基础模型学习笔记

Wulnut

2020 年 3 月 4 日

目录

1 元胞自动机

1.1 概述

元胞自动机(cellular automata，CA) 是一种时间、空间、状态都离散，空间相互作用和时间因果关系为局部的网格动力学模型，具有模拟复杂系统时空演化过程的能力。元胞自动机是一个空间和状态都是离散的模型。该模型可以用一个四元组表示：

$$C = (L_a, S, N_n, f) \tag{1}$$

其中：

- S表示细胞状态，是一个有限的、离散的状态集合；
- L_a表示元胞空间，a是一个整数，表示细胞空间的维数；
- N表示领域内元素的组合，n表示邻居的个数
- f表示状态转移函数，即状态转移规则

1.1.1 邻元

对于一个元胞，在空间位置上与它相邻的元胞称为它的**邻元**(有时也称作邻居)，邻域和邻元的定义可以是多样的。

图 1: 一维CA网格

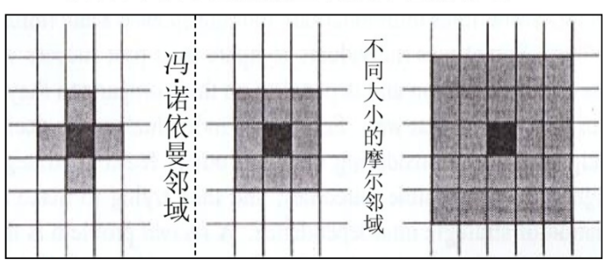

图 2: 二维CA网格

每个元胞有若干个状态，如：

- 物理系统：（分子）固态，液态
- 生物系统：（细胞）死or活
- 社会系统：（个人）相信与不相信谎言
- 政治系统：（国家）战争与妥协...

在各种CA模型中，每个等份（单元格）代表一个元胞，CA的网格可以有不同的形式(维数，大小):

- 一维的CA模型是将直线分成若干相同的等份
- 二维的CA模型是将一个平面分成许多正方形、六边形或三角行的网格（最常见的是将其划分成正方形）；
- 三位的CA模型将空间划分成许多立体网格。

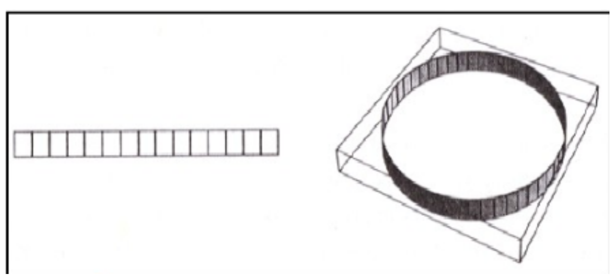

图 3: 一维CA模型

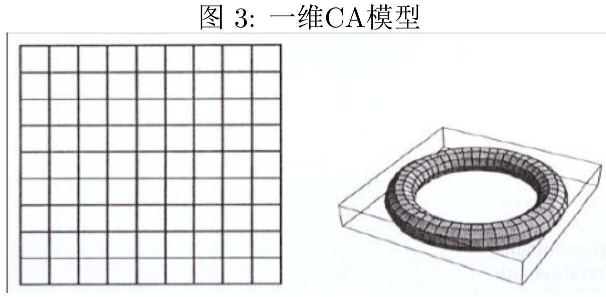

图 4: 二维CA模型

1.2 规则

根据每个元胞及邻元的不同状态，由于状态更新规则决定这个元胞下一个时刻的状态,序号i个体在$t = 1,\ldots,n$时刻的状态:

$$S_t^{t+1} = f(S_i^t, N^t) = f(S_i^t, S_1^t, S_2^t, .., S_n^t) \tag{2}$$

其中$S_i^t, S_1^t, S_2^t, \ldots, S_n^t$为个体$i$的邻元在$t$时刻的状态。

规则可以是确定型的，也可以是随机型的。对于一个一维的CA，一个细胞具有两种可能的状态如生or死，相信或者不相信等等，表示为0 or 1。

如果规则一：我使用下图的左边的邻元定义定义其状态更新规则：当一个个体的两个邻元都活或都死，该个体在下一时刻为死；反之，他的状态在下一时刻变为活。

t 时刻邻元的状态	111	110	101	100	011	010	001	000
$t+1$ 时刻**中心格**的状态	0	1	0	1	1	0	1	0

图 5: 规则表(1)

再如规则二：我仍然使用当前左边邻元定义，但重新定义其状态更新规则为：当个体的两个邻元都活或都死，该个体再下一时刻**改变状态**;反之，**该个体的状态在下一时刻保持不变**。

t 时刻邻元的状态	111	110	101	100	011	010	001	000
$t+1$ 时刻**中心格**的状态	0	1	1	0	1	0	0	1

图 6: 规则表(2)

1.3 构建模型

考虑如下问题：

- 确定系统中有那些个体，如何分类？

- 个体有几种状态，分别是什么；
- 个体所处空间形式，是一位，二维还是多为;
- 个体的邻元形式及个数，这与网格形式及交互群体规模有关
- 根据个体状态、网格形式及邻元，确定个体状态的演变规则。

此外还需要，确定：

- 系统中的个体与单元格是否一致。

简单的、经典的CA模型中，单元格与个体不加区分，每个单位格就是一个个体，个体始终在单元格中，个体的状态即为单元格的状态。但在一些复杂系统中，尤其在个体可以移动的系统中，将个体与单元格区分更为方便。

- 系统中是否离散事件。

采用CA模型描述的系统，每个时刻都需根据规则确定元胞的状态。除此之外，有的系统中某些个体会在特定时刻（有条件或无条件）发生状态变化，此时可以采用离散时间仿真方法，将该时刻列入事件表，根据事件表处理该类事件。

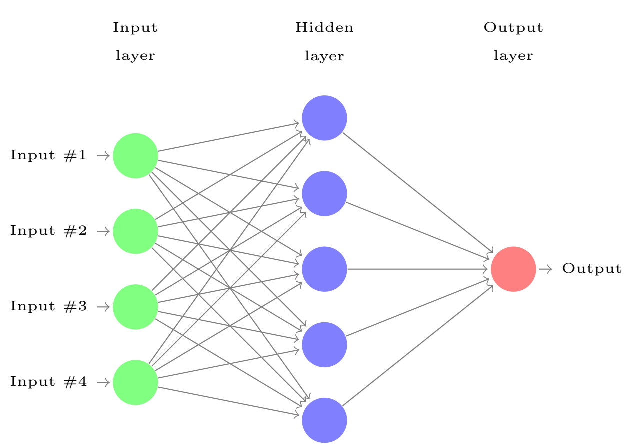

图 7: nice

2 主成分分析

3　聚类分析