PPT写法

吴昭

Email: 570686385@qq.com

重庆大学　电气工程学院

2020-08-01

前言

- **Prerequisites 预修课程:**
  - 力学
  - 电磁学/电动力学
- **Textbook 教材:**
  - 周衍柏　《理论力学》
  - 郭硕鸿　《电动力学》
- **Reference Books 参考书:**
  - 朗道　理论力学
  - Griffiths　Introduction to Electrodynamics

前言

- **Prerequisites 预修课程：**
  - 力学
  - 电磁学/电动力学
- **Textbook 教材：**
  - 周衍柏　《理论力学》
  - 郭硕鸿　《电动力学》
- **Reference Books 参考书：**
  - 朗道　理论力学
  - Griffiths　Introduction to Electrodynamics

重庆大学

前言

- **Prerequisites 预修课程：**
  - 力学
  - 电磁学/电动力学
- **Textbook 教材：**
  - 周衍柏　《理论力学》
  - 郭硕鸿　《电动力学》
- **Reference Books 参考书：**
  - 朗道　理论力学
  - Griffiths　Introduction to Electrodynamics

CONTENTS

CONTENTS

- 背景与存在问题
- 解决办法

背景，问题

- 惯性参照系:使牛顿力学成立的参照系
- 牛顿力学的时空观:伽利略变换

$$t' = t, \tag{1.1}$$
$$x' = x + vt, \tag{1.2}$$
$$y' = y, \tag{1.3}$$
$$z' = z. \tag{1.4}$$

- 伽利略相对性原理:

背景，问题

- 惯性参照系：使牛顿力学成立的参照系
- 牛顿力学的时空观：伽利略变换

$$t' = t, \tag{1.1}$$
$$x' = x + vt, \tag{1.2}$$
$$y' = y, \tag{1.3}$$
$$z' = z. \tag{1.4}$$

- 伽利略相对性原理：

背景，问题

- 惯性参照系：使牛顿力学成立的参照系
- 牛顿力学的时空观：伽利略变换

$$t' = t, \tag{1.1}$$

$$x' = x + vt, \tag{1.2}$$

$$y' = y, \tag{1.3}$$

$$z' = z. \tag{1.4}$$

- 伽利略相对性原理：

HISTORY

- 惯性系问题
- 速度无穷大问题
- 电磁波：波动介质问题，波速问题

$$\left.\begin{array}{l} \nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{J}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}, \\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \end{array}\right\}\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos(kx-\omega t), \tag{1.5}$$

$$c=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

HISTORY

- 惯性系问题
- 速度无穷大问题
- 电磁波：波动介质问题，波速问题

$$\left.\begin{aligned}\nabla\cdot\boldsymbol{E}&=\frac{\rho}{\epsilon_0}\\ \nabla\times\boldsymbol{B}&=\mu_0\boldsymbol{J}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t},\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}&=0\\ \nabla\times\boldsymbol{E}&=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\end{aligned}\right\}\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos(kx-\omega t), \tag{1.5}$$

$$c=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

HISTORY

- 惯性系问题
- 速度无穷大问题
- 电磁波:波动介质问题,波速问题

$$\left.\begin{array}{l}\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\epsilon_0}\\ \nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{J}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t},\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0\\ \nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\end{array}\right\}\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos(kx-\omega t), \tag{1.5}$$

$$c=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

如何解决?

- 光速不变原理
- 狭义相对性原理:一切物理规律在不同惯性系下形式相同

如何解决?

