

# 近临界集群在追逃任务中的表现边界： 基于任务内统计判定的大规模扫描研究

ChaseCrit Project

2026-02-06

## 摘要

本文研究二维连续追逃场景中，逃跑者集群“更接近临界”是否能带来任务性能收益。与将无外场相变点直接迁移到任务场景不同，本文采用任务内统计判定：在同一任务设置内，以极化涨落易感性代理  $\chi = N_e \cdot \text{Var}_t(P(t))$ （并辅以  $\chi_{\text{local}}$ 、 $\tau_{P,\text{AR1}}$ 、 $\xi_{\text{fluct}}$ ）比较“相对更临界”的参数区。实验基于容量受限、缓慢移动、多安全区机制，覆盖  $w_{\text{align}}$  主线扫描、追捕压力对比、噪声路线对照（含 phase 识别与任务噪声扫描）。结果显示：在中等压力区间 ( $v_p/v_e \approx 1.0 \sim 1.3$ ) 内，生存率与  $\chi$  呈稳定正相关；在高压力 ( $v_p/v_e = 1.4$ ) 下该关系显著减弱甚至失效。噪声路线中，任务设置  $w_{\text{align}} = 1.0$  的  $\text{corr}(\text{safe}, \chi)$  达到 0.824 (Spearman 0.965)，但 phase 峰值噪声并不对应任务最优。结论表明近临界优势是受外场与任务机制共同调制的条件性现象。

## 1 引言

群体系统在相变附近常表现出高易感性与长程相关，理论上可能改善集体决策与扰动响应。追逃任务中，逃跑者既要保持协同，也要避免被追捕者利用可预测性。由此出现核心问题：临界性是否在对抗任务中稳定提升逃跑表现，还是仅在部分外场强度下有效。

本工作聚焦逃跑者集群，采用不可显式通信、仅局部可观测的设置，重点验证：

1. 任务内部更“临界”的参数区是否对应更高生存率；
2. 该关系是否随追捕压力变化而改变；
3. 无外场相变识别结论是否可直接迁移到任务最优。

## 2 任务与方法

### 2.1 场景机制

采用二维连续空间，逃跑者不可显式通信，仅通过局部观测邻居与追捕者运动。安全区为多目标、容量受限、缓慢移动 (G0) 并随机刷新；当容量耗尽时立即失效并从逻辑上消失。默认捕获规则为瞬时捕获。

## 2.2 策略参数

核心扫描参数为  $w_{\text{align}} \in [0, 1]$ , 用于控制“跟随邻居行为”的强度。 $w_{\text{align}}$  小表示更强从众,  $w_{\text{align}}$  大表示更自主。

## 2.3 任务内临界性判定

本文不将“无外场 phase sweep 的峰值点”直接作为任务临界先验, 而在同一任务设置内以统计量相对大小定义“更接近临界”。

主指标:

$$\chi = N_e \cdot \text{Var}_t(P(t)), \quad (1)$$

其中  $P(t)$  为存活逃跑者速度极化度。

辅指标包括:

- $\chi_{\text{local}} = N_e \cdot \text{Var}(P_{\text{local}});$
- $\tau_{P,\text{AR1}} = \frac{1+\rho_1}{1-\rho_1};$
- $\xi_{\text{fluct}}$ : 速度涨落空间相关长度代理。

## 2.4 实验与统计

主要结果来自以下三组:

- 主扫描:  $v_p/v_e \in \{1.0, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2\}$ ,  $w_{\text{align}} = 0, 0.05, \dots, 1.0$ , 每格点 seeds=200;
- 压力对比:  $v_p/v_e \in \{0.9, 1.3, 1.4\}$ , 其中 1.4 扩展至 seeds=240。
- 噪声路线: phase 识别 (seeds=100, steps=1200) 与任务噪声扫描 ( $w_{\text{align}} \in \{0.6, 1.0\}$ ,  $v_p/v_e = 1.1$ , seeds=100)。

统计采用格点均值与 95% CI, 并报告跨  $w_{\text{align}}$  的 Pearson 相关系数  $\text{corr}(\text{safe}, \chi)$  等。

