

基于质点弹簧模型的实时布料模拟

余方姝¹,杨欣²

(1. 四川大学视觉合成图形图像技术国防重点学科实验室,成都 610065; 2. 四川大学计算机学院,成都 610065)

摘要:

随着计算机图形学和图形学硬件技术的发展,虚拟仿真中的布料模拟逐渐成为研究热点。随着虚拟仿真技术在电子游戏中的应用逐渐增多,用户对虚拟现实布料模拟技术的要求也逐渐增加,在追求布料真实感的同时还强调实时性。在对布料进行模拟时,首先根据布料的物理特性构建弹簧质点模型,然后使用时间积分对模型质点弹簧进行计算。为了提高求解效率,采用预计算处理数据,求解隐式积分对模型进行求解,以模拟出布料真实感且达到实时效果。

关键词:

布料模拟; 弹簧质点; 隐式积分

0 引言

在虚拟现实技术日益发展的过程中,布料模拟已逐渐成为一个研究热点,模拟出的布料在电子游戏、影视动漫、服装设计等各方面展现了越来越多的应用^[1]。布料是日常生活中随处可见的物品,它具有高度的形变特性、延展性、整体性,且具备分布均匀的质量。如何在计算机中正确模拟出布料的这些物理特性,一直以来都是科学家们研究的重点。本文将布料模拟过程分成建模和计算两个方面来介绍。

1 布料建模

目前,常用的布料模型构造方法有以下几种:

基于几何的建模方法:几何方法不考虑布料根据动力学表现的运动特性,采用几何方程来表现布料褶皱、折叠等几何效果。该方法计算开销小,但无法反映布料弹性,不够逼真。

基于物理的建模方法:根据布料的物理规律,使用质点来对布料进行模拟,将布料的质量分散到质点上,同时,使用质点间的相互作用来模拟布料的物理性质,有粒子系统和弹簧质点模型等方法。

基于混合特性的建模方法:这种方法结合了将几

何建模和物理建模结合,使用几何方法模拟布料轮廓,然后用物理方法模拟细节,产生快速而精确的效果,但在真实性上还是低于物理方法。

综合效率和真实性的考虑,本文采用弹簧质点模型进行建模。

1.1 弹簧质点模型

1995年X Provot建立了经典的弹簧质点模型^[2]。模型将一块布料划分成 $m \times n$ 的均匀矩形网格,如图1所示。每个网格顶点都是一个虚拟质点,质点有相同质量,用来模拟质量均匀的布料。每个质点与其周围质点通过无质量弹簧相连接。一共有三种性质的弹簧:

连接左右相邻 $[i,j]$ 与 $[i+1,j]$ 、上下相邻 $[i,j]$ 与 $[i,j+1]$ 的弹簧叫结构弹簧,用来模拟布料横纵向的力,阻止布料在这两个方向过度拉伸形变。

连接对角线方向 $[i,j]$ 与 $[i+1,j+1]$ 的弹簧叫剪切弹簧,用来模拟布料内倾斜方向的力,阻止布料斜方向的过度形变,模拟布料的延展性。

连接水平垂直方向间隔 $[i,j]$ 和 $[i+2,j]$ 、 $[i,j]$ 和 $[i,j+2]$ 质点的弹簧叫弯曲弹簧,用来模拟布料在被弯曲和折叠时,抵抗弯曲的力。

