,

Notes

Kopnov Alexandr

22 марта 2023 г.

Содержание

1 Постановка

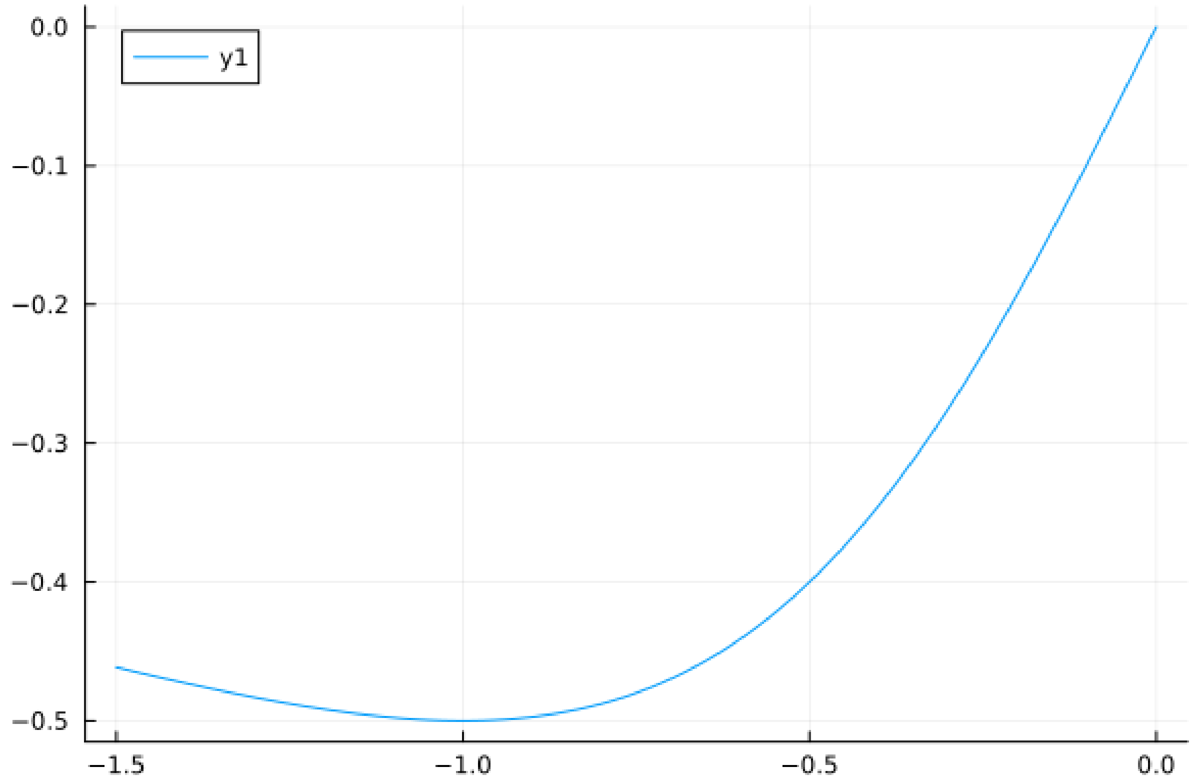
Решить задачу одномерной минимизации

$$\min f(x) \qquad x \in [a;b]$$

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \qquad x \in [-1.5;0]$$

График функции

```
f(x) =  x / (1 + x^2);
a = -1.5;
b = 0;
plot(range(a,b, length=100),f)
savefig("figs/plot.png")
```



Использовать методы золотого сечения, дихотомии, пробных точек

Останавливаемся, когда точки неразличимы, т.е.

$$|b - a| < \epsilon$$

Также построил графики зависимости расстояния до точного решения, разницы в значениях функций и количества итераций от ϵ