## 3 实验结果

### 3.1 主扫描结果 (seeds=200)

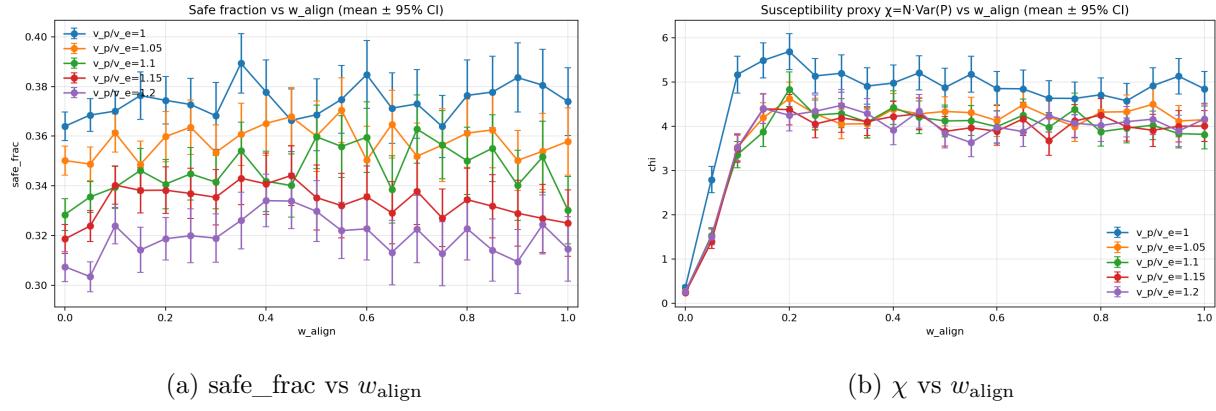
图 1 显示在  $v_p/v_e = 1.0 \sim 1.2$  范围,  $w_{\text{align}}$  对生存率与  $\chi$  具有共同结构: 二者并非单调, 且在中间区间出现较优表现带。

### 3.2 压力对比与关系边界

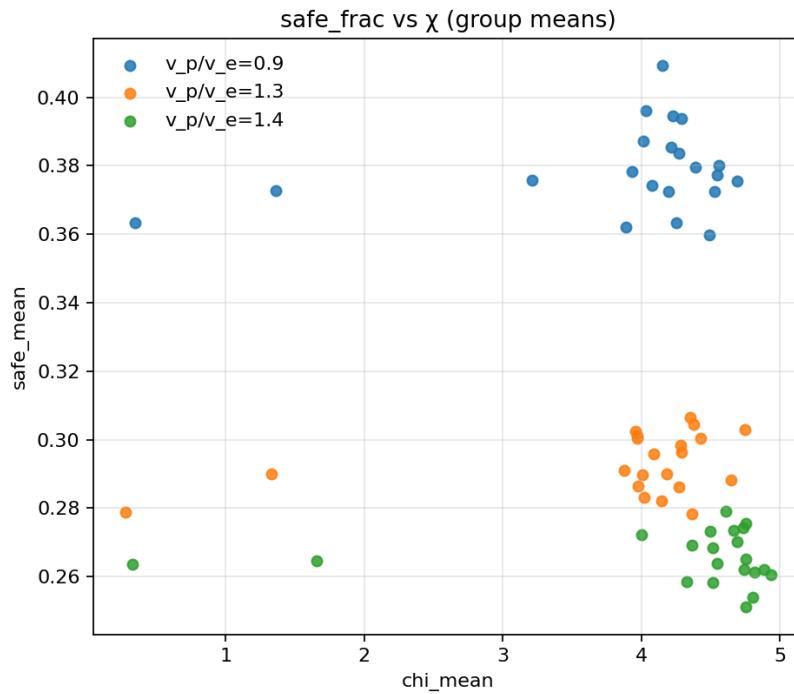
表 1 总结不同追捕压力下的关键统计。可见:

- 中等压力区 ( $1.0 \sim 1.3$ ) 多呈  $\text{corr}(\text{safe}, \chi) > 0$ ;
- 高压力  $v_p/v_e = 1.4$  时,  $\text{corr}(\text{safe}, \chi) \approx 0$ , 且  $\text{corr}(\text{safe}, \xi_{\text{fluct}}) < 0$ 。

图 2 给出压力对比实验中的 safe- $\chi$  散点, 可见在高压力下耦合关系明显弱化。

图 1: 主扫描 ( $v_p/v_e = 1.0 \sim 1.2$ , seeds=200)表 1: 任务内临界性与性能关系 (按  $w_{align}$  格点均值)

