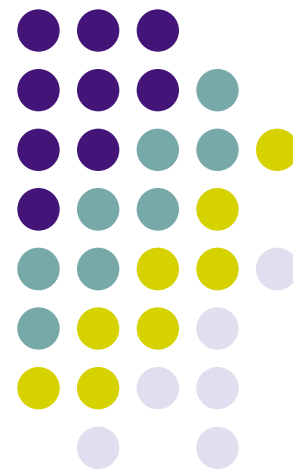


# 数字图像处理

形态学处理



# 形态学处理



- 数学形态学历史 (Mathematical Morphology)
- 一、什么是形态学处理
- 二、基本处理定义
- 三、形态学变换
- 四、形态学变换的应用
- 五、灰度图像形态学
- 六、要点总结

# 历史



- 六十年代

- 1964年，法国巴黎矿业学院，G.Matheron, J.Serra对铁矿的定量岩石进行分析，预测其开采价值；奠定了数学形态学；
- 1968年4月，法国成立枫丹白露(Fontainebleau)数学形态学研究中心；

- 七十年代

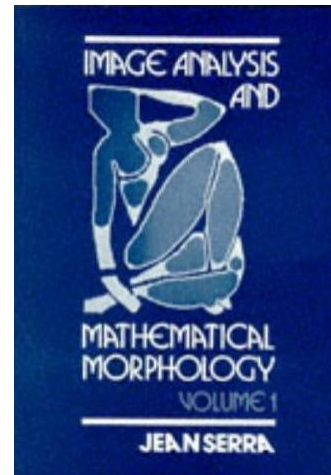
- 开发了TAS（纹理分析系统）；
- 发展了大量专利；
- 但仅面向用户和自然科学家；



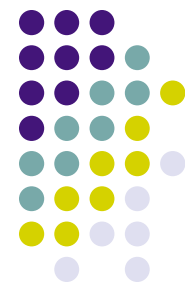
J. Serra

# 历史

- 八十年代，数学形态学广为人知
  - 1982年，Serra出版了专著《Image Analysis and Mathematical Morphology》；
  - 84年枫丹白露成立MorphoSystem指纹识别公司；
  - 86年枫丹白露成立Noesis图像处理公司；
  - 全球成立十几家数学形态学研究中心，进一步发展理论基础和应用；
- 九十年代，数学形态学应用在图像增强、分割、恢复、边缘检测、纹理分析等领域。



# 1 什么是形态学处理



- 1) 形态学
  - 生物学的一个分支，研究动植物的形态和结构
- 2) 数学形态学
  - 是研究形态学发展出来的数学理论和技术
- 3) 形态学处理
  - 将数学形态学作为工具从图像中提取对于表达和描述区域形状有用的图像分量。近年来在数字图像处理和机器视觉领域中得到了广泛的应用，形成了一种独特的数字图像分析方法和理论。
- 4) 数学形态学的语言：二值图像上的集合论

# 1 什么是形态学处理



- 5) 思想

- 表现为一种邻域运算形式;
- 一种特殊定义的邻域称之为“**结构单元**” (**Structure Element**)，在每个像素位置上它与二值图像对应的区域进行特定的逻辑运算，逻辑运算的结果为输出图像的相应像素。
- 形态学运算的效果取决于结构单元的大小、内容以及逻辑运算的性质。

- 6) 数字图像形态学处理的目的

- 研究数字**图像中物体目标的结构及拓扑关系。**

# 序言



- 集合论基本概念

- 元素 $a$ 是集合 $A$ 的元素，则 $a$ 属于 $A$ ，表示为

$$a \in A$$

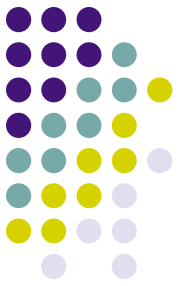
- 元素 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，则 $a$ 不属于 $A$ ，表示为

$$a \notin A$$

- 集合 $A$ 的每个元素都属于另一个集合 $B$ ，则 $A$ 是 $B$ 的子集，表示为，

$$A \subseteq B$$

# 序言



- 集合论基本概念

- 两个集合A和B的并集表示为

$$C = A \cup B$$

- 两个集合A和B的交集表示为

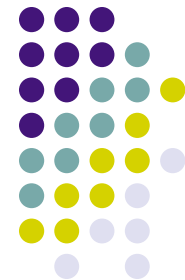
$$C = A \cap B$$

- 两个集合A和B没有共同元素，则称为不相容或互斥，表示为，

$$A \cap B = \emptyset$$



# 序言



- 集合论基本概念

- 集合A的补集指不包含A的所有元素集合，表示为

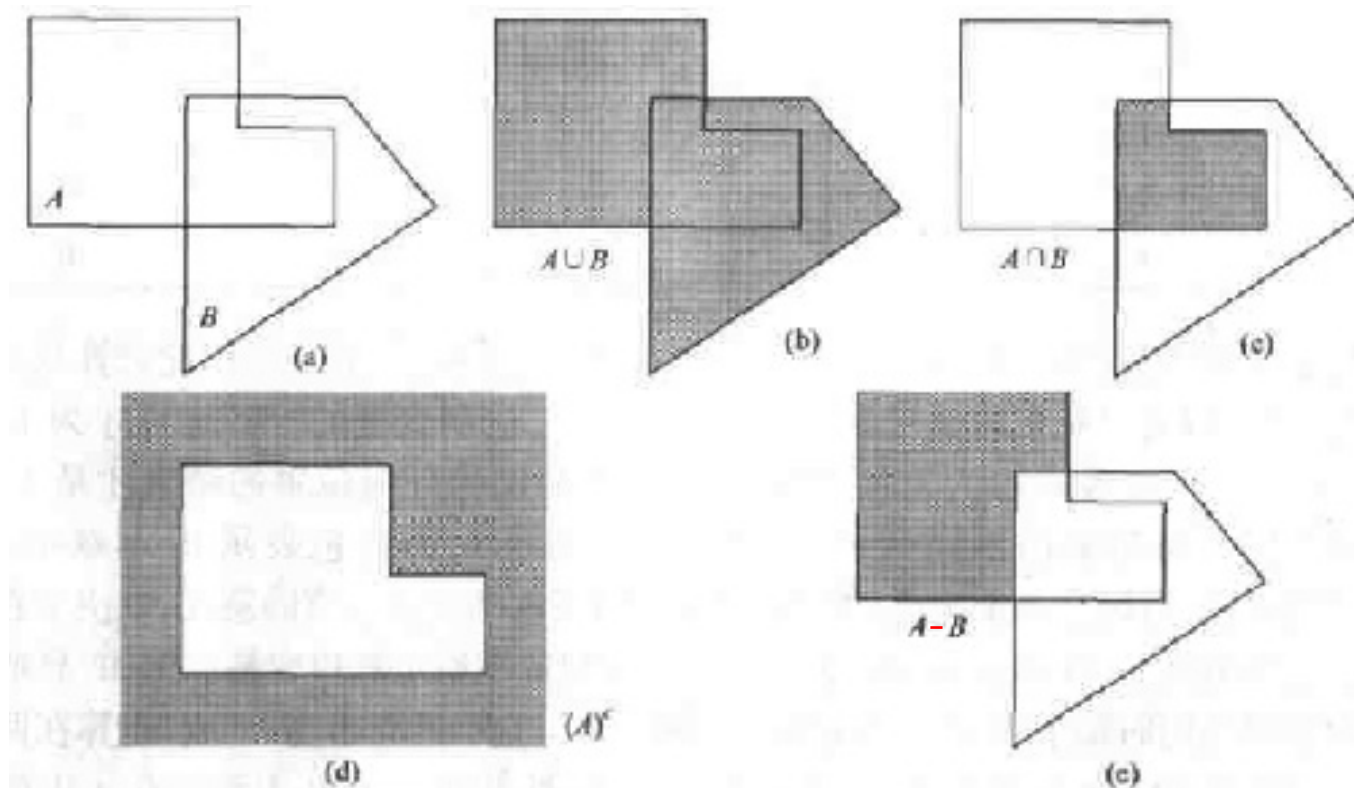
$$A^C = \{w | w \notin A\}$$

- 两个集合A和B的差集表示为

$$A - B = \{w | w \in A, w \notin B\} = A \cap B^C$$

# 序言

- 集合论基本概念

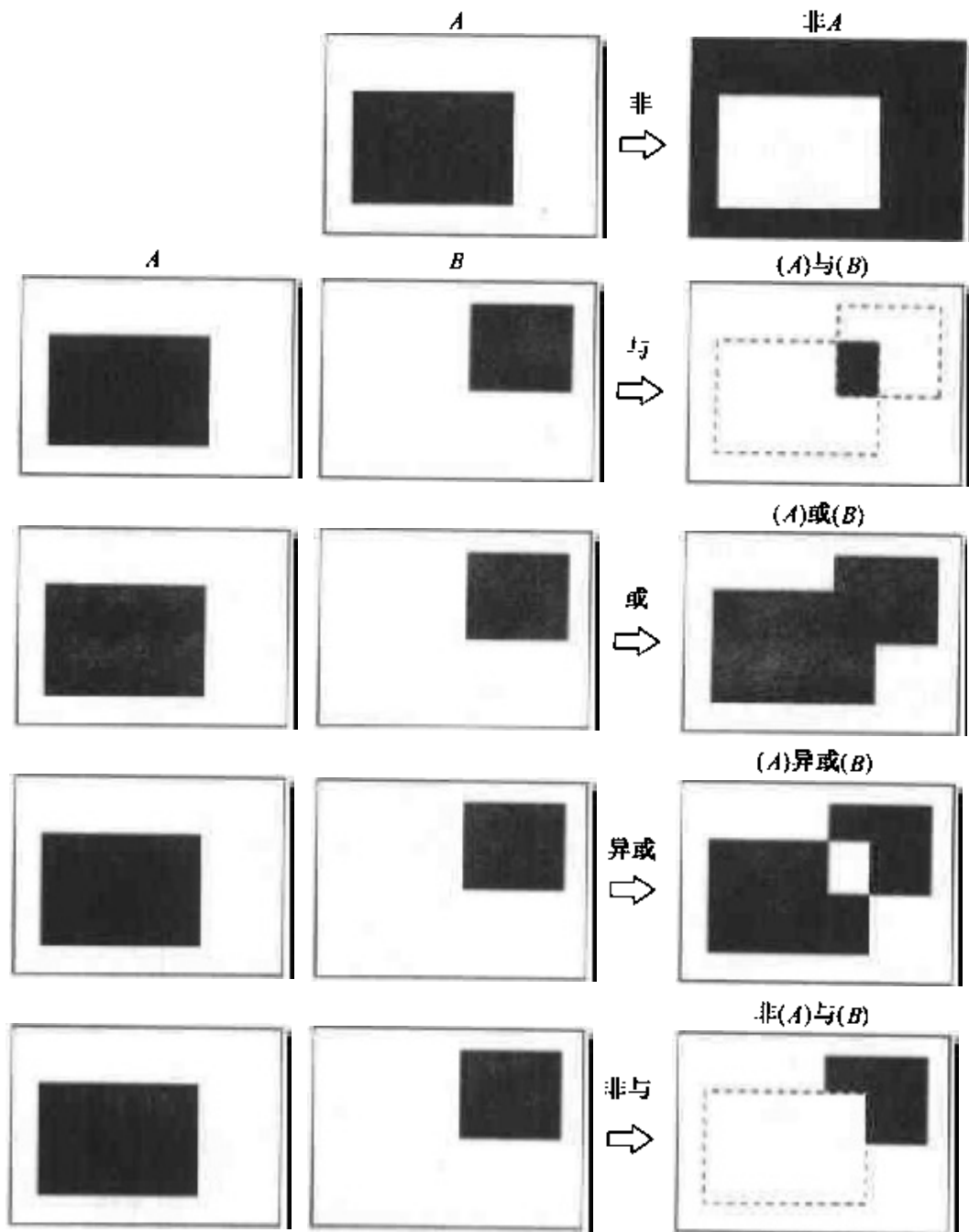


# 序言

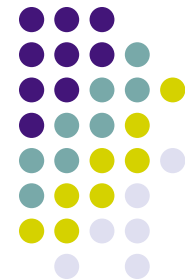
- 二值图像的逻辑运算

- 黑色表示1
- 白色表示0

注意：集合论和逻辑运算的关系



## 2 基本处理定义



- 1) 二值形态学处理

$A, B \subseteq E^N$ ,  $A$ 为物体,  $B$ 为结构单元

结构单元 $B$ 包含于 $A$ , 记作 $B \subset A$ ;

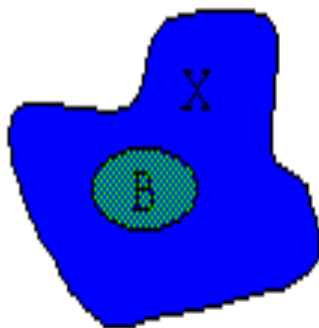
结构单元 $B$ 击中 $A$ (HIT), 记作 $B \cap A \neq \emptyset$ ;

结构单元 $B$ 击不中 $A$ (MISS),  $B \cap A = \emptyset$ ;

1. 局部运算

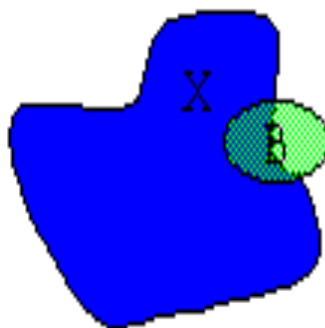
2. 结构单元相当于模板

## 2 基本处理定义



$$B \subset X$$

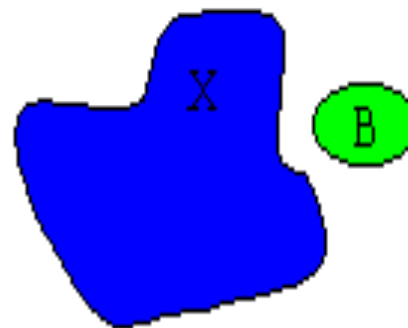
包含于 include in



$$B \uparrow X$$

$$(B \cap X \neq \emptyset) \wedge (B \not\subset X)$$

击中 hit

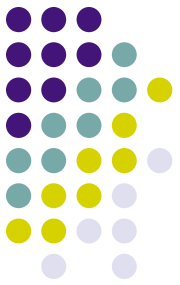


$$B \subset X^C$$

$$B \cap X = \emptyset$$

不击中 miss

## 2 基本处理定义



- 2) 平移 (**translation**)