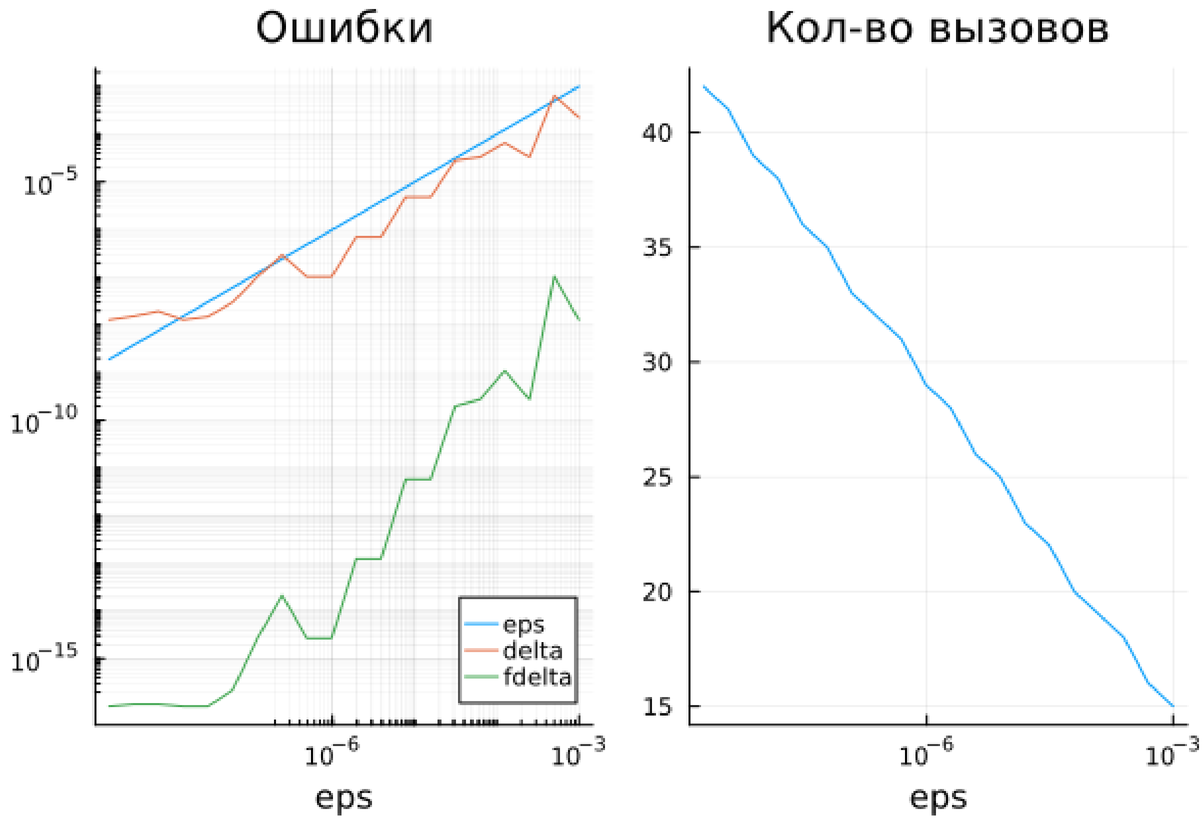
```
df = CSV.read("build/res/" * name, DataFrame)
# will have columns: eps delta fdelta iters
p1 = @df df plot(:eps, [:eps :delta :fdelta], title="Ошибки");
plot!(p1, xscale=:log10, yscale=:log10, minorgrid=true, legend=:bottomright, xlabel="eps");
p2 = @df df plot(:eps, :iters, title="Кол-во вызовов");
plot!(p2, xscale=:log10, xlabel="eps", legend=:none);

plot(p1,p2, layout=(1,2))
savefig("figs/" * name * ".png")
```

