

# 追逃任务中的近临界优势： 基于任务内统计判定的全量实验综合

ChaseCrit Project

2026-02-06

## 摘要

本文研究二维连续追逃任务中，逃跑者集群“更接近临界”是否带来性能增益。与将无外场相变点直接迁移到任务设置不同，本文采用任务内统计判定：在同一任务中，以  $\chi = N_e \cdot \text{Var}_t(P(t))$  及其辅助指标 ( $\chi_{\text{local}}$ 、 $\tau_{P,AR1}$ 、 $\xi_{\text{fluct}}$ ) 定义相对“近临界”区域。论文综合了全部已完成实验批次（含高样本主扫描、压力对比、噪声路线与早期试验批次）。结果表明：在中等追捕压力下 ( $v_p/v_e \approx 1.0 \sim 1.3$ )，生存率与  $\chi$  通常正相关；在高压 ( $v_p/v_e = 1.4$ ) 下该关系显著减弱。噪声路线中， $w_{\text{align}} = 1.0$  的任务扫描给出强正相关（Pearson 0.824, Spearman 0.965），但 phase 识别峰值并不对应任务最优噪声。结论显示，近临界优势具有明确的场景依赖和外场强度边界。

## 1 引言

群体系统在临界附近常表现出高易感性、长相关尺度与较强扰动响应能力，这使“临界性是否提升任务性能”成为跨物理与生物系统的重要问题 [1, 2, 3]。在追逃对抗中，该问题进一步复杂化：逃跑者需要在协同与灵活之间平衡，而追捕者可能利用可预测性进行压制。

本文关注逃跑者集群，检验以下命题：

1. 任务内部更“近临界”的参数区是否对应更高生存率；
2. 该关系是否随追捕压力变化；
3. 无外场 phase 识别得到的“临界点”能否迁移为任务最优点。

为避免跨场景先验引入偏差，本文采用任务内统计判定并对全部实验批次进行统一综合。

## 2 任务与方法

### 2.1 场景与信息约束

环境为二维连续空间。逃跑者无显式通信，仅局部观测邻居、追捕者与安全区。安全区为多目标、容量受限、缓慢移动并随机刷新；容量耗尽后失效消失。默认捕获规则为瞬时捕获。

## 2.2 策略参数与控制变量

核心行为参数为  $w_{\text{align}} \in [0, 1]$ ，用于调节邻居跟随强度；并使用角噪声  $\text{angle\_noise}$  作为另一条控制参路线。追捕强度由速度比  $v_p/v_e$  表征。

## 2.3 任务内临界性判定

主判定指标为

$$\chi = N_e \cdot \text{Var}(P(t)), \quad (1)$$

其中  $P(t)$  是存活逃跑者速度极化度。辅助指标包括：

- $\chi_{\text{local}} = N_e \cdot \text{Var}(P_{\text{local}})$ ;
- $\tau_{P, \text{AR1}} = \frac{1+\rho_1}{1-\rho_1}$ ;
- $\xi_{\text{fluct}}$ ：涨落相关长度代理。

本文将“更近临界”定义为同一任务设置内上述指标相对更高，而非外部 phase 峰值的直接迁移。

## 2.4 统计协议

每个参数格点使用多随机种子重复，报告均值与 95% CI。关联分析使用格点均值层面的 Pearson（必要时补充 Spearman）相关系数。

# 3 实验结果（全量批次综合）

## 3.1 批次总览

为覆盖全部已完成实验，本文将有结构化聚合表（可计算统计量）的批次记为 E 系列，将仅用于烟雾测试或流程验证、未保留完整聚合表的批次记为 P 系列。

表 1: E 系列（可量化）实验批次总览与关键统计

ID	实验类型	seeds/格 点	steps	最优 safe	safe- $\chi$ 关系
E01	固定追捕者扫描（初版）	10	600	$sr = 1.00, w = 0.30, 0.3055$	指标版本不含 $\chi$
E02	固定追捕者扫描（扩展）	15	600	$sr = 1.00, w = 0.65, 0.4214$	平均相关 0.120