$A, x \subseteq E^N$ ,  $A$  平移  $x$  记作  $A_x$ , 定义为

$$A_x = \{c \subset E^N, c = a + x, \forall a \in A\}$$

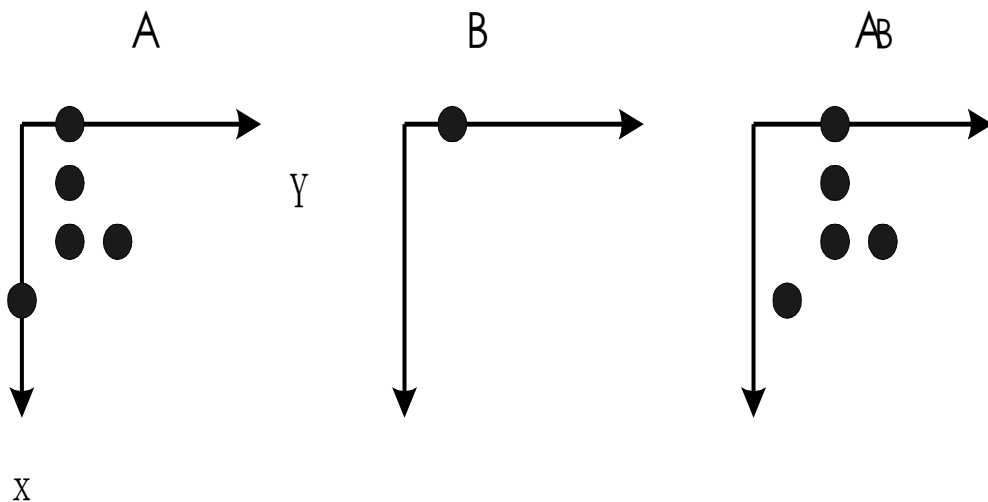
其中  $A_B$  表示  $x = B$  时的平移。

例:  $A = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0)\}$ ,  $x = \{(0,1)\}$

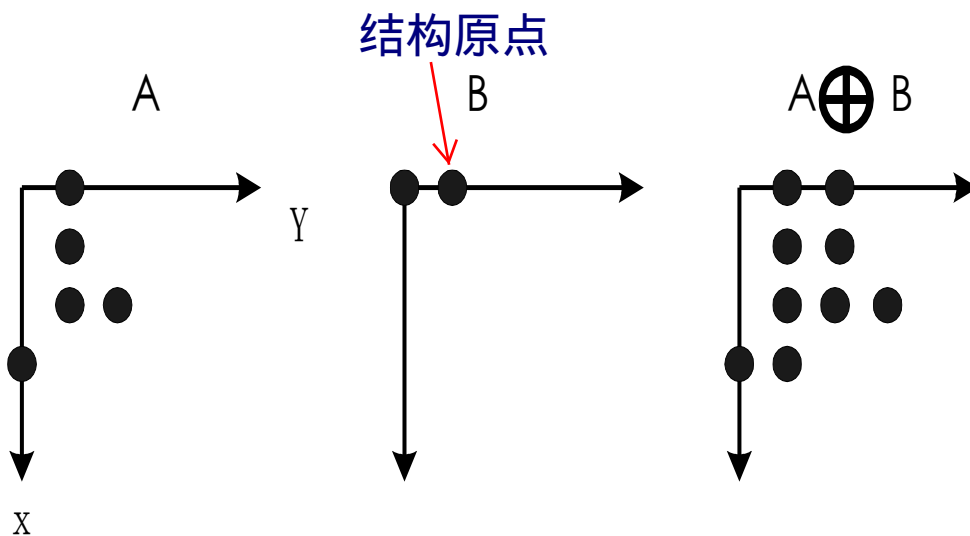
则  $A_x = \{(0,2), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1)\}$

**A**物体, **x**结构单元。在平移运算中通常为**1**个点

## 2 基本处理定义



(平移)



B只和原图像A运算，不是  
部分膨胀后的中间图像

(扩张)

## 2 基本处理定义

使图像扩大

### ● 3) 扩张 (**dilation**)，有时被译为膨胀

定义 $A$ 用 $B$ 结构单元扩张记作 $A \oplus B$ ，定义为

$$A \oplus B = \{c \subset E^N, c = a + b, \forall a \in A, \forall b \in B\} \text{ 或}$$

$$A \oplus B = \{A_b, \forall b \in B\}$$

含义： $a$ 和 $b$ 叠加后，至少有一个点为1点

例： $A = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0)\}$

$$B = \{(0,0), (0,1)\}$$

则 $A \oplus B =$

$$\{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0), (0,2), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1)\}$$

$A \oplus B$ 的意义 $A$ 用 $B$ 扩张，

即所有 $A$ 的点集使 $B_a$ 击中 $A$ 且交集非零。

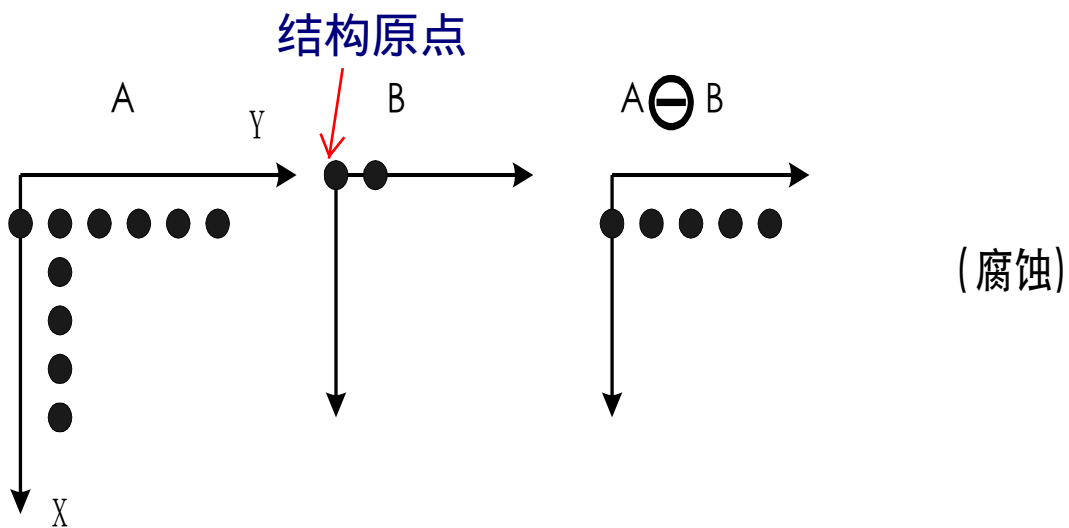
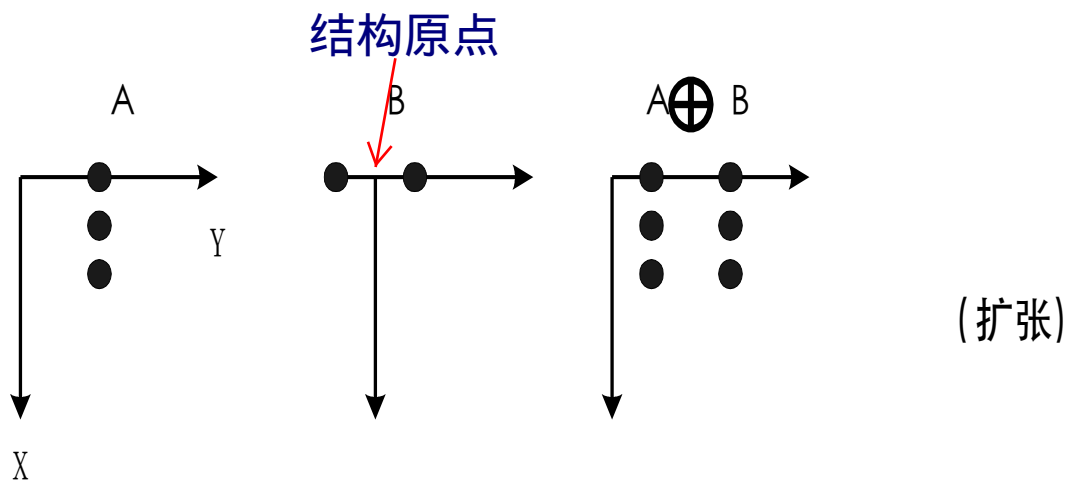
膨胀处理时的原则：

1. 类似卷积操作定义一个结构模板 $B$ （一般为 $3 \times 3$ ）
2. 模板以中心点对准待处理像素，逐点扫描像素
3. 如果模板中有一个以上的1点与其对应的像素点相同，待处理像素为1，否则为0





## 2 基本处理定义



## 2 基本处理定义

使图像缩小

### ● 4) 腐蚀 (erosion)

定义 $A$ 用 $B$ 结构单元腐蚀为 $A \ominus B$ ,其意义为

$$A \ominus B = \{c \subset E^N, c + b \in A, \forall b \subset B\} \text{ 或}$$

$$A \ominus B = \{c, B_c \in A\}$$

含义:  $c$ 和 $b$ 叠加后都是1点

例:  $A =$

$$\{(1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1)\}$$

$$B = \{(0,0), (0,1)\}$$

$$\text{则 } A \ominus B = \{(1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4)\}$$

腐蚀处理时的原则

1. 同样以结构模板扫描图像, 模板中心对准待处理像素。
2. 如果模板中所有1点与其对应像素相同, 则待处理像素为1, 否则为0



## 2 基本处理定义



- 注意：如果结构单元包含原点，则  $A \ominus B \subset A$  成立；
- 而若结构单元不包含原点，则上式不成立。

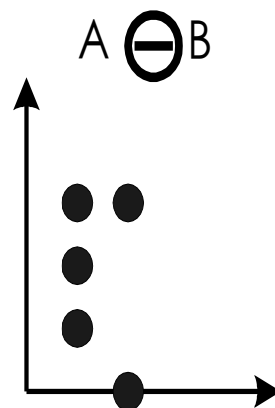
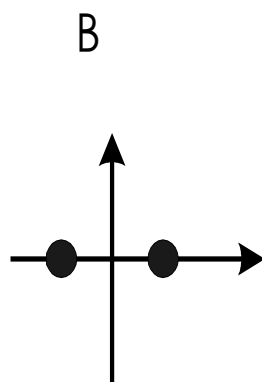
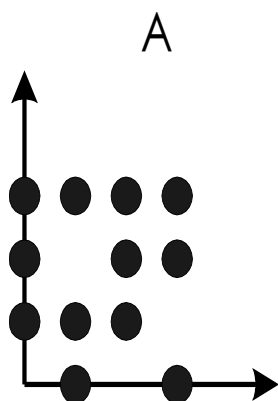
即SE原点为‘1’，原点对应处理点，否则处理的像素可能变‘1’，

$$\text{例： } S = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0_{\Delta} & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0_{\Delta} & 1 \end{vmatrix}$$

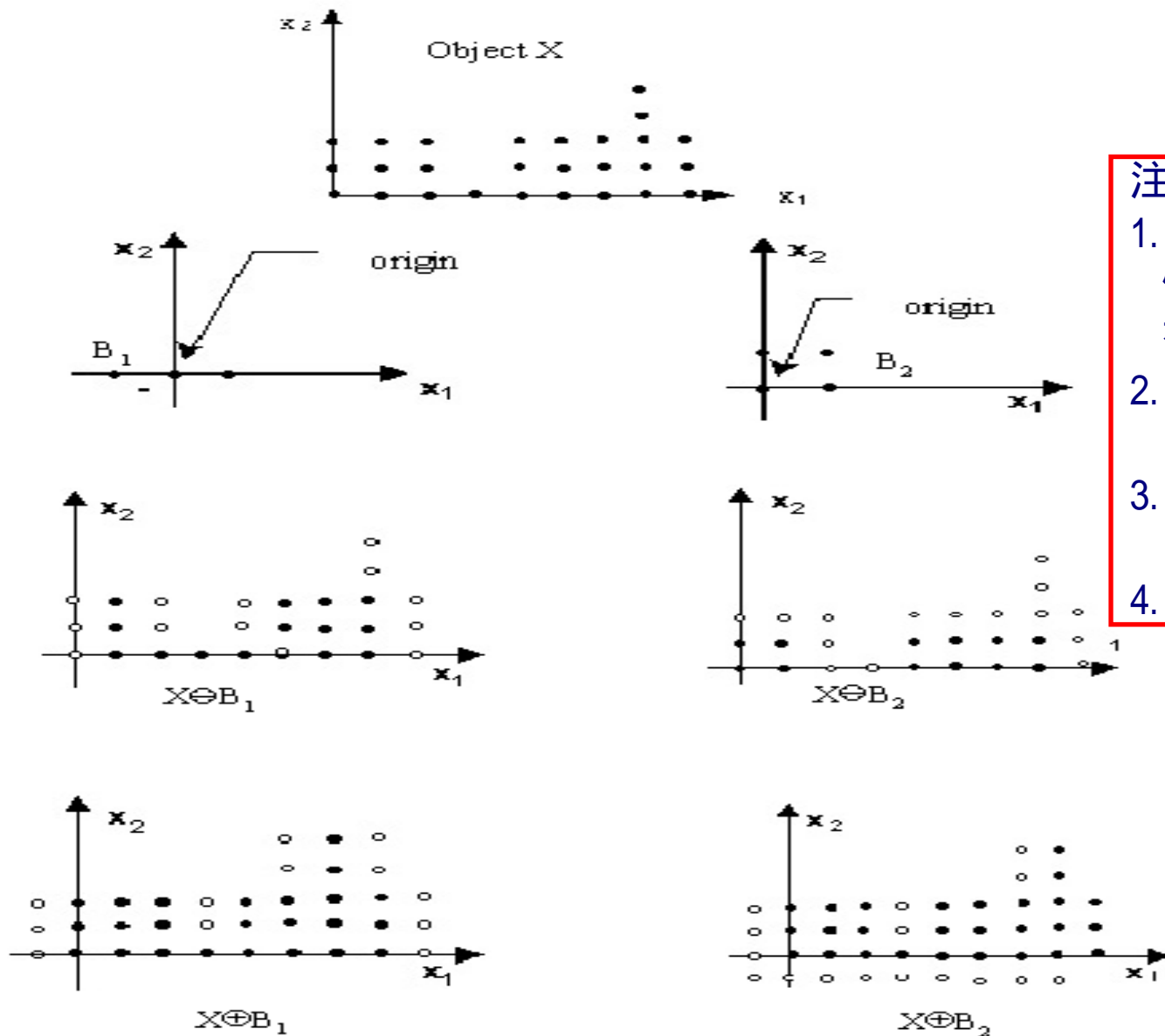
$$\text{则 } S \ominus E = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

