



## 基于时间序列预测的物料生产安排模型

### 摘 要

论文试图根据某企业产品需求的历史记录,建立数学模型,解决合理安排生产计划问题。

首先,统计所有 284 种不同物料需求出现的频数、数量、趋势、销售单价和销售总额,选择销售总额较大、记录频数较多、需求数量较高的不同趋势(水平型、上升型、下降型)的 6 种物料进行关注。

其次,对选择重点关注的 6 种物料,以周为单位,统计每种物料的周需求量。建立物料需求的周预测模型,采用三次指数平滑预测法,编写程序,进行短期预测。即用前 100 周数据预测第 101 周数据,用前 101 周数据预测第 102 周数据,以此类推。经过不断尝试,并且考虑到平均服务水平不低于 85%的要求,针对不同趋势的数据,采用不同的参数(水平型取参数  $\alpha=0.3$ ,上升型取参数  $\alpha=0.8$ ,下降型取参数  $\alpha=0.4$ ),这样选择的参数可以快速、大幅提高需求量的增长,从而降低缺货量,进而保障服务水平的高质量。

根据这个原则,分别对 6 种不同物料进行统计和计算,得到 6 种物料第 101-177 周的库存量、缺货量和服务水平,以及综合结果。计算结果发现,6 种物料的平均服务水平都超过 85%,绝大多数周的服务水平都达到 100%,然而,平均库存量也较大。其中物料 6004021055 平均库存量高达 198.63 件/周。

再次,在第 2 题的生产安排模型中,服务水平高,但是库存量大,为了在二者之间寻求平衡,论文提出“强化参数法”和“联合调整法”。在“强化参数法”中,对于每周需求量计算都按照方案调整一次参数,及时地补充和跟进需求量的增加,以保证服务水平不会连续较低的情况。而“联合调整法”则是联合上周库存量、缺货量和本周需求预测值,最大限度地压缩库存量,减少成本。在这两个方法相继使用之下,很好地平衡了服务水平和库存量的关系。

根据这个想法,分别对 6 种不同物料进行统计和计算,得到 6 种物料第 101-177 周的库存量、缺货量和服务水平,以及综合结果。计算结果发现,所有物料的平均库存量均有不同程度下降,物料 6004021055 的平均库存量降到 45.51 件/周,降幅 77.1%,而平均服务水平则降为 82.91%。针对其他平均库存量本来就较小的物料,改进方案,使得服务水平达到 85%以上的同时,平均库存量也在 20 件/周以下。

最后,调整假设条件,延长产品从计划到使用的时间,这必然导致缺货量增加,所以对“强化参数法”和“联合调整法”都进行了改进,倾向于增加库存量来避免持续缺货,严重影响服务水平的情况,针对延长  $k$  周( $k=2$ )的情况进行计算,从计算结果来看,效果是很好的,只是对于这两种方法中的参数,需要更多数据和探索,以期获得更多经验。

关键词: 生产安排 时间序列 三次指数平滑 预测 MATLAB 库存量 服务水平



## 一、问题重述

某电子产品制造企业,欲分析已有历史数据,预测物料需求,进而安排生产计划。

赛题附件提供某电子产品制造企业自 2019 年 1 月 1 日起至 2022 年 5 月 21 日的物料编码及其需求量、销售单价记录,我们将解决以下:

1、分析历史数据,选择 6 种应当重点关注的物料,建立物料需求的周预测模型,并利用历史数据对预测模型进行评价;

2、如果本周计划生产的物料只能在  $k$  ( $k=1$ ) 周及以后使用,制定 6 种重点物料的生产计划表(含第 101 周-177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平),计算 6 种物料的综合结果,使得平均服务水平不低于 85%;

3、平衡库存量成本与服务水平之间的关系,调整周生产计划,重新制定生产计划表和计算综合结果;

4、如果本周计划生产的物料只能在  $k$  ( $k \geq 2$ ) 周及以后使用,重新制定生产计划。

## 二、问题分析

### 2.1 问题 1 分析

1.结合物料需求出现的频数、数量、趋势、销售单价和销售总额,利用 EXCEL 工具排序,选择 6 种重点关注的物料。

2.以周为单位,统计周需求量历史数据。

3.建立时间序列三次指数平滑预测模型,对周需求量进行预测,计算误差。

### 2.2 问题 2 分析

1.假设周需求量预测值为生产计划,提出“参数调整法”,即对物料趋势进行分类,利用三次指数平滑预测法,水平型取参数  $\alpha=0.3$ ,上升型取参数  $\alpha=0.7$  (为了保障服务水平处于较高的质量),下降型取参数  $\alpha=0.6$ ,确定生产计划。

2.梳理生产计划、实际需求、库存、缺货量及服务水平之间的关系,按照一周后才能使用产品的假设,计算 6 种重点关注物料在第 101-177 周的库存、缺货量及服务水平。

3.进一步计算 6 种物料的综合结果。

4.分析问题。

### 2.3 问题 3 分析





1.将问题 2 的流程进行调整, 增加调整生产计划的步骤:

确定需求量预测——“强化参数法+联合调整法”调整实际生产计划——计算库存、缺货量、服务水平——计算综合结果。

2.确定调整实际生产计划的方案, 即根据库存、需求量调整生产计划(降低库存成本), 根据服务水平、缺货量调整生产计划(提高服务水平), 以实现平均服务水平高于 80%, 且库存量大幅度低于问题 2 中库存量。最终实现库存量与服务水平之间的平衡。

3.计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平, 及综合结果, 并与问题 2 中的结果进行对比。

## 2.4 问题 4 分析

1.更改假设, 假设本周计划生产的物料只能在  $k=2$  周及以后使用, 那么对突然增加需求量的情况就必然导致服务水平极低, 所以必须继续调大参数  $\alpha=0.9$ , 并且在需求量基础上数乘  $\beta$  ( $\beta \geq 1$ ), 以达到快速增加需求量的目的。 $k$  值越大,  $\beta$  值也越大。

2.计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平, 及综合结果。

## 三、模型假设与符号说明

### 3.1 模型假设

1、假设附件所给数据无遗漏, 数值均无误;

2、假设本周生产计划所生产的产品, 本周并不能使用, 必须在  $k$  ( $k \geq 1$ ) 周之后才能使用。

### 3.2 符号说明

符号	含义
$y_t$	第 $t$ 周实际需求量
$\hat{y}_t$	第 $t$ 周需求量预测值
$C_t$	第 $t$ 周生产计划数量
$K_t$	第 $t$ 周库存量
$Q_t$	第 $t$ 周缺货量
$F_t$	第 $t$ 周服务水平
$\alpha$	三次指数平滑预测法中的参数
$\beta$	问题 4 中生产计划调整参数