- 光速不变原理
- 狭义相对性原理: 一切物理规律在不同惯性系下形式相同

CONTENTS

- 光速不变性导致间隔不变性
- 由间隔不变,导出洛伦兹变换

事件, 由光信号联系着的事件

- 事件 (ct, x, y, z). 两个由光联系着的事件, 在 Σ 与 Σ' 中分别有

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \quad (2.1)$$

- 一般情况下, $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \neq 0$, then what is the relationship between them?
- So we still have

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2.$$

事件，由光信号联系着的事件

- 事件 (ct, x, y, z). 两个由光联系着的事件，在 Σ 与 Σ' 中分别有

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \qquad (2.1)$$

- 一般情况下，$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \neq 0$, then what is the relationship between them?
- So we still have

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2.$$

事件, 由光信号联系着的事件

- 事件 (ct, x, y, z). 两个由光联系着的事件, 在 Σ 与 Σ' 中分别有

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \tag{2.1}$$

- 一般情况下, $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \neq 0$, then what is the relationship between them?
- So we still have

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2.$$

某个空间下最重要的不变性/标量：间隔

- 因为 $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ 这个量的特殊性、重要性，我们将它起个名字，叫间隔，记为

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{2.2}$$

- 逆变矢量 $x^\mu = (ct, x, y, z)$，
  协变矢量 $x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$，
- 所以我们可得

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu.$$

某个空间下最重要的不变性/标量:间隔

- 因为 $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ 这个量的特殊性、重要性,我们将它起个名字,叫间隔,记为

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{2.2}$$

- 逆变矢量 $x^\mu = (ct, x, y, z)$,
  协变矢量 $x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$,
- 所以我们可得

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu.$$

某个空间下最重要的不变性/标量：间隔

- 因为 $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ 这个量的特殊性、重要性，我们将它起个名字，叫间隔，记为

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{2.2}$$

- 逆变矢量 $x^\mu = (ct, x, y, z)$，
  协变矢量 $x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$，
- 所以我们可得

$$ds^2 = dx^\mu dx_\mu.$$

不同时空具有不同的度规

- 我们引入以下二阶对称张量

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

称为度规，

- 就可将间隔进一步表为

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu.$$

- 度规在广义相对论中，具有更重要的作用.

不同时空具有不同的度规

- 我们引入以下二阶对称张量

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

称为度规，

- 就可将间隔进一步表为

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu .$$

- 度规在广义相对论中，具有更重要的作用.

不同时空具有不同的度规

- 我们引入以下二阶对称张量

$$g_{\mu\nu}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

称为度规，
- 就可将间隔进一步表为

$$ds^2=g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu.$$

- 度规在广义相对论中，具有更重要的作用.

事件变换的一般关系

- 简单分析，不难得知，两个惯性坐标系中看同一个事件的坐标关系为

$$ct' = act + bx, \tag{2.4}$$
$$x' = Act + Bx, \tag{2.5}$$
$$y' = y, \tag{2.6}$$
$$z' = z. \tag{2.7}$$

- 利用间隔不变性 $c^2t'^2 - x'^2 = c^2t^2 - x^2$，即有

$$\left.\begin{array}{r} a^2 - A^2 = 1 \\ b^2 - B^2 = -1 \\ ab - AB = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = B, A = b, \\ a^2 - b^2 = 1. \end{array}\right.$$

事件变换的一般关系

- 简单分析，不难得知，两个惯性坐标系中看同一个事件的坐标关系为

$$ct' = act + bx, \tag{2.4}$$

$$x' = Act + Bx, \tag{2.5}$$

$$y' = y, \tag{2.6}$$

$$z' = z. \tag{2.7}$$

- 利用间隔不变性 $c^2t'^2 - x'^2 = c^2t^2 - x^2$，即有

$$\left.\begin{array}{r} a^2 - A^2 = 1 \\ b^2 - B^2 = -1 \\ ab - AB = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = B, A = b, \\ a^2 - b^2 = 1. \end{array}\right.$$

洛伦兹变换

- 由前述结果, 可将变换进一步整理作

$$
\begin{aligned}
ct' &= act + bx, && (2.8)\\
x' &= bct + ax; && (2.9)
\end{aligned}
$$

  注意其中 $a^2 - b^2 = 1$.

- Σ' 中看自己原点的坐标恒为 0, Σ 中看它是 $-vt$, 于是我们有

$$0 = bct - avt; \qquad (2.10)$$

  即

$$\frac{b}{a} = \frac{v}{c} := \beta.$$

洛伦兹变换

- 由前述结果, 可将变换进一步整理作

$$ct' = act + bx, \tag{2.8}$$
$$x' = bct + ax; \tag{2.9}$$

注意其中 $a^2 - b^2 = 1$.