## 2 基本处理定义



(腐蚀)

## 2 基本处理定义

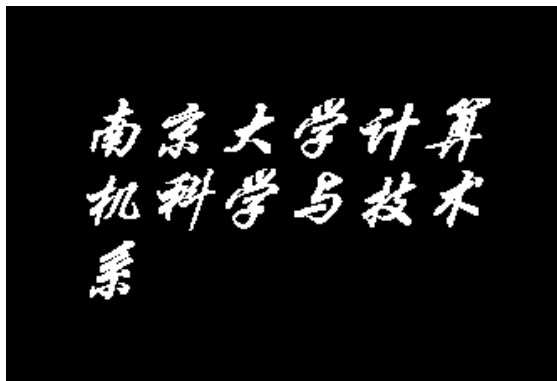


注意：

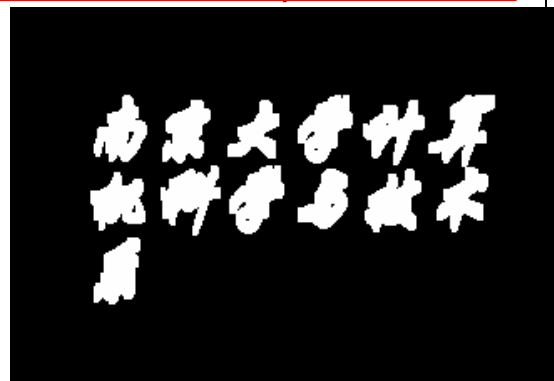
1. 对于膨胀和腐蚀操作，需要有结构模板
2. 结构模板需要定义其原点
3. 原点对准待处理像素扫描
4. 结合前述原则

## 2 基本处理定义

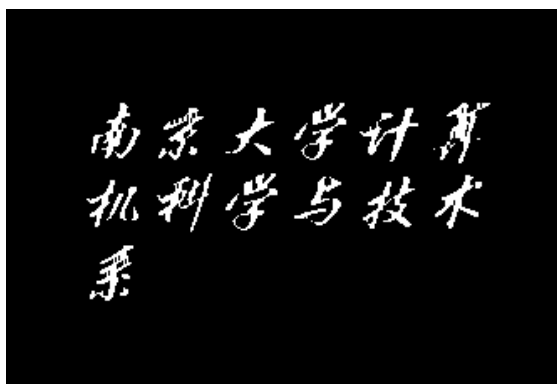
1. 可以利用同样原则  
对1或0点作膨胀和  
腐蚀操作
2. 对1点的膨胀相当于  
对0的腐蚀，反之亦然



文字图像

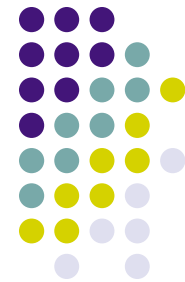


扩张后的文字图像



腐蚀后的文字图像

## 2 基本处理定义



- 5) 腐蚀与扩张并不互为逆运算，但有下列性质：

$$A_a \oplus B = (A \oplus B)_a$$

2个结构B和B'并后，用来膨胀A

分配律： $A \oplus (B \cup B') = (A \oplus B) \cup (A \oplus B')$

$$A \ominus (B \cup B') = (A \ominus B) \cap (A \ominus B')$$

$$(A \cap C) \ominus B = (A \ominus B) \cap (C \ominus B)$$

迭代性： $(A \ominus B) \ominus B' = A \ominus (B \oplus B')$

$$(A \oplus B) \oplus B' = A \oplus (B \oplus B')$$

单调增加性：

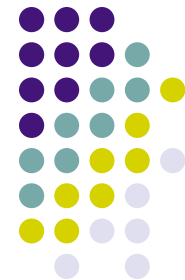
若  $A \subset A'$ ，则  $A \ominus B \subset A' \ominus B \quad \forall B$

若  $A \subset A'$ ，则  $A \oplus B \subset A' \oplus B \quad \forall B$

若  $B \subset B'$ ，则  $A \ominus B' \subset A \ominus B \quad \forall A$

对偶性：若  $A^c$  为  $A$  的补集  $A^c \oplus B = (A \ominus B)^c$

## 2 基本处理定义



- 分配律

$$A \ominus (B \cup B') = (A \ominus B) \cap (A \ominus B')$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 1 & & 1 & & & & 1 \\ 1 & [ & ] & 1 & \Rightarrow & 1 & [ & ] & \cup & [ & ] & 1 \\ 1 & & 1 & & 1 & & & & & & 1 \end{array}$$

- 迭代性

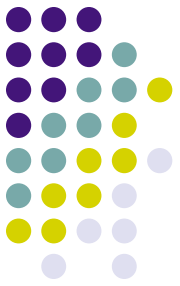
$$(A \oplus B) \oplus B' = A \oplus (B \oplus B')$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & & 1 \\ 1 & 1 & [1] & 1 & 1 & \Rightarrow & [1 & 1 & [1] & 1 & 1] & \oplus & [1] \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & & & & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & & & & & 1 \end{array}$$



## 2 基本处理定义

- 6) 不同结构单元对腐蚀和扩张的影响



**E1=3\*3**方形结构单元



原图



**E1**扩张后图像



**E1**腐蚀后图像

## 2 基本处理定义

- 扩张使图像扩大，腐蚀使图像缩小

$E2=5*5$ 方形结构单元

膨胀和腐蚀效果加强



原图



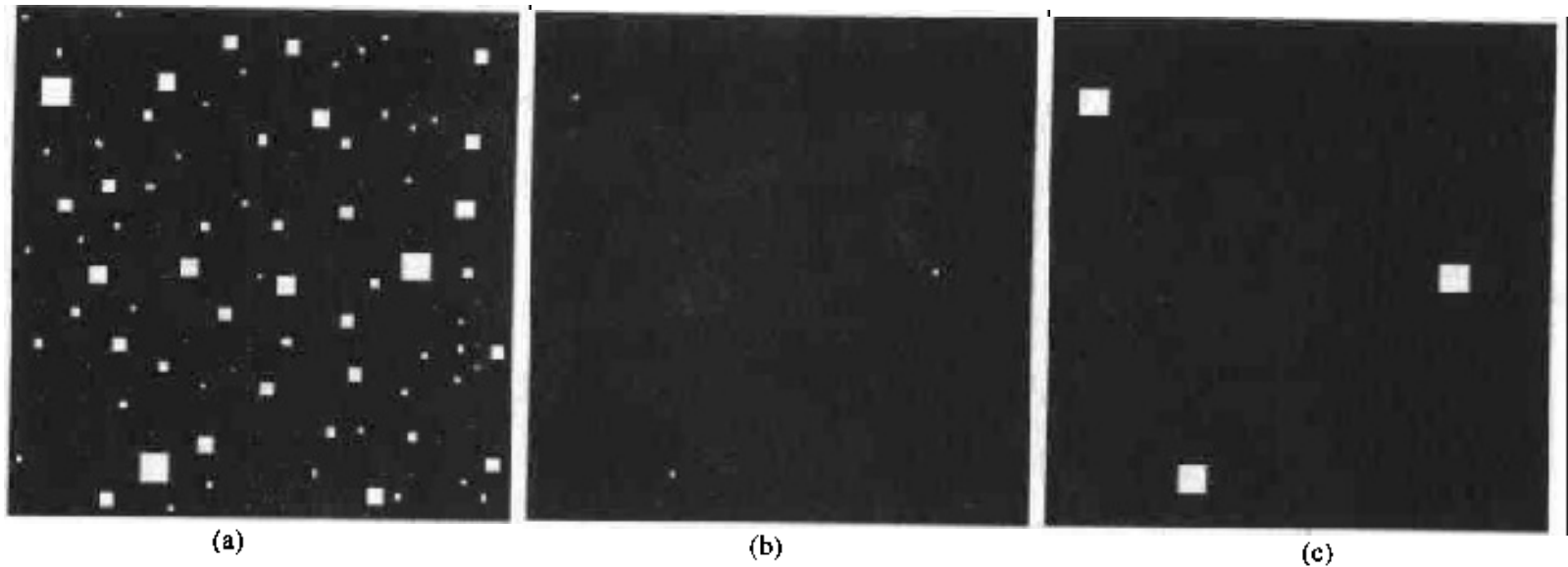
$E2$ 扩张后图像



$E2$ 腐蚀后图像

## 2 基本处理定义

- 可利用腐蚀去掉图像的某些部分，再通过扩张放大 相当于滤波



腐蚀

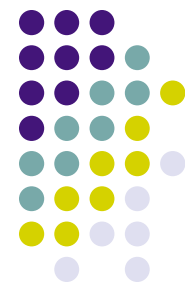
扩张

# 3 形态学变换



- 两种重要的形态学变换
  - 开(open)变换与闭(close)变换
  - 都用于图像轮廓光滑
  - 开变换：断开狭窄的连接和消除细的突出物
  - 闭变换：消除狭窄的间断和细的鸿沟，填补轮廓线中的断裂

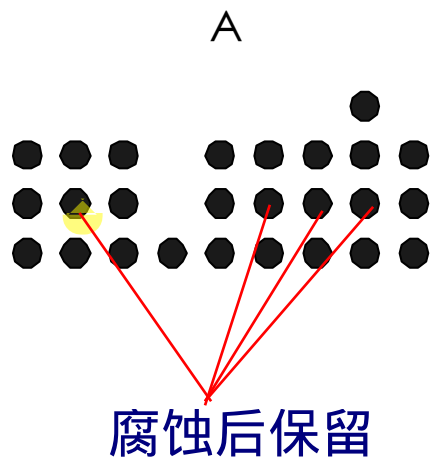
# 3 形态学变换



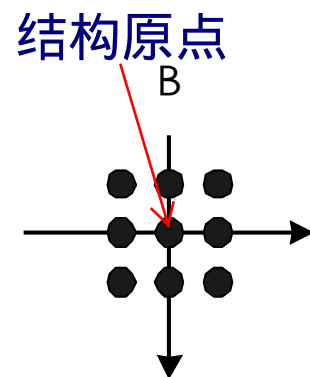
- 1) 结构开 (**open**) 变换

- 定义:  $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$
- 意义: 先腐蚀然后再扩张;
- 目的: 使轮廓平滑, 抑制A物体边界的小离散点或尖峰, 在研究物体的形态分布时常用。用来消除小物体、在纤细点处分离物体、平滑较大物体的边界的同时并不明显改变其面积。

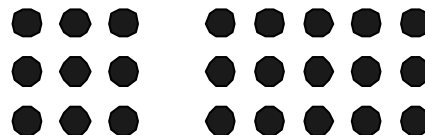
# 3 形态学变换



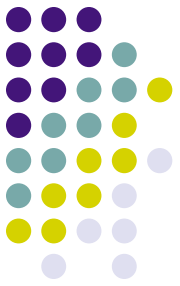
A  $\ominus$  B



A  $\odot$  B

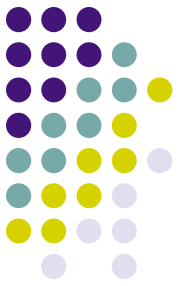


### 3 形态学变换



Lenna  
Sobel边界  
的二值图像

### 3 形态学变换



**Lenna Open**  
变换后的二  
值图像



### 3 形态学变换

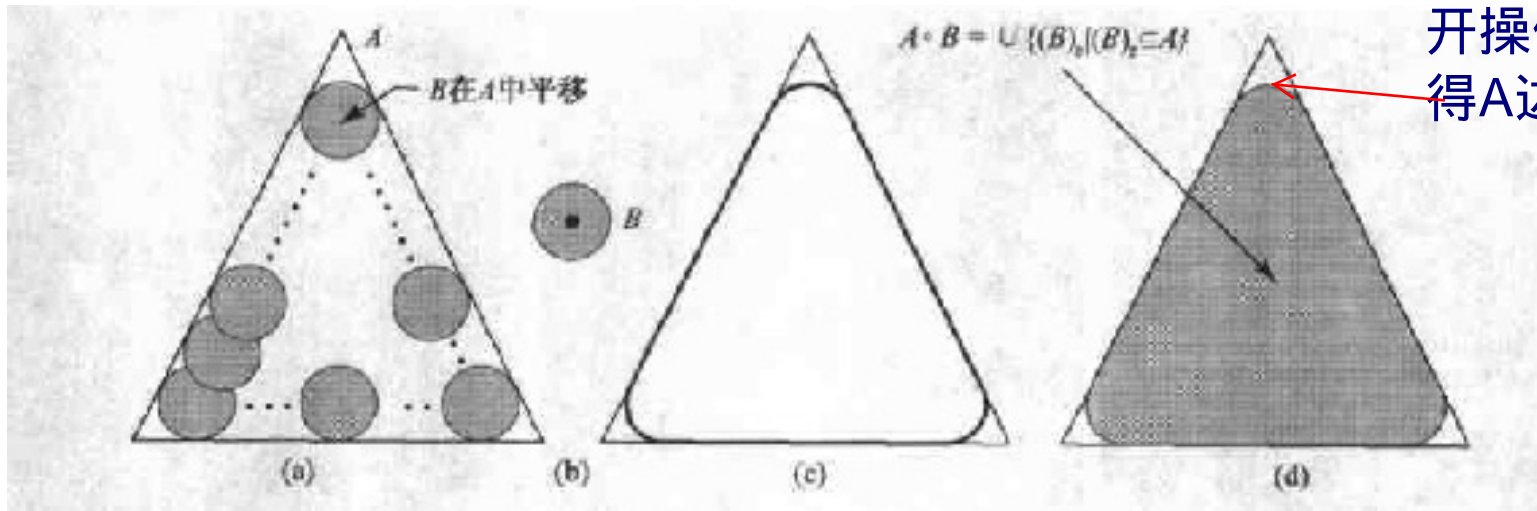
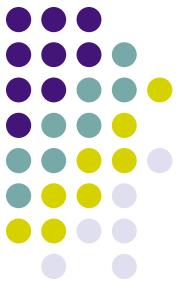