表 1 论文中使用的符号说明



## 四、模型的建立与求解

### 4.1 问题 1 的模型

#### 4.1.1 选择 6 种重点关注的物料

附件中给出 2019 年 1 月 1 日-2022 年 5 月 21 日共 22453 条数据, 每条数据含物料编码、需求量及销售单价。

在 EXCEL 中, 对物料编码去重复, 得到共 284 个不同的物料编码, 再用 COUNTIF 函数分类计数得到不同物料编码的频数, 用 SUMIF 函数分类求和得到不同物料编码的数量, 考虑到企业盈利的目的, 计算不同物料编码的销售总额。需要指出的是, 同一物料编码的销售单价在不同时间会有差别, 论文中将采用平均销售单价的计算办法, 即:

$$\text{平均销售单价} = \frac{\text{销售总额}}{\text{总数量}} = \frac{\sum (\text{数量} \times \text{销售单价})}{\sum \text{数量}}$$

接下来考虑几项指标:

- 频数, 代表订单客户的数量, 频数越大, 客户群体越大。
- 数量, 代表物料需求总量, 关系到销售数量、销售总额, 影响生产计划。
- 平均销售单价, 与销售总额相关。
- 趋势, 代表对产品的预判, 影响生产计划。

不同物料的各项计算结果如表 2 (按销售总额降序排列, 颜色代表在该项目降序排列中居前五):

物料编码	频数	数量	平均销售单价	销售总额	趋势 (特点)	重点关注
6004020918	620	2213	2280	5045408	下降型数据	√
6004010372	80	2657	1815	4823621	频数太少, 数据量不够多, 影响预测, 建议后期关注	
6004020900	444	717	6332	4540071	上升型数据	√
6004021155	130	1075	3517	3781103	频数太少, 数据量不够多, 影响预测, 建议后期关注	
6004010174	418	2601	1302	3386739	2021.11.5 之后无数据, 不值得关注	
6004021055	318	2969	1050	3116285	下降型数据	√
6004020768	180	434	6410	2781860	水平型数据, 从 2019-2022 年需求量持续保持, 有特点	√
6004021096	160	569	4456	2535298	频数太少, 数据量不够	



6004021111	139	375	6521	2445243	多, 影响预测, 建议后期关注 频数太少, 数据量不够多, 影响预测, 建议后期关注	
6004020763	126	283	8609	2436296	频数太少, 数据量不够多, 影响预测, 建议后期关注	
6004020921	337	934	2396	2238134	水平型数据	√
6004010256	955	1585	1366	2165199	上升型数据	√

表 2 不同物料编码的频数、数量、销售单价、销售总额计算

表 2 列出的是按销售总额排序的前 10 位, 其他有些物料虽然销售单价高达上万元, 但是需求量不大, 导致销售总额不高, 如果利润率相当的情况下, 利润也就不如销售总额更高的物料来得大。

**挑选原则:** 在选择重点关注的 6 种物料时, 优先考虑销售总额高的物料, 其次, 考虑物料的频数较多、需求数量较大, 最好有不同趋势的物料。如果周需求量的数据太少, 会影响预测结果, 建议后期再关注。

例如, 在统计周需求量时, 发现物料 6004010174 在 2021 年 11 月 5 日之后就没有需求数据了, 该情况被认为是产品停产或者不再销售, 也就是需求趋势为 0, 故不应关注这样的物料。另外, 物料 6004020900 从 2019 年 10 月 21 日才开始出现记录, 持续到 2022 年 5 月 21 日, 且需求量逐步增加, 这样的物料值得被关注。

最后, 在综合考虑频数、数量、销售单价、销售总额等各项因素后, 选择以下 6 种物料重点关注:

	物料编码
1	6004020918
2	6004020900
3	6004021055
4	6004020768
5	6004020921
6	6004010256