$v_p/v_e$	seeds	corr(safe, $\chi$ )	corr(safe, $\tau$ )	corr(safe, $\xi$ )	$ w_{safe} - w_\chi $
0.90	120	0.272	0.272	0.236	0.05
1.00	200	0.376	0.383	0.374	0.15
1.05	200	0.441	0.369	0.371	0.35
1.10	200	0.467	0.447	0.525	0.50
1.15	200	0.621	0.585	0.414	0.30
1.20	200	0.492	0.379	0.523	0.10
1.30	120	0.378	0.408	0.320	0.45
1.40	240	0.024	0.126	-0.322	0.60

图 2: 压力对比实验中的 safe 与  $\chi$  (组均值散点)

### 3.3 噪声路线：将“好结果”完整纳入主文

用户指出的强正相关结果对应任务噪声扫描设置 ( $w_{\text{align}} = 1.0, v_p/v_e = 1.1, \text{seeds} = 100$ )。本节将 phase 识别与两个任务噪声扫描 ( $w_{\text{align}} = 0.6, 1.0$ ) 统一汇总。

表 2: 噪声路线关键统计（全部纳入）

设置	seeds	$\arg \max \text{safe}$	$\arg \max \chi$	$\text{corr}(\text{safe}, \chi)$	Spearman $\rho_S$
Task, $w_{\text{align}} = 0.6$	100	0.0	0.0	0.814	0.965
Task, $w_{\text{align}} = 1.0$	100	0.2	0.0	0.824	0.965
Phase (no pursuer/zone)	100	N/A	1.8	N/A	N/A

其中， $w_{\text{align}} = 1.0$  的“强正相关”结果为：

$$\text{corrPearson}(\text{safe}, \chi) = 0.824, \quad \rho_S(\text{safe}, \chi) = 0.965,$$

并且 safe 峰值在  $\text{noise} = 0.2$ ,  $\chi$  峰值在  $\text{noise} = 0.0$ 。这说明任务内低噪声区同时给出高生存率与高  $\chi$ , 但与 phase 峰值  $\text{noise} \approx 1.8$  并不一致。

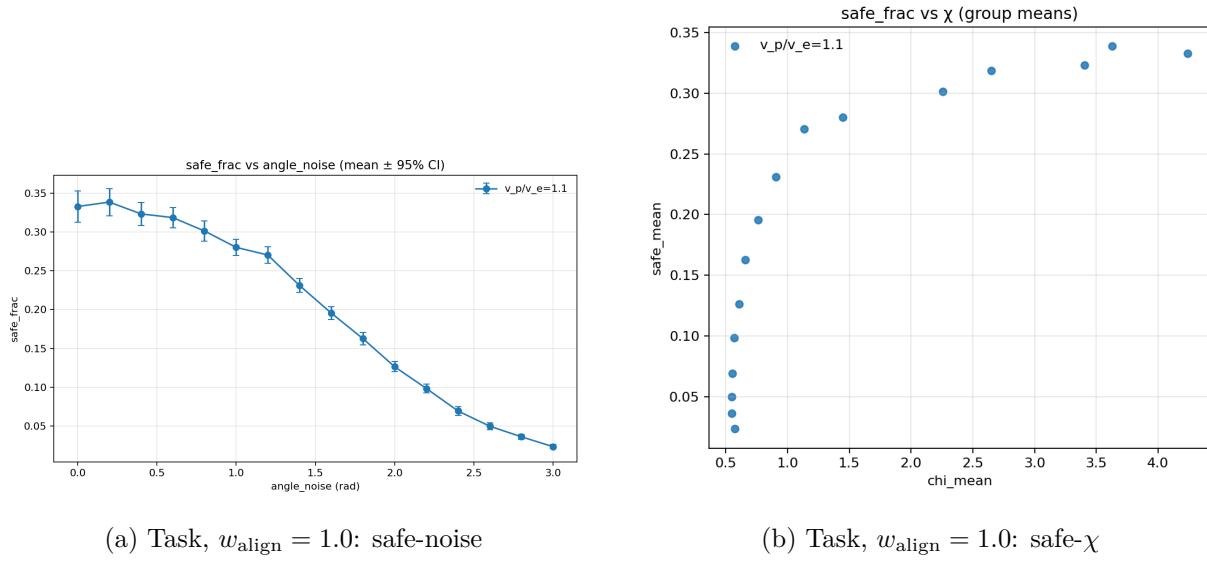


图 3: 用户指出的强相关结果：任务噪声扫描  $w_{\text{align}} = 1.0$

## 4 讨论

### 4.1 为何“近临界优势”呈压力依赖

在当前机制下， $v_p/v_e$  提升会增强外场约束。中等压力时，较高涨落与相关时间可能提升“群体重构 + 目标切换”的适应性；极高压力时，追捕过程主导系统动力学，内部涨落优势难以转化为生存收益。