图 9.8 (a)结构元素  $B$  沿着  $A$  的内部边界转动(点表示  $B$  的圆心), (b)结构元素  $B$ , (c)粗线是开操作的外部边界, (d)完全开操作(阴影部分)

# 3 形态学变换

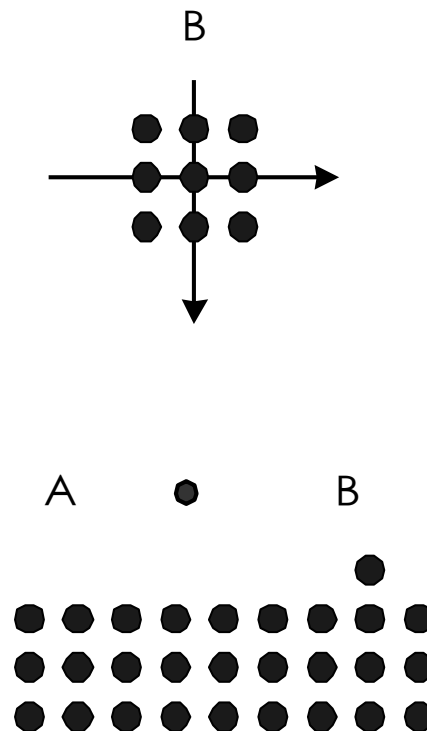
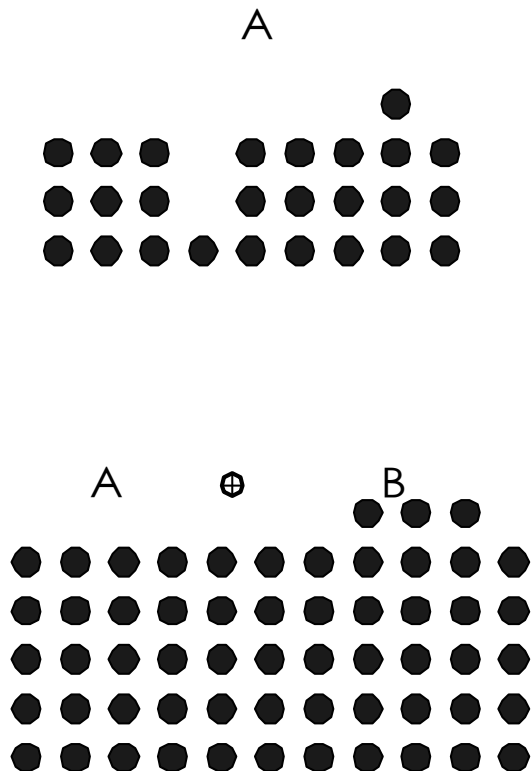


- 2) 结构闭 (**close**) 变换

- 定义:  $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$
- 意义: 先扩张再腐蚀;
- 目的: 也是用于图像光滑。但与开变换相反, 闭变换用来填充物体内细小空洞、连接邻近物体、平滑其边界的同时并不明显改变其面积。

# 3 形态学变换

所定义结构B的大小决定其能连接的空洞大小



### 3 形态学变换



**Lenna close**  
变换后的二  
值图像

### 3 形态学变换

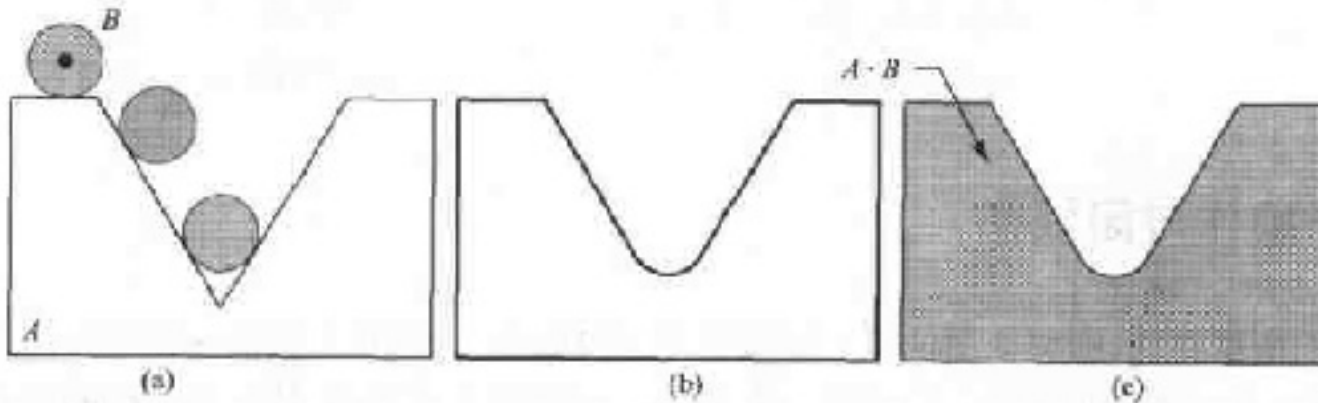
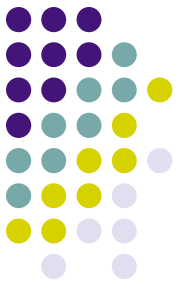
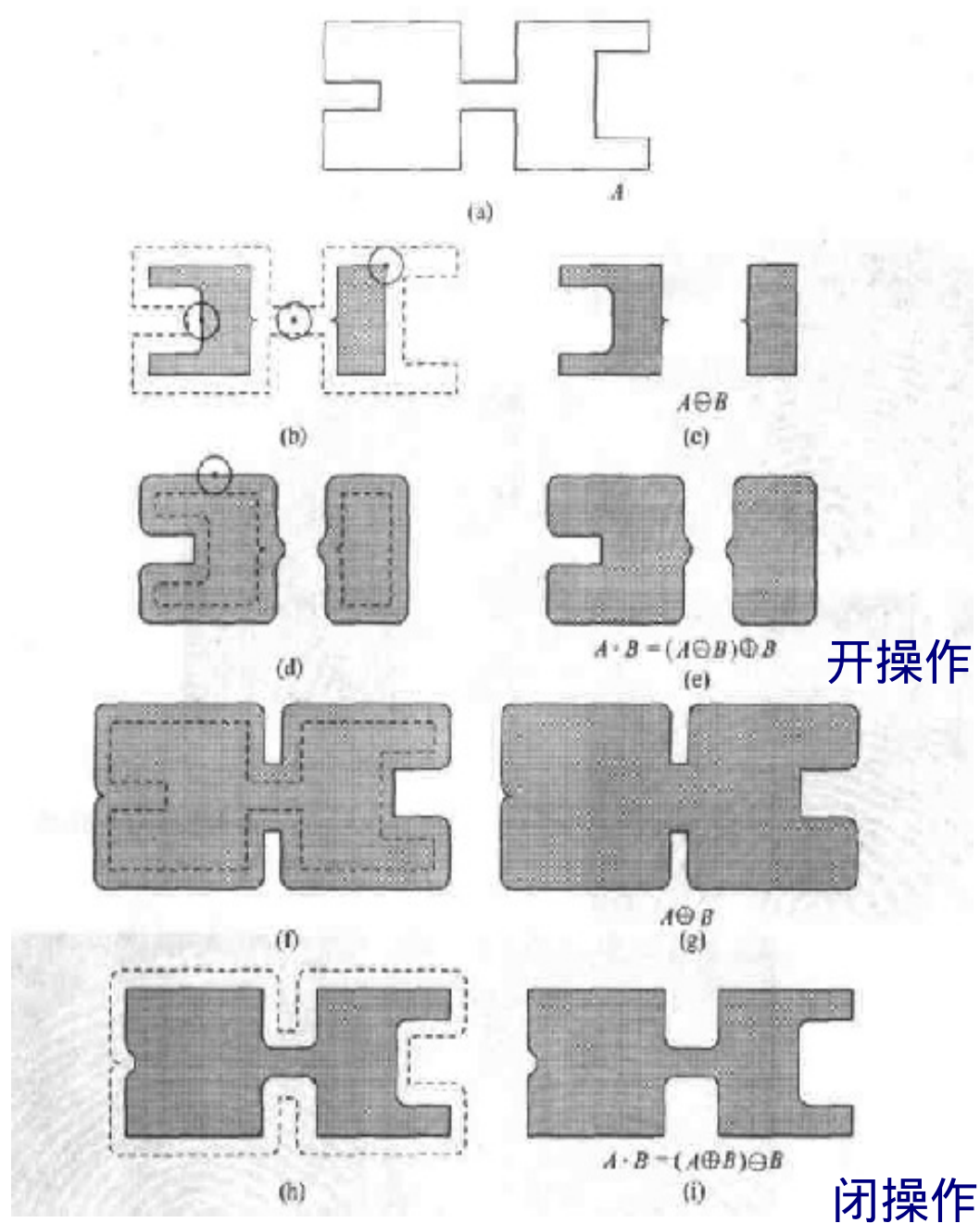


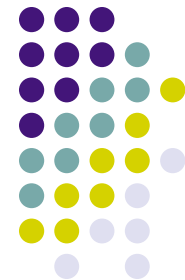
图 9.9 (a)结构元素  $B$  在集合  $A$  的外部边界上转动,(b)粗线表示闭操作的外部边界,(c)完全的闭操作(阴影部分)

### 3 形态学变换

- 开变换与闭变换



# 3 形态学变换



- 3) 交变序列滤波器 (ASF)
  - (1) 开运算对并噪声的滤波作用
    - 未被噪声污染的图像  $S$
    - 噪声图像  $N$
    - 被噪声污染的图像  $S \cup N$

因为

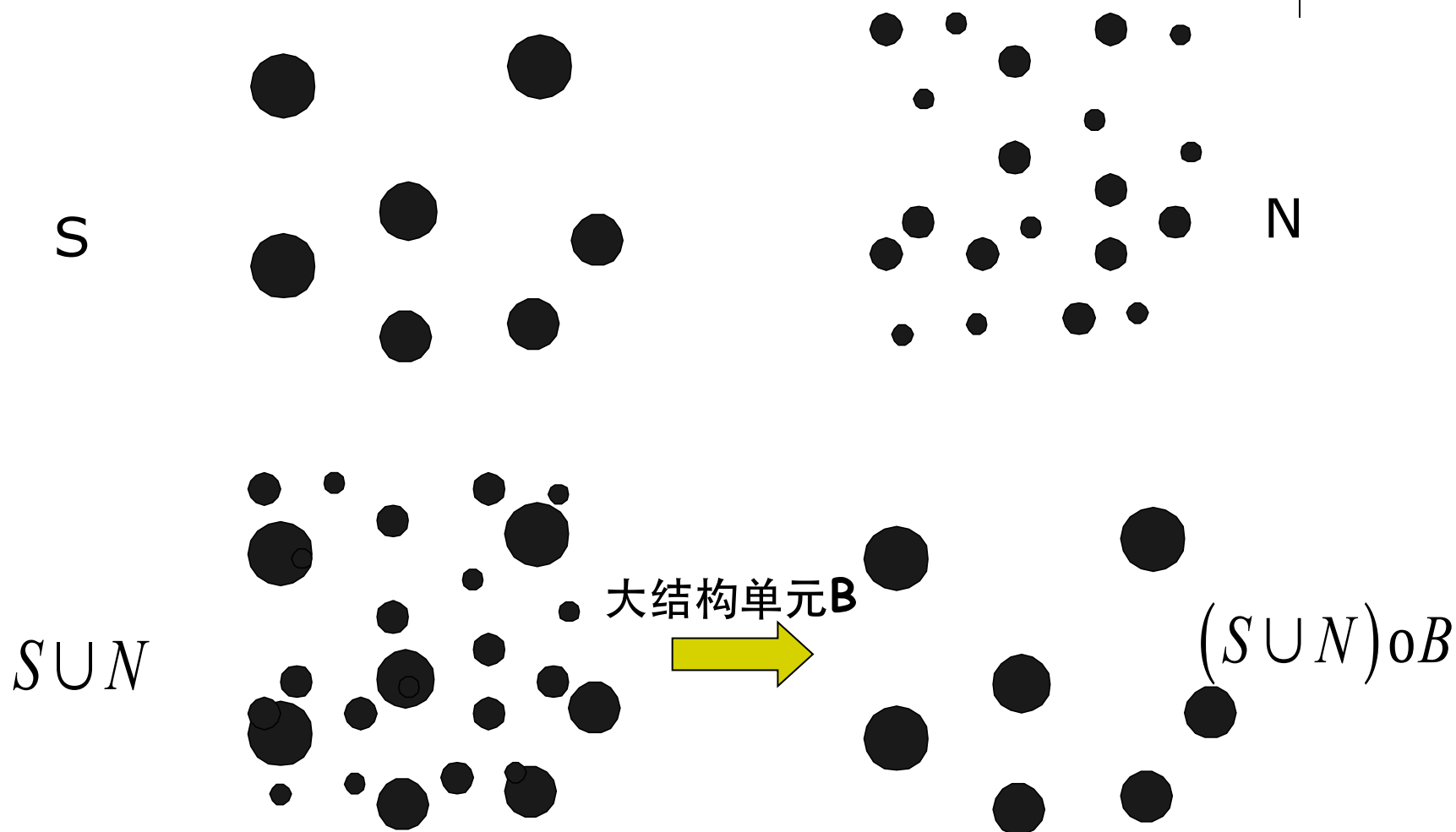
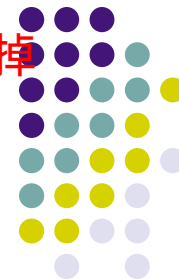
$$S \circ B \subset (S \cup N) \circ B \subset S \cup N$$

