# Refinamiento de la planificación eco-eficiente de estiba en grandes buques porta-contenedores.

#### Adolfo Leon Canizales Murcia

Universidad del Valle Facultad de Ingeniería Escuela de Ingeniería en Sistemas y Computación Cra 13 No. 100 - 00. Santiago de Cali, Colombia

20 de abril de 2014

# 1. Introducción

El informe presentado en éste documento tiene como función mostrar los avances realizados en los procesos de modelamiento, implementación y pruebas.

# 1.1. Buque-portacontenedores y contenedores

La optimización de procesos de estiba en los puertos costeros es un proceso complejo que implica encontrar una buena forma de organizar un conjunto de cajas metálicas, conocidas como contenedores, en un buque, buscando objetivos como la seguridad para que el barco pueda soportar los viajes en alta mar sin que este sufra daños o se hunda, y la rapidez para que se puedan cargar y descargar contenedores del buque en el menor tiempo posible.

Los contenedores son cajas de metal donde se puede almacenar muchos tipos de bienes. Cada contenedor tiene un ancho de 8 pies, un alto de 8.6 o 9.6 pies, un largo de 20, 40 o 45 pies y un puerto donde ha de ser descargado. Existen varios tipos de contenedores y éstos son ubicados en el barco dependiendo de un conjunto de reglas de separación. En el modelo que se ha implementado hasta ahora, solo se tienen en cuenta contenedores con ancho de 8 pies, alto de 8.6 o 9.6 pies, largo de 20 o 40 pies y contenedores que almacenan bienes que necesiten algún tipo de precaución especial.

Los buques porta-contenedores contienen espacios (bahías) en los que almacenan los contenedores. Las bahías se encuentran distribuidas en todo el barco, sobre y bajo cubierta separadas por tapas de escotilla a lo largo del buque. Éstas bahías se separan transversalmente en pilas que tienen el ancho de 8 pies, el largo de una 20, 40 o 45 pies. La pila se encuentra dividida en celdas que se encuentra organizadas verticalmente e indexadas por niveles. Cada celda se divide en 2 ranuras que separan la celda en popa y

proa. Adicionalmente, algunas ranuras de las celdas posee un enchufe que proporciona energía eléctrica a contenedores que necesitan refrigeración.

Para gestionar con más facilidad los contenedores de 40 pies en el modelo propuesto en éste informe; se han dividido en 2 contenedores de 20 pies, que irán ubicados en la proa y la popa de la misma celda. Además, las bahías en el buque son indexadas de popa a proa y de abajo hacia arriba en la pila y continúan en las demás pilas de izquierda a derecha en una locación del barco (Figura 1 y 2).

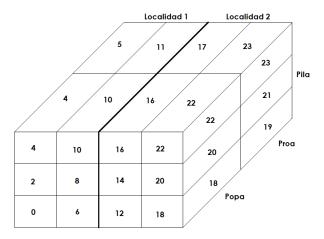


Figura 1: Indices de Slots

Para obtener resultados factibles al problema de estibar contenedores se utiliza el modela-miento de restricciones. Este modela-miento requiere básicamente de 3 pasos que son la definición de las variables de decisión y sus respectivos dominios, restricciones pertinentes y la estrategia de distribución.

En éste documento se presentan dos modelos que intentan dar buenas soluciones al problema de estiba. A continuación, se muestra unas abstracciones de restricciones que serán utilizadas en los dos modelos.

#### 1.1.1. Abstracciones de restricciones

Para modelar algunas de las restricciones se hace uso de las siguientes abstracciones:

# **Restricciones elementales**

Estas restricciones tienen las siguiente forma:

$$element(X, Y, C) = \{(e, f) | e \in D(X), f \in D(Y), f = C_e\}$$

Donde X es una variable entera, Y es una variable con dominio finito y  $C = \{C_1, ..., C_n\}$  un conjunto de constantes. La restricción implica que Y es igual a la X-esima constante de C.

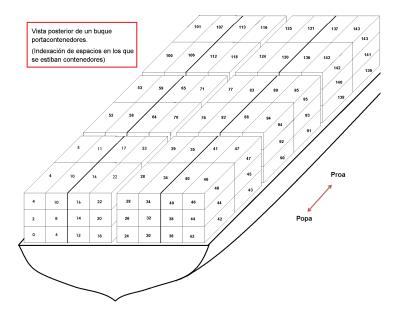


Figura 2: Indexación de Slots en buque

## **Restricciones regulares**

Este tipo de restricciones tienen la siguiente forma:

$$regular(X, M) = \{(d_1, ..., d_n) | \forall i.d_i \in D(X_i), d_1...d_n \in L(M)\}$$

Donde X es un conjunto de variables con dominio  $D(X_i)$  tal que 1 < i < n y M es una expresión regular que reconoce L(M).

#### **Restricciones Max**

Este tipo de restricción tiene la siguiente forma:

$$\max(H,I,J) = \{(e,f,g)|e \in D(H), f \in D(I), g \in D(J), e > f \Rightarrow g = e, f > = e \Rightarrow g = f\}$$

Donde la restricción implica que la variable J sera el valor más grande entre H e I.

# **Restricciones Channel**

Este tipo de restricción se puede expresar de las dos maneras:

 La primera abstracción es cuando H es una variable no escalar e I es una variable escalar. Esta abstracción tiene la siguiente forma:

$$channel(H, I) = \{(e, f) | e \in D(H), f \in D(I), e = f\}$$

Esta restricción se utiliza para realizar un cambio de una variable escalar a una variable no escalar.

La segunda abstracción es cuando X y Y son conjuntos de variables. Esta abstracción se presenta formalmente de la siguiente forma:

$$channel(X,Y) = \{(e_1,...,e_n,f_1,...,f_n)|foralli,j.e_i \in D(X_i), f_i \in D(Y_j), e_i = j \Leftrightarrow f_j = i\}$$

Esta restricción enlaza consistentemente dos conjuntos de variables del mismo tamaño.