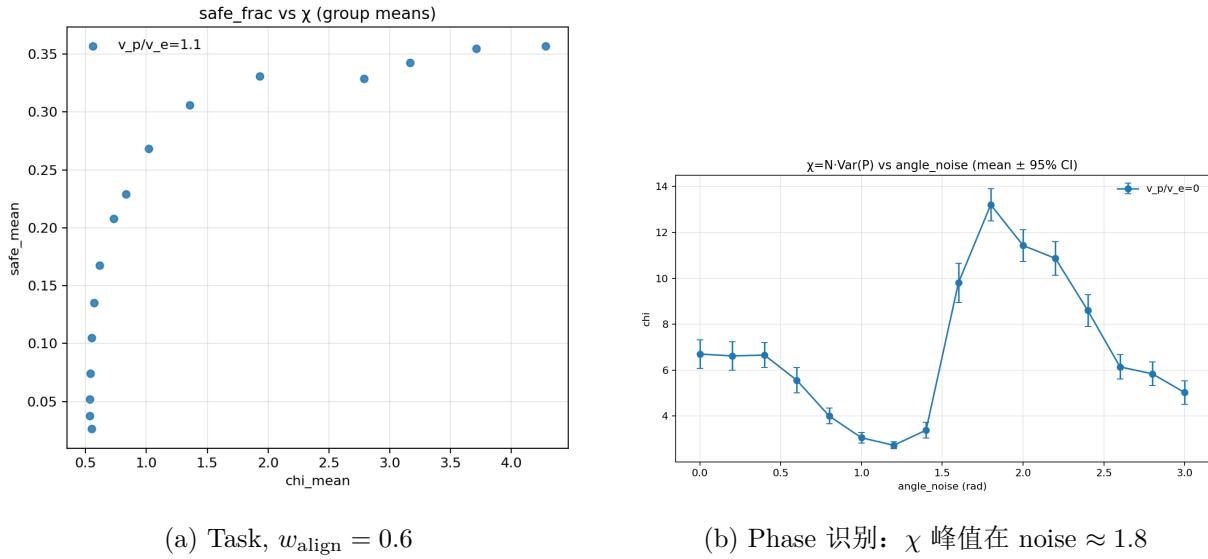


图 4: 噪声路线补充: 任务结果与 phase 结果并列

## 4.2 与噪声路线的关系

无外场相变识别与任务内最优并非同一问题。本文结果支持以下分解:

- “任务内更临界（统计意义）是否更好”在部分压力区成立（含  $w_{\text{align}} = 1.0$  噪声扫描中的强正相关结果）；
- “外部 phase 点能否直接迁移为任务最优”当前不成立。

## 4.3 局限

当前追捕策略仍以近邻追逐为主，尚未充分刻画预测拦截与协作追捕；此外，障碍与反射边界下的稳健性验证仍不足。

## 5 结论与下一步

本文给出一个可复现结论：近临界与性能提升的关系不是全局真命题，而是受追捕压力调制的条件性关系。在  $v_p/v_e = 1.0 \sim 1.3$  区间可观察到正耦合；在  $v_p/v_e = 1.4$  时关系衰减。下一步将细化压力阈值（1.3 ~ 1.5）、引入预测拦截追捕策略，并在反射边界/障碍场景复验。

## 复现信息

主数据与报告：

- doc/results\_20260206\_walign\_task\_internal\_200seeds
- doc/results\_20260206\_walign\_pressure\_091314\_sr14\_240seeds
- doc/results\_20260206\_task\_noise\_w10\_sr11\_100seeds

- doc/results\_20260206\_task\_noise\_w06\_sr11\_100seeds
- doc/results\_20260206\_phase\_noise\_100seeds\_steps1200
- doc/论文准备-结果索引与复现清单.md

## 参考文献

- [1] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, Cohen I, Shochet O. Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226–1229.
- [2] Chaté H, Ginelli F, Grégoire G, Raynaud F. Collective motion of self-propelled particles interacting without cohesion. *Physical Review E*, 2008, 77: 046113.
- [3] Mora T, Bialek W. Are Biological Systems Poised at Criticality? *Journal of Statistical Physics*, 2011, 144: 268–302.
- [4] Sumpter D J T. *Collective Animal Behavior*. Princeton University Press, 2010.