因此

滤波后的图象在非噪声污染图象和噪声污染图象之间

### 3 形态学变换

1. 大结构单元B将小的噪点腐蚀掉
2. 通过膨胀恢复原图像
3. 不明显改变原图像面积



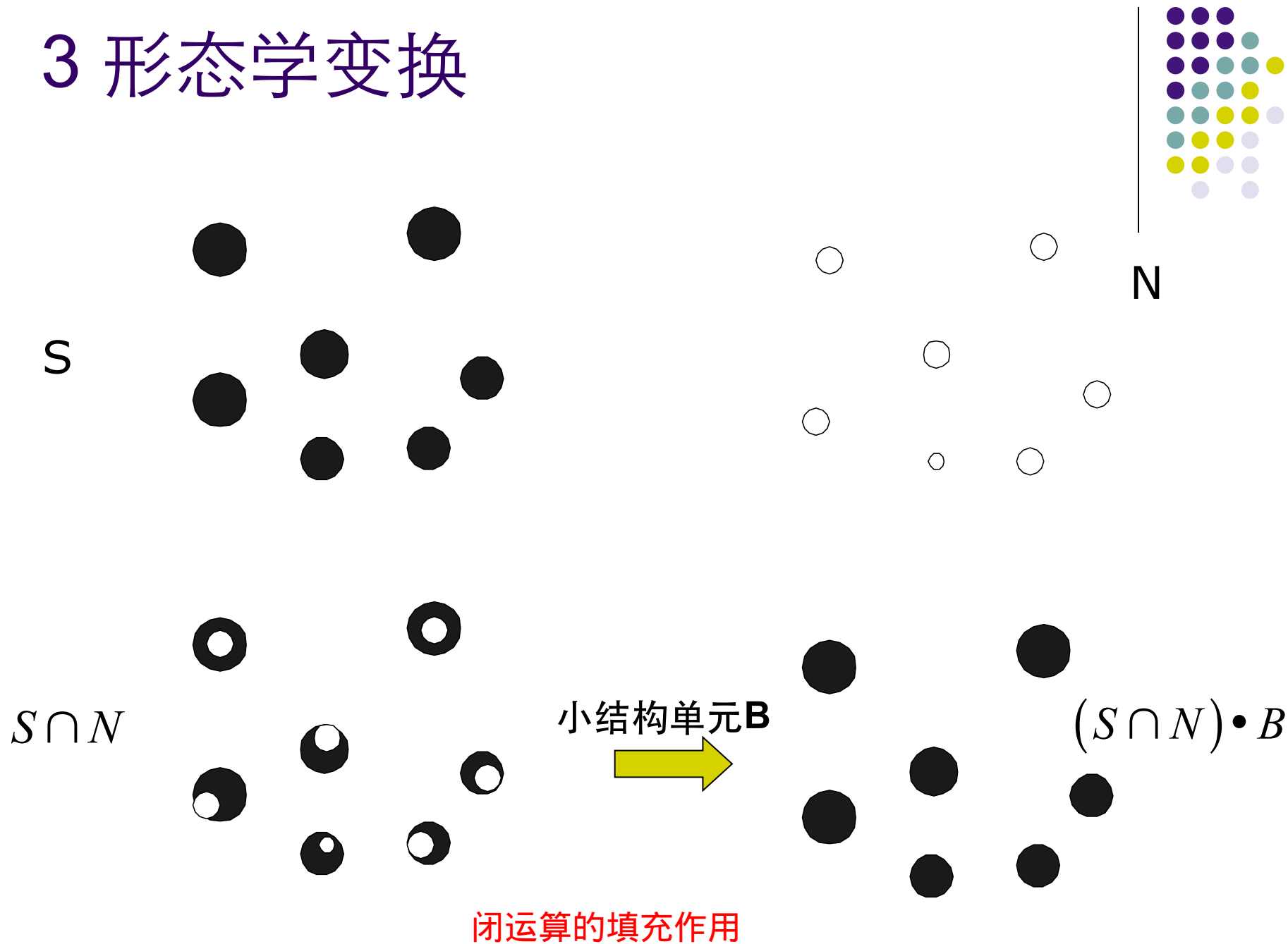


### 3 形态学变换

- (2) 闭运算对差噪声的滤波作用
  - 未被噪声污染的图像  $S$
  - 噪声图像  $N$
  - 被噪声污染的图像  $S - N$



### 3 形态学变换



# 3 形态学变换



- (3) 交变序列滤波器
  - 在**ASF**方法中，开-闭滤波器（或闭-开）序列交替执行；
  - 初始时，采用较小的结构单元；然后逐步增加结构单元的尺寸；
  - 方法在某个尺寸的结构单元终止，否则将毁坏图像；
  - 结构单元尺寸的最优化算法是目前研究的热点。

### 3 形态学变换

- 开变换与闭变换组合用于处理受噪声污染的指纹图像

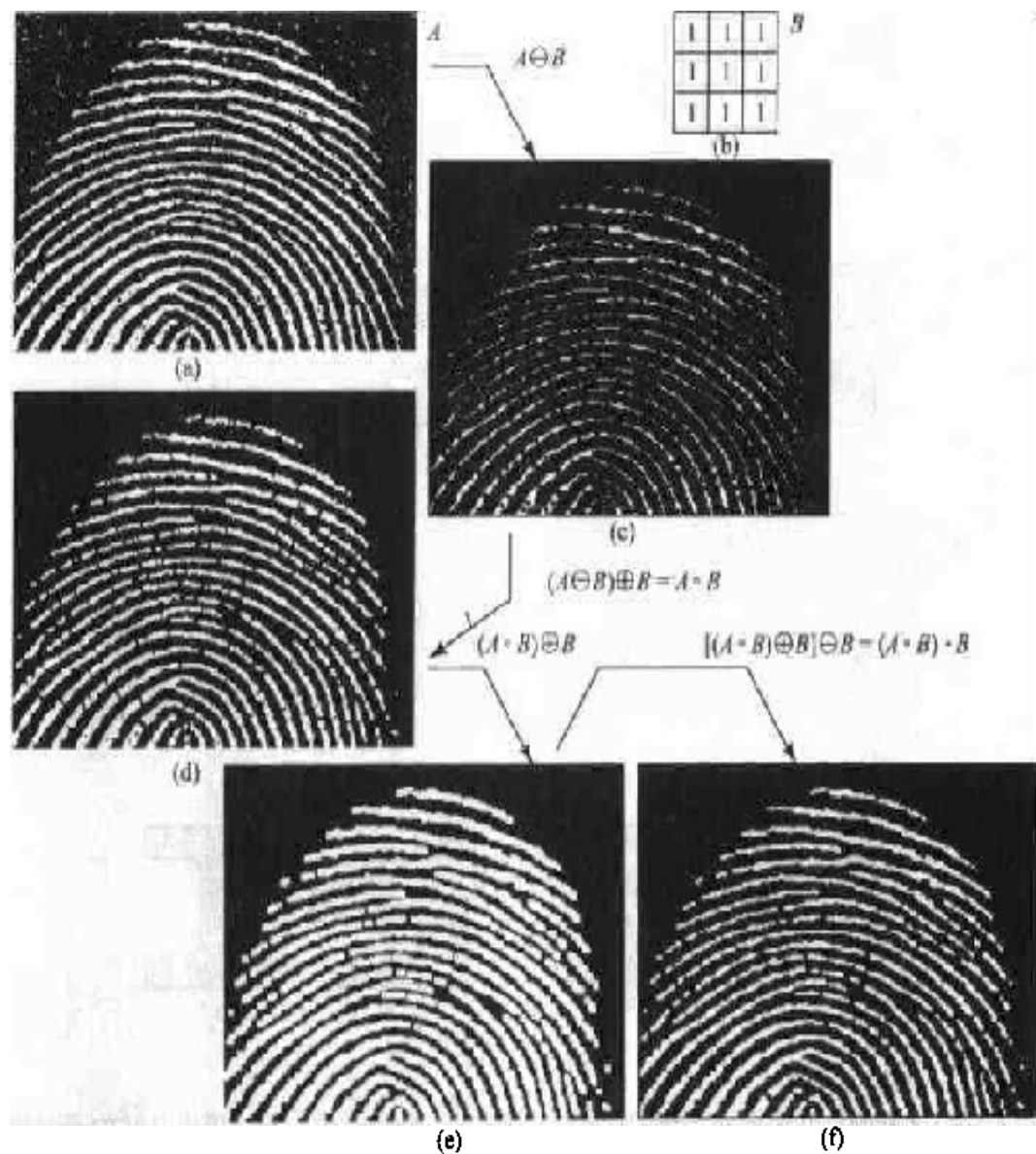


图 9.11 (a)有噪声的图像,(c)腐蚀图像,(d)A 的开操作,(e)开操作的膨胀,(f)开操作的闭操作[这个例子的原图由美国国家标准技术研究所(NIST)提供]

### 3 形态学变换



- 4) 击中击不中 (HIT-MISS) 变换

- 击中击不中变换 (HMT) 需要两个结构单元  $w$  和  $b$ ，合成一个结构元素对  $B = (w, b)$ 。一个探测图像内部，另一个探测图像外部。

- 定义： 击中 击不中

$$A \otimes B = \{a, B_w(a) \subset A, B_b(a) \subset A^c\}$$

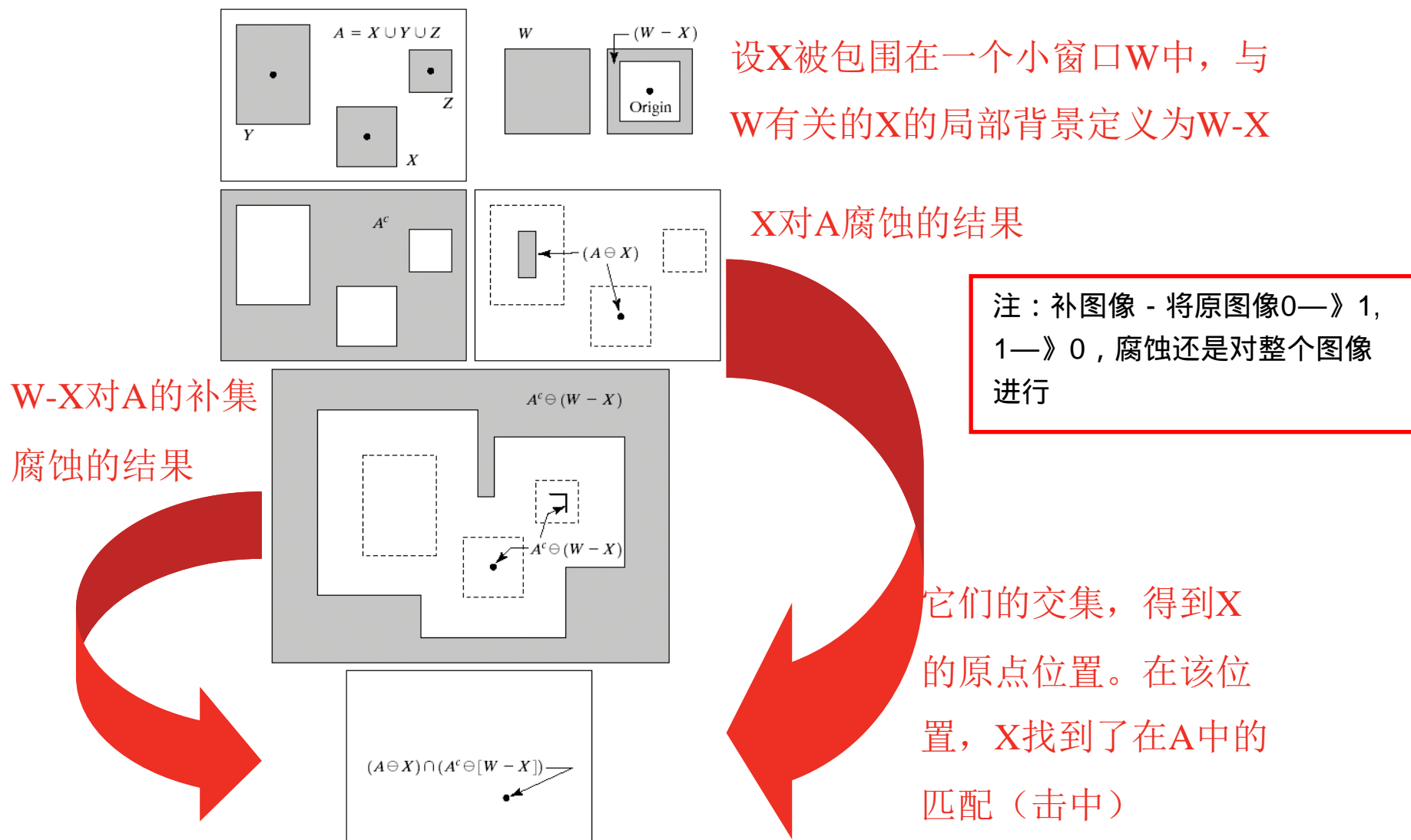
$$= (A \ominus B_w) \cap (A^c \ominus B_b)$$

这里指B结构  
中的  $w$  元素

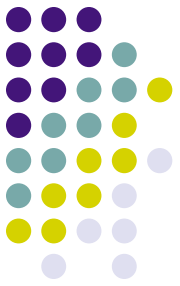
$$= (A \ominus B_w) / (A \oplus B_b)$$

- 其中  $B_w$  要求击中的部分， $B_b$  要求击不中的部分。
- 目的：用于精确检测图像  $A$  中结构元素  $B$  的位置，或从图  $A$  中检索  $B$  目标时使用。

