动态规划算法实验报告

吴孟周　2100013053

一、实验要求

（1）阅读《基于动态规划的路径规划-实验指导书》，尝试运行并理解动态规划算法在冰湖路径规划问题上的示例代码。
（2）在示例代码的基础上进行修改，至少实现一种异步动态规划算法，并与原算法比较策略收敛所需的迭代次数。

二、代码修改思路

在 value_iteration 的基础上，加入优先级的考虑，做优先级动态规划，实现了 value_iteration_priority。在优先级动态规划中，我们使用贝尔曼误差来评估状态的优先级，贝尔曼误差越大的越先更新，以加快收敛速度。

修改代码遇到的挑战有两个，一是如何快速找到最需要更新的状态，二是在更新状态 s 之后，s 和 s 的前驱状态的贝尔曼误差会发生改变，如何快速做出这个改变。

一般的解决方法是使用优先队列，这样就可以在 O(logn)的时间代价和 O(n)的空间代价内进行修改和弹出最大值的操作。但同时也有一个问题，在状态 s 进行修改之后需要修改 s 所有前驱的贝尔曼误差，重新在优先队列中更新，这在状态转移图较稠密时的时间代价是巨大的。

本次实验的规模很小，且主要任务在于实现一个异步动态规划算法并进行分析，而不是追求极致的性能。因此我在本次实验中通过数组简单的模拟了优先队列的行为，用一个数组表示每个状态的贝尔曼误差。之后不断迭代，每次取出数组的 argmax 状态并更新，直到数组的最大值小于设定的阈值 theta。

```python
while True:
    num_iterations += 1
    max_error = np.max(bellman_errors)
    if max_error < theta:
        break
    s = np.argmax(bellman_errors)
    q_values = one_step_lookahead(s, V)
    V[s] = np.max(q_values)
    update_bellman_errors(V)
```

```python
def update_bellman_errors(V):
    for s in range(nS):
        q_values = one_step_lookahead(s, V)
        new_val = np.max(q_values)
        bellman_errors[s] = abs(V[s] - new_val)
```

三、实验结果和分析

对于 value_iteration_priority 算法，我们使用迭代的状态数作为迭代次数。

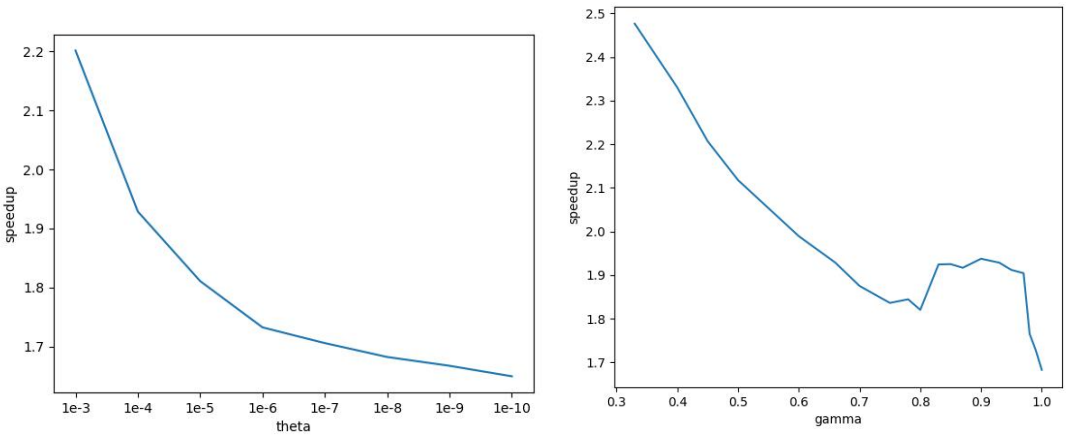
对于 value_iteration 算法，我们使用迭代轮数*16（这是本次实验的状态数）作为迭代次数。

记 speedup 表示加速比，即 value_iteration 迭代次数除以 value_iteration_priority 迭代

次数。

在正常的参数下，speedup 约为 2。这说明了使用优先级做 value_iteration 有一定的提升。但因为本次实验的模型是完全已知的，所以状态转移的效率是很高的，与其花费时间在维护优先队列上（造成了远大于 2 倍的时间浪费），不如增加迭代的次数，这导致了在运行时间指标上使用优先级一定是负优化。

下面是分别调整两个参数 theta 和 gamma 的实验结果。



在调整参数 theta 时，我们将 gamma 固定为 1。注意到随着 theta 降低（即要求收敛得更彻底），speedup 下降。这是符合直观的，使用优先级的 value_iteration 更适合处理具有特殊性质的问题，而不是一般性的问题。当 theta 降低时，更需要的是长期的迭代，实验场景变得更加一般化。

在调整参数 gamma 时，我们将 theta 固定为 1e-8。注意到随着 gamma 升高，speedup 首先下降，但在 0.9 附近短暂爬升，在接近 1 时再次下降。

- 整体的下降趋势是容易解释的，在 gamma 更大时，agent 更关注长期的收益，因此问题是更加一般化的。在 gamma 较小时，agent 基本只需关注几步内的收益，因此问题具有一些特殊的性质，适合使用优先级优先关注特殊的状态。
- 对于 0.9 附近出现的爬升，一个可能的解释是：考虑本次实验场景，在 gamma 很大时 agent 一定倾向于选择尽可能安全的策略以到达终点，这导致了问题较为一般性。在 gamma 取 0.9 附近时，agent 除了最安全的策略，还有一种策略是冒险采取最短路，这样可以更快的到达终点以获得更多的奖励。这两种不同的策略导致环境出现了更多的特殊性质，而优先级动态规划可以更多的关注到这些特殊性质所对应的状态，因此 speedup 出现了一段提升。