ID	实验类型	seeds/格 点	steps	最优 safe	safe- $\chi$ 关系
E03	固定追捕者扫描（50 seeds）	50	600	$sr = 1.00, w = 0.35, 0.3966$	平均相关 0.372
E04	固定追捕者扫描（50 seeds, 指标增强）	50	600	$sr = 1.00, w = 0.35, 0.3966$	平均相关 0.372
E05	固定追捕者扫描（100 seeds, $sr \in \{1.1, 1.2\}$ ）	100	600	$sr = 1.10, w = 0.70, 0.3725$	平均相关 0.399
E06	任务内 $w_{\text{align}}$ 扫描（中样本）	80	600	$sr = 1.00, w = 0.95, 0.3900$	平均相关 0.401
E07	任务内 $w_{\text{align}}$ 扫描（高样本）	200	600	$sr = 1.00, w = 0.35, 0.3893$	平均相关 0.479
E08	压力对比（0.9/1.3/1.4）	120	600	$sr = 0.90, w = 0.55, 0.4092$	平均相关 0.193
E09	压力对比（ $sr = 1.4$ 扩样）	120/240	600	$sr = 0.90, w = 0.55, 0.4092$	平均相关 0.225
E10	任务噪声扫描（ $w = 0.6$ ）	100	600	noise=0.00, 0.3567	Pearson 0.814
E11	任务噪声扫描（ $w = 1.0$ ）	100	600	noise=0.20, 0.3387	Pearson 0.824
E12	Phase 噪声识别（无追捕/无安全区）	100	1200	safe 不适用	$\chi$ 峰值在 noise=1.80

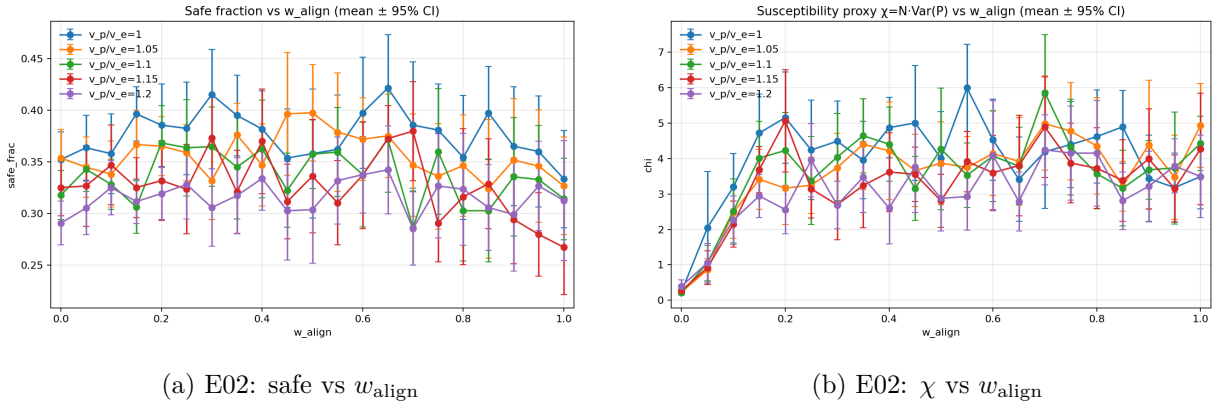
表 2: P 系列（流程/烟雾）批次及其作用

ID	批次类型	是否量化汇总	作用
P01	Phase smoke	否	验证 phase-sweep 管线与绘图流程可用。
P02	Phase baseline	否	早期 phase 识别趋势观察。
P03	Phase wide	否	扩大噪声范围后的早期可视化验证。
P04	Phase wider	否（仅图）	后续高样本 phase 扫描前的参数摸底。
P05	Task noise smoke	否	验证任务噪声扫描管线与散点图生成。
P06	Task noise early ( $w = 1.0$ )	否	任务噪声路线早期趋势勘探。