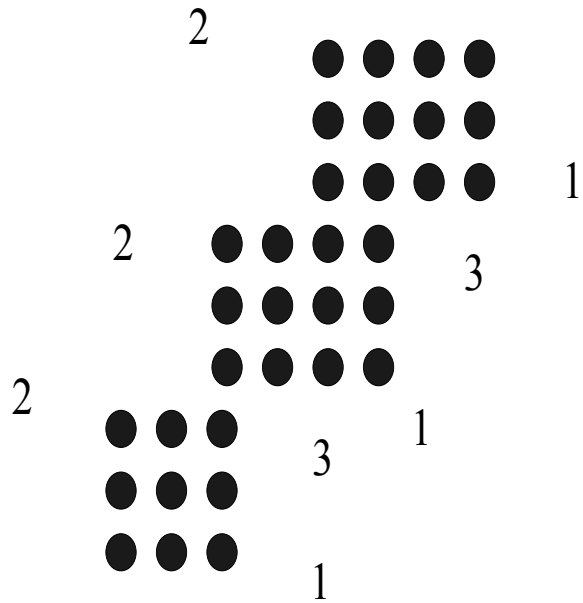
# 击中或击中变换举例——是形状检测的基本工具



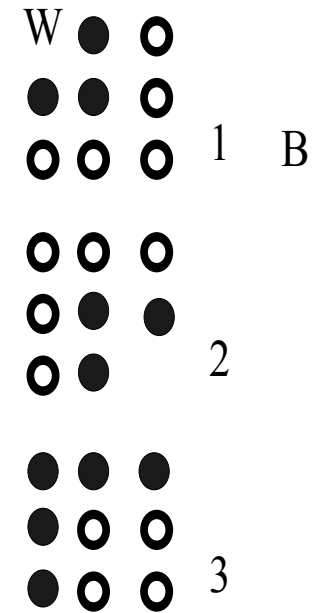
# 3 形态学变换



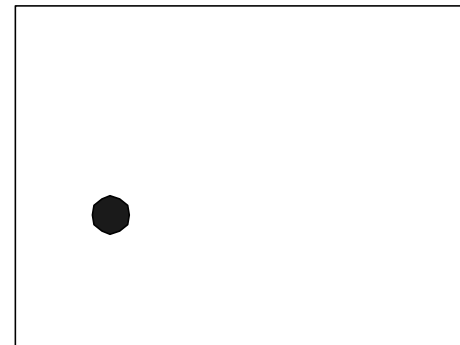
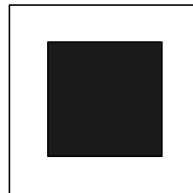
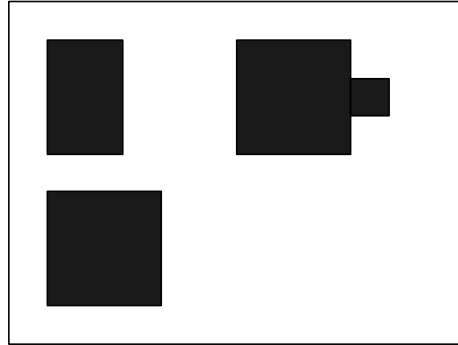
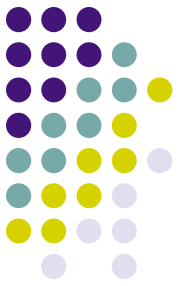
A



T

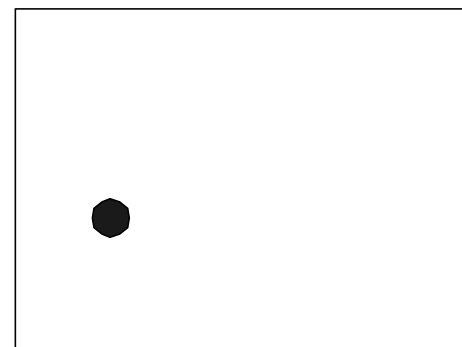
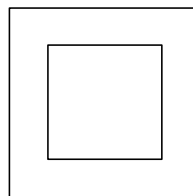
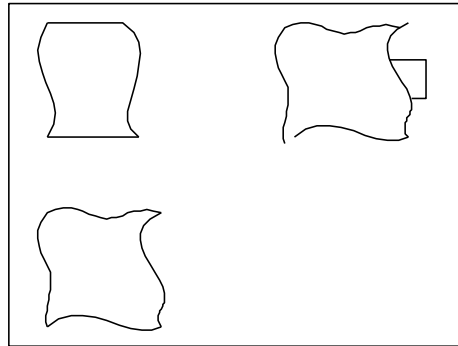
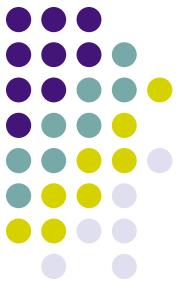


# 3 形态学变换





# 3 形态学变换



# 4 形态学变换的应用



- 1) 边缘提取 (输入二值图像, 如经分割的图像, 得到图像内边界)

- 给定图像 **A** 和结构单元 **B** (通常为圆形)

- 定义:  $\beta(A) = A - (A \ominus B)$

1. 腐蚀——提取A的囊

2. A-其囊=边缘

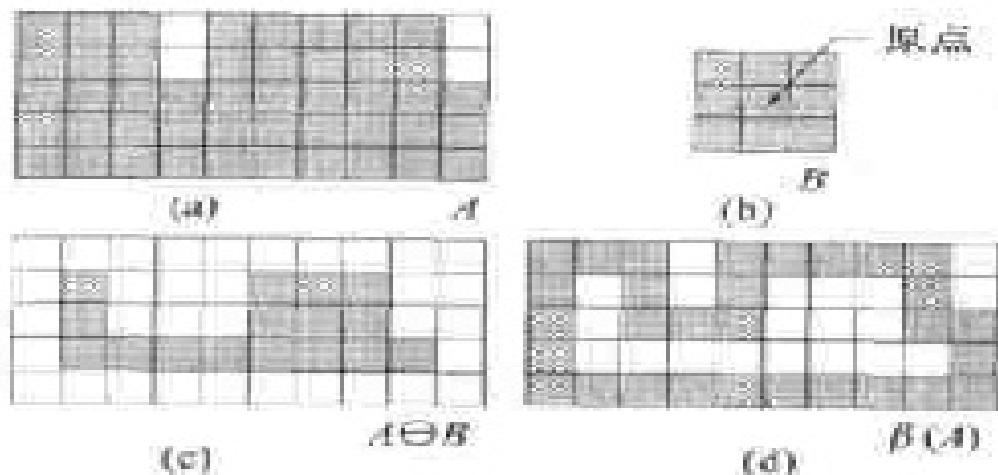
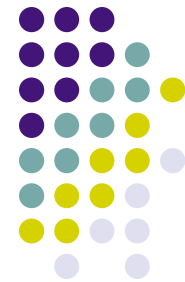
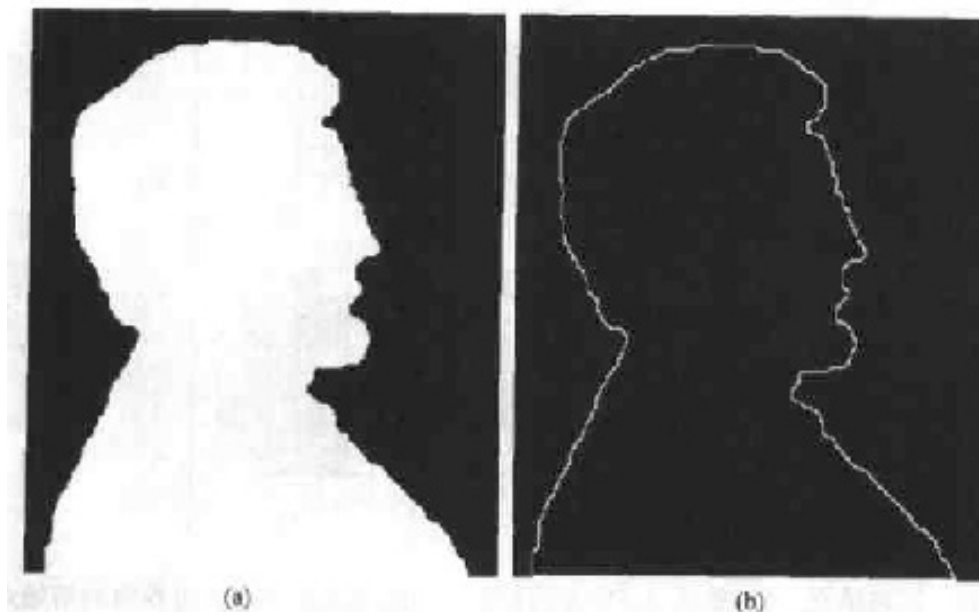


图 9.13 (a)集合  $A$ , (b)结构元素  $B$ ,  
(c)使用  $B$  对  $A$  进行腐蚀, (d)由  
 $A$  减去腐蚀的结果得到边界

# 4 形态学变换的应用



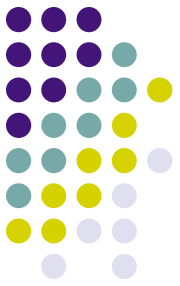
- 1) 边缘提取



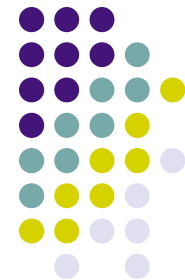
原图

边缘提取

# 4 形态学变换的应用



# 4 形态学变换的应用

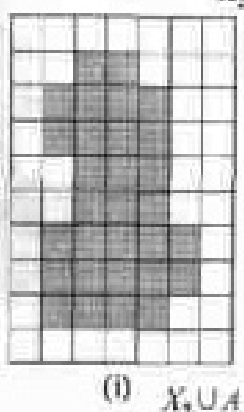
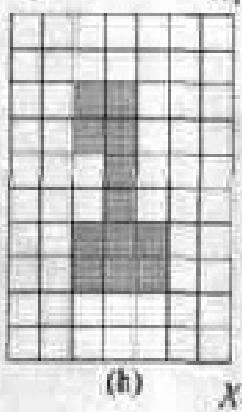
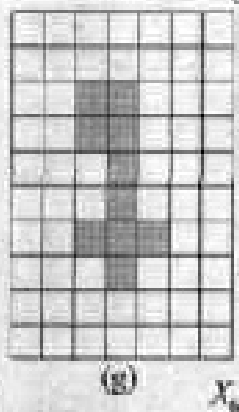
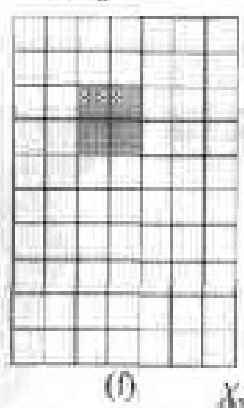
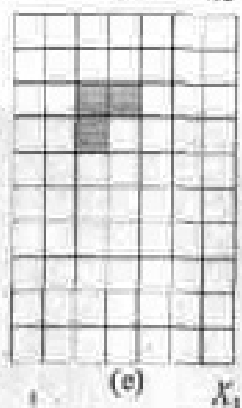
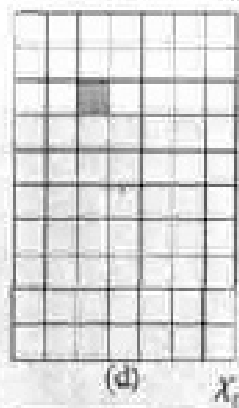
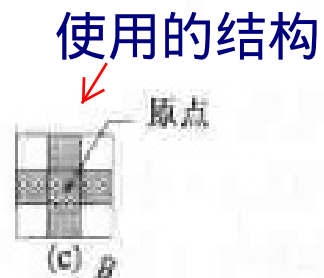
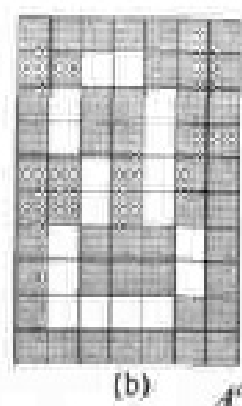
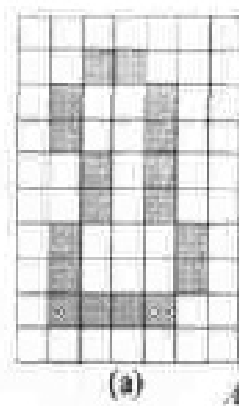


- 1) 其它边缘提取办法

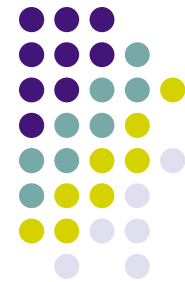
- $A - (A \ominus B)$  给出图像的内边界,
- $(A \oplus B) - A$  给出图像的外边界,
- $(A \oplus B) - (A \ominus B)$  给出跨越实际欧氏边界上的边界,  
又称为形态学梯度。

# 4 形态学变拘

- 2) 区域填充



# 4 形态学变换的应用



- 2) 区域填充

- 初始化 $X_0$ 为区域一个内部点 (填充种子, 在 $A^C$ 上)

