Grammaires

Exercice 1
On considère la grammaire G d'axiome Phrase donnée par les règles

$$\begin{array}{rcl} \text{Phrase} & \to & \text{SujetVerbeComplément} \\ \text{Sujet} & \to & \text{Prénom} \mid \text{Pronom} \\ \text{Prénom} & \to & \texttt{Alain} \mid \texttt{Béatrice} \\ \text{Pronom} & \to & \texttt{Il} \mid \texttt{Elle} \\ \text{Verbe} & \to & \texttt{regarde} \mid \texttt{parle} \\ \text{Complément} & \to & \text{Prénom} \mid \texttt{à}\ \text{Prénom} \end{array}$$

On note L_G le langage engendré par G.

Pour chacune des phrases suivantes, dire si celle-ci est dans L_G, et si oui donner un arbre de dérivation de G la produisant.

1. Alain regarde Béatrice
2. Béatrice parle à Alain
3. Il regarde
4. Elle parle Alain

Exercice 2 (Du langage vers la grammaire)
Pour les langages suivants, donnez une grammaire qui le génére sans vous préoccuper d'ambiguité, ensuite, dire si votre grammaire est ambiguë ou pas, et si elle l'est donner une autre version non-ambiguë.

1. Les mots de longueur paire sur l'alphabet $\{a, b\}$.
2. Les suites de a et de b ne contenant pas deux a consécutifs.
3. Les suites de a et de b ne contenant pas deux a consécutifs ni deux b consécutifs.
4. $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$,
5. $\{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n \leq m\}$
6. $\{a^n b^m c^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
7. $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
8. $\{a^n b^{n+m} c^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
9. $\{a^n b^m c^p \mid n = m \text{ ou } m = p\}$
10. l'ensemble des *palindromes* sur {a,b}, c'est-à-dire les mots qui se lisent indifféremment à l'envers ou à l'endroit (comme « radar » en français).

Exercice 3 (Ambiguïté)
Au fait, comment fait-on pour montrer qu'une grammaire est ambiguë ?

Et ...comment fait on pour montrer qu'une grammaire n'est pas ambiguë ?

Et c'est cela qu'il faut dire au partiel ?

Exercice 4 (Langage engendré par une grammaire)
Décrire les langages engendrés par les grammaires suivantes, dire si elles sont ambiguës, et si oui proposer une version non ambiguë. A chaque fois, on fera quelques dérivations pour se donner une idée du langage.

1. L'alphabet des symboles terminaux est $\{0, 1\}$, l'axiome est le non-terminal N.
   $N \rightarrow 0 \mid 1M$
   $M \rightarrow 0 \mid 0M \mid 1M$
2. $S \rightarrow aSb \mid aSbb \mid \epsilon$