

# DGP-Homework2

高悟恒

2020-10-11

## 一. 问题描述:

计算三角网格顶点处的高斯曲率和平均曲率, 并将其可视化。

## 二. 算法:

### 1. Local Averaging Region:

对每个顶点  $x_i$  的所有相邻三角形, 记另两个顶点为  $x_j, x_k$ 。若三角形没有钝角, 则取三角形垂直平分线的交点与  $x_i$  两邻边的中点以及顶点  $x_i$  构成的四边形为  $A_i$ , 其面积为  $(|x_i - x_j|^2 \cot(\theta_k) + |x_i - x_k|^2 \cot(\theta_j))/8$ 。若有钝角, 则取  $x_i$  所对边的中点与  $x_i$  两邻边的中点以及顶点  $x_i$  构成的四边形, 记三角形面积为  $T$ , 则  $A_i$  的面积为  $T/2$ 。

### 2. 高斯曲率:

$$K_i = (2\pi - \sum_{j \in \Omega(i)} \theta_j) / A_i \quad (1)$$

其中  $j$  指的是与顶点  $x_i$  相邻的三角形,  $\theta_j$  指三角形  $j$  在顶点  $x_i$  处的内角。

### 3. 绝对平均曲率:

$$H_i = \frac{1}{2} \|\Delta x\| \quad (2)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2A_i} \sum_{j \in \Omega(i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij})(x_j - x_i) \quad (3)$$

这里  $j$  指的是与顶点  $x_i$  相邻的顶点,  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  为顶点  $x_i, x_j$  所在的两个三角形中与边  $ij$  所对的内角。

### 4. 可视化:

使用颜色棒将数据对应到颜色, 具体数据与颜色对应情况见颜色棒。

## 三. 实验结果:

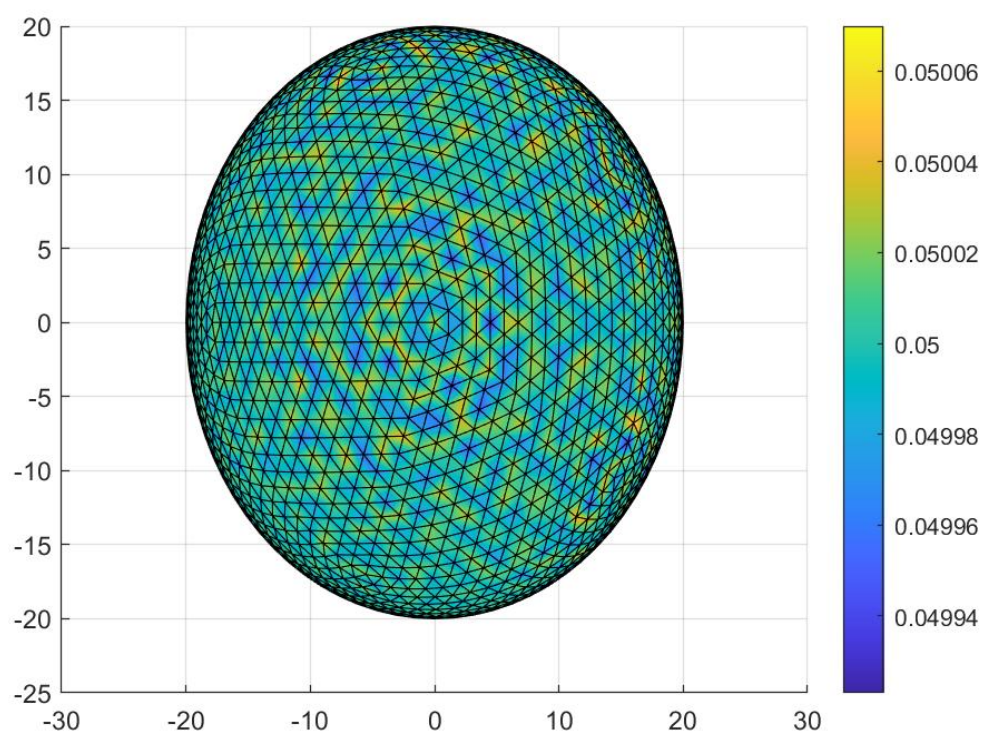


图 1: 半径为 20 的球状网格的平均曲率

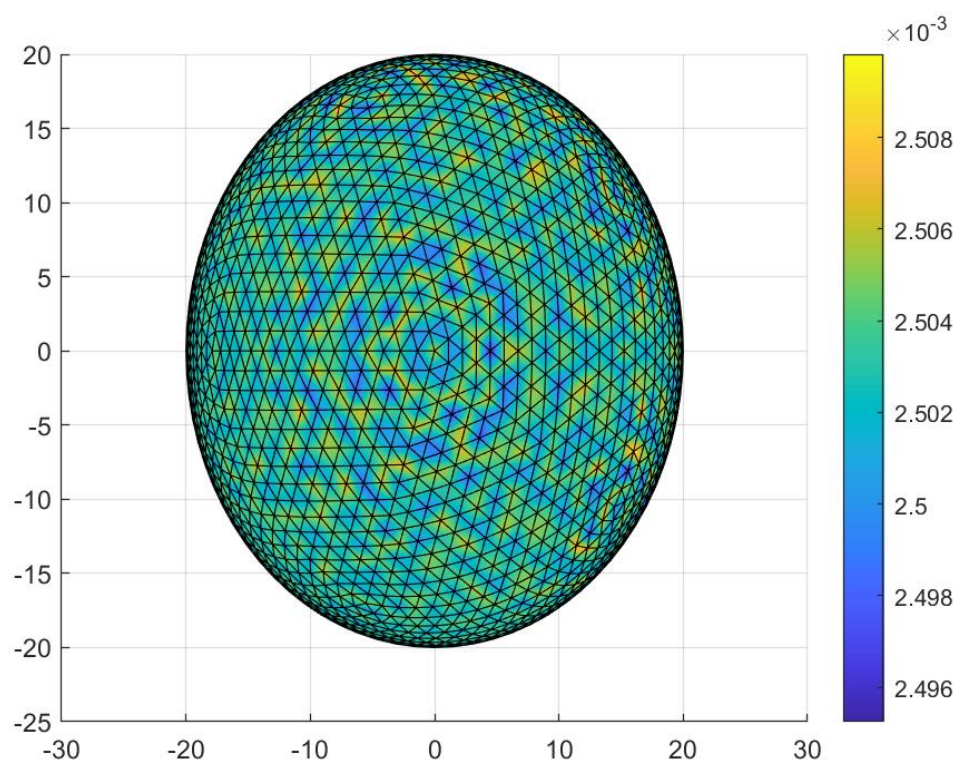


图 2: 半径为 20 的球状网格的高斯曲率