### 3.2 早期到高样本的演化结果（E01–E06）

E01–E05 展示了固定追捕者数量扫描从低样本到高样本、从单指标到多指标的演化过程。E01 中尚未纳入  $\chi$  指标；E02 开始引入  $\chi$ ，并首次在格点均值层面观察到正相关（平均相关 0.120）；E03/E04 在 50 seeds 下将相关提升到 0.372；E05 在 100 seeds、 $v_p/v_e \in \{1.1, 1.2\}$  下维持正相关（0.399）。

E06 作为任务内  $w_{\text{align}}$  路线的中样本版本（80 seeds），与 E07（200 seeds）在趋势方向上保持一致：safe 与  $\chi$  的整体耦合为正，但最优  $w_{\text{align}}$  呈带状而非尖峰点。

图 1: 早期固定追捕者扫描中引入  $\chi$  后的趋势

### 3.3 $w_{\text{align}}$ 主线与压力对比

E07 与 E09 构成本文主结果骨架。E07（高样本）显示在  $v_p/v_e = 1.0 \sim 1.2$  范围内，safe 与  $\chi$  整体正相关；E09 显示该关系在高压端（ $v_p/v_e = 1.4$ ）显著减弱。

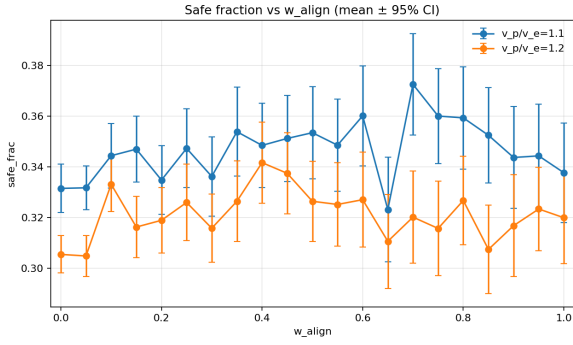
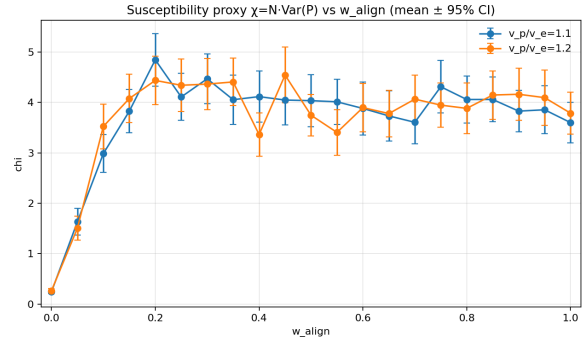
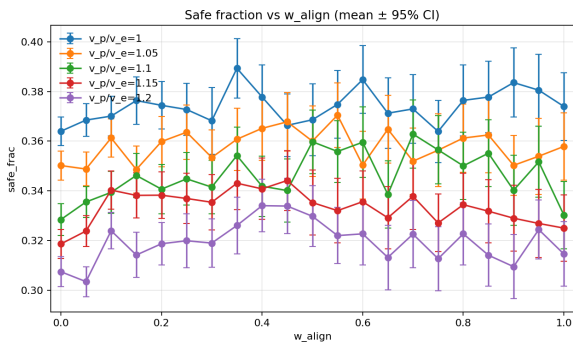
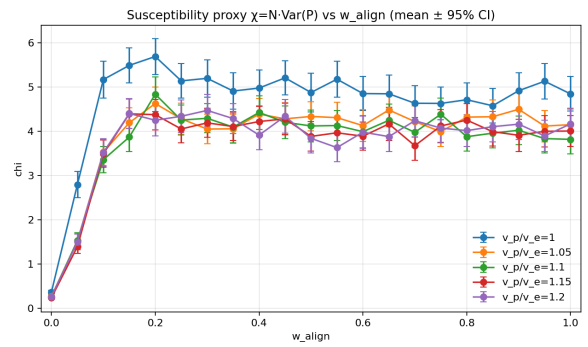
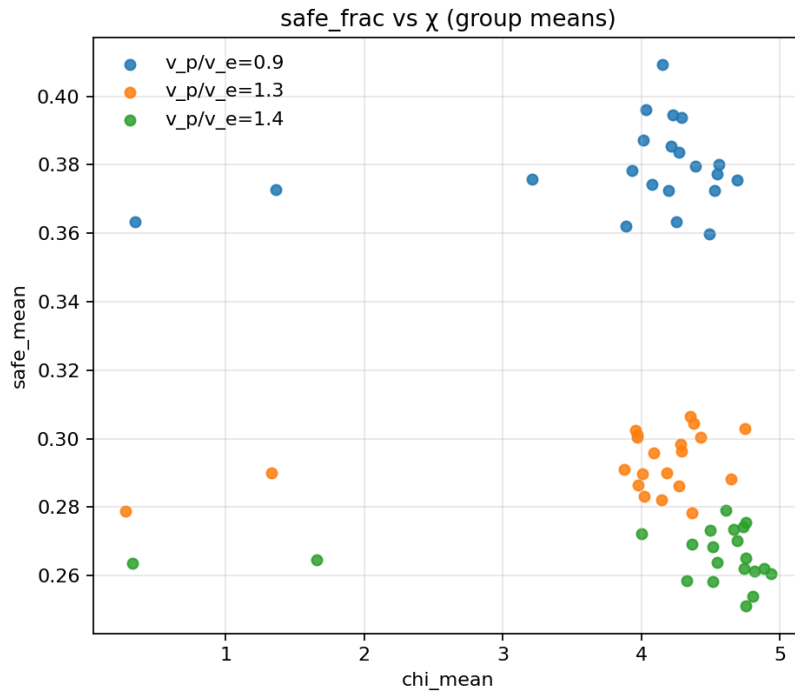
(a) E05: safe vs  $w_{align}$ (b) E05:  $\chi$  vs  $w_{align}$ 