2 Метод золотого сечения

Рассмотрим k-й шаг алгоритма. Интервал $[a_k, b_k]$

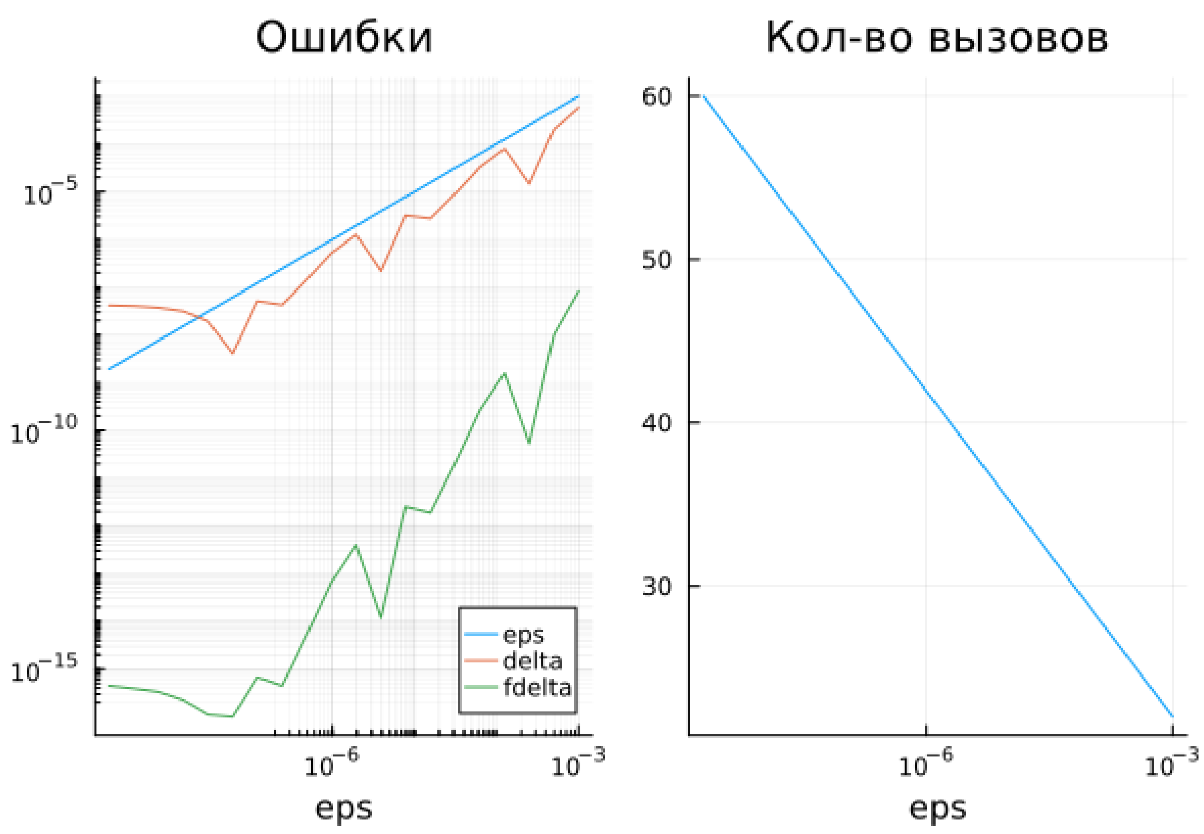
$$\lambda_k = a_k + \alpha(b_k - a_k) \qquad \mu_k = b_k - \alpha(b_k - a_k) \qquad \alpha = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

Если $f(\lambda_k) > f(\mu_k)$ на следующей итерации $[\lambda_k, b_k]$. При этом, $\lambda_{k+1} = \mu_k$ Иначе, $[a_k, \mu_k]$, $\mu_{k+1} = \lambda_k$



3 Метод дихотомии

Рассмотрим k-й шаг алгоритма. Интервал $[a_k, b_k]$. Точки для проверки $x_{1,2} = \frac{a_k+b_k}{2} \pm \delta$, $\delta = 10^{-3}|b-a|$. Сравним, выберем интервал.



