Matlab-1

高悟恒

2020-09-17

一. 算法：设有给定插值条件：起点 $x_i(p_i), i = 1, ..., n$ 和终点 $q_i, i = 1, .., n$。

1.IDW：

取形式为 $f(x) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i f_i(x)$ 的函数作为插值函数。

其中 $f_i(x) = q_i + D_i(x - p_i)$, 根据论文这里选取 D_i 为线性变换。

因此 D_i 为一个二阶方阵，记为 $(d_{i,kl}), k, l = 1, 2$。

由 D 导致的误差函数为:$E_i(D) = \sum_{j=1,j\neq i}^{n} \omega_{ij} \parallel q_i+D(x_j-x_i)-q_j \parallel^2 = \sum_{j=1,j\neq i}^{n} \omega_{ij}((d_{11}(p_{j,1} - p_{i,1}) + d_{12}(p_{j,2} - p_{i,2}) + q_{i,1} - q_{j,1})^2 + (d_{21}(p_{j,1} - p_{i,1}) + d_{22}(p_{j,2} - p_{i,2}) + q_{i,2} - q_{j,2})^2$。

其中系数 ω_{ij} 应当由 x_i 和 x_j 的距离决定，一种简单有效的选择是 $\omega_{ij} = \sigma_i(x_j), \sigma_i(x) = \frac{1}{(d_i(x))^\mu}$。

求误差函数最小值是一个极小二乘问题，只需对 d_{kl} 求偏导取零即可。

权重函数 ω_i 需满足条件 $\omega_i(x) \geq 0, \sum_{i=1}^{n} \omega_i(x) = 1, \omega_i(x_j) = \delta_{ij}$。

论文中选取了 $\omega_i(x) = \frac{\sigma_i(x)}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_j(x)}, \sigma_i(x) = \frac{1}{(d_i(x))^\mu}, \mu > 0$，这里为了便于计算通常选取 $\mu = 2$。

2.RBF：

取形式为 $T(x) = A(x) + R(x)$ 的函数作为插值函数。

其中 $A(x) = Mx + b$ 为仿射变换，可以根据初始设定计算，这里我们选取其为恒等变换。

而 $R(x)$ 为径向基函数，$R(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i g(x - x_i)$，这里选取 $g(d) = (d^2 + r^2)^{\mu/2}, \mu = -1$，其中 $r_i = \min\{i \neq j\} d(x_i, x_j)$。

最后参数 a_i 可以由给定的插值条件求解方程组得到。

注：程序在实现时将四个角固定作为初始设定。

二. 白缝：

这两种方法都是寻找一种连续的插值函数对图像进行变换，但是图像本身是离散的，这就导致我们只能计算原有图像上的点对应的点，而为了得到新的图像就需要对计算出来的点进行取整。又由于函数必然不是线性的，因此就会出现原来密集的点映射到相对较分散的区域的情况，这就产生了白缝。

为了填补白缝，可以选取周围八个点中有效的点的颜色的平均值作为白缝处点的颜色值的近似。

三. 实验结果：

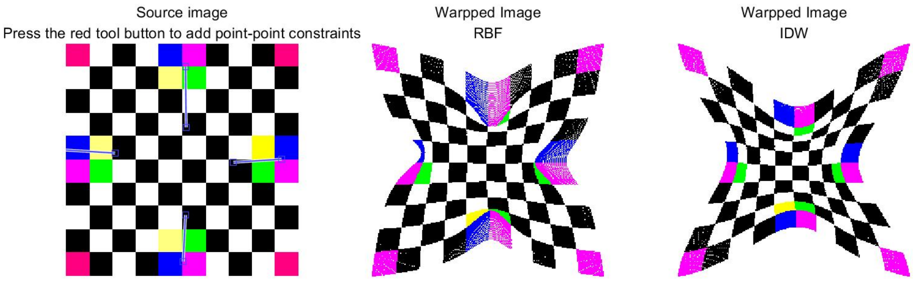

图 1: 变形效果（压缩）

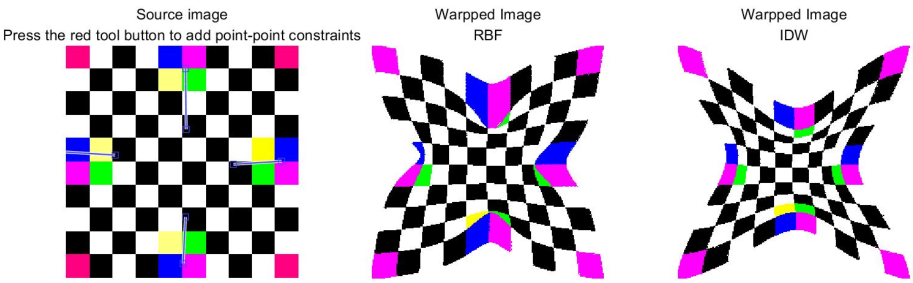

图 2: 变形并补白缝效果（压缩）

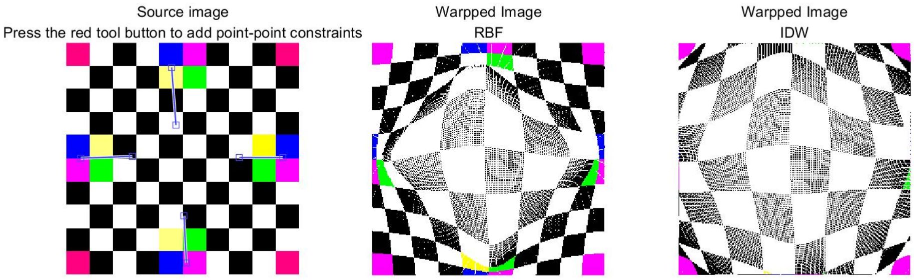

图 3: 变形效果（拉伸）

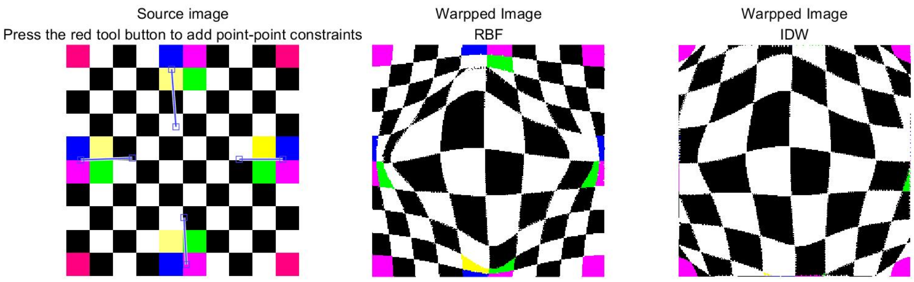

图 4: 变形并补白缝效果（拉伸）