- Σ' 中看自己原点的坐标恒为 0, Σ 中看它是 $-vt$, 于是我们有

$$0 = bct - avt; \tag{2.10}$$

即

$$\frac{b}{a} = \frac{v}{c} := \beta.$$

洛伦兹变换

- 由前述结果, 我们最终解得

$$a = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} := \gamma, \tag{2.11}$$

$$b = \frac{v/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \beta\gamma. \tag{2.12}$$

洛伦兹变换

- So at last, we get the final form of the Lorentz transformation:

$$\begin{cases} ct' = \dfrac{ct + \frac{v}{c}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\ x' = \dfrac{vt + x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\ y' = y, \\ z' = z; \end{cases} \tag{2.13}$$

- Lorentz boost.

洛伦兹变换

- So at last, we get the final form of the Lorentz transformation:

$$
\begin{cases}
ct' = \dfrac{ct + \frac{v}{c}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\
x' = \dfrac{vt + x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \\
y' = y, \\
z' = z;
\end{cases}
\tag{2.13}
$$

- Lorentz boost.

洛伦兹变换

- 我们还可将上述变换用矩阵形式表为

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \qquad (2.14)$$

CONTENTS

- 动尺收缩, 车库佯谬; 动"程"延缓, 孪生子佯谬
- 时空图, 因果律, 同时的相对性
- 抵达宇宙尽头; 与过去人与未来人互动

动尺收缩

- 洛伦兹变换, 将使我们发现一个全新的世界观; 同时, 像两个铁球同时落地一样, 它将再一次更深刻地警醒我们: 感官体验是粗浅的, 更精确的规律依赖于更精确的现象的获得.
- 我们假设, Σ' 系上有一根棍, 长为 L', 问, 在 Σ 上看来, 它长 L 是多少?

$$x_1' = \gamma\beta ct + \gamma x_1, \tag{3.1}$$

$$x_2' = \gamma\beta ct + \gamma x_2, \tag{3.2}$$

两式相减即得

$$L' = \gamma L, or\ L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L'.$$

动尺收缩

- 洛伦兹变换, 将使我们发现一个全新的世界观; 同时, 像两个铁球同时落地一样, 它将再一次更深刻地警醒我们: 感官体验是粗浅的, 更精确的规律依赖于更精确的现象的获得.
- 我们假设, Σ' 系上有一根棍, 长为 L', 问, 在 Σ 上看来, 它长 L 是多少?

$$x_1' = \gamma\beta ct + \gamma x_1, \tag{3.1}$$

$$x_2' = \gamma\beta ct + \gamma x_2, \tag{3.2}$$

两式相减即得

$$L' = \gamma L, or\ L = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}L'.$$

关于长度的几个佯谬

- 车库到底能不能装下车子？两端下雨的同时/不同时性；
- 长棍到底会不会掉下冰缝？重力改成两个人拉（重力想象成两个一直拉，下四同）；拉的同时/不同时性；
- 电路到底会不会被接通？光传播有时间；
- 潜水艇是上浮还是下沉？重力全向心或无重力下，无浮力；地面上（海洋不下坠情况下）：浮力不基本，是由大量水分子向下运动产生的，光速穿行的飞船，水分子来不及下移，浮力规律不再是老样子．前面说的，有待商榷．浮力对上下面的作用，可以看成是瞬时的．实现情况，水在艇推动下产生形变与力，不构成疑难；在水是理想水的情况下，这意思就是，推开静之水/阻碍物，却不受到任何反作用，假设错误．所以即便存在理想水（被压爆炸），也不存在这种理想移动．

关于长度的几个佯谬

- 车库到底能不能装下车子? 两端下雨的同时/不同时性;
- 长棍到底会不会掉下冰缝? 重力改成两个人拉 (重力想象成两个一直拉, 下四同); 拉的同时/不同时性;
- 电路到底会不会被接通? 光传播有时间;
- 潜水艇是上浮还是下沉? 重力全向心或无重力下, 无浮力; 地面上 (海洋不下坠情况下): 浮力不基本, 是由大量水分子向下运动产生的, 光速穿行的飞船, 水分子来不及下移, 浮力规律不再是老样子. 前面说的, 有待商榷. 浮力对上下面的作用, 可以看成是瞬时的. 实现情况, 水在艇推动下产生形变与力, 不构成疑难; 在水是理想水的情况下, 这意思就是, 推开静之水/阻碍物, 却不受到任何反作用, 假设错误. 所以即便存在理想水 (被压[illegible]爆炸), 也不存在这种理想移动.

