Лабораторная работа № 3. Минимизация конечного автомата

Задача минимизации конечного автомата, распознающего заданный язык, разрешима конструктивным методом.

Алгоритм минимизации конечного автомата можно определить в следующем порядке:

1) поиск и удаление всех недостижимых состояний;

2) поиск такого разбиения множества состояний автомата, при котором каждое подмножество содержит неразличимые состояния, т. е. если s и t принадлежат некоторому подмножеству, то все a из S d(s, a) и d(t, a) также принадлежат этому подмножеству. Для этого мы множество состояний разбивают на два подмножества: F и $S - F$;

3) попытка разбиения каждого из подмножеств с соблюдением указанного выше условия. Если возникает ситуация, при которой не удается разбить никакое множество состояний, то процесс разбиения заканчивается;

4) в результате должен получиться некоторый набор множеств состояний $S_1 \ldots S_k$, каждое из которых содержит только неразличимые состояния;

5) внесение в множество состояний минимизированного автомата по одному представителю каждого из множеств S_i. На этом процесс минимизации завершается.

Алгоритм минимизации целесообразно использовать и при распознавании эквивалентности двух заданных конечных автоматов.

Если необходимо выяснить, эквивалентны ли автоматы M_1 и M_2, то достаточно минимизировать каждый из них. Если минимальные автоматы M'_1 и $M'2$ имеют множества состояний с разным числом вершин, то исходные автоматы заведомо не эквивалентны.

Конечный автомат $M = (Q, T, F, H, Z)$ может содержать лишние состояния двух типов: недостижимые и эквивалентные состояния. Конечный автомат, не содержащий недостижимых и эквивалентных состояний, называется приведенным или минимальным конечным автоматом.

Одним из способов минимизации конечного автомата является устранение его недостижимых состояний, которое может быть выполнено с использованием одного из двух алгоритмов: устранения недостижимых состояний или объединения эквивалентных состояний.

Устранение недостижимых состояний автомата выполняется в следующем порядке.

1) поместить начальное состояние автомата в список достижимых состояний *Q*д, т. е. *Q*д 0 = H;

2) пополнить список группы достижимых состояний группой состояний приемников, отсутствующих в этом списке;

3) повторить п. 2, пока список достижимых состояний не перестанет меняться;

4) исключить из множества состояний конечного автомата все состояния, отсутствующие в списке достижимых состояний.

Порядок выполнения работы. Разработать программное средство, реализующее следующие функции:

