DGP-Homework5

高悟恒

2020-10-26

一. 问题描述：

给定三角网格 S，其顶点位置为 $\{p_i\}$，对三角网格进行变形，只改变顶点位置，不改变连接关系，其变形后的顶点位置为 $\{p_i'\}$。用户给出限制条件 $p_j' = c_k$，这其中包括不变的顶点以及给定新位置的顶点。目标是使计算出变形后的三角网格使得对每个三角形尽可能为旋转。

二. 算法：

1.ARAP:

local 迭代：

固定变形后网格顶点位置 p_i'，计算每个三角面的旋转矩阵 R_i。

将 SVD 分解应用于协方差矩阵 S_i，其中：

$$S_i = \sum_{j \in N(i)} \omega_{ij}(p_i - p_j)(p_i' - p_j')^T \tag{1}$$

得到 $S_i = U_i \Sigma_i V_i^T$，取 $R_i = V_i U_i^T$。若 $det(R_i) < 0$，则改变 U_i 最后一列的符号。其中 p_i 为原始网格顶点位置，p_i' 为变形后网格顶点位置。论文中 $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(cot\alpha_{ij} + cot\beta_{ij})$，但是对一些网格 ω_{ij} 可能为负数导致不好的结果，因此这里选取 ω_{ij} 为平均权重。

global 迭代：

固定每个三角面的旋转矩阵 R_i，解大型稀疏线性方程组：

$$\sum_{j \in N(i)} \omega_{ij}(p_i' - p_j') = \sum_{j \in N(i)} \frac{\omega_{ij}}{2}(R_i + R_j)(p_i - p_j) \tag{2}$$

三. 实验结果：效果见视频 (arap 网格变形演示.mp4)。