#### **Restricciones Expr**

Este tipo de restricción tiene la siguiente forma:

$$R = expr(Expres) = \{h | h \in D(R), Expres \text{ es una expresión sin ejecutarse }, R = expres ejecutada \}$$

Donde la restricción ejecuta la expresión Expr y el resultado lo guarda en R.

#### **Restricciones Ite**

Este tipo de restricción se expresa formalmente así:

$$Ite(H,I,J,K) = \{(b,x,y,z)|b \in D(H), i \in D(I), j \in D(J), z \in D(K), z = b?x:y\}$$

En ésta restricción se asigna z = x si b es verdadero y se asigna z = y si b es falso.

#### **Restricciones Count**

Este tipo de restricción tiene la siguiente forma:

$$Count(X, Y, R, Z) = \#\{i \in \{0, \dots, |X| - 1\} \mid X_i \in Y\} \sim_R Z.$$

Donde ésta restricción cuenta la cantidad de elementos X que concuerden con los elementos de Y y ejecuta una relación R, que puede ser (<,>,=,!=,otras), con respecto a la variable Z.

Indices y constantes	Descripción
Slots	Conjunto de índices de bahías para los contenedores.
Cont	Conjunto de índices de contenedores.
Stack	Conjunto de índices de pilas.
$Slot_k$	Conjunto de slots por pila k.
$Slot_k^{A,F}$	Conjunto de slots de popa y proa por pila k.
$Slot^R$	Conjunto de slots refrigerados.
$Slot^{NR}$	Conjunto de slots no refrigerados.
$Slot^{NRC}$	Conjunto de celdas no refrigeradas.
$Cont^L$	Conjunto de contenedores cargados.
$Cont_K$	Conjunto de contenedores en la pila k.
$Cont^{\{20,40\}}$	
	Índice del contenedor de 20 y 40 pies.
$Cont_{A,F}^{40}$	ź 11 11 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
$Cont_{R}^{\{20,40\}}$	Índice del contenedor de 40 pies separados por proa y popa.
$Cont_R^{120,40}$	Índia dal contonados refeiramentos da 20 a 40 miles
T 11	Índice del contenedor refrigerados de 20 y 40 pies.
$Length_i$	Largo del contenedor i.
$Weight_i$	Peso del contenedor i.
$Height_i$	Altura del contenedor i.
$POD_i$	Puerto de descarga del contenedor i.
$Stack_{i}^{W}$	Peso limite de la pila i.
$Stack_i^H$	Altura limite de la pila i.
$Cont^{\mathring{V}}$	Índice del contenedor virtual.
$Cont^{Load}$	Conjunto de contenedores a cargar.
GCSY	Centro de gravedad ideal en el eje Y.
	Conjunto de variables booleanas del tamaño $ Cont $ , donde cada
ContNonReefer	
	elemento representa la relación $ContNonReefer_i = Cont_i \in Cont_i$
OverCont	$Cont_N R$
OverConi	Conjunto de variables booleanas del tamaño  Cont  +
	$ Cont^{Load} $ , donde cada elemento representa la relación
	$OverCont_i = i <  Slots $

Cuadro 1: Tabla de constantes.

# 1.2. Conjunto de constantes

Para facilitar la construcción de las restricciones y de los objetivos a alcanzar en los dos modelo se plantean un conjunto de índices y constantes. Todos los conjuntos de índices que se presentarán son un subconjunto de enteros. Cada conjunto representa características ya sea de secciones del barco o de los contenedores (Cuadro 1).

Sobre los dos modelo se busca encontrar el centro de gravedad por cada una de las pilas del barco y se debe obtener la diferencia entre el centro de gravedad encontrado con respecto al centro de gravedad ideal. El centro de gravedad ideal de una pila en el eje Y se encuentra dado por la formula  $(Stack_i^H/4)/(Stack_i^H/maxLevel(i))$  donde maxLevel(i) es el nivel máximo de la pila i. Solo se busca la coordenada Y del centro de gravedad debido a que la coordenada sobre el eje x no brinda información relevante.

Para calcular el centro de gravedad de un conjunto de contenedores agrupados en una pila es necesario proponer un sistema de coordenadas sobre cada pila. El sistema de coordenadas para cada pila empezará con el punto (0,0) sobre el centro del contenedor ubicado en la parte inferior de la pila en la sección de la popa. La coordenada aumentará en el eje X de la popa a la proa en la pila y en el eje Y de la parte inferior a la parte superior de la pila.

Anteriormente, se comento que los contenedores de 40 pies estarían representados por medio de dos contenedores de 20 pies. Para evitar problemas al calcular datos que requiera el peso de los contenedores de 40 pies que ya esten estibados, la constante  $Weight_i$  del contenedor de 40 pies deberá ser divida entre los dos contenedores de 20 pies. El contenedor de 20 pies que representan la división de la popa tendrá un peso de igual a  $Ceil(Weight_i/2)$  y el contenedor de 20 pies que representa la proa será igual a  $Weight_i - Ceil(Weight_i/2)$ 

## 2. Modelo con contenedor virtual

En éste modelo se propone la idea de utilizar contenedor virtual que tiene como objetivo representar en el modelo que no se cargará un contenedor en el slot que lo contenga. Las características como el largo, ancho, alto y puerto de descarga serán iguales a 0. Además, el índice del contenedor virtual es igual a 0 ( $Cont^V = 0$ ).

## 2.1. Variables de decisión

Sobre la variables de decisión actuarán las restricciones que se propondrán mas adelante. Adicionalmente, estas variables modelarán los posibles resultados obtenidos al final de proceso (Cuadro 2).