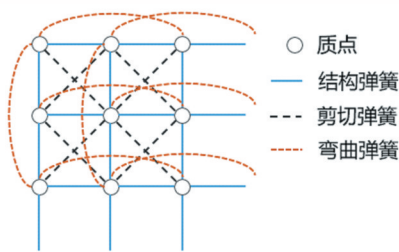


图1 弹簧质点模型

1.2 弹簧质点模型受力分析

在弹簧质点模型中,任意质点 $[i,j]$ 在 t 时刻的位置是 $P_{ij}(t)$,力学方程由其在当前位置受到的合力 $F_{ij}(t)$ 决定。根据牛顿第二定律:

$$F_{ij}(t) = m(P_{ij})a(P_{ij}) \quad (1)$$

其中, $m(P_{ij})$ 表示当前质点的质量, $a(P_{ij})$ 表示当前质点在 t 时刻的加速度。而质点所受到的合力 $F_{ij}(t)$ 是由质点受到的弹簧质点模型内部的力和外部作用力组成的:

$$F_{ij}(t) = F_{Internal}(P_{ij}) + F_{external}(P_{ij}) \quad (2)$$

其中内力 $F_{Internal}$ 是其内部的三种弹簧产生。根据胡克定律,在非过度拉伸情况下弹簧的应力和其形变呈线性关系,公式如下:

$$F_{Spring} = -kx \quad (3)$$

其中 F_n 表示当前弹簧产生的力, k 是弹簧的劲度系数,是一个常数,与弹簧的材质相关。 x 代表弹簧发生形变的长度,即形变后的长度减去原长。由此可知,质点 $[i,j]$ 受到的内力就是连接它的弹簧产生的弹力的合力:

$$F_{Internal}(P_{ij}) = \sum F_{Spring} \quad (4)$$

同时,质点还会受到外部的作用力,如重力、空气阻力等:

$$F_{external}(P_{ij}) = F_{gravity} + F_{air} \quad (5)$$

其中,重力 $F_{gravity} = m(P_{ij})g$,阻力 $F_{air} = -K_a v_{ij}$, K_a 为空气阻力系数, v_{ij} 为质点速度矢量。

在对质点进行受力分析后,就进入对布料力学运动方程的计算了。

2 积分方程

2.1 传统积分方程简介

显式欧拉积分是最容易实现数值积分的方法之一。假设不了模型中可划分成 m 个质点,时间步长为 h ,质点的质量用对角矩阵 $M \in R^{3m \times 3m}$ 表示,质点位置用 q 表示。任选一个质点,在 t_n 时刻其所在的位置为 q_n ,则 $f(q_n)$ 为质点在 t_n 时刻受到的力, v_n 为质点在 t_n 时刻的速度,那么使用显式积分求解下一刻 t_{n+1} 的运动可表示为:

$$q_{n+1} = q_n + hv_n \quad (6)$$

$$v_{n+1} = v_n + hM^{-1}f_n \quad (7)$$

显式积分计算简单,但用 t_n 时刻的速度计算 t_{n+1} 时刻的位置带来一定的误差,影响其准确度。

隐式欧拉积分是计算布料运动常用的积分,可用公式表示为:

$$q_{n+1} = q_n + hv_{n+1} \quad (8)$$

$$v_{n+1} = v_n + hM^{-1}f_{n+1} \quad (9)$$

由(8)和(9)两个公式可得:

$$q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1} = h^2 M^{-1} f_{n+1} \quad (10)$$

上式中 q_n 和 q_{n-1} 是已知量,而此时要 q_{n+1} 的值,就需要求解 f_{n+1} 的值。

为了求解这个经典的非线性方程,我们根据 Baraff 和 Witkin 在 1998 年提出的线性化力的方法^[3]:

$$f_{n+1} \approx f_n + (\nabla f_{q_n})(q_{n+1} - q_n) \quad (11)$$

其中, $\nabla f = -\nabla^2 E$ 是海森矩阵的二阶导数,将(11)引入(10)可将算式变成线性算式。

假设用 x 表示 q_{n+1} ,然后用 y 表示 $2q_n - q_{n-1}$, x 是未知量,而 y 是已知量,可构建出临界式:

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - y)^T M(x - y) + h^2 E(x) \quad (12)$$