关于长度的几个佯谬

- 车库到底能不能装下车子? 两端下雨的同时/不同时性;
- 长棍到底会不会掉下冰缝? 重力改成两个人拉 (重力想象成两个一直拉, 下四同); 拉的同时/不同时性;
- 电路到底会不会被接通? 光传播有时间;
- 潜水艇是上浮还是下沉? 重力全向心或无重力下, 无浮力; 地面上 (海洋不下坠情况下): 浮力不基本, 是由大量水分子向下运动产生的, 光速穿行的飞船, 水分子来不及下移, 浮力规律不再是老样子. 前面说的, 有待商榷. 浮力对上下面的作用, 可以看成是瞬时的. 实现情况, 水在艇推动下产生形变与力, 不构成疑难; 在水是理想水的情况下, 这意思就是, 推开静之水/阻碍物, 却不受到任何反作用, 假设错误. 所以即便存在理想水 (被压爆炸), 也不存在这种理想移动.

关于长度的几个佯谬

- 车库到底能不能装下车子? 两端下雨的同时/不同时性;
- 长棍到底会不会掉下冰缝? 重力改成两个人拉 (重力想象成两个一直拉, 下四同); 拉的同时/不同时性;
- 电路到底会不会被接通? 光传播有时间;
- 潜水艇是上浮还是下沉? 重力全向心或无重力下, 无浮力; 地面上 (海洋不下坠情况下): 浮力不基本, 是由大量水分子向下运动产生的, 光速穿行的飞船, 水分子来不及下移, 浮力规律不再是老样子. 前面说的, 有待商榷. 浮力对上下面的作用, 可以看成是瞬时的. 实现情况, 水在艇推动下产生形变与力, 不构成疑难; 在水是理想水的情况下, 这意思就是, 推开静之水/阻碍物, 却不受到任何反作用, 假设错误. 所以即便存在理想水 (被压不爆炸), 也不存在这种理想移动.

动“程”延缓，孪生子佯谬

- 我们假设在 Σ 系上某固定点处，发生一段进程，如吸烟，则有

$$ct'_1 = \gamma c t_1 + \beta\gamma x, \tag{3.3}$$

$$ct'_2 = \gamma c t_2 + \beta\gamma x, \tag{3.4}$$

进而得知

$$\Delta t' = \gamma \Delta t. \tag{3.5}$$

- 孪生子佯谬：到底谁更年轻，谁更老？
- 双星信爆炸问题：会不会炸？

动"程"延缓, 孪生子佯谬

- 我们假设在 Σ 系上某固定点处, 发生一段进程, 如吸烟, 则有

$$ct_1' = \gamma c t_1 + \beta\gamma x, \tag{3.3}$$

$$ct_2' = \gamma c t_2 + \beta\gamma x, \tag{3.4}$$

进而得知

$$\Delta t' = \gamma \Delta t. \tag{3.5}$$

- 孪生子佯谬: 到底谁更年轻, 谁更老?
- 双导信爆炸问题: 会不会炸?

动“程”延缓, 孪生子佯谬

- 我们假设在 Σ 系上某固定点处, 发生一段进程, 如吸烟, 则有

$$ct'_1 = \gamma ct_1 + \beta\gamma x, \tag{3.3}$$

$$ct'_2 = \gamma ct_2 + \beta\gamma x, \tag{3.4}$$

进而得知

$$\Delta t' = \gamma \Delta t. \tag{3.5}$$

- 孪生子佯谬: 到底谁更年轻, 谁更老?
- 双引信爆炸问题: 会不会炸?

