* 中的 $+$ 换成 $\times$, 即可给出相应的证明. $\square$

至此, 我们证明了双射

$$\Gamma_c : \begin{array}{ccc} \mathcal{W}(\kappa) & \to & \mathfrak{R} \\ x = (x_n)_{n\geq 0} & \to & \sum\limits_{n=0}^{\infty} \tau_e \left({x_n}^{p^{-n}} \right) \boldsymbol{p}^n \end{array}$$

是一个环态射, 即 $\mathcal{W}(\kappa)$ 与 $\mathfrak{R}$ 之间关于 Γ_c 形成环同构, 这也就导出了我们 § 4 节最终要探索的东西.

定理 4.3.2.6 设 $\mathfrak{R}$ 是一个严格 p-环, $\kappa := \mathfrak{R}/\boldsymbol{p}\mathfrak{R}$ 是其剩余类环, 则在环同构意义下成立

$$\mathcal{W}(\kappa) = \mathfrak{R}.$$

推论 4.3.2.7 $\mathcal{W}(\mathbb{F}_p) = \mathbb{Z}_p$.

证明 例子*3.2.13*说明了 $\mathbb{Z}_p$ 是一个严格 p-环; 命题*3.2.1*说明了剩余类环 $\mathbb{Z}_p/p\mathbb{Z}_p$ 可以视为 $\mathbb{F}_p$. 因此显然有

$$\mathcal{W}(\mathbb{F}_p) \xrightarrow{\Gamma_c} \mathbb{Z}_p.$$

明所欲证. $\square$