此时,方程转换成求 $g(x)$ 最小值的问题。该方法是由 Martin 在 2011 年提出的变分法隐式欧拉积分^[4]。

2.2 本文方法

本文主要思想是使用块坐标下降法通过重新整理模型的能量 E 来计算其力学方程。在布料模拟中,大部分的能量来源于弹性势能,其公式为:

$$E = \frac{1}{2} kx^2 \quad (13)$$

其中, x 代表弹簧变化的长度。此时,对布料模型而言,其单个弹簧的弹性势能可表示为:

$$E = \frac{1}{2} k(|p_i - p_j| - l)^2 \quad (14)$$

p_i 和 p_j 代表弹簧两端的质点, l 是弹簧的原长。

然后令 $l=|d|$, 则:

$$(|p_i - p_j| - |d|)^2 \leq (|p_i - p_j| - d)^2 \quad (15)$$

则,解弹性势能方程转变成最小化问题:

$$\min_{|d|=l} (|p_i - p_j| - d)^2 \quad (16)$$

考虑到场景中有多个弹簧,而弹簧和质点在实现过程中,会采用矩阵表示整个数据,我们将能量方程更新为矩阵形式:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^s k_i |p_{i1} - p_{i2} - d_i|^2 = \frac{1}{2} x^T L x - x^T J d \quad (17)$$

其中, s 是弹簧的总数, p_{i1} 和 p_{i2} 代表当前第 i 根弹簧两端的质点, x 是包含全部质点的向量, L 和 J 分别代表:

$$L = \left(\sum_{i=1}^s k_i A_i A_i^T \right) \otimes I_3, J = \left(\sum_{i=1}^s k_i A_i S_i^T \right) \otimes I_3$$

其中, A_i 是弹簧 i 的入射向量, $A_{i,1} = 1$, $A_{i,2} = -1$, 其他值为 0; S_i 代表第 i 个弹簧, I 是单位矩阵。

然后将其带入公式(12),可以将上式转换成最优化问题:

$$\min_{d \in U} \frac{1}{2} x^T (M + h^2 L) x - h^2 x^T J d + x^T b \quad (18)$$

其中, b 是一个向量,表示外力合力产生的惯性,是一个常量。将上式收敛到最小值所得到的 x 即时隐式欧拉积分的解。

解最小化方程使用的方法是块坐标下降法:首先用预估位置初始化 x 的值,然后使用当前 x 的值计算 d ,第二步固定 d 的值,使用计算出的 d 值计算 x ,重复该步骤直到达到最大迭代次数,就能得到下一步质点的位置。

此外,为了对算法进行加速,采用了预计算方法处理算式中与过程无关的量。算式中 $M + h^2 L$ 使用质量矩阵,时间步长,弹簧劲度系数矩阵计算,而这些值都是固定的,同样 J 的计算也是固定的,这样就可以在初始化阶段计算出两组数据的值,避免在迭代过程中加入大量的矩阵运算,减少计算开销。

3 实验结果

实验模拟了固定四角平行放置的矩形布料在被放开右侧两角后,在空中飘动,然后在空气阻力作用下恢复静止状态的效果。如图 2,展示了布料物理规律下的运动过程,布料在被解开两角后,自然坠落,左右飘动,

效果真实。图 3 展示了布料模拟的细节,图中可以清晰看到布料产生的褶皱和弯曲现象,与真实布料效果相似。在满足真实感的同时,布料的帧率为 300-400 帧,此时模型的三角面片为 1k 能达到能够达到实时渲染效果。当布料三面片个数达到 10k 时,如图 4 所示,布料细节更明显,更具真实感的同时,帧率同样达到实时渲染要求。