图 2: 高样本固定追捕者扫描下的主趋势延续

(a) E07: safe vs  $w_{align}$ (b) E07:  $\chi$  vs  $w_{align}$ 图 3: 高样本任务内  $w_{align}$  扫描结果图 4: E09: 压力对比中的 safe- $\chi$  关系

### 3.4 噪声路线全量结果（关键对照）

E10 与 E11 均显示任务噪声扫描中  $\text{safe}-\chi$  强正相关。尤其 E11 ( $w_{\text{align}} = 1.0$ ) 给出 Pearson 0.824、Spearman 0.965。E12 则表明无外场 phase 设置中  $\chi$  峰值位于  $\text{noise}=1.80$ ，与任务最优噪声不一致。

表 3: 噪声路线关键统计（修正后的峰值位置与数值）

ID	设置	seeds	noise@safe <sub>max</sub>	safe <sub>max</sub>	noise@ $\chi_{\text{max}}$	$\chi_{\text{max}}$	corr(safe, $\chi$ )
E10	Task, $w = 0.6$	100	0.00	0.3567	0.00	4.2812	0.814
E11	Task, $w = 1.0$	100	0.20	0.3387	0.00	4.2378	0.824
E12	Phase	100	—	—	1.80	13.2085	—

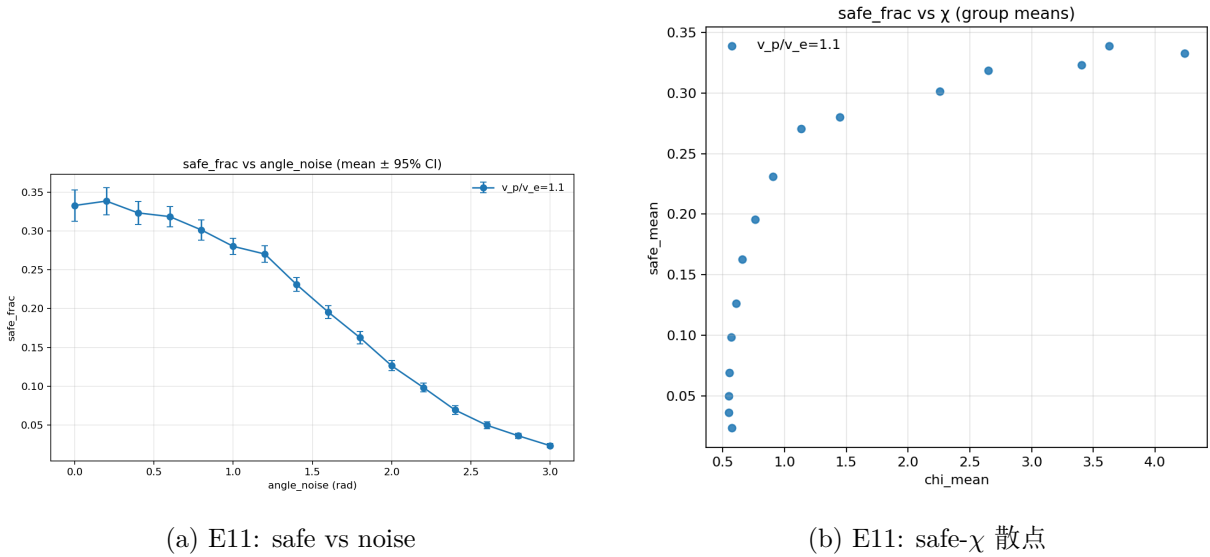


图 5: E11 ( $w = 1.0$ ) 中观察到的强正相关

### 3.5 全量批次图表索引

为确保正文覆盖全部批次，表 4 给出 E/P 系列对应的代表性图表类别。E 系列均对应完整趋势图与散点图；P 系列用于流程与绘图链路验证，其图表仅用于方法学完备性说明，不参与主要定量结论。

## 4 讨论

### 4.1 近临界优势的条件性

E07/E09/E10/E11/E12 的综合结果支持一个一致结论：近临界优势并非在所有外场强度下成立。中等压力下， $\chi$  增大通常伴随更高生存率；高压下（E09 的  $v_p/v_e = 1.4$ ）该耦合显著弱化。