表 3 重点关注的 6 种物料编码





#### 4.1.2 物料需求的周预测模型——时间序列模型（三次指数平滑法）

首先，对 6 种不同物料需求量按周进行统计，绘制散点图：

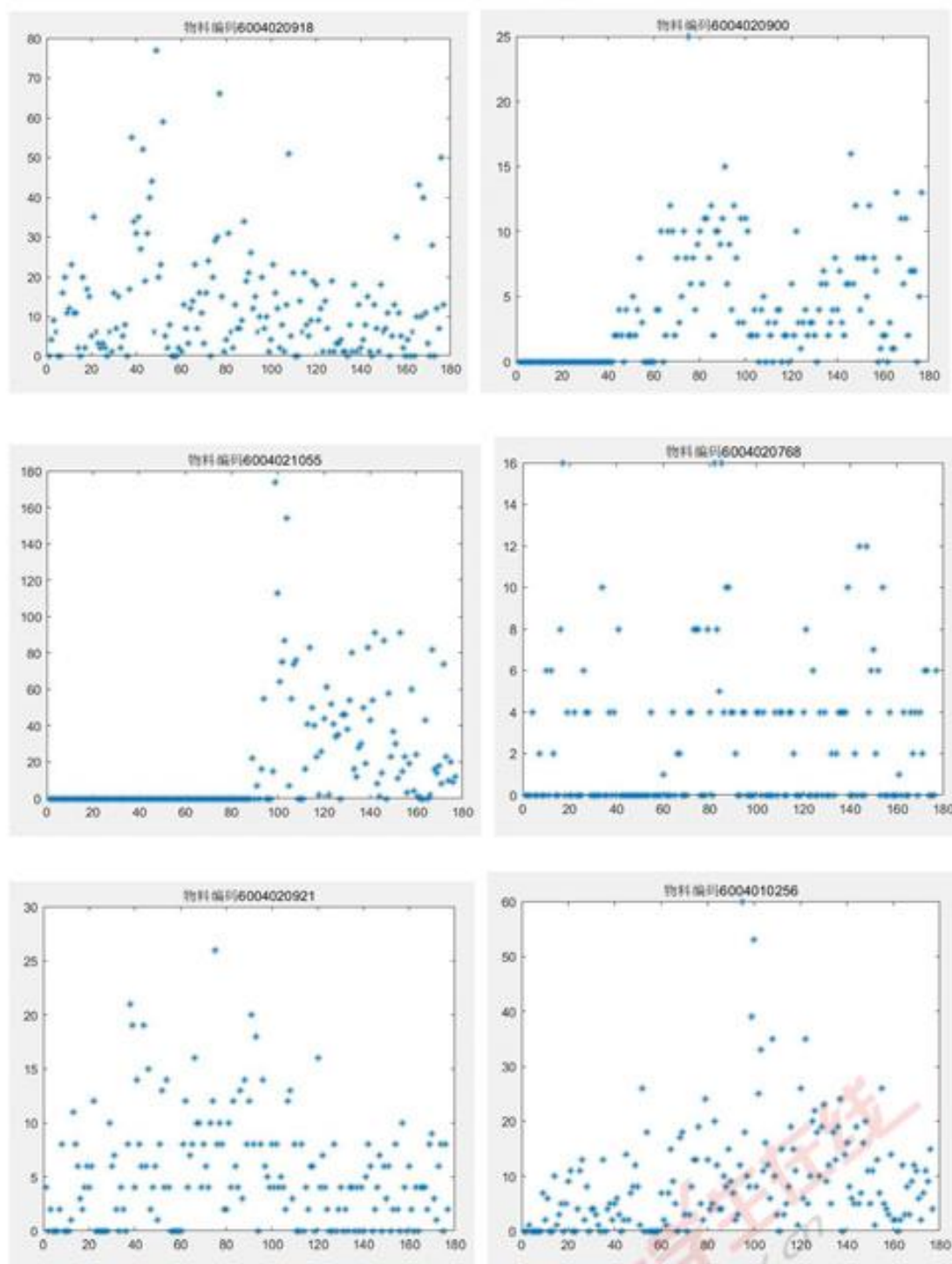


图 1 重点关注的 6 种物料周需求量散点图

观察散点图，发现：

1. 6004020918、6004020768、6004020921、6004010256 物料自 2019 年 1 月 2 日以来保持持续生产，而 6004020900、6004021055 物料都只是近一年来才有



生产记录。

2. 6004020900、6004010256 物料的周需求量有上升趋势, 6004020918、6004021055 物料周需求量略有下降趋势, 6004020768、6004020721 物料周需求量则有水平型趋势。

针对数据特点, 建立时间序列模型来进行周预测。

假设周需求量为时间序列  $\{y_t\}$ , 下面综述时间序列的几种模型:

时间序列方法	时间序列模型	特点
简单一次移动平均预测法	$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_t + y_{t-1} + \cdots + y_{t-n+1}}{n}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 $t+1$ 期预测值( $t \geq n$ ) $y_t$ 表示第 $t$ 期实际值 $n$ 表示移动平均的项数 $\text{预测误差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})^2}{N-n}}$ $N$ 为时间序列 $\{y_t\}$ 所含原始数据的个数	<p>把参与平均的数据在预测中所起的作用同等对待;</p> <p><math>n</math> 不宜过大或过小, 如果没有周期变动, <math>n</math> 可取较大, 如果数据类型呈上升型或下降型趋势, <math>n</math> 可取较小的数。</p>
加权一次移动平均预测法	$\hat{y}_{t+1} = \frac{w_1 y_t + w_2 y_{t-1} + \cdots + w_n y_{t-n+1}}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 $t+1$ 期预测值 $y_t$ 表示第 $t$ 期实际值 $w_i$ 表示权重 $n$ 表示移动平均的项数 $\text{预测误差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})^2}{N-n}}$ $N$ 为时间序列 $\{y_t\}$ 所含原始数据的个数	<p>把参与平均的数据在预测中所起的作用区别对待;</p> <p>一般原则: 近期数据的权重大, 远期数据的权重小。</p>
一次指数平滑预测法	$\hat{y}_{t+1} = S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(1)}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 $t+1$ 期预测值 $y_t$ 表示第 $t$ 期实际值 $S_{t-1}^{(1)}, S_t^{(1)}$ 分别表示第 $t-1, t$ 期一次指数平滑值	<p>实际预测时, 可选不同的 <math>\alpha</math> 值进行比较, 选择一个比较合适的 <math>\alpha</math> 值。</p> <p>需要给出初值 <math>S_0^{(1)}</math>, 可取原时间序列的第一项或前几项</p>



	$\alpha$ 表示平滑系数, $0 < \alpha < 1$ $\text{预测误差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} (\hat{y}_{t+1} - y_{t+1})^2}{n-1}}$ $n$ 为时间序列 $\{y_t\}$ 所含原始数据的个数	的算数平均值为初值。
二次指数平滑预测法	$\begin{cases} S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}^{(1)} \\ S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(2)} \\ \hat{y}_{t+T} = A_T + B_T T \\ A_T = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)} \\ B_T = \frac{\alpha}{1-\alpha} (S_t^{(1)} - S_t^{(2)}) \end{cases}$	适用于时间序列呈线性增长趋势情况下的短期预测
三次指数平滑预测法	$\begin{cases} S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}^{(1)} \\ S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(2)} \\ S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(3)} \\ \hat{y}_{t+T} = A_T + B_T T + C_T T^2 \\ A_T = 3S_t^{(1)} - 3S_t^{(2)} + S_t^{(3)} \\ B_T = \left( \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} \right) [(6-5\alpha)S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)} + (4-3\alpha)S_t^{(3)}] \\ C_T = \left( \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2} \right) [S_t^{(1)} - 2S_t^{(2)} + S_t^{(3)}] \end{cases}$ $\text{预测误差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} (\hat{y}_{t+1} - y_{t+1})^2}{n-1}}$	三次指数平滑在二次指数平滑的基础上保留了季节性的信息, 使得其可以预测带有季节性的时间序列。适用更多时间序列的应用问题。 经验地, 当时序序列数据是水平型的发展趋势类型, $\alpha$ 可取 0-0.3; 当时序序列数据是上升(或下降)的发展趋势类型, $\alpha$ 可取 0.6-1.

表 4 时间序列方法

根据物料周需求量散点图, 发现并不是所有需求量都具有上升型或下降型的特点, 还是有水平型的数据存在。所以, 论文将采用三次指数平滑预测法, 以适合更多的需求量类型。

#### 具体算法:

1. 利用  $y_1, y_2, \dots, y_{100}$  预测  $\hat{y}_{101}$ ,
2. 再利用  $y_1, y_2, \dots, y_{101}$  预测  $\hat{y}_{102}, \dots$ , 以此类推,
3. 如果遇到周需求量预测值  $\hat{y}_i < 0$ , 校准取  $\hat{y}_i = 0$ 。

根据三次指数平滑预测法的算法编写 MATLAB 程序实现计算 (见附录)。

以物料编号 6004020768 为例, 由于数据有水平型特点, 故取  $\alpha=0.3$ , 计算结果如下:





	实际值 $y_t$	预测值 $\hat{y}_t$	方差 $(y_t - \hat{y}_t)^2$
第 101 周	4.00	3.14	0.74
第 102 周	0.00	4.79	22.92
第 103 周	4.00	1.72	5.19
第 104 周	0.00	3.88	15.09
第 105 周	0.00	1.15	1.31
第 106 周	0.00	0.00	0.00
第 107 周	0.00	0.00	0.00
.....	.....	.....	.....
第 173 周	6.00	5.77	0.05
第 174 周	0.00	7.00	48.98
第 175 周	0.00	1.88	3.52
第 176 周	0.00	0.00	0.00
第 177 周	6.00	0.00	36.00
标准差 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})^2}{n-1}} = 0.481846$			

表 5 预测值与实际值误差计算

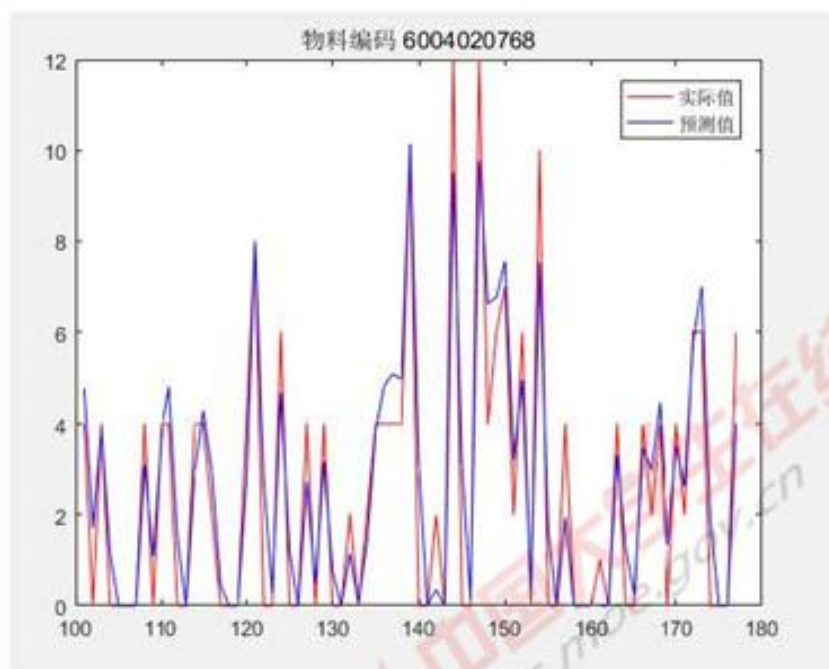


图 2 实际值与预测值比较图



所有 6 种物料的预测值及误差计算见支撑材料“第 1 题-6 种物料的预测值及误差计算.xlsx”。

对于前期为 0 后面才出现数据的情况, 我们尝试了保留数据 0 和删除数据 0 两种方法进行预测, 得到计算结果对比图:

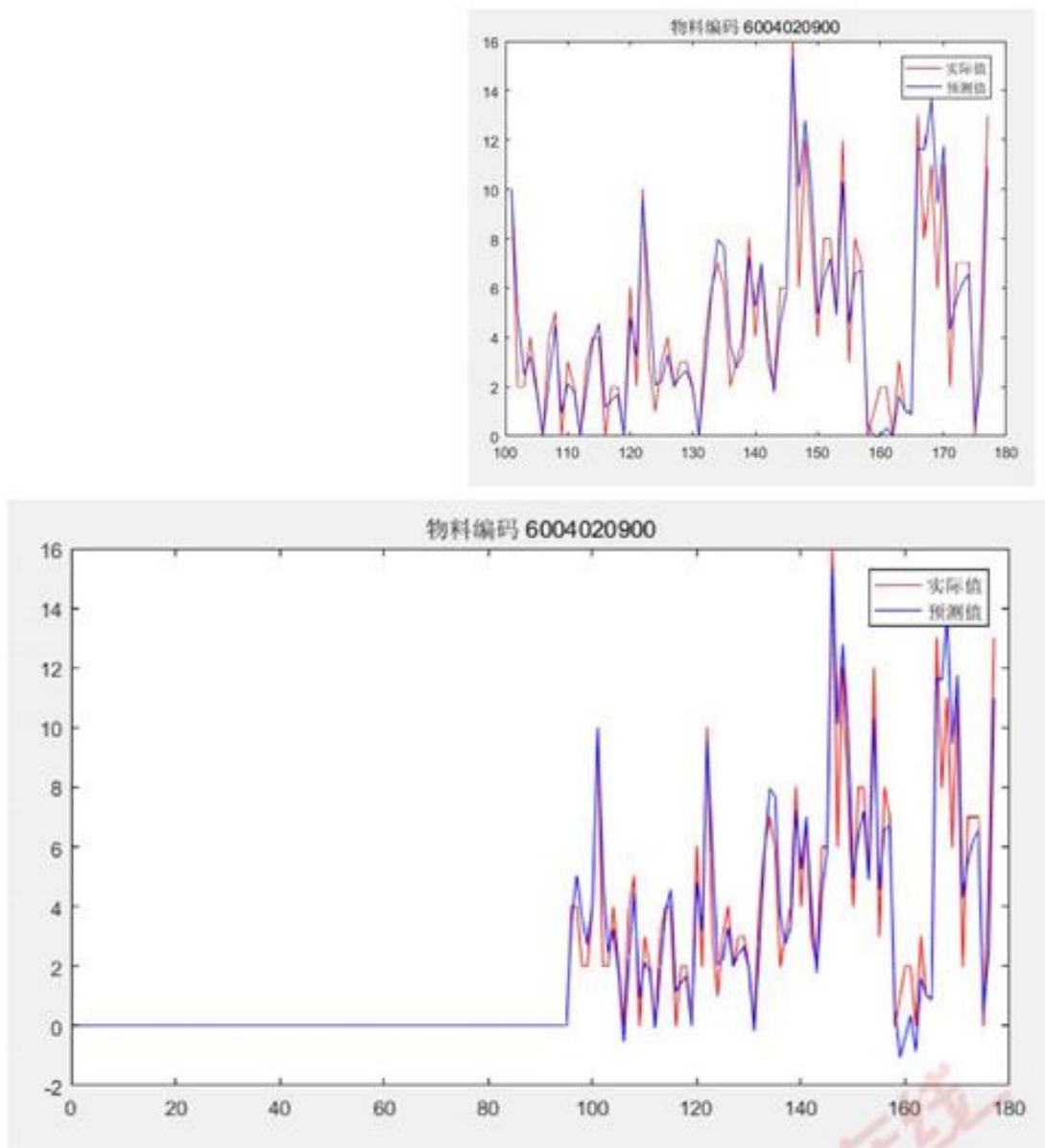


图 3 是否使用前期 0 数据对比图

可以发现, 除了最初的几个数据预测有偏差之外, 后面的预测结果几乎一致, 但是前面数据增长速度跟不上的话, 会影响服务水平的计算。所以, 论文中采用删除前期全是 0 的数据, 从第一个不是 0 的数据开始。