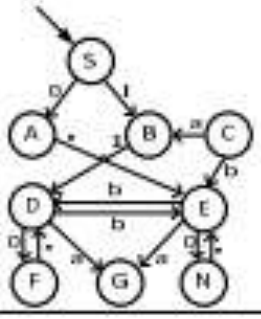
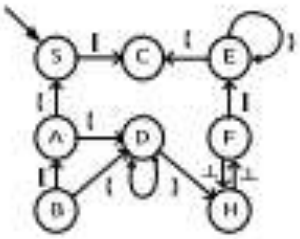
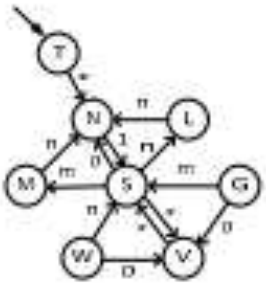
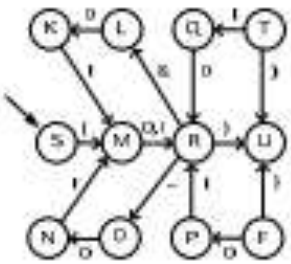
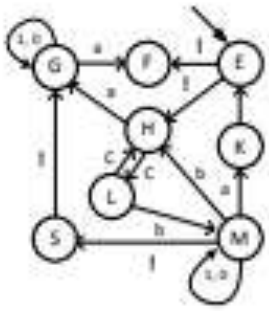
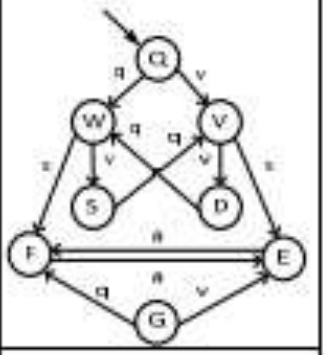
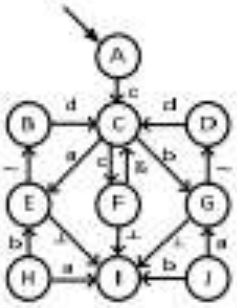
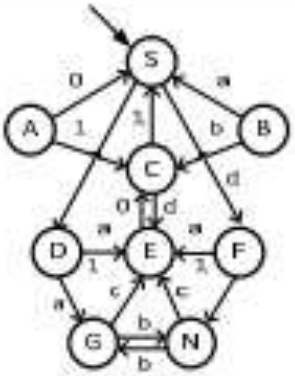
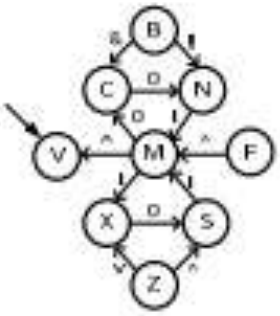
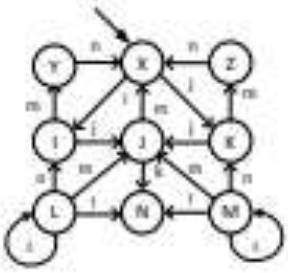
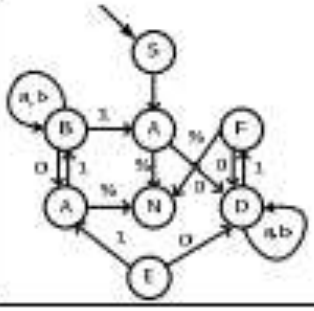
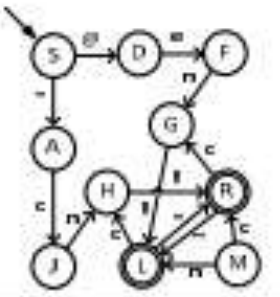
– ввод исходного конечного автомата и вывод на экран его графа;

– устранение недостижимых состояний конечного автомата;

– исключение эквивалентных состояний конечного автомата;

– вывод на экран графа минимального конечного автомата.

Варианты индивидуальных заданий к лабораторной работе представлены в таблице

Вариант	Схема автомата	Вариант	Схема автомата	Вариант	Схема автомата
1		5		9	
2		6		10	
3		7		11	
4		8		12	

Описание алгоритма построения отношения эквивалентности на множестве состояний конечного автомата (этап I) и классов эквивалентных состояний в этом отношении (этап II)

Подразумевается, что в алгоритме используются операции над множествами, представимыми статическими массивами из целых, пар целых, то есть элементов вида index = struct (int p, q) или элементов вида class = [ ] int, то есть одномерных массивов целых с разным числом элементов, но не больше, чем число состояний автомата.

Над значениями вида index определена операция выборки поля (см. строчки 47–49 в описании алгоритма). Для пополнения таких множеств новыми элементами используются операции ∪ соответствующего вида.

При пополнении массивов новыми элементами с помощью присваивания предполагается, что значение правого операнда присваивается левому только в том случае, когда он не равен ни одному элементу массива, представляющего множество соответствующего вида (см. строчки 10, 21, 30, 53 в алгоритме).

Формулы вида]S, где S обозначает множество (массив), дают число S элементов, значения которых определены. В алгоритме используются следующие обозначения и представления:

1. Конечный автомат представляется матрицей переходов, строчки которой индексируются номерами состояний, а столбцы — входными символами a ∈ Σ.

2. Состояние автомата представляется его номером 1 É i É n, где n =]Q — число состояний, причём состояние 1 считается начальным.

3. Принимая во внимание рефлексивность и симметричность отношения эквивалентности ℜ, оно ради экономии памяти представляется статическим массивом E[1 : e]hipo, элементами которого являются пары номеров состояний (p,q), где p < q, называемые гипотезами. Гипотеза представляется как значение вида hipo. Число элементов в массиве E оценивается по формуле e = (n(n +1))÷2.

