18-19其中试卷参考答案

一、 填空题

1、(-2,-1,0)； 2、$\frac{\pi}{3}$ ； 3、60；4、$\frac{45}{2}$ ；5、$\sqrt{138}$ ；6、$\frac{\pi}{3}$ ；7、$\frac{3}{7}\sqrt{14}$

8、$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ 9、1； 10、A。

二、

解：将矩阵A分成2×2分块，A11为2×2矩阵，B分成2×2分块，B11为2×2矩阵

然后进行分块矩阵运算，最终结果为$AB=\begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

三、

(1) l_1的对称式方程是$\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{0}$，$l_1$经过点$M_1(0,0,-1)$，方向向量$\vec{S}_1=\{1,-1,0\}$

l_2的标准方程是$\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{0}$，$l_2$经过点$M_2(0,0,1)$，方向向量$\vec{S}_2=\{1,1,0\}$

(2) 由于$\vec{s}_1\times\vec{s}_2=(0,0,2)$，$\left|\vec{s}_1\times\vec{s}_2\right|=2$

l_1和l_2间的距离$d=\frac{\left|(\overrightarrow{M_1M_2},\vec{s}_1,\vec{s}_2)\right|}{\left|s_1\times s_2\right|}=\frac{4}{2}=2$

四、

由条件可取$\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}=\{1,1,-3\}$,

于是$1\cdot(x-1)+1\cdot(y-0)-3\cdot(z+1)=0$,

即$x+y-3z-4=0$为所求平面方程.

五：

解：第一条直线的方向向量为$\vec{s}_1=(2,-4,1)\times(1,3,0)=(-3,1,10);$

第二条直线的方向向量为$\vec{s}_2=(4,-1,2);$所以所求直线的方向向量可取为：

$\vec{s}=\vec{s}_1\times\vec{s}_2=(12,46,-1)$，

因此，所求直线方程为：$\dfrac{x+1}{12}=\dfrac{y+4}{46}=\dfrac{z-3}{-1}$。

六、

$$\text{解}(1)\quad D_4=\begin{vmatrix}2&1&1&1\\1&2&1&1\\1&1&2&1\\1&1&1&2\end{vmatrix}=5\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&1&1\\1&1&2&1\\1&1&1&2\end{vmatrix}=5\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{vmatrix}=5$$

$$(2)\quad M_{11}-M_{12}+M_{13}-M_{14}=A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}$$

$$=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&1&1\\1&1&2&1\\1&1&1&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{vmatrix}=1$$

七、

$$\widetilde{A}=\begin{pmatrix}1&3&-7&-8\\2&5&4&4\\-3&-7&-2&-3\\1&4&-12&-15\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&3&-7&-8\\0&-1&18&20\\0&2&-23&-27\\0&1&-5&-7\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}1&3&-7&-8\\0&1&-18&-20\\0&0&13&13\\0&0&13&13\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&5\\0&1&0&-2\\0&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$

方程组有唯一解$x_1=5,x_2=-2,x_3=1$

八、

解：$\because AB=A+2B,\therefore(A-2E)B=A$。

$\because|A-2E|=\begin{vmatrix}2&2&3\\1&-1&0\\-1&2&1\end{vmatrix}=-1\neq0,\therefore A-2E$ 可逆，

$$\therefore B=(A-2E)^{-1}A=\begin{pmatrix}2&2&3\\1&-1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}4&2&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-4&-3\\1&-5&-3\\-1&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&2&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 3 & -8 & -6 \\ 2 & -9 & -6 \\ -2 & 12 & 9 \end{pmatrix}。$$

九、

$$A=\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 0 & x-1 & -(x-1) \\ 1 & 0 & -(x+2)(x-1) \end{pmatrix}$$

当 $x \neq -2, x \neq 1$ 时，矩阵的秩为 3

当 $x=1$ 时，矩阵的秩为 1

当 $x=-2$ 时，矩阵的秩为 2