采用时间序列三次指数平滑预测法模型评价:

(1) 利用三次指数平滑预测法, 适合更多样的数据变化类型, 包括水平型、



上升型、下降型等。水平型取参数  $\alpha=0.3$ ，上升型取参数  $\alpha=0.6$ ，下降型取参数  $\alpha=0.6$ ，预测周需求量。

(2) 使用 MATLAB 编程计算，快速便捷；

(3) 利用前 100 多个数据预测下一个数据，预测更准，误差更小；

(4) 对于企业来说，只需要每周运行一次程序，即可得到下周需求量的预测，很方便；积累的数据量越大，预测的结果越可靠。

## 4.2 问题 2 的模型

### 4.2.1 制定生产计划——参数调整法（确保服务水平高质量）

#### 1. 理清生产计划、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平之间的关系

根据题目假设，本周计划生产的物料只能在下周及以后使用，那么，五个元素之间的关系如下：

周	生产计划	实际需求量	库存量	缺货量	服务水平
	$C_t$	$y_t$	$K_t$	$Q_t$	$F_t$
t	$C_t$	$y_t$	$K_t$	$Q_t$	$F_t$
t+1	$C_{t+1}$	$y_{t+1}$	$K_{t+1}$	$Q_{t+1}$	$F_{t+1}$

表 6 生产计划、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平之间关系

$$K_{t+1} = \begin{cases} C_t + K_t - (y_{t+1} + Q_t), & \text{如果 } C_t + K_t \geq y_{t+1} + Q_t \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$Q_{t+1} = \begin{cases} y_{t+1} + Q_t - (C_t + K_t), & \text{如果 } C_t + K_t \leq y_{t+1} + Q_t \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$F_{t+1} = 1 - \frac{Q_{t+1}}{y_{t+1}}$$

进一步假设第 100 周末的库存量和缺货量均为零，第 100 周的生产计划数恰好等于第 101 周的实际需求数，即第 101 周库存量=0，缺货量=0。

#### 2. “参数调整法”确定生产计划（确保服务水平高质量）

根据需求量数据的趋势特点，采用不同的参数进行平滑：水平型取参数  $\alpha=0.3$ ，上升型取参数  $\alpha=0.8$ ，下降型取参数  $\alpha=0.4$ 。这样选择参数，会使得数据在上升时快速增加，以达到避免积累缺货的目的。





利用第 1 题三次指数平滑预测法得到的第  $t$  周需求量预测值  $y_t$ , 用来估计第  $t$  周的生产计划  $C_t$ , 以物料 6004010256 为例, 由于数据具有上升型特点, 故取参数  $\alpha=0.8$ , 计算第 101-110 周的服务水平。为了避免实际需求量为 0 时出现服务水平计算过程中分母等于 0 的情况, 将公式修改为:

$$\text{服务水平} = \begin{cases} 1 - \frac{\text{缺货量}}{\text{实际需求}} & \text{实际需求} \neq 0 \\ \text{不存在} & \text{实际需求} = 0 \end{cases}$$

下表为物料 6004010256 的生产计划、实际需求、库存量、缺货量和服务水平的计算结果:

周	生产计划 $C_t$	实际需求 $y_t$	库存量 $K_t$	缺货量 $Q_t$	服务水平 $F_t$
101	63.82	8.00	0.00	0.00	100.0%
102	13.00	25.00	38.82	0.00	100.0%
103	18.74	33.00	18.82	0.00	100.0%
104	31.35	11.00	26.57	0.00	100.0%
105	8.44	16.00	41.92	0.00	100.0%
106	9.33	12.00	38.36	0.00	100.0%
107	6.76	6.00	41.69	0.00	100.0%
108	0.62	35.00	13.46	0.00	100.0%
109	35.71	10.00	4.07	0.00	100.0%
110	14.58	3.00	36.78	0.00	100.0%

表 7 “参数调整法”计算的生产计划 (物料 6004010256)

从表格中可以看出, 库存量持续为正, 缺货量就能保持是 0, 那么服务水平将得到极大保障。

所有 6 种物料第 101-110 周的计算结果见支撑材料“第 2 题-6 种物料的第 101~110 周生产计划数、实际需求、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”。

同样的方法, 计算 6 种物料第 101-177 周的计算结果。

所有 6 种物料第 101-177 周的计算结果见支撑材料“第 2 题-6 种物料的第 101~177 周生产计划数、实际需求、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”。

接下来, 考查 6 种物料的综合结果:



物料编码	平均生产计划数/(件/周)	平均实际需求/(件/周)	平均库存量(件/周)	平均缺货量/(件/周)	平均服务水平
6004021055	37.78	34.70	198.63	0.00	100.00%
6004020900	4.63	4.58	13.84	0.00	100.00%
6004010256	11.89	11.22	35.80	0.00	100.00%
6004020768	2.78	2.47	17.47	0.00	100.00%
6004020918	10.58	9.94	31.81	1.09	88.45%
6004020921	4.13	3.87	11.86	0.39	93.63%

表 8 “参数调整法”计算的综合结果

计算结果发现:

1. 6 种物料的平均服务水平都超过 85%，达到要求。
2. 平均库存量均大于 0，而且物料 6004021055 的平均库存量高达近 200 件/周，有很大的压缩空间。
3. 绝大多数情况下，服务水平均为 100%，在遇到实际需求数量突然增加时，生产计划跟不上，于是会出现 1 周或连续 2 周平均服务水平较低的情况。例如，物料 6004020900 在第 146、147 周、第 167 周出现服务水平较低，均是因为上一周出现需求量至少增加 10 件的差值。

145	5	6	6	0	100.00%
146	7	16	0	5	71.43%
147	19	6	0	4	34.88%
148	9	12	3	0	100.00%
166	1	13	3	0	100.00%
167	15	3	0	4	63.81%
168	12	11	1	0	100.00%
...	...	...	...	...	...