Las variables de decisión utilizadas para calcular el costo de las soluciones encontradas son utilizadas sobre el proceso de propagación. (Cuadro 3).

#### 2.2. Restricciones del modelo

Para el modelo se plantean un conjunto de restricciones que tienen como objetivo disminuir el espació de búsqueda de posibles soluciones.

Variables de decisión	Dogovinoión
$S = \{S_1,, S Slots \}$	Descripción $S_i \in \text{Cont}$ , índice del contenedor en el $Slot_i$ .
$S = \{S_1,, S Stots\}\}$ $L = \{L_1,, L Stots\}\}$	$S_i \in \text{Cont}$ , indice del contenedor en el $Stot_i$ . $L_i \in \text{Length}$ , largo del contenedor estibado en el
$L = \{L_1,, L_{ Stots }\}$	$L_i \in \text{Length}$ , largo del contenedor estidado en el $Slot_i$ .
$H = \{H_1,, H Slots \}$	$H_i \in \text{Height}$ , alto del contenedor estibado en el
	$Slot_i$ .
$W = \{W_1,, W Slots \}$	$W_i \in \text{Weight}$ , peso del contenedor estibado en el
	$Slot_i$ .
$WD = \{WD_1,, WD Slots \}$	$WD_i \in Weight$ , peso del contenedor estibado en
	el $Slot_i$ . (Arreglo de variables no escalares).
$P = \{P_1,, P Slots \}$	$P_i \in POD$ , puerto de descarga del contenedor es-
	tibado en el $Slot_i$ .
NRSR =	$NRSR_i \in \{0,1\}$ , Indica si se carga un contene-
$\{NRSR_1,, NRSR Slots^R \}$	dor no refrigerado en un slot refrigerado.
$HS = \{HS_1,, HS Stack \}$	$HS_i \in Stack$ , Limite de altura por pila.
CFEUA =	$CFEUA_i \in \{0,1\}$ , contenedor de 40 pies estiba-
$\{CFEUA_1,, CFEUA Slots/2 \}$	do en la popa.
CFEUF =	$CFEUF_i \in \{0,1\}$ , contened or de 40 pies estiba-
$\{CFEUF_1,, CFEUF Slots/2 \}$	do en la proa.
$OVT = \{OVT_1,, OVT   Slots \}$	$OVT_i \in \{0,1\}$ , Contenedor sobre-estibado en el
	$Slot_i$ .
$OPT = \{OPT_1,, OPT   Stack   \}$	$OPT_i \in Cont_K$ , Número de contenedores dife-
	rentes en la pila i.
$NVC = \{NVC_1,, NVC   Slots   \}$	$NVC_i \in \{0,1\}$ , Contenedores no virtuales.
$WT = \{WT_1,, WT   Stack \}$	$WT_i \in \{0, Stack_i^W\}$ , Peso total de los contene-
	dores estibados en la pila i.
GCenY =	$GCenY_{i,s} \in \{0, maxLevel(i)\}, Centro de gra-$
$\{GCenY_{1,1},,GCenY Stack  Slots \}$	vedad en eje Y para la pila i y el slot s.
$GCY = \{GCY_1,, GCY   Stack \}$	$GCY_i \in \{0, maxLevel(i)\}$ , Centro de gravedad
	en el eje Y.
$GCD = \{GCD_1,, GCD Stack \}$	$GCD_i \in \{0, maxLevel(i)\}$ , Distancia al centro
	de gravedad ideal por pila.
$OUT = \{OUT_1,, OUT   Stack   \}$	$OUT_i \in Cont^{\{20,40\}}$ , Número de contenedores $i$
/ 1	de $20$ y $40$ pies en la pila $k$ .
OUTE	0 <= OUTE <=  Stack , Número de pilas
	vacías.

Cuadro 2: Tabla de variables de decisión.

Variables de decisión	Descripción
$\overline{OV}$	Número de contenedores sobre-estibados.
OCNS	Número de contenedores no estibados en el barco.
OU	Número de pilas usadas.
OP	Sumatoria del número de contenedores diferentes
	por cada pila.
OR	Número de contenedores no refrigerados estiba-
	dos en slots refrigerados.
OGCTD	Sumatoria de los pesos otorgados por la distancia
	al centro de gravedad ideal por cada pila.
O	Variable utilizada como costo total de estiba.

Cuadro 3: Tabla de variables de decisión utilizadas para calcular el costo de la solución.

#### 2.2.1. Detalle de las restricciones

En ésta sección se presentan y se detallan el conjunto de restricciones modeladas (Cuadro 4 y 5).