(某事件的) 时空图，光锥

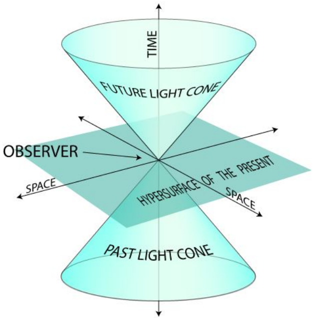

Figure 3.1: 间隔/时空区域的划分.

其它诸事件与某事件的间隔的分类

- 类光间隔 $ds^2 = 0$，光锥面
- 类时间隔 $ds^2 > 0$，光锥内：绝对未来，绝对过去
- 类空间隔 $dx^2 < 0$，光锥外：回到未来，突破因果？

其它诸事件与某事件的间隔的分类

- 类光间隔 $ds^2 = 0$, 光锥面
- 类时间隔 $ds^2 > 0$, 光锥内: 绝对未来, 绝对过去
- 类空间隔 $dx^2 < 0$, 光锥外: 回到未来, 突破因果?

其它诸事件与某事件的间隔的分类

- 类光间隔 $ds^2 = 0$，光锥面
- 类时间隔 $ds^2 > 0$，光锥内：绝对未来，绝对过去
- 类空间隔 $dx^2 < 0$，光锥外：回到未来，突破因果？

因果律，相对与绝对

- 因果律不可破：有因果关系的事次序必不可变；同时相对
- 四维量的三维分量观察：长度，时间相对
- 四维间隔标量，四维坐标矢量，四维速度/动量矢量，绝对.

因果律，相对与绝对

- 因果律不可破：有因果关系的事次序必不可变；同时相对
- 四维量的三维分量观察：长度，时间相对
- 四维间隔标量，四维坐标矢量，四维速度/动量矢量，绝对.

因果律，相对与绝对

- 因果律不可破：有因果关系的事次序必不可变；同时相对
- 四维量的三维分量观察：长度，时间相对
- 四维间隔标量，四维坐标矢量，四维速度/动量矢量，绝对.

抵达宇宙尽头；与过去人与未来人互动

抵达宇宙尽头；与过去人与未来人互动

back

Contents

四维速度矢量

- 除了坐标四维矢量外, 最简单的是速度四维矢量 后者定义为

$$V^\mu := \frac{dx^\mu}{d\tau} = \gamma \frac{dx^\mu}{dt} = \gamma(c, \boldsymbol{V}). \tag{4.1}$$

- 为什么这样做? 验证: 两个矢量合成一个标量:

$$V^\mu V_\mu = \gamma^2 c^2 - \gamma^2 V^2 = c^2.$$

四维速度矢量

- 除了坐标四维矢量外, 最简单的是速度四维矢量 后者定义为

$$V^\mu := \frac{dx^\mu}{d\tau} = \gamma \frac{dx^\mu}{dt} = \gamma(c, \boldsymbol{V}). \tag{4.1}$$

- 为什么这样做? 验证: 两个矢量合成一个标量:

$$V^\mu V_\mu = \gamma^2 c^2 - \gamma^2 V^2 = c^2.$$

四维动量矢量

- 于是, 动量四维矢量我们定义如下

$$
\begin{aligned}
p^{\mu} :=& m_0 V^{\mu} = (\gamma m_0 c, \gamma m_0 \boldsymbol{V}) \\
=& (\frac{\gamma m_0 c^2}{c}, \boldsymbol{p}) = (\frac{E}{c}, \boldsymbol{p});
\end{aligned} \tag{4.2}
$$

- 上式中取 $E = \gamma m_0 c^2$ 的原因, 是作泰勒展开可以发现 $\gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \cdots$.