图 4 物料 6004020900 在第 146、147 周、第 167 周出现服务水平较低

### 4.3 问题 3 的模型

#### 4.3.1 调整生产计划——强化参数法（利于提高服务水平）

如果为了满足服务水平，可以加大生产计划，弊端是很可能造成库存量大，增加成本；反之，如果为了降低库存成本，减少生产计划，弊端是很可能造成库存不足，缺货量增加，引起服务水平下降。

##### （一）强化参数法（利于提高服务水平）

为了避免因需求量激增而生产计划跟不上的现象，在使用三次指数平滑预测法时，注意时刻调整参数  $\alpha$ ，而不是针对某一物料统一采用相同的参数  $\alpha$ ，具体地，观察最近的两次数据，按照下面的表格选择参数：



情况		参数选择	说明
$y_{t+1} - y_t$	$[100, +\infty)$	$\alpha = 0.9$	面对上周需求量数据从 0 突然激增到很大的数时, 需要快速、大幅度地预测, 不仅能超过上周实际需求量, 还要能预留出富余来应对本周的实际需求量, 以保障服务水平不会连续 2 周都出现低质量情况。
$y_{t+1} - y_t$	$[50, 100)$	$\alpha = 0.8$	
$y_{t+1} - y_t$	$[10, 50)$	$\alpha = 0.6$	
$y_{t+1} - y_t$	$(-10, 10)$	$\alpha = 0.3$	面对需求数量稳定变化不大的情况, 预测值也稳定地随之变化, 不会积压过多的库存量。
$y_{t+1} - y_t$	$[-50, -10)$	$\alpha = 0.4$	
$y_{t+1} - y_t$	$[-100, -50)$	$\alpha = 0.5$	
$y_{t+1} - y_t$	$[-\infty, -100)$	$\alpha = 0.6$	面对需求数量突然减小, 为了留有一定储备, 所以下降幅度相对激增时的增加幅度来得缓一些。

表 9 “强化参数法”的参数选择参考值

#### 4.3.2 调整生产计划——联合调整法（利于降低库存量）

为了尽可能地降低库存量成本, 将生产计划  $C_t$  进行以下调整:

$$C_{t+1} = \begin{cases} \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t, & \text{如果 } \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

如果（本周预测需求量+上周缺货量）高于上周库存量, 则本周生产  $\hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t$ , 如果（本周预测需求量+上周缺货量）低于上周库存量, 则本周生产为 0。

按照这样的调整方案, 尽可能减少本周库存量, 降低成本。

#### 4.3.3 调整生产计划前后效果对比

在先后使用“强化参数法”和“联合调整法”之后, 对之前的 6 种物料重新计算生产计划、库存量、缺货量、服务水平, 综合结果如下:

周	预测需求量/件	实际生产计划/件	实际需求/件	库存量/件	缺货量/件	服务水平
101	14.95	15.00	4.00	0.00	0.00	100.00%





102	5.33	5.33	8.00	7.00	0.00	100.00%
103	8.51	1.51	4.00	8.33	0.00	100.00%
104	5.89	0.00	5.00	4.84	0.00	100.00%
105	6.18	1.35	4.00	0.84	0.00	100.00%
106	4.88	4.05	2.00	0.18	0.00	100.00%
107	1.56	1.37	12.00	0.00	7.77	35.31%
108	13.53	21.30	13.00	0.00	19.40	0.00%
109	15.91	35.31	3.00	0.00	1.10	63.46%
110	6.24	7.34	8.00	26.21	0.00	100.00%

表 10 “强化参数法”+“联合调整法”计算结果 (物料 6004020921)

物料编码	平均预测 需求量/ (件/周)	平均生产 计划数/ (件/周)	平均实际 需求量/ (件/周)	平均库存 量 (件/ 周)	平均缺货 量/ (件/ 周)	平均服务 水平
6004021055	37.15	34.39	34.70	45.51	9.74	82.91%
6004020900	4.78	4.38	4.58	6.01	1.39	81.34%
6004010256	12.36	11.31	11.22	13.89	3.20	79.14%
6004020768	3.55	2.58	2.47	6.64	0.41	89.00%
6004020918	11.26	10.07	9.94	20.76	3.94	80.92%
6004020921	4.58	3.88	3.87	7.40	1.20	77.93%

表 11 “强化参数法”+“联合调整法”计算的综合结果

具体 6 种物料在 101-110、101-177 周的生产情况计算见支撑材料“第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的综合结果.xlsx”。

对比表 9 和表 10, 可以发现:

1. 所有物料的平均库存量均有不同程度下降, 平均服务水平也有降低。
2. 物料 6004021055 平均库存量从 198.63 下降到 45.51, 降幅 77.1%, 而平均服务水平则从 100%下降到 82.91%。
3. 物料 6004020921 平均库存量从 11.86 下降到 7.4, 降幅 37.6%, 而平均服务水平则从 93.63%下降到 77.93%。
4. 针对库存量较大的物料, “强化参数法”和“联合调整法”大幅度减少了库存量成本, 损失了部分服务水平应该是值得的; 而针对库存量较小的物料, 减少的库存量绝对值不多, 但平均服务水平低于 85%太多, 容易流失客户, 不值得。

针对这个问题, 我们将“强化参数法”和“联合调整法”模型再次改进:

若经历“强化参数法”和“联合调整法”步骤之后, 平均库存量低于 30 件/周,



且平均服务水平低于 85% 的, 令  $C_{t+1} = \left( y_{t+1} - K_t + Q_t \right) \times 1.1$ , 使得平均库存量小幅增加, 但平均服务水平达到 85%。

再次计算 6 种物料的各项数据和综合结果, 得到:

周	预测需求量/件	实际生产计划/件	实际需求量/件	库存量/件	缺货量/件	服务水平
101	14.95	15.00	4.00	0.00	0.00	100.00%
102	5.33	7.27	8.00	7.00	0.00	100.00%
103	8.51	2.06	4.00	10.27	0.00	100.00%
104	5.89	0.00	5.00	7.33	0.00	100.00%
105	6.18	0.00	4.00	3.33	0.00	100.00%
106	4.88	2.12	2.00	1.33	0.00	100.00%
107	1.56	0.30	12.00	0.00	8.55	28.81%
108	13.53	30.14	13.00	0.00	21.25	0.00%
109	15.91	50.72	3.00	5.89	0.00	100.00%
110	6.24	0.48	8.00	48.61	0.00	100.00%

表 12 “强化参数法”+“联合调整法”（改进版）计算结果（物料 6004020921）

物料编码	平均预测需求量/（件/周）	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.15	34.09	34.70	81.23	6.45	87.76%
6004020900	4.78	4.37	4.58	10.15	1.15	85.40%
6004010256	12.36	11.32	11.22	23.33	1.83	89.35%
6004020768	3.55	2.58	2.47	6.64	0.41	89.00%
6004020918	11.26	10.39	9.94	31.11	2.52	85.63%
6004020921	4.58	3.90	3.87	9.88	0.70	87.93%