3.1 Оценка при постоянном δ

$$b_1 - a_1 = \frac{b_0 - a_0}{2} + \delta$$

$$b_2 - a_2 = \frac{b_1 - a_1}{2} + \delta = \frac{b_0 + a_0}{4} + \delta(1 + \frac{1}{2})$$

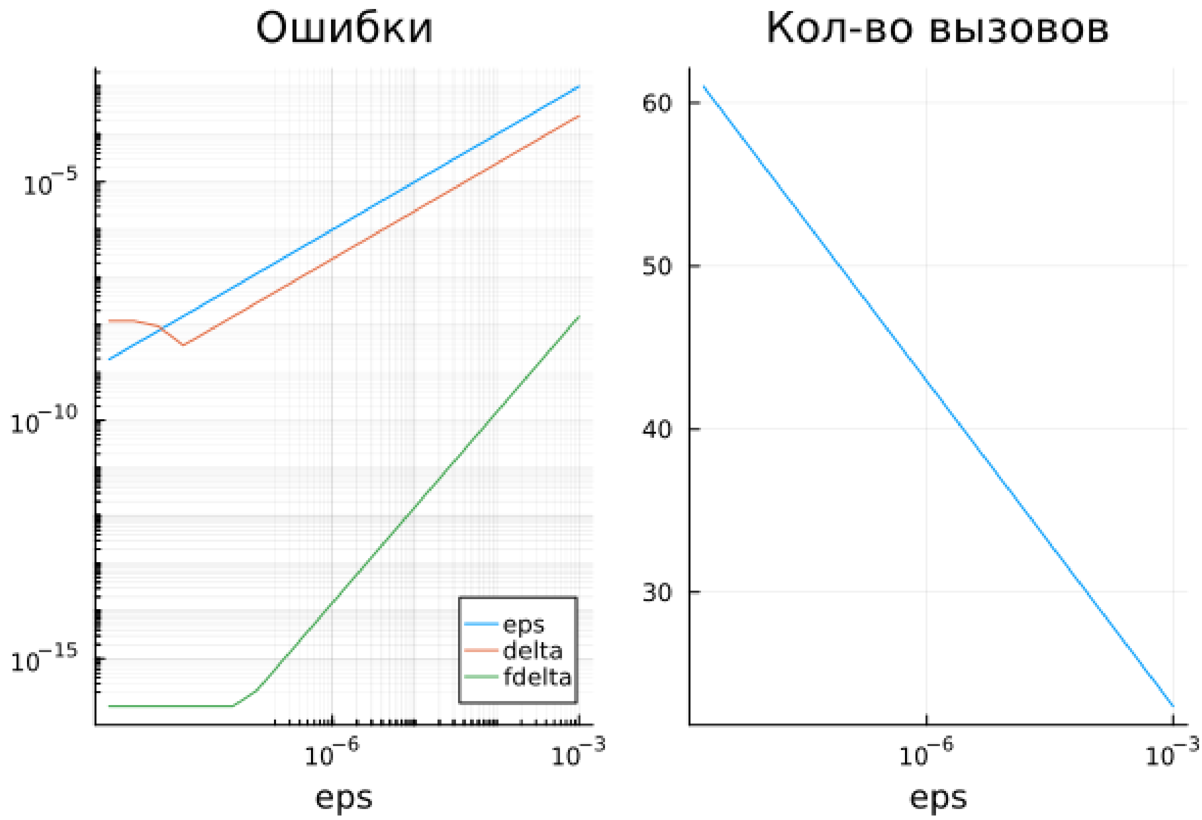
$$b_k - a_k = \frac{b_0 - a_0}{2^k} + \delta \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2^{i-1}}$$

4 Метод пробных точек

Рассмотрим k-й шаг алгоритма. Интервал $[a_k, b_k]$. Точки для проверки $x_i = a + \frac{b-a}{4} i$, $i = \overline{1,3}$
Если $f(x_1) < f(x_2) \implies [a, x_2]$. Иначе, сравним $f(x_2), f(x_3)$

$$f(x_2) < f(x_3) \implies [x_1, x_3]$$

$$f(x_2) > f(x_3) \implies [x_2, b]$$


Ошибки
10^{-5}
10^{-10}
10^{-15}
10^{-6}
10^{-3}
eps
eps
delta
fdelta
Кол-во вызовов
60
50
40
30
10^{-6}
10^{-3}
eps