

河海大学 2018-2019 学年第二学期
《几何与线性代数》期中考试试卷 A
(工科用) 2019 年 4 月

一、填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 2, 3)$, $\vec{c} = (0, 0, 1)$, 则 $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} =$ _____
2. 空间三点 $M(1, 1, 1)$ 、 $A(2, 2, 1)$ 和 $B(2, 1, 2)$, 求 $\angle AMB$ 是= _____
3. 已知 α 与 β 垂直, 且 $\|\alpha\| = 3, \|\beta\| = 4$, 则 $\|(\alpha \times \beta) \times (\alpha - \beta)\| =$ _____
4. 三角形三个顶点为 $A(4, -1, 2)$, $B(-8, 0, 4)$, $C(8, 2, 3)$, 则该三角形面积为 _____
5. 点 $M(2, -1, 10)$ 到直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ 的距离是 _____
6. 直线 $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$ 与平面 $2x + y - z + 4 = 0$ 的夹角为 _____
7. 点 $(1, 0, 2)$ 到平面 $3x + y + 2z = 1$ 的距离是 _____
8. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 记 A^T 为 A 的转置, 则 $A^T B =$ _____
9. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 则行列式 $\det(AA^T)$ 的值为 _____
10. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - E = 0$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵, 则有 A^{-1} 为 _____

二、(本题 10 分)

利用分块矩阵的乘法计算 AB , 其中

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

三、(本题 10 分)

已知空间两条直线 $l_1: \begin{cases} x+y=0 \\ z+1=0 \end{cases}$, $l_2: \begin{cases} x-y=0 \\ z-1=0 \end{cases}$

- 1) 求这两条直线方向向量, 及其对称式方程
- 2) 求这两条异面直线之间距离

四、(本题 7 分)

一平面过点 $A(1,0,-1)$ 且平行向量 $\vec{a} = (2,1,1)$ 和 $\vec{b} = (1,-1,0)$, 试求这平面方程.

五、(本题 7 分)

求过点 $(-1,-4,3)$ 且与直线 $\begin{cases} 2x-4y+z-1=0 \\ x+3y+5=0 \end{cases}$ 和直线 $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$ 都垂直的直线方程。

六、(本题 10 分)

设四阶行列式为 $D_4 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$,

- (1) 计算 D_4 的值;
- (2) M_{ij} 是元素 a_{ij} 的余子式, 计算 $M_{11} - M_{12} + M_{13} - M_{14}$ 的值。

七、(本题 10 分)

利用增广矩阵的初等行变换计算方程组的解, 要求将增广矩阵化为行简化阶梯型。

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -8 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ -3x_1 - 7x_2 - 2x_3 = -3 \\ x_1 + 4x_2 - 12x_3 = -15 \end{cases}$$

八、(本题 10 分)

设矩阵 A, B 满足如下关系式 $AB = A + 2B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求矩阵 B

九、(本题 6 分)

有三阶方阵 $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$, 讨论不同 x 取值下, A 的秩