- 重复以下操作

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^C$$

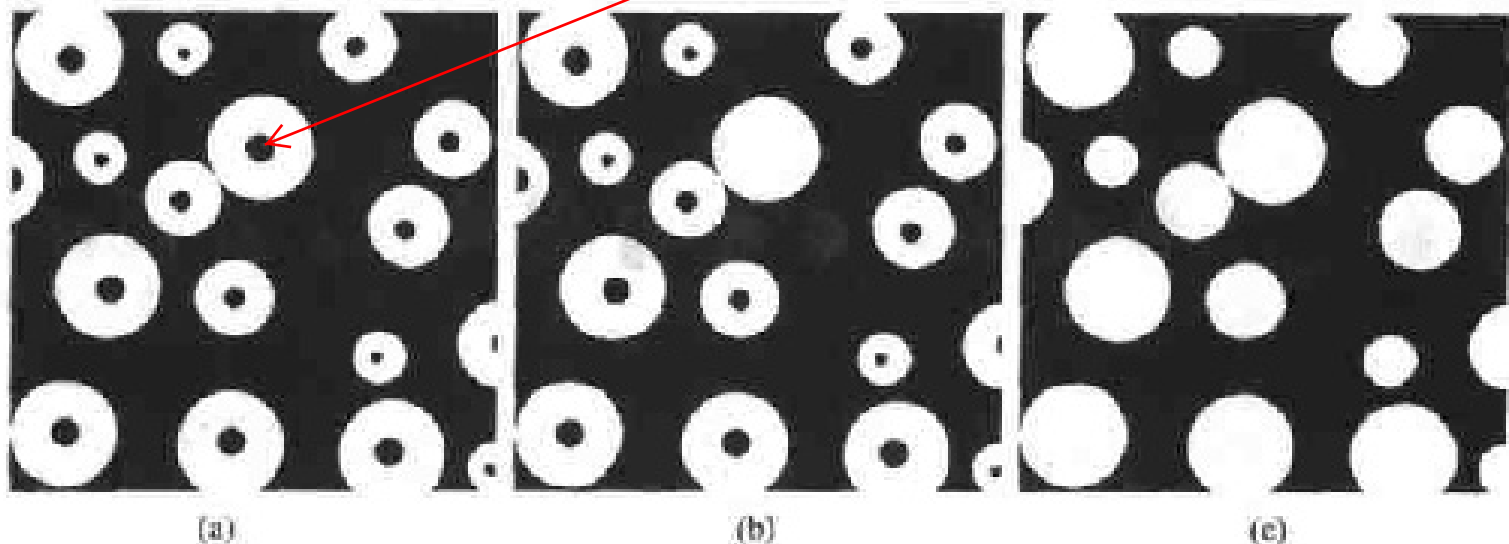
目前还不是A上的点，  
确保不是边界上的点

- 直到 $X_{k+1} = X_k$

# 4 形态学变换的应用

- 2) 区域填充

注意：种子要选择在空白点



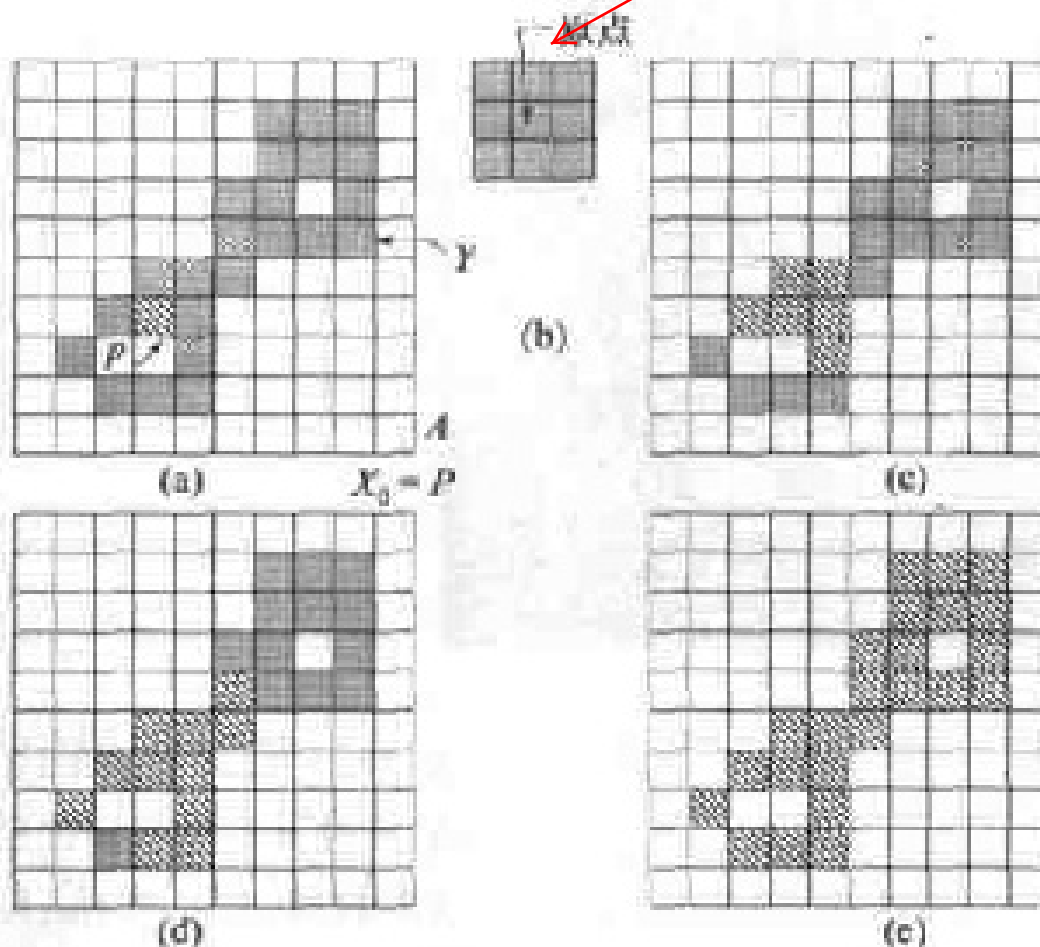


# 4 形态学变换的应用



## ● 3) 连通分量的提取

使用的结构，注意和填充时不同



提取操作后，集合上任意2点都保持连通

# 4 形态学变换的应用



- 3) 连通分量的提取
  - 初始化 $X_0$ 为连通分量一个点

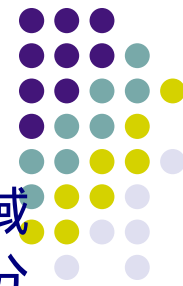
- 重复以下操作

连通分量-提取  
A上的连通分量

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$$

- 直到 $X_{k+1} = X_k$

# 4 形态学变换的应用



简单边界点：邻域  
只有一个连通成分

## ● 4) 图像细化变换

- 保持连通性和连通长度的情况下，消去不是端点的点

- 定义：  
击中（击中）变换HMT

$$A \odot B = A - (A \otimes B)$$

- 更一般地，利用结构对序列  $B^1, B^2, \dots, B^K$
- 迭代地产生输出序列，直到输出结果不再变化
- 首先利用一个结构对的顺序细化

# 细化算法要求

---

1. 细化运算输出骨架是一条宽度为 1 个像素的细线
2. 细化的结果是原目标图像的中心线（轮廓线）
3. 细化过程不破坏图像的连通性
4. 具有好的稳定性（指多次运算具有唯一性）

# 细化操作说明

细化运算定义为： $A \odot B = A - (A \otimes B)$

即关于原集合原点对称，B定义了一个可以去掉的元素，匹配即为击中

$A \otimes B = (A \ominus B_a) - (A \oplus \hat{B}_b)$ ，其中 $\hat{B}_b$ 为 $B_b$ 的反射集

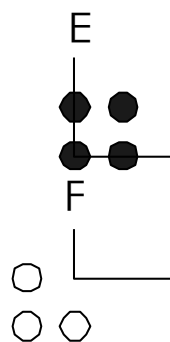
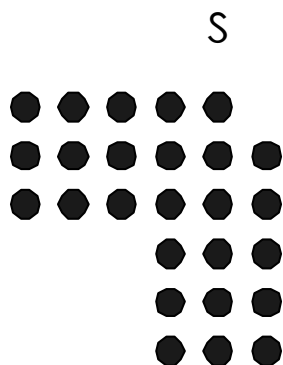
$B = B_a \cup B_b$ ，如果 $B_b = \Phi$ ，则有：

$$A \odot B = A - (A \ominus B_a)$$

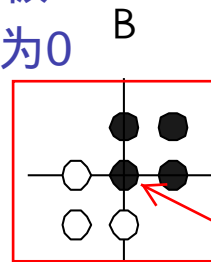
注释：

1. 和结构模板B匹配的为击中
2. A-击中元素相当于除去击中元素
3. 这里相当于用B作腐蚀
4. 参考后页图示

# 4 形态学变换的应用



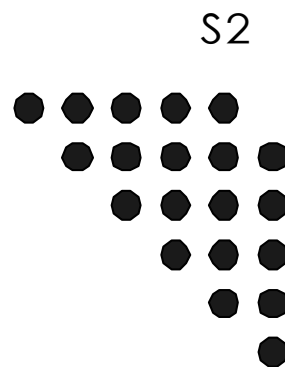
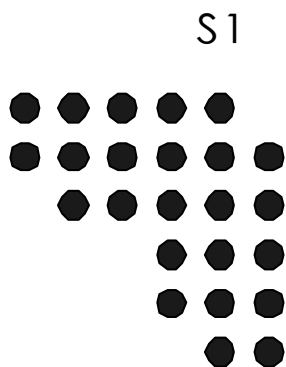
组合为3x3模板  
实点为1，圈为0  
其他可0或1



注意：

1. 腐蚀只要求和模板中1对应的点相同
2. 这里的操作是模板中0/1对应的都要相同

模板原点



操作过程：

1. 模板B中心点对准待处理像素（1）
2. 如果待处理像素邻点与结构B特征相同，则该点删除1——》0
3. 从上到下，从左到右扫描

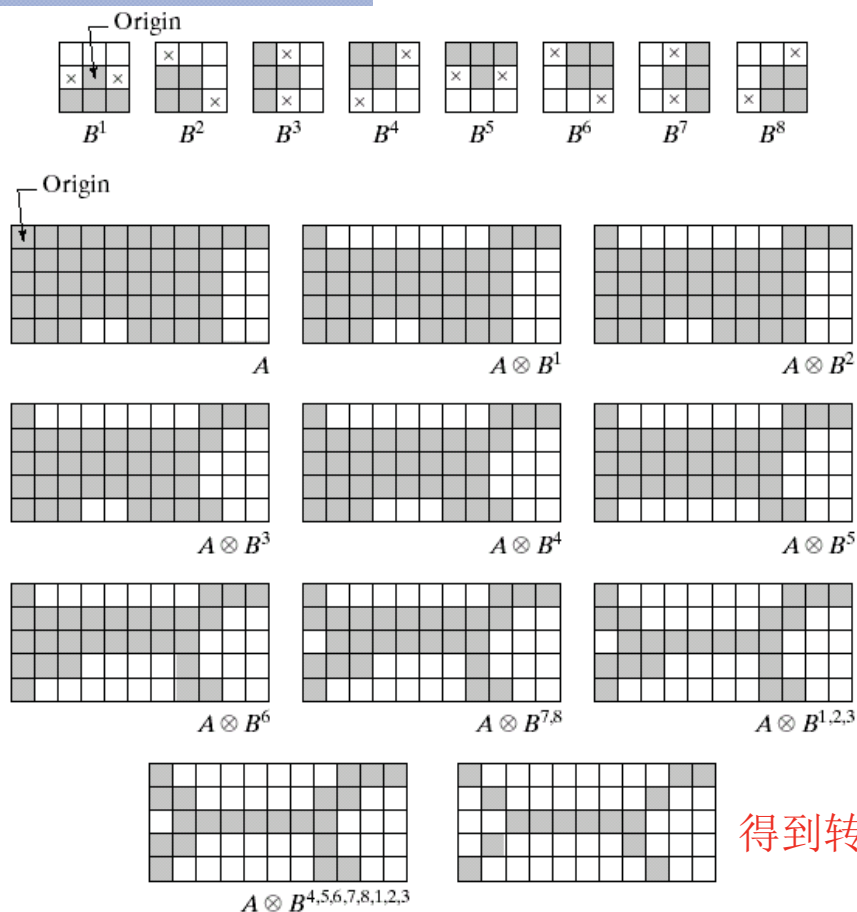
# 细化过程举例

模板定义：

1. X : 0或1

2. 黑 : 1

3. 白 : 0



得到转化为m连通的细化

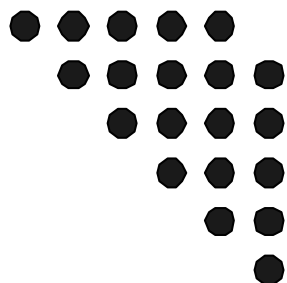
a
b c d
e f g
h i j
k l

**FIGURE 9.21** (a) Sequence of rotated structuring elements used for thinning. (b) Set  $A$ . (c) Result of thinning with the first element. (d)–(i) Results of thinning with the next seven elements (there was no change between the seventh and eighth elements). (j) Result of using the first element again (there were no changes for the next two elements). (k) Result after convergence. (l) Conversion to  $m$ -connectivity.

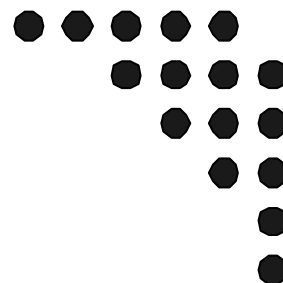
# 4 形态学变换的应用



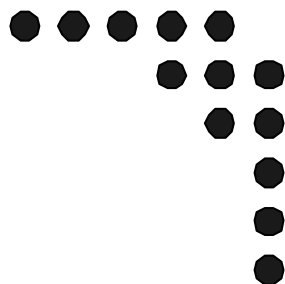
S2



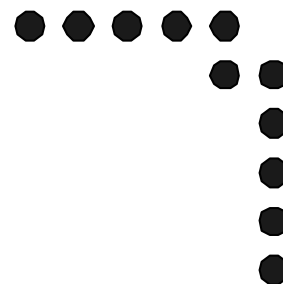
S3



S4



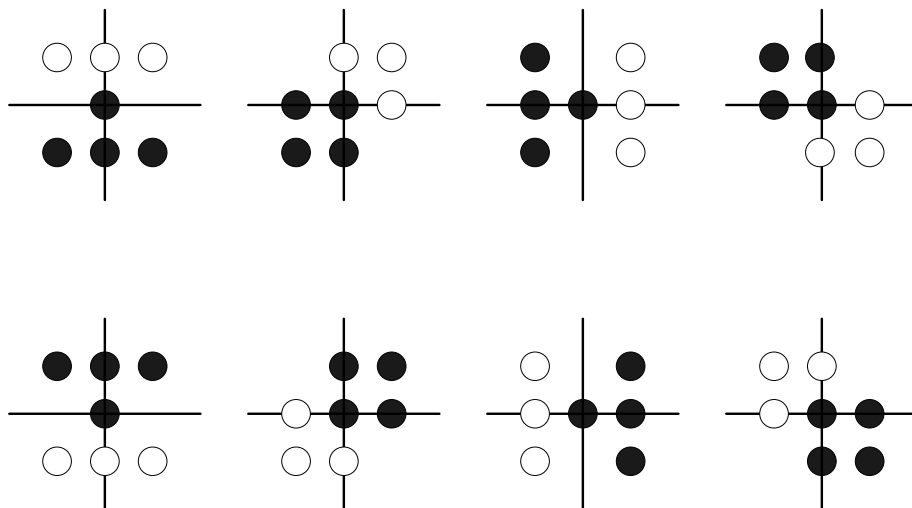
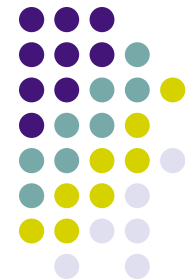
S5