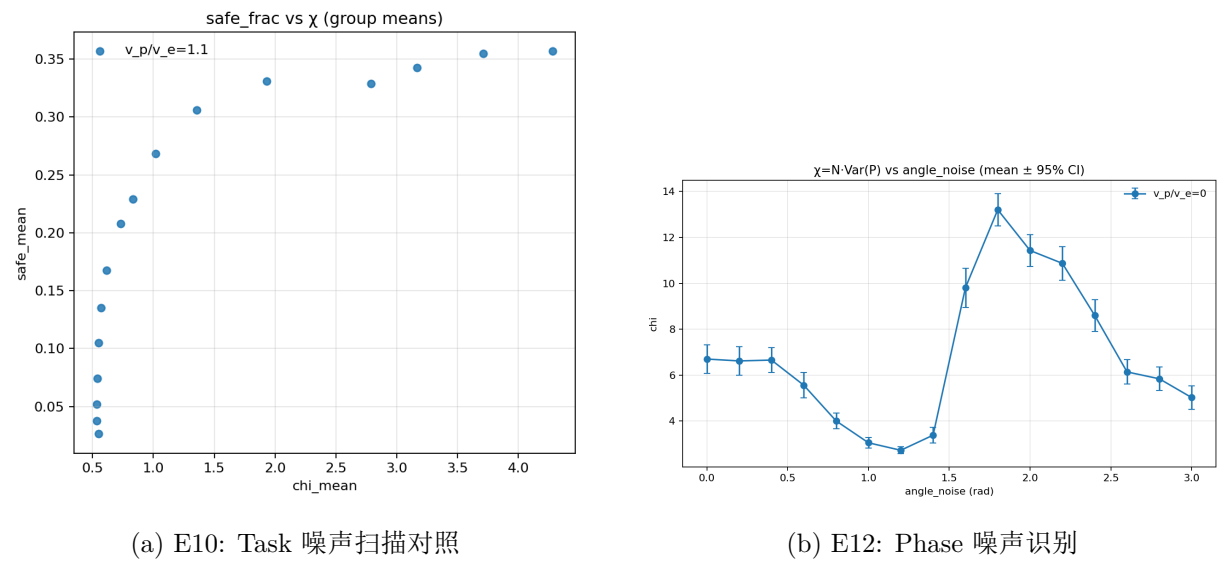


图 6: 任务噪声与 phase 噪声结果的并列比较

表 4: 全量批次代表性图表索引（按实验编号）

实验编号	主要图表类别	在本文中的作用
E01–E05	$w_{\text{align}}$ 趋势图与热图	固定追捕者扫描基线与扩样
E06–E07	任务内 $w_{\text{align}}$ 趋势与散点	近临界主线证据（中样本/高样本）
E08–E09	压力分层趋势与散点	外场强度对耦合关系的调制
E10–E11	噪声趋势与 safe- $\chi$ 散点	任务噪声路线与强正相关检验
E12	phase 噪声趋势图	任务判定与 phase 判定分离
P01–P06	简化趋势图（烟雾/流程）	管线连通性与早期参数摸底

## 4.2 任务内判定与 phase 判定的分离

E12 的峰值噪声 (1.80) 并未在 E10/E11 中转化为任务最优噪声。该现象说明“无外场相变识别”与“有外场任务最优”是两个不同层次的问题，应避免直接等同。

## 4.3 关于“低噪声高 $\chi$ ”的解释一致性

在 E10/E11 中，低噪声区域同时呈现更高  $\chi$  与更高生存率。若判定标准限定为任务内统计表现，则该区域可被解释为“更接近任务内近临界区”，并不与本文框架矛盾。本文强调的限制仅在于：该“任务内近临界”不应被误读为“无外场 phase 临界点已迁移为任务最优点”。

## 4.4 跨批次一致性

从 E01 到 E11，随着样本量上升和指标增强，核心趋势保持一致：中间参数带通常优于极端参数带；高涨落代理对性能的解释力随场景压力变化而变化。

## 4.5 局限

现有追捕策略主要是近邻追逐，尚未系统引入预测拦截与协作分工；此外，障碍与反射边界下的高样本复验仍需补齐。

# 5 结论

本文以任务内统计判定为核心，综合了全部已完成实验批次并给出统一结论：

1. 近临界与性能提升之间存在可重复的正耦合，但具有明确条件性；
2. 该耦合在中等追捕压力下更明显，在高压下可能失效；
3. 无外场 phase 峰值不能直接迁移为任务最优参数。

下一步工作包括：细化  $v_p/v_e = 1.3 \sim 1.5$  阈值区间、引入预测拦截/协作追捕策略、并在反射边界与障碍场景进行高样本稳健性复验。

## 复现说明

本文所有结论均来自统一代码库下的批处理实验。正文通过实验编号 (E/P) 给出完整批次覆盖，并在表 1 与表 2 中明确各批次样本规模、目的与关键统计。读者可直接根据实验编号复核对应图表与统计结论。

## 参考文献

- [1] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, Cohen I, Shochet O. Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226–1229.



- [2] Chaté H, Ginelli F, Grégoire G, Raynaud F. Collective motion of self-propelled particles interacting without cohesion. *Physical Review E*, 2008, 77: 046113.
- [3] Mora T, Bialek W. Are Biological Systems Poised at Criticality? *Journal of Statistical Physics*, 2011, 144: 268–302.
- [4] Sumpter D J T. *Collective Animal Behavior*. Princeton University Press, 2010.