四维动量矢量

- 于是, 动量四维矢量我们定义如下

$$
\begin{aligned}
p^\mu :=& m_0 V^\mu = (\gamma m_0 c, \gamma m_0 \boldsymbol{V}) \\
=& (\frac{\gamma m_0 c^2}{c}, \boldsymbol{p}) = (\frac{E}{c}, \boldsymbol{p});
\end{aligned} \tag{4.2}
$$

- 上式中取 $E = \gamma m_0 c^2$ 的原因, 是作泰勒展开可以发现 $\gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \cdots$.

伟大的质能等价现身

- 于是我们发现，当物体静止时，仍有

$$E_0 = m_0 c^2 \tag{4.3}$$

的能量，这称为质能等价；

- 而 $\frac{E^2}{c^2} - \boldsymbol{p}^2 = m_0^2 c^2$，即

$$E^2 = \boldsymbol{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4,$$

称为能动关系.

伟大的质能等价现身

- 于是我们发现, 当物体静止时, 仍有

$$E_0 = m_0 c^2 \tag{4.3}$$

的能量, 这称为质能等价;

- 而 $\frac{E^2}{c^2} - \boldsymbol{p}^2 = m_0^2 c^2$, 即

$$E^2 = \boldsymbol{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4,$$

称为能动关系.

麦克斯韦方程的洛伦兹协变形式

- 问: 电磁学规律, 即麦克斯韦方程, 是否洛伦兹协变?
- 麦克斯韦方程可写为

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu, \tag{4.4}$$

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0; \tag{4.5}$$

即电磁学规律天生是四维协变的.

麦克斯韦方程的洛伦兹协变形式

- 问: 电磁学规律, 即麦克斯韦方程, 是否洛伦兹协变?
- 麦克斯韦方程可写为

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu, \tag{4.4}$$

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0; \tag{4.5}$$

即电磁学规律天生是四维协变的.

麦克斯韦方程的洛伦兹协变形式

- 万有引力如何?
- Welcome to the lessons of 童校长!

麦克斯韦方程的洛伦兹协变形式

- 万有引力如何?
- Welcome to the lessons of 童校长!

CONTENTS

- 能动关系: 量子化的出发点
- 自旋与场的关系

非相对论量子力学

- 一般所谓的量子力学, 指的是非相对论量子力学. How to get the Schrodinger's equation?
- 替换原则: 在经典能动关系 $T+V=E$ 中作代换 $\boldsymbol{p}\to -i\hbar\nabla$, $E\to i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$, 并作用在波函数上, 就得

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V\right)\psi(\boldsymbol{r},t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{r},t) \tag{5.1}$$

此即薛定谔方程.

非相对论量子力学

- 一般所谓的量子力学，指的是非相对论量子力学. How to get the Schrodinger's equation?
- 替换原则：在经典能动关系 $T+V=E$ 中作代换 $\boldsymbol{p}\to -i\hbar\nabla$, $E\to i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$, 并作用在波函数上，就得

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V\right)\psi(\boldsymbol{r},t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{r},t) \tag{5.1}$$

此即薛定谔方程.

相对论量子力学

- 相对论能动关系, 我们再次写出为

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m^2c^2, or\ p^2 - m^2 = 0. \tag{5.2}$$

- 仍按之前的替换原则, 或现在紧凑地写为 $p^\mu = i\partial^\mu$, $p_\mu = i\partial_\mu$, 并作用在波函数上, 就得

$$(\partial^2 + m^2)\phi = 0. \tag{5.3}$$

此即 Klein-Gordon 方程.

相对论量子力学

- 相对论能动关系，我们再次写出为

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m^2c^2, or\ p^2 - m^2 = 0. \tag{5.2}$$

- 仍按之前的替换原则，或现在紧凑地写为 $p^\mu = i\partial^\mu$, $p_\mu = i\partial_\mu$，并作用在波函数上，就得

$$(\partial^2 + m^2)\phi = 0. \tag{5.3}$$

此即 Klein-Gordon 方程.

自旋与场的关系：群表示论

- 双曲三角函数有

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \ \sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1; \tag{5.4}$$

- 而我们恰有 $\gamma^2 - (\beta\gamma)^2 = 1$，所以若我们令

$$\gamma = \cosh\zeta, \ \beta\gamma = \sinh\zeta,$$

就可得