表 13 “强化参数法”+“联合调整法”（补充版）计算的综合结果

改进调整之后, 发现平均服务水平都上升, 且达到 85% 以上! 物料 6004020921 第 109 周的服务水平从 63.46% 上升到 100%。

具体 6 种物料在 101-110、101-177 周的生产情况计算见支撑材料“第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的综合结果（改进版）.xlsx”。

#### 4.4 问题 4 的模型





#### 4.4.1 推广模型（考虑 $k=2$ 周及以后才能使用）

更改假设，假设本周计划生产的物料只能在  $k=2$  周及以后使用，那么对突然增加需求量的情况就必然导致服务水平极低，而且会有持续影响，所以必须继续调大参数  $\alpha=0.9$ ，并且在需求量基础上数乘  $\beta$  ( $\beta \geq 1$ )，以达到快速增加需求量的目的。 $k$  值越大， $\beta$  值也越大。

可以增加参数  $\beta(\beta > 0)$ ，使得

$$C_{t+1} = \begin{cases} (\hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t) \times \beta, & \text{如果 } \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$K_{t+1} = \begin{cases} C_{t+1} + K_t - X_t - Q_t, & \text{如果 } C_{t+1} + K_t - Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

如果想要提高服务水平，就让  $\beta > 1$ ， $\beta$  越大，生产越多，库存越多；反之，如果想要降低库存量，就让  $0 < \beta \leq 1$ ， $\beta$  越小，生产越少，库存越少，但缺货量提高，服务水平就越小。

对于  $k=2$ ，取  $\beta=1.3 \sim 1.4$ ，计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平，及综合结果。

物料编码	平均预测 需求量/ (件/周)	平均生产 计划数/ (件/周)	平均实际 需求量/ (件/周)	平均库存 量 (件/ 周)	平均缺货 量 (件/ 周)	平均服务 水平
6004021055	37.15	32.97	34.70	74.57	16.05	80.00%
6004020900	4.78	4.62	4.58	11.97	2.26	65.82%
6004010256	12.36	11.44	11.22	20.87	5.00	67.54%
6004020768	3.55	2.74	2.47	9.27	0.81	73.14%
6004020918	11.26	10.23	9.94	28.75	4.15	63.33%
6004020921	4.58	3.95	3.87	9.04	1.34	67.15%

表 14 6 种物料的综合结果 ( $\beta=1$ )

物料编码	平均预测 需求量/ (件/周)	平均生产 计划数/ (件/周)	平均实际 需求量/ (件/周)	平均库存 量 (件/ 周)	平均缺货 量 (件/ 周)	平均服务 水平
6004021055	37.15	35.96	34.70	104.13	10.73	81.61%
6004020900	4.78	4.75	4.58	19.88	1.65	81.71%
6004010256	12.36	10.98	11.22	42.43	3.77	85.10%
6004020768	3.55	2.74	2.47	12.81	0.58	86.34%
6004020918	11.26	10.25	9.94	49.32	2.48	86.50%
6004020921	4.58	4.25	3.87	16.98	1.13	84.24%

表 15 6 种物料的综合结果 ( $\beta=1.3 \sim 1.4$ )

所有 6 种物料具体各周、综合结果的计算结果见支撑材料：





“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) .xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) .xlsx”、

“问题 4-6 种物料的综合结果( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) ”

“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) .xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) .xlsx”、

“问题 4-6 种物料的综合结果( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) ”

#### 4.4.2 推广模型 (考虑 $k (\geq 2)$ 周及以后才能使用)

对于  $k \geq 2$ ,

$$C_{t+1} = \begin{cases} \left( \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \right) \times \beta, & \text{如果 } \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$K_{t+1} = \begin{cases} C_{t+1-k} + K_t - X_t - Q_t, & \text{如果 } C_{t+1-k} + K_t - X_t - Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

此时, 建议  $\beta$  取更大的数值, 具体参数需要在实际计算中不断摸索。

### 五、模型的结果

1. 小批量物料的生产安排过程, 可以总结为:

(1) 统计周需求量;

(2) 利用时间序列三次指数平滑模型, 结合历史数据, 预测本周需求量, 融合参数调整法, 实时调整参数, 提高服务水平;

(3) 利用联合调整法, 联合上周库存量和缺货量, 兼顾物料  $k$  周之后使用的情况, 采用公式

$$C_{t+1} = \begin{cases} \left( \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \right) \times \beta, & \text{如果 } \hat{y}_{t+1} - K_t + Q_t \geq 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

确定本周生产计划最终结果, 其中  $\beta > 0$ 。

(4) 每周实时检查库存量、缺货量以及服务水平, 及时调整相关参数, 做到库存量与服务水平的平衡。



## 2. 所有计算结果:

(1) 第1题时间序列模型三次指数平滑预测法计算程序见附录第二部分“程序附录”;

(2) 第1题预测值与实际值的误差计算见支撑材料

“第1题-6种物料的预测值及误差计算.xlsx”;

(3) 第2题“参数调整法”计算结果见支撑材料

“第2题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第2题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第2题-6种物料的综合结果.xlsx”;

(4) 第3题“强化参数法”+“联合调整法”计算结果见支撑材料

“第3题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第3题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第3题-6种物料的综合结果.xlsx”;

(5) 第3题“强化参数法”+“联合调整法”(改进版)计算结果见支撑材料

“第3题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx”、

“第3题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx”、

“第3题-6种物料的综合结果(改进版).xlsx”;

(6) 第4题 $k=2$ 计算结果见支撑材料

“第4题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) .xlsx”、

“第4题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) .xlsx”、

“第4题-6种物料的综合结果( $k=2$ ) ( $\beta=1$ ) .xlsx”、

“第4题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) .xlsx”、

“第4题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) .xlsx”、

“第4题-6种物料的综合结果( $k=2$ ) ( $\beta=1.3\sim 1.4$ ) .xlsx”。



### 3. 所有计算结论:

- (1) 利用三次指数平滑模型预测需求量, 标准差较小, 稳定准确;
- (2) “参数调整法”模型下, 服务水平较高, 6 种物料的平均服务水平平均达到 85% 以上;
- (3) “强化参数法”+“联合调整法”模型下, 库存量大幅下降, 平均服务水平在 80% 以上, 经过参数调整改进后, 服务水平上升至 85% 以上;
- (4) 如果本周计划生产的物料只能在  $k$  ( $k \geq 2$ ) 周及以后使用, 可以预测服务水平将普遍下降 ( $\beta=1$  时), 增加  $\beta$  参数继续调整, 对于  $k=2$  的情况进行计算, 取  $\beta=1.3 \sim 1.4$ , 计算得到平均服务水平仍然在 80% 以上。