La restricción (1) implica el hecho de que un contenedor no puede estar en diferentes slots a excepción del contenedor virtual. Las restricciones <elementales> que se encuentran referenciadas del (2) al (5) son para generar una asociación entre los slots y las características de longitud, altura, peso y puerto de descarga de los contenedores que se estibarán en dichos slots. La restricción (6) que también es <elemental> se utiliza para identificar cuando un contenedor no refrigerado se estiba en un espacio refrigerado. Para poder realizar el cambio de una variable escalar, donde se guarda el peso del contenedor, a una variable no escalar se utiliza la restricción (7). Se presenta la restricción (8) para cargar los contenedores abordo del barco. Las restricciones (9) y (10) son para que la separación de los contenedores de 40 pies en uno de proa y otro de popa se estiben respectivamente en slots de proa y popa respectivamente. Se modelan las restricciones del (11) al (14) que tienen como función que los dos contenedores de 20 pies que representan a uno 40 pies queden estibados en la proa y popa de la misma celda, donde getCell(i) tiene como tarea obtener la celda del slot i. Las restricciones del (15) al (18) tienen como objetivo identificar cuando un contenedor ésta sobre-estibado. Para una mejor entendimiento sobre las restricciones de sobre-estiba, se detallará cada una de las restricción. Las restricciones (15) y (16) solo aplicará para los contenedores 40 pies y para los contenedores que se encuentre cumplan con la restricción overStowed40(i) que indica si existe  $P_i > MinP(x)$ , donde MinP(x) es el mínimo puerto de descarga de un conjunto x que contienen los puertos de descarga de los contenedores estibados en slots inferiores a i y que pertenecen a la misma pila. La restricciones (17) y (18) solo aplican para contenedores de 20 pies, éstas utilizan las restricciones overStowed20A(i) y overStowed20F(i) las cuales funcionan de la misma forma que overStowed40(i). La diferencia es que overStowed20A(i) actúa solo sobre los contenedores estibados en la popa de una misma pila y overStowed20F(i) actúa solo sobre los contenedores estibados en la proa de una misma pila. La restricción (19) se utiliza para obtener el peso total de los contenedores estibados por pila. Para calcular el centro de gravedad de los slots de una pila en el eje Y se utiliza la restricción (20); no se calcula

```
Restricciones
NVC_i = 1 \Rightarrow S_i \neq S_j
                                                                            \forall i \in Slots, \forall j \in Slots | i \neq j
                                                                                                                      (1)
element(S_i, L_i, Length)
                                                                            \forall i \in Slots
                                                                                                                      (2)
element(S_i, H_i, Height)
                                                                           \forall i \in Slots
                                                                                                                      (3)
element(S_i, W_i, Weight)
                                                                            \forall i \in Slots
                                                                                                                      (4)
element(S_i, P_i, POD)
                                                                            \forall i \in Slots
                                                                                                                      (5)
element(S_i, NRSR_i, ContNonReefer)
                                                                            \forall i \in Slot^R
                                                                                                                      (6)
                                                                            \forall i \in Slots
channel(WD_i, W_i)
                                                                                                                      (7)
                                                                            \forall i \in Cont^L
                                                                                                                      (8)
S_{pos(i)} = i
S_i \notin Cont^{40}_{\Delta}
                                                                            \forall i \in Slot_k^F, \forall k \in Stacks
                                                                                                                      (9)
S_i \notin Cont_F^{40}
                                                                            \forall i \in Slot_k^A, \forall k \in Stacks
                                                                                                                      (10)
CFEUA_{getCell(i)} = expr(L_i == 40)
                                                                            \forall i \in Slot_k^A
                                                                                                                      (11)
                                                                            \forall i \in Slot_k^A
CFEUA_{qetCell(i)} = 1 \Rightarrow S_{i+1} = S_i + 1
                                                                                                                      (12)
CFEUF_{getCell(i)} = expr(L_i == 40)
                                                                            \forall i \in Slot_{k}^{F}
                                                                                                                      (13)
CFEUF_{getCell(i)} = 1 \Rightarrow S_{i-1} = S_i - 1
                                                                           \forall i \in Slot_{k}^{F}
                                                                                                                      (14)
Ite(CFEUA_{getCell(i)})
                                                                           \forall i \in Slot_k^A
                                                                                                                      (15)
overStowed40(i), 1, 0, OVT_i)
                                                                           \forall i \in Slot_k^A
Ite(CFEUA_{getCell(i)})
                                                                                                                      (16)
overStowed40(i), 1, 0, OVT_{(i+1)}
Ite(!CFEUA_{getCell(i)}
                                                                           \forall i \in Slot_k^A
                                                                                                                      (17)
overStowed20A(i), 1, 0, OVT_i)
Ite(!CFEUA_{qetCell(i)})
                                                                           \forall i \in Slot_k^A
                                                                                                                      (18)
overStowed20F(i), 1, 0, OVT_{(i+1)}
WT_i = \sum_{j \in Slots_i} WD_j
                                                                            \forall i \in Stacks
                                                                                                                      (19)
                                                                            \forall i \in Stacks, s \in Slots_i
GCenY_{i,s} = WD_s * getPosY(s)
                                                                                                                      (20)
GCY_i = (\sum GCenY_{i,s})/(WT_i + 0.001)
                                                                            \forall i \in Stacks, s \in Slots_i
                                                                                                                      (21)
PenY_i = GCY_i - GCSY
                                                                            \forall i \in Stacks
                                                                                                                      (22)
Max(PenY_i, 0, GCD_i)
                                                                           \forall i \in Stacks
                                                                                                                      (23)
regular(Length_i^{\alpha}, R)
                                                                            \forall \alpha \in \{A, F\}, i \in Stack
                                                                                                                      (24)
\begin{split} &\sum_{j \in Slots_i^{\alpha}} H_j \leq HS_i^{'} \\ &\sum_{j \in Slots_i} W_j \leq Stack_i^{W} \\ &W_i + W_{i+1} \geq W_{i+2} + W_{i+3} \geq \ldots \geq W_{i+n} + W_{i+n+1} \end{split}
                                                                           \forall \alpha \in \{A, F\}, i \in Stacks
                                                                                                                      (25)
                                                                           \forall i \in Stacks
                                                                                                                      (26)
                                                                           \forall k
                                                                                              Stack donde
                                                                                                                      (27)
                                                                                     Min(Slot_k^A), n =
                                                                                =
                                                                            Max(Slot_k^A)
OPT_k = distinctPOD(Slot_k)
                                                                            \forall k \in Stacks
                                                                                                                      (28)
                                                                           \forall i \in Slot^{NR}
S_i \notin Cont_R^{20}
                                                                                                                      (29)
S_i \notin Cont_R^{40}
                                                                            \forall i \in Slot^{NRC}
                                                                                                                      (30)
S_i \in Cont^{\frac{1}{20}}
                                                                            \forall i \in Slot^{20}
                                                                                                                      (31)
S_i \in Cont^{40}
                                                                            \forall i \in Slot^{40}
                                                                                                                      (32)
                                                                            \forall i \in Slot_K^{40}
Count(L_i, \{20, 40\}, =, OUT_k)
                                                                                                                      (33)
Count(OUT_k, \{0\}, =, OUTE)
                                                                            \forall k \in Stack
                                                                                                                      (34)
```