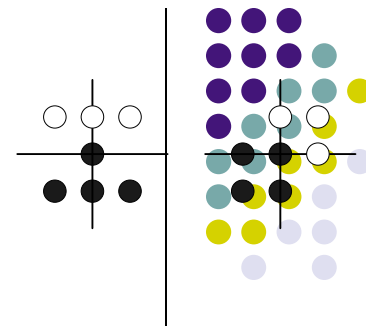


# 4 形态学变换的应用

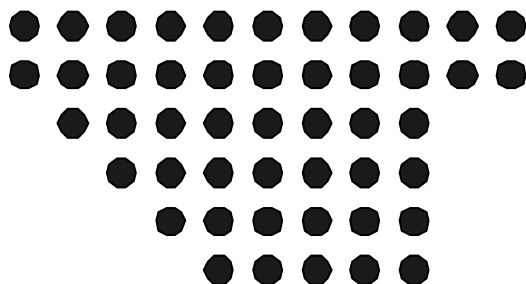
- 通常使用八个方向结构对进行细化



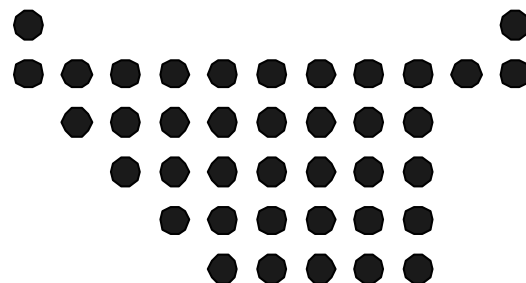
# 4 形态学变换的应用



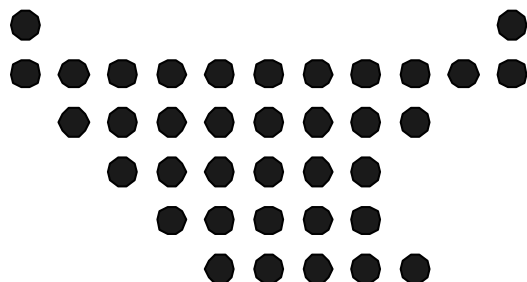
S



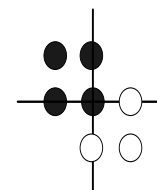
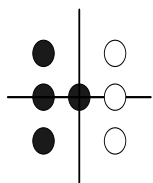
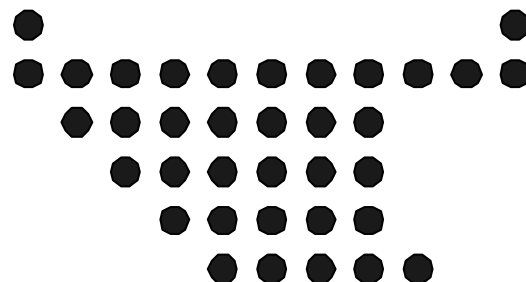
S1: 1, 2



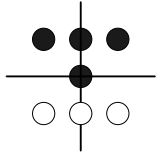
S1: 3



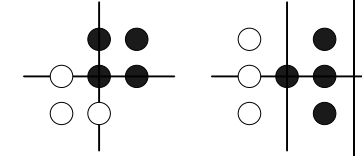
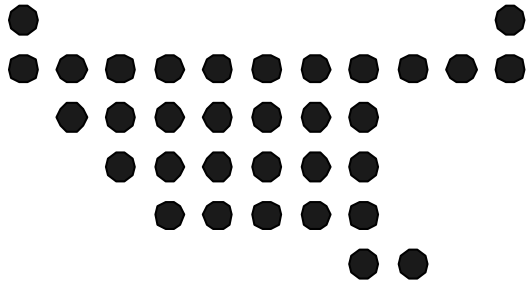
S1: 4



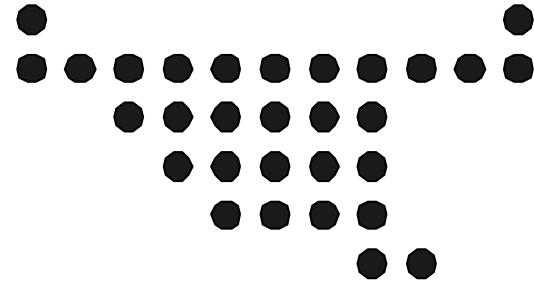
# 4 形态学变换的应用



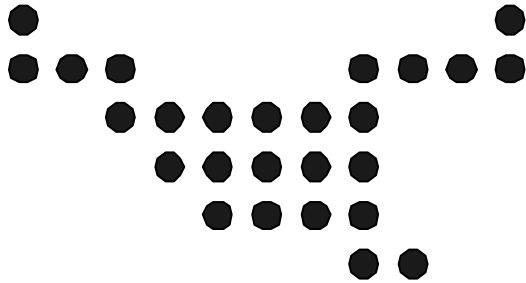
S1: 5



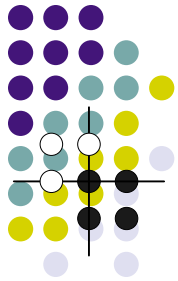
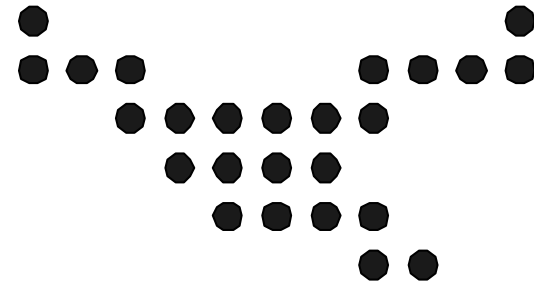
S1: 6, 7, 8



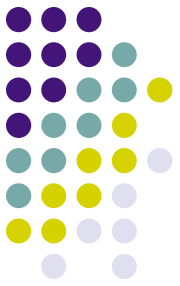
S2: 1, 2



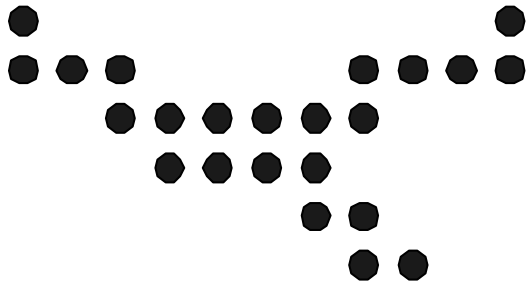
S2: 3, 4



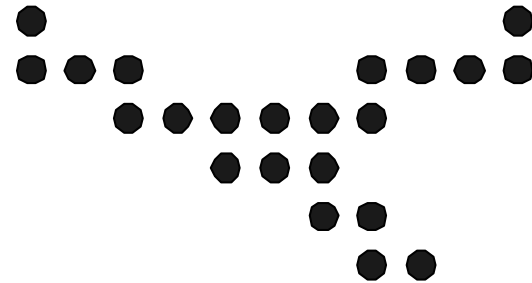
# 4 形态学变换的应用



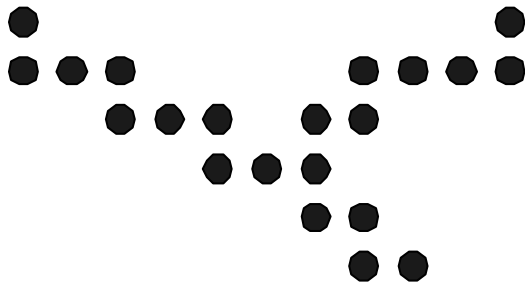
S2: 5



S2: 6, 7, 8



S3: 1



# 4 形态学变换的应用



细化Lenna  
的二值图像

# 4 形态学变换的应用

- 5) 粗化 (Thick)
  - 细化的对偶过程
  - 定义:  $A \blacklozenge B = A \cup (A \otimes B)$



## 4 形态学变换的应用



粗化Lenna  
的二值图像

# 4 形态学变换的应用

- 6) 骨架 (Skeleton)

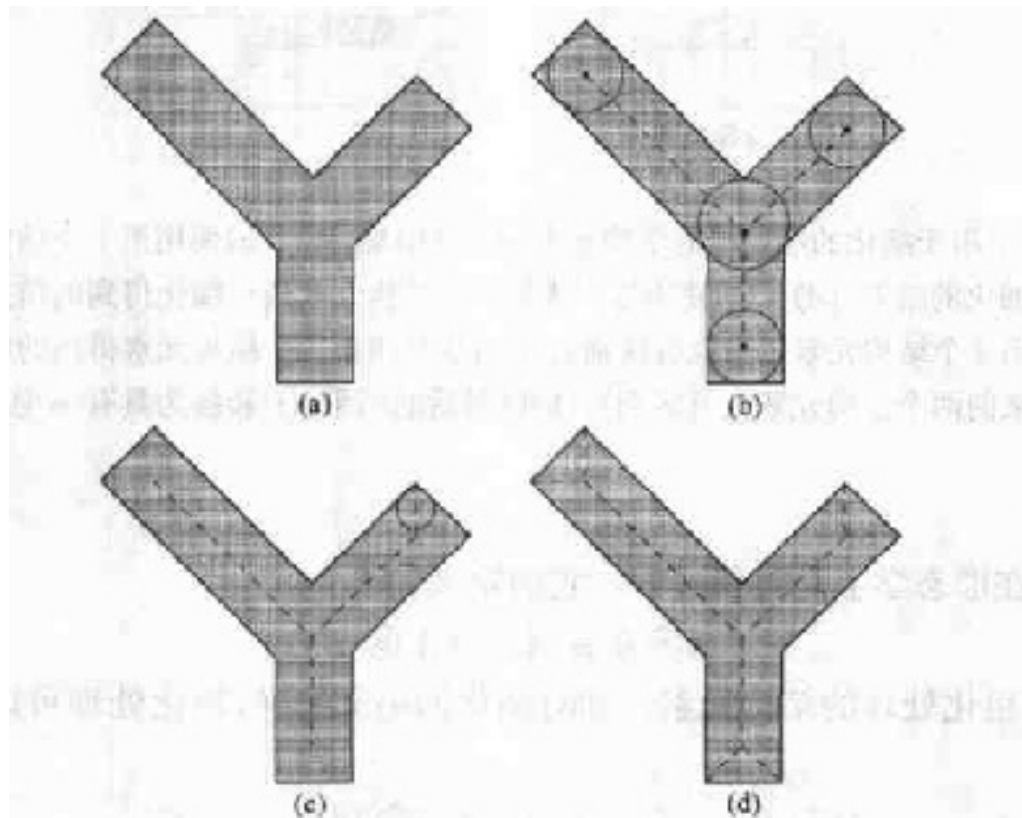
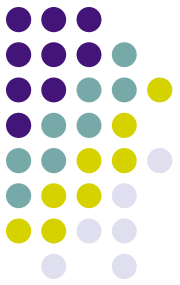


图 9.23 (a)集合  $A$ , (b)中心位于  $A$  的骨架上的最大盘的不同位置, (c)位于  $A$  的骨架的不同条线段上的最大盘, (d)完整的骨架



# 4 形态学变换的应用



- 6) 骨架 (Skeleton)

- 表达为:

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A)$$

- 其中  $S_k(A)$  由腐蚀和开变换构成

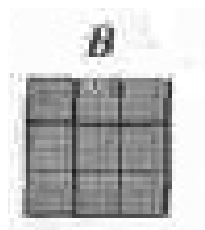
$$S_k(A) = (A \ominus k B) \circ (A \ominus k B)$$

- $(A \ominus k B) = (...((A \ominus B) \ominus B)...) \ominus B$  表示多次腐蚀操作

1. 骨架不要求连通性，要求最大程度的细化
2. 和细化不同，骨架可以通过重建操作恢复原集合A - 可逆操作

# 4 形态学变换的应用

- 6) 骨架 (Skeleton)



$k$	$A \ominus k B$	$(A \ominus k B) \circ B$	$S_k(A)$	$\bigcup_{k=0}^k S_k(A)$
0				
1				
2				

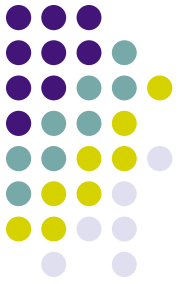
## 4 形态学变换的应用



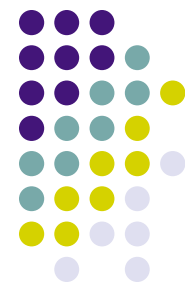
Lenna的骨架二值图像

# 4 形态学变换的应用

- 7) 其他运算
  - 收缩、剪枝等等。



# 5 灰度图像形态学

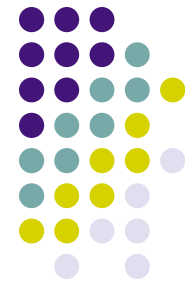


- 灰度图像膨胀和腐蚀
  - 以像素邻域的最大值和最小值来定义
  - 灰度扩张

$$(f \oplus b)(x, y) = \max \{ f(x - x', y - y') + b(x', y') \mid (x', y') \in D_b \}$$

- 结构元素**b**
  - 定义域 $D_b$
  - 结构元素**b**的值
  - 平坦的结构单元

# 5 灰度图像形态学



- 灰度腐蚀

$$(f \ominus b)(x, y) = \min \{ f(x - x', y - y') - b(x', y') \mid (x', y') \in D_b \}$$

Original



Eroded 腐蚀

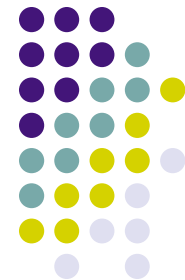


Dilated 膨胀



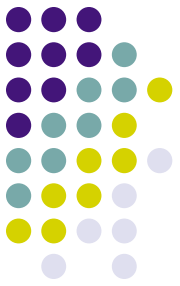
[strel\('ball',5,5\)](#)

# 要点总结



- 形态学中扩张运算和腐蚀运算的定义；
- 形态学中开变换、闭变换、击中击不中变换的定义；
- 形态学变换的主要应用（细化、粗化、形态学边界）的定义及实现。

# 上机实习



- 1、使用Matlab形态学变换函数：imdilate, imerode, strel, immorph, imsubtract, imopen, imclose
- 2、在二值化程序基础上，编制基本的形态学运算（腐蚀和膨胀、开闭）程序，针对输入的任意图像选择不同的阈值做二值化，再做形态学处理，输入不同类型的结构元素观察效果。
- 3、编制细化的程序，通过用画板等方式生成的各种类型的二值图像观察效果。