## 六、模型的评价与改进

- 1、论文给出小批量物料生产过程的具体步骤 (见第五部分模型的结果), 清晰明了、易操作, 具有一定推广意义。
- 2、有效地应用 MATLAB 软件编写三次指数平滑预测法的算法程序, 方便调整参数  $\alpha$ , 极大地提高运算速度。
- 3、在选择重点关注物料的时候, 如果能将所有 284 种物料的周需求量都绘图, 就能找到更多不同的类型来关注。
- 4、该问题可能还可以尝试用规划模型来求解生产规划, 由于时间有限, 未能深入探索。

## 七、参考文献

- [1] 时间序列挖掘-预测算法-三次指数平滑法(Holt-Winters)  
<https://www.cnblogs.com/kemaswill/archive/2013/04/01/2993583.html>, 2022 年 9 月 16 日。
- [2] Matlab 实现指数平滑,  
[https://blog.csdn.net/qq\\_43605229/article/details/116358184?utm\\_source=app&app\\_version=5.3.0&code=app\\_1562916241&uLinkId=usr1mkqgl919blenhttps://www.cnblogs.com/kemaswill/archive/2013/04/01/2993583.html](https://blog.csdn.net/qq_43605229/article/details/116358184?utm_source=app&app_version=5.3.0&code=app_1562916241&uLinkId=usr1mkqgl919blenhttps://www.cnblogs.com/kemaswill/archive/2013/04/01/2993583.html), 2022 年 9 月 16 日。
- [3] 布罗克威尔,《时间序列的理论与方法》第二版, 北京: 高等教育出版社, 2001 年。
- [4] 王立柱,《时间序列模型及预测》, 北京: 科学出版社, 2018 年。
- [5] 王倩,《数学建模方法与应用》, 北京: 北京师范大学出版社, 2016 年。





## 附录

### (一) 支撑材料的文件列表

第1题-6种物料的预测值及误差计算.xlsx

第2题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第2题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第2题-6种物料的综合结果.xlsx

第3题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第3题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第3题-6种物料的综合结果.xlsx

第3题-6种物料的综合结果(改进版).xlsx

第3题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx

第3题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx

第4题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第4题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx

第4题-6种物料的综合结果.xlsx



## (二) 程序附录

### 1、三次指数平滑算法 MATLAB 程序

```

clc,clear
load fulua.txt
yt=fulua;
n=length(yt);
yt=fulua;
n=size(yt,1);
alpha=0.4;
st1_0=mean(yt(1:3));
st2_0=st1_0;st3_0=st1_0;
st1(1)=alpha*yt(1)+(1-alpha)*st1_0;
st2(1)=alpha*st1(1)+(1-alpha)*st2_0;
st3(1)=alpha*st2(1)+(1-alpha)*st3_0;
for i=2:n
    st1(i)=alpha*yt(i)+(1-alpha)*st1(i-1);
    st2(i)=alpha*st1(i)+(1-alpha)*st2(i-1);
    st3(i)=alpha*st2(i)+(1-alpha)*st3(i-1);
end
xlswrite('fulua',[st1',st2',st3'])
st1=[st1_0,st1];
st2=[st2_0,st2];
st3=[st3_0,st3];
a=3*st1-3*st2+st3;
b=0.5*alpha/(1-alpha)^2*((6-5*alpha)*st1-2*(5-4*alpha)*st2+(4-3*alpha)*st3);
c=0.5*alpha^2/(1-alpha)^2*(st1-2*st2+st3);
yu=a+b+c;

for i=1:n+1
    if yu(i)<0
        yu(i)=0;
    end
end

xlswrite('fulua.xls','1','sheet1','D1')
plot(1:n,yt,'r',1:n,yu(1:n),'b')
title('物料编码 6004020900');
legend('实际值','预测值');
kn=1
result=[a(n+1),b(n+1),c(n+1)];
for i=1:kn yshu(i)=polyval(result,i);
    str=char(['B',int2str(n+i)]);
    xlswrite('jieguo.xls',yshu(i),'20900',str)

```



```

end
if yshu<0
    yshu=0;
end
yshu
yu=yu';

```

## 2、问题 3 MATLAB 程序 (物料编码 6004010256)

```

clc,clear
load fulu1.txt
yt=fulu1;
n=length(yt);
yt=fulu1;
n=size(yt,1);
alpha=0.5;
st1_0=mean(yt(1:3));
st2_0=st1_0;st3_0=st1_0;
st1(1)=alpha*yt(1)+(1-alpha)*st1_0;
st2(1)=alpha*st1(1)+(1-alpha)*st2_0;
st3(1)=alpha*st2(1)+(1-alpha)*st3_0;
for i=2:n
    st1(i)=alpha*yt(i)+(1-alpha)*st1(i-1);
    st2(i)=alpha*st1(i)+(1-alpha)*st2(i-1);
    st3(i)=alpha*st2(i)+(1-alpha)*st3(i-1);
end
xlswrite('fulua',[st1',st2',st3'])
st1=[st1_0,st1];
st2=[st2_0,st2];
st3=[st3_0,st3];
a=3*st1-3*st2+st3;
b=0.5*alpha/(1-alpha)^2*((6-5*alpha)*st1-2*(5-4*alpha)*st2+(4-3*alpha)*st3);
c=0.5*alpha^2/(1-alpha)^2*(st1-2*st2+st3);
yu=a+b+c;
for i=101:140
    if yu(i)>0
        yu(i)=yu(i)*1.15;
    end
end
end
for i=1:n
    if yu(i)<17.9
        yu(i)=yu(i)*1.25;
    end
end
end

```





```

for i=1:n+1
    if yu(i)>35.8
        yu(i)=yu(i)*0.85;
    end
end
for i=140:n+1
    if yu(i)>35.8
        yu(i)=yu(i)*0.9;
    end
end
for i=1:n+1
    if yu(i)>17.9
        yu(i)=yu(i)*0.85;
    end
end
for i=140:n+1
    if yu(i)>17.9
        yu(i)=yu(i)*0.9;
    end
end
for i=1:n+1
    if yu(i)<0
        yu(i)=0;
    end
end

xlswrite('fulua.xls','1','sheet1','D1')
plot(1:n,yt,'r',1:n,yu(1:n),'b')
title('物料编码 6004010256');
legend('实际值','预测值');
kn=1
result=[a(n+1),b(n+1),c(n+1)];
for i=1:kn yshu(i)=polyval(result,i);
    str=char(['B',int2str(n+i)]);
    xlswrite('jieguo.xls',yshu(i),'10372',str)
end
if yshu<0
    yshu=0;
end
yshu
yu=yu';

```