Cuadro 4: Conjunto de restricciones

Restricciones para calcular el costo	
$\overline{OV = \sum_{i \in Slots} OVT_i}$	(35)
OCNS =  Cont  - getCountNVC() - 1	(36)
OU = getNumStack() - OUTE	(37)
$OP = \sum_{i \in Stacks} OPT_i$	(38)
$OR = \sum_{i \in Slots^R} NRSR_i$	(39)
$OGCTD = (\sum_{i \in Stacks} GCD_i) * 100$	(40)
O = 1000 * OCNS + 100 * OV + 20 * OP + 10 * OU + 5 * OR + OGCTD	(41)

Cuadro 5: Conjunto de restricciones

el centro de gravedad en eje x debido a que brinda no brinda información relevante. El calculo del centro de gravedad de la pila en eje Y se realiza por medio de la restricción (21). La restricción (22) se utiliza para calcular la penalización que corresponde a la distancia entre el centro de gravedad calculado para la pila en el eje Y y el centro de gravedad ideal de la pila el cual es representado por medio de GCSY. La distancia del centro de gravedad para cada pila se obtiene del máximo valor entre la penalización por pila y la constante 0, ésta distancia se obtiene por medio de la restricción (23). La restricción (24) plantea que las variables de longitud que pertenecen a una misma pila deben cumplir con la expresión regular R = 20\*40\*0\*. La restricción (25) especifica el limite de altura para cada pila. El limite de peso para pila es especificado por medio de la restricción (26). Se modela la restricción (27) la cual implica que los contenedores de una pila deben estar ordenados de abajo hacia arriba y de mayor a menor peso, donde Min(x) y Max(x) especifica el mínimo y máximo índice de conjunto de slot que pertenecen a una pila y que aún no se han cargado. La restricción (28) tiene como objetivo contar por cada pila la cantidad de puertos de descarga diferentes. La restricción (29) y (30) implican que no es posible estibar contenedores refrigerados en slot no refrigerados. La restricción (31) y (32) restringen el dominio de los slot de 20 y 40 pies indicando que solo se pueden cargar contenedores de 20 y 40 pies respectivamente. La restricción (33) cuenta la cantidad de contenedores de 20 y 40 pies estibados por pila. La restricción (34) se encarga de obtener la cantidad de pilas vacías (Cuadro 4).

Las restricciones utilizadas para calcular el costo de la soluciones se encuentran referenciadas del (35) al (41). Se debe tener en cuenta que para éste modelo las restricciones de costo para los contenedores de 40 pies es el doble de uno de 20 pies. A continuación, se detalla cada unas de las restricciones de costo.

La restricción (35) tiene como objetivo calcular el costo de los contenedores sobreestibados. Un contenedor se considera sobre-estibado en una pila cuando este contiene un puerto de descarga mayor a cualquiera de los puertos de descarga de los contenedores que se encuentren por debajo del mismo. La restricción (36) cuenta el costo de contenedores no estibados en el buque. El costo de contenedores no estibados se obtiene del total de contenedores menos la cantidad de contenedores no virtuales estibados, obtenido mediante la función *getCountNVC()*, menos el contenedor virtual. Para obtener la cantidad de pilas utilizadas se utiliza la restricción (37) que obtiene la cantidad de pilas y resta éste valor con la cantidad de pilas no usadas; la función *getNumStack()* es la encargada de obtener la cantidad de pilas. La restricción (38) suma la cantidad de contenedores con puerto de descarga diferente en una misma pila. La restricción (39) suma la cantidad de contenedores no refrigerados estibados en espacios refrigerados. La restricción (40) se encarga de obtener el peso del centro de gravedad, éste calculo consiste en la suma de los centros de gravedad de cada pila multiplicado por la constante 100. Por último, la restricción (41) obtiene el costo total de la solución encontrada (Cuadro 5).

# 2.3. Diagramas de las restricciones aplicadas

Esta sección tiene como objetivo ejemplificar y mostrar con detalle la utilización de las restricciones sobre el modelo de estiba con el contenedor virtual.

La figura 3 muestra cómo se ligan las variables de decisión L, H, W y P por medio de la utilización de las restricciones tipo *Elemental*. (Restricciones (1), (2), (3) y (4))

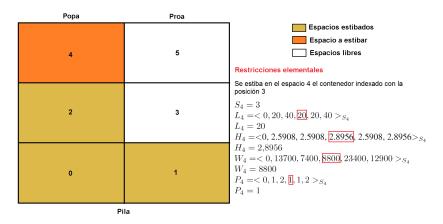


Figura 3: Restricción Elemental

La figura 4 muestra cómo se debe estibar un contenedor de 40 pies en el modelo. Un contenedor de 40 pies pasa a convertirse en dos de 20 pies y es necesario que éstos contenedores sean adyacentes. Adicionalmente, se debe cumplir con el hecho de que el contenedor de 20 pies creado para representar la popa del contenedor de 40 pies solo se puede estibar en la popa de la pilas y ésta misma condición aplica para los contenedores de 20 pies que representan la proa del contenedor de 40 pies. (Restricciones (5), (6), (7), (8), (32) y (33))

En la figura 5 se muestra que los espacios de una pila pueden estar ocupados por un contenedor. Se presenta la imagen por que es importante establecer que espacios en el buque están ocupados por contenedores ya cargados.(Restricción (9))

La figura 6 muestra como debe quedar una pila de contenedores después de estibarla. (Restricción (10))