4. Понятие подобности состояний переносится также на гипотезы h = (p,q) с помощью формулы ≈ h, которая реализует проверку подобности состояний, составляющих гипотезу h.

5. H[1 :]Σ] — массив гипотез, относящихся к парам подобных состояний.

6. k — индекс текущей (опорной) гипотезы в массиве H. Оператор H[k+ := 1] := h пополняет множество гипотез в том случае, когда h ещё не находится в массиве H.

7. C L ASS[1 : n]int — элементы текущего класса состояний.

8. C L ASS I NDE X[1 : n]class — индекс классов. Элемент этого массива есть множество состояний исходного автомата, составляющих один класс эквивалентности.

9. B[1 : n]int — множество базовых элементов класса.

10. A[1 : n]int — множество состояний, включённых во все классы эквивалентности.

Алгоритм. Построение классов эквивалентности в отношении ℜ.

Вход: Приведённый dfa M = (Q,Σ,δ,q0,F).

Выход: CLASS INDEX — множество классов эквивалентности в отношении ℜ.

Метод: 1.

1. begin {ЭТАП I: построение отношения эквивалентности на множестве состояний}
2. m := 0; { Множество пар эквивалентных состояний (p,q), где p < q }
3. for i to n–1 {1 ≤ i ≤ n, где n =]Q }
4. do { i }
5. for j from i +1 to n { j ≤ i +1 ≤ n}
6. do { j } h := (i, j); { Очередная пара состояний: i < j }
7. k := 0; {Число элементов в массиве H }
8. if (h ∉ E)∧(≈ h) {Состояния i и j подобны}
9. then { Гипотезы h в E нет. Инициализация массива гипотез: }
10. H[k+ := 1] := h; {В H теперь только одна гипотеза}
11. Continue := true;
12. { Цикл проверки гипотез }
13. for I while (I ≤ k)∧Cont inue
14. do h := H[I] { Перебор гипотез}
15. for ∀ ∈ D(h) { Цикл пополнения гипотез }
16. do h 0 := (δ(p of h,a), δ(q of h,a));
17. if ≈ h 0 { Гипотеза касается состояний }
18. then { с одинаковыми областями действия }
20. if h 0 ∉ H[1 : k]
21. then H[k+ := 1] := h 0 { H пополняется h 0 }
22. fi 2
3. fi
24. od { Конец цикла пополнения гипотез}
25. od; { Конец цикла проверки гипотез }
26. for I to k
27. do

```
28.             h := H[I] ;
29.             if h ∉ E[1 : m]
30.             then E[m+ := 1] := h
31.             fi
32.              od;
33. { Текущий этап пополнения массива E проверенными гипотезами закончен }
34.             Continue := false
35.                         fi
36.                         od {j}
37.             od {i}; { ЭТАП II: построение классов эквивалентности состояний }
39.             if m > 0 { E ,∅ }
40.                         then
41.                                     A := ∅; { Множество задействованных состояний в
классах эквивалентности }
42.              B := {1}; { Инициализация начального класса }
43.              i := 0; { Инициализация индекса классов }
44.                     next : { Цикл построения очередного класса }
45.                     for ∀h : (h ∈ E)
46.                              do
47.                                     if (p of h) ∈ B
48.                                                 then B := B ∪ (q of h)
49.                                                 elif q of h ∈ B then B := B ∪ (p of h)
50.                                                         fi
51.                                                          od;
52.       C L ASS := B; { Очередной класс }
53.      C L ASS I NDE X[i+ := 1] := C L ASS; { Фиксация класса в индексе классов }
54.      A := A ∪B; { Фиксация состояний, включённых в классы эквивалентности }
55.             if ]A < ]Q
56.                     then { Не все состояния распределены по классам }
57.             Continue = true;
```

```
58.             for ∀b : (b ∈ Q) while Continue
59.                     do { Цикл нахождения базового элемента следующего класса }
60.                      if b ∉ A
61.                      then B := b; Continue := false
62.                                      fi
63.                                      od;
64.                              goto next { Возврат на построение следующего класса }
65.                                      fi
66.                                      fi
67.     end.
```