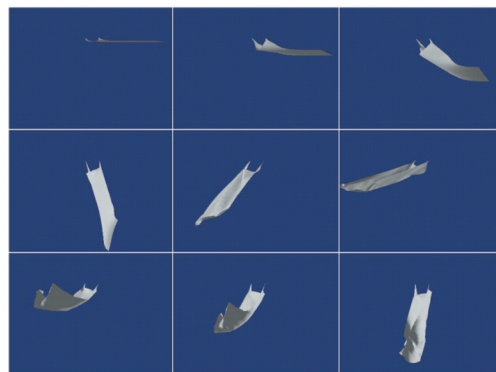


图2 布料运动过程

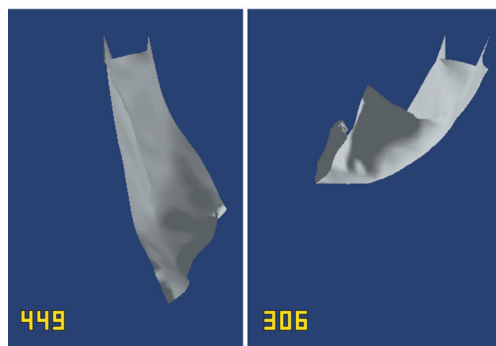


图3 布料模拟细节及帧率

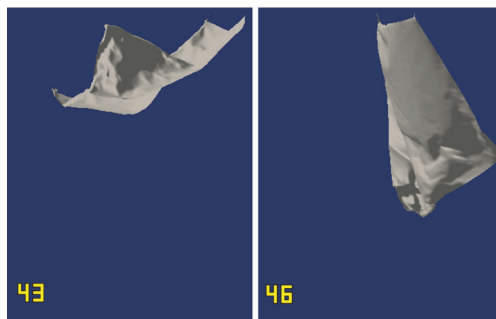


图4 布料模拟细节(三角面片数 10k)

4 结语

本文的布料模拟方法采用预计算处理弹簧质点模型数据,使用块坐标下降法计算隐式积分,对弹簧质点模型位置进行预测,在兼顾真实感的同时,对绘制效率

也有较好的提升,能够被运用于电子游戏、影动画产业中。但同时,本文未对布料碰撞进行研究,包括布料自碰撞和布料和物体间的碰撞进行研究,包括布料自碰撞和布料和物体间的碰撞,需要在接下来的工作中进行研究和完善。

参考文献:

- [1]陈辉,沈毅. 关于织物仿真技术的综述[J]. 丝绸,2005(8).
- [2]Xavier Provot. Deformation Constraints in a Mass-Spring Model to Describe Rigid Clothbehavior[C]. In Proceedings of Graphics Interface, Quebec: Canadian Information Processing Society, 1995, 12(6): 147-154.
- [3]D Baraff, A Witkin. Large Steps in Cloth Simulation[J]. Conference on Computer Graphics & Interactive Techniques, 1998: 43-54.
- [4]S Martin, B Thomaszewski, E Grinspun, M Gross. Example-Based Elastic Materials[J]. In Acm Siggraph, 2011, 30(4): 1-8.

作者简介:

余方姝(1992-),女,四川成都人,研究生,研究方向为计算机图形学、虚拟现实

杨欣(1991-),女,湖北人,硕士,研究方向为图形学

收稿日期:2017-11-24

修稿日期:2018-01-25

Real-Time Cloth Simulation Based on Mass-Spring Model

YU Fang-shu, YANG Xin

(1. Visual Synthetic Graphics and Image Technology National Defense Key Laboratory of Sichuan University, Chengdou 610065; 2. College of Computer Science, Sichuan University, Chengdou 610065)

Abstract:

With the development of computer graphics and graphics hardware technology, the cloth simulation in virtual simulation has become a research hotspot. With the increasing application of virtual simulation technology in the electronic game, the requirement of the cloth simulation technology in the virtual reality is gradually increasing, while the real-time is also emphasized. In the simulation of the cloth, the spring particle model is constructed according to the physical properties of the cloth, then the time integral is used to calculate the model particle spring, In order to improve the efficiency of solution, the implicit integral is used to solve the model in order to simulate the real sense of cloth and achieve real-time effect.

Keywords:

Cloth Simulation; Spring Particle; Implicit Integration