Grammaires - Analyse CYK, premier et suivants.

Exercice 1
On considére le langage déja vu au précédent TD, $\{a^n b^m c^p \mid n = m \text{ ou } m = p, n, m, p \geq 1\}$. Une grammaire quasi-propre qui le génère est :

$$\begin{array}{lll} S & \to AX & \mid \ YC \\ A & \to AA & \mid \ a \\ C & \to CC & \mid \ c \\ X & \to bXc & \mid \ bc \\ Y & \to aYb & \mid \ ab \end{array}$$

Mettre cette grammaire sous forme normale de Chomsky, puis appliquer l'algorithme CYK pour analyser le mot *aaabbbccc*, et en déduire tous les arbres de dérivation possibles

Exercice 2
On souhaite engendrer tous les mouvements d'une machine à découper le tissu. Pour faciliter le travail, nous allons supposer que la pièce de tissu a une longueur et une hauteur infinies. Initialement la machine se trouve à l'angle inférieur gauche de la pièce de tissu. On considère des découpes réalisée en déplacant un cutter sur le tissu, sans forcément se préoccuper si on arrive à détacher un morceau, sauf si explicité.

1. À quelle découpe correspond le mot ↑↑→→↓↓ ?
2. Trouver une grammaire qui permet d'engendrer n'importe quelle découpe sans se préoccuper si on recoupe plusieurs fois au même endroit, ou si on découpe en dehors du tissu.
3. Donnez un arbre de dérivation pour le mot de la question 1, la grammaire que vous avez proposée est-elle ambiguë ?
4. Donnez une grammaire qui ne permet de découper que des rectangles.
5. Donnez une grammaire qui permet de ne découper que des carrés.
6. On suppose que le mouvement ← n'est plus possible. Donner une grammaire non-ambiguë qui engendre toutes les découpes possibles sans sortir de la pièce de tissu, et qui de plus arrivent à détacher un ou plusieurs morceaux en sortant par le bas du tissu.
7. Si maintenant le mouvement ← est de nouveau possible, pouvez-vous donner une grammaire qui engendre toutes les découpes qui ne sortent pas de la pièce de tissu ?

Exercice 3
Construire les tables `Premier` et `Suivant` pour les deux grammaires suivantes. (La deuxième est nettement plus dure). On repère d'abord les terminaux qui engendrent ε. Pour le calcul des suivants, on rajoute systématiquement la règle $S' \to S\#$.

$$\begin{array}{rcl} S & \to & aA \mid bC \\ A & \to & Bb \mid aba \mid \epsilon \\ B & \to & bB \mid cb \\ C & \to & cdC \mid d \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} S & \to & XaY \\ X & \to & WY|YT \\ W & \to & bc \\ T & \to & ac \\ Y & \to & eY|f|\varepsilon \end{array}$$