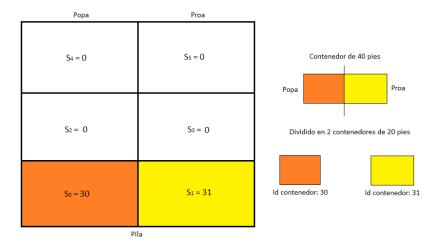


Figura 4: Restricciones para estibar contenedores de 40 pies

# 3. Propagación del modelo

La propagación del modelo se realiza por medio de una función de costo que tiene en cuenta los siguientes objetivos:

- Minimización de los contenedores no estibados, variable OCNS. Se adicionará un costo de 120 unidades por cada contenedor no estibado.
- Minimización de la sobre-estiba, variable OV. Se adicionará un costo de 100 unidades por cada contenedor sobre-estibado.
- Minimización de los puertos de descarga de los contenedores en cada pila, variable OP. Se agregará por cada puerto de descarga adicional de los contenedores en la pila un costo de 20 unidades.
- Minimización de las pilas vacías, variable OU. Se adicionará por cada nueva pila usada un costo de 10 unidades.
- Minimizar la carga de contenedores no refrigerados en celdas refrigeradas, variable OR. Se adicionará un costo de 5 unidades por cada contenedor no refrigerado estibado en una celda refrigerada.
- Minimización de la distancia desde el centro de gravedad ideal de una pila al centro de gravedad real de la pila estibada, variable OGCTD. Se adicionará un costo de 5 unidad por cada peso otorgado por la distancia de los centros de gravedad.

# 4. Pruebas

Las pruebas con las que se prueba el modelo son instancias reales del problema estiba de contenedores. Para obtener una buena cantidad de resultado se toma alea-

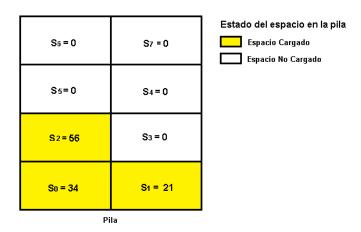


Figura 5: Restricción que modela los contenedores ya cargados.

toriamente una muestra 100 instancias de la población de instancias. La ejecución de cada instacias será exactamente de 10 minutos.

# 5. Modelo con espacios y contenedor virtuales

Éste modelo propone la idea de utilizar espacios y contenedores virtuales. Los espacios virtuales se utilizarán para que los contenedores no virtuales puedan ser siempre estibados y los contenedores virtuales se utilizan para indicar que un espacio no fue estibado por un contenedor real. La cantidad de contenedores y espacios, virtuales y no virtuales, deben tener la misma cardinalidad. Adicionalmente, los contenedores virtuales tienen características como el largo, ancho, alto y puerto de descarga iguales a 0.

#### 5.1. Variables de decisión

Sobre la variables de decisión actuarán las restricciones que se propondrán mas adelante. Adicionalmente, estas variables modelarán los posibles resultados obtenidos al final de proceso (Cuadro 6).

Las variables de decisión utilizadas para calcular el costo de las soluciones encontradas son utilizadas sobre el proceso de propagación. (Cuadro 7).

#### 5.2. Restricciones del modelo

Para el modelo se plantean un conjunto de restricciones que tienen como objetivo disminuir el espació de búsqueda de posibles soluciones.

Variables de decisión	Descripción
$C = \{C_1,, C_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$C_i \in Cont^{Load} + Slot$ , índice del espacio en el
	$Cont_i$ .
$S = \{S_1,, S_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$S_i \in Cont^{Load} + Slot$ , índice del contenedor en
, , , ,	el $Slot_i$ .
$L = \{L_1,, L_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$L_i \in \text{Length}$ , largo del contenedor estibado en el
	$Slot_i$ .
$H = \{H_1,, H_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$H_i \in \text{Height}$ , alto del contenedor estibado en el
	$Slot_i$ .
$W = \{W_1,, W_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$W_i \in \text{Weight}$ , peso del contenedor estibado en el
	$Slot_i$ .
WD =	$WD_i \in Weight$ , peso del contenedor estibado en
$\{WD_1,, WD_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	el $Slot_i$ . (Arreglo de variables no escalares).
$P = \{P_1,, P_{ Slots  +  Cont^{Load} }\}$	$P_i \in POD$ , puerto de descarga del contenedor es-
	tibado en el $Slot_i$ .
NRSR =	$NRSR_i \in \{0,1\}$ , Indica si se carga un contene-
$\{NRSR_1,, NRSR Slots^R \}$	dor no refrigerado en un slot refrigerado.
$HS = \{HS_1,, HS Stack \}$	$HS_i \in \text{Stack}$ , Limite de altura por pila.
$OPT = \{OPT_1,, OPT Stack \}$	$OPT_i \in Cont_K$ , Número de contenedores dife-
THE (THE THE C. 11)	rentes en la pila i.
$WT = \{WT_1,, WT   Stack \}$	$WT_i \in \{0, Stack_i^W\}$ , Peso total de los contene-
	dores estibados en la pila i.
GCenY = GC V GC	$GCenY_{i,s} \in \{0, maxLevel(i)\}, Centro de gra-$
$\{GCenY_{1,1},,GCenY Stack  Slots \}$	vedad en eje Y para la pila i y el slot s.
$GCY = \{GCY_1,, GCY   Stack   \}$	$GCY_i \in \{0, maxLevel(i)\}$ , Centro de gravedad
$CCD = \{CCD \mid CCD \mid Ct = \lambda L\}$	en el eje Y.  CCD ( [0, max Level(i)] Distancia el contro
$GCD = \{GCD_1,, GCD Stack \}$	$GCD_i \in \{0, maxLevel(i)\}$ , Distancia al centro
	de gravedad ideal por pila.
$OUT = \{OUT_1,, OUT   Stack   \}$	$OUT_i \in Cont^{\{20,40\}}$ , Número de contenedores $i$
OUTE	de 20 y 40 pies en la pila k.
OUTE	0 <= OUTE <=  Stack , Número de pilas
WCC (WCC WCC )	vacías.
$VSC = \{VSC_1,, VSC_{ Cont^{Load} }\}$	$VSC_i \in \{0,1\}$ , Indica verdadero si se ha estibado
	un contenedor no virtual en un espacio virtual, de
	lo contrario indica falso.

Cuadro 6: Tabla de variables de decisión.

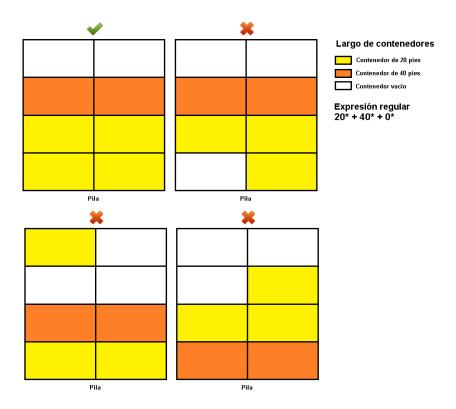


Figura 6: Restricciones para tener una pila bien formada.

#### 5.2.1. Detalle de las restricciones

En ésta sección se presentan y se detallan el conjunto de restricciones modeladas (Cuadro 8 y 9).

La restricción (1) implica el enlace de los contenedores con los espacios. Las restricciones <elementales> que se encuentran referenciadas del (2) al (5) son para generar una asociación entre los slots y las características de longitud, altura, peso y puerto de descarga de los contenedores que se estibarán en dichos slots. La restricción (6) que también es <elemental> se utiliza para identificar cuando un contenedor no refrigerado se estiba en un espacio refrigerado. La restricción (7) y (8) se utilizan para identificar la cantidad de contenedores estibados en espacios virtuales. Para poder realizar el cambio de una variable escalar, donde se guarda el peso del contenedor, a una variable no escalar se utiliza la restricción (9). Se presenta la restricción (10) para cargar los contenedores abordo del barco. La restricción (11) es para asegurar que los dos contenedores de 20 pies utilizados para representar uno de 40 pies queden estibados de forma continua. Las restricciones (12) y (13) son para que la separación de los contenedores de 40 pies en uno de proa y otro de popa se estiben de forma continua respectivamente. La restricción (14) se utiliza para obtener el peso total de los contenedores estibados por pila. Para calcular el centro de gravedad de los espacios de una pila

Variables de decisión	Descripción
OCNS	Número de contenedores no estibados en el barco.
OU	Número de pilas usadas.
OP	Sumatoria del número de contenedores diferentes
	por cada pila.
OR	Número de contenedores no refrigerados estiba-
	dos en slots refrigerados.
OGCTD	Sumatoria de los pesos otorgados por la distancia
	al centro de gravedad ideal por cada pila.
O	Variable utilizada como costo total de estiba.

Cuadro 7: Tabla de variables de decisión utilizadas para calcular el costo de la solución.

en el eje Y se utiliza la restricción (15); no se calcula el centro de gravedad en eje x debido a que brinda no brinda información relevante. El calculo del centro de gravedad de la pila en eje Y se realiza por medio de la restricción (16). La restricción (17) se utiliza para calcular la penalización que corresponde a la distancia entre el centro de gravedad calculado para la pila en el eje Y y el centro de gravedad ideal de la pila el cual es representado por medio de GCSY. La distancia del centro de gravedad para cada pila se obtiene del máximo valor entre la penalización por pila y la constante 0, ésta distancia se obtiene por medio de la restricción (18). La restricción (19) plantea que las variables de longitud que pertenecen a una misma pila deben cumplir con la expresión regular R = 20\*40\*0\*. La restricción (20) especifica el limite de altura para cada pila. El limite de peso para pila es especificado por medio de la restricción (21). Se modela la restricción (22) la cual implica que los contenedores de una pila deben estar ordenados de abajo hacia arriba y de mayor a menor peso, donde Min(x) y Max(x)especifica el mínimo y máximo índice de conjunto de slot que pertenecen a una pila y que aún no se han cargado. Las restricciones (23) y (24) tienen como objetivo evitar contenedor sobre-estibados, un contenedor se considera sobre-estibado en una pila cuando este contiene un puerto de descarga mayor a cualquiera de los puertos de descarga de los contenedores que se encuentren por debajo del mismo. La restricción (25) tiene como objetivo contar por cada pila la cantidad de puertos de descarga diferentes. La restricción (26) y (27) implican que no es posible estibar contenedores refrigerados en espacios no refrigerados. La restricción (28) y (29) restringen el dominio de los espacios de 20 y 40 pies indicando que solo se pueden cargar contenedores de 20 y 40 pies respectivamente. La restricción (30) cuenta la cantidad de contenedores de 20 y 40 pies estibados por pila. La restricción (31) se encarga de obtener la cantidad de pilas vacías (Cuadro 8).

Las restricciones utilizadas para calcular el costo de la soluciones se encuentran referenciadas del (32) al (37). Se debe tener en cuenta que para éste modelo las restricciones de costo para los contenedores de 40 pies es el doble de uno de 20 pies. A continuación, se detalla cada unas de las restricciones de costo.

La restricción (32) cuenta el costo de contenedores no estibados en el buque. El costo de contenedores no estibados se obtiene de los contenedores no virtuales estibados en espacios virtuales. Para obtener la cantidad de pilas utilizadas se utiliza la restric-

```
Restricciones
channel(S, C)
                                                                                                                        (1)
element(S_i, L_i, Length)
                                                                                                                        (2)
                                                                             \forall i \in Slots
element(S_i, H_i, Height)
                                                                             \forall i \in Slots
                                                                                                                        (3)
element(S_i, W_i, Weight)
                                                                             \forall i \in Slots
                                                                                                                        (4)
element(S_i, P_i, POD)
                                                                             \forall i \in Slots
                                                                                                                        (5)
                                                                             \forall i \in Slot^R
element(S_i, NRSR_i, ContNonReefer)
                                                                                                                        (6)
                                                                             \forall i \in Slots \land i \notin Cont_F^{40}
element(C_i, VSC_i, OverCont)
                                                                                                                        (7)
                                                                             \forall i \in Cont_F^{40}
VSC_i = 0
                                                                                                                        (8)
channel(WD_i, W_i)
                                                                             \forall i \in Slots
                                                                                                                        (9)
                                                                             \forall i \in Cont^L
                                                                                                                        (10)
S_{pos(i)} = i
                                                                              \begin{aligned} &\forall i \in Cont_A^{40} \\ &\forall i \in Slot_k^F, \forall k \in Stacks \end{aligned} 
C_{i+1} = C_i + 1
                                                                                                                        (11)
S_i \notin Cont_A^{40}
                                                                                                                        (12)
S_i \notin Cont_F^{40}
                                                                             \forall i \in Slot_k^{\tilde{A}}, \forall k \in Stacks
                                                                                                                        (13)
WT_i = \sum_{j \in Slots_i} WD_j
                                                                             \forall i \in Stacks
                                                                                                                        (14)
GCenY_{i,s} = WD_s * getPosY(s)
                                                                             \forall i \in Stacks, s \in Slots_i
                                                                                                                        (15)
GCY_i = (\sum GCenY_{i,s})/(WT_i + 0.001)
                                                                             \forall i \in Stacks, s \in Slots_i
                                                                                                                        (16)
PenY_i = GCY_i - GCSY
                                                                             \forall i \in Stacks
                                                                                                                        (17)
Max(PenY_i, 0, GCD_i)
                                                                             \forall i \in Stacks
                                                                                                                        (18)
regular(Length_i^{\alpha}, R)
                                                                             \forall \alpha \in \{A, F\}, i \in Stack
                                                                                                                        (19)
\sum_{j \in Slots_i^{\alpha}} H_j \leq HS_i
                                                                             \forall \alpha \in \{A, F\}, i \in Stacks
                                                                                                                        (20)
\begin{array}{l} \sum_{j \in Slots_{i}}^{JGHO_{i}} W_{j} \leq Stack_{i}^{W} \\ W_{i} + W_{i+1} \geq W_{i+2} + W_{i+3} \geq ... \geq W_{i+n} + W_{i+n+1} \end{array}
                                                                             \forall i \in Stacks
                                                                                                                        (21)
                                                                             \forall k
                                                                                                                        (22)
                                                                                               Stack donde
                                                                                       \in
                                                                             i = Min(Slot_k^A), n =
                                                                             Max(Slot_k^A) - 1
P_i \ge P_{i+2} \ge ... \ge P_{i+n}
                                                                                                Stack donde
                                                                                                                        (23)
                                                                             \forall k
                                                                                       \in
                                                                             i = Min(Slot_k^A), n =
                                                                             Max(Slot_k^A)
P_i \ge P_{i+2} \ge ... \ge P_{i+n}
                                                                                                Stack donde
                                                                                                                        (24)
                                                                                        Min(Slot_k^F), n =
                                                                             Max(Slot_k^F)
                                                                             \forall k \in Stacks
OPT_k = distinctPOD(Slot_k)
                                                                                                                        (25)
S_i \notin Cont_R^{20}
                                                                             \forall i \in Slot^{NR}
                                                                                                                        (26)
S_i \notin Cont_R^{40}
                                                                             \forall i \in Slot^{NRC}
                                                                                                                        (27)
S_i \in Cont^{\frac{1}{20}}
                                                                             \forall i \in Slot^{20}
                                                                                                                        (28)
S_i \in Cont^{40}
                                                                             \forall i \in Slot^{40}
                                                                                                                        (29)
Count(L_i, \{20, 40\}, =, OUT_k)
                                                                             \forall i \in Slot_K^{40}
                                                                                                                        (30)
Count(OUT_k, \{0\}, =, OUTE)
                                                                             \forall k \in Stack
                                                                                                                        (31)
```

Cuadro 8: Conjunto de restricciones

Restricciones para calcular el costo	
$\overline{OCNS} = \sum_{i \in Stacks} VSC_i$	(32)
OU = getNumStack() - OUTE	(33)
$OP = \sum_{i \in Stacks} OPT_i$	(34)
$OR = \sum_{i \in Slots^R} NRSR_i$	(35)
$OGCTD = (\sum_{i \in Stacks} GCD_i) * 100$	(36)
O = 1000 * OCNS + 20 * OP + 10 * OU + 5 * OR + OGCTD	(37)

Cuadro 9: Conjunto de restricciones

ción (33) que obtiene la cantidad de pilas y resta éste valor con la cantidad de pilas no usadas; la función *getNumStack()* es la encargada de obtener la cantidad de pilas. La restricción (34) suma la cantidad de contenedores con puerto de descarga diferente en una misma pila. La restricción (35) suma la cantidad de contenedores no refrigerados estibados en espacios refrigerados. La restricción (36) se encarga de obtener el peso del centro de gravedad, éste calculo consiste en la suma de los centros de gravedad de cada pila multiplicado por la constante 100. Por último, la restricción (37) obtiene el costo total de la solución encontrada (Cuadro 9).

# 6. Trabajo en el segundo perido

Se tienen como objetivo en el segundo periodo adicionar al modelo, restricciones que permitan encontrar buenas soluciones de trincaje de contenedores teniendo en cuenta la seguridad y estabilidad del barco y los contenedores. Adicionalmente, es necesario crear e implementar un algoritmo de vecindad para ejecutar la búsqueda local de soluciones.

Por último, se requiere ejecutar un serie de pruebas con instancias reales sobre el modelo construido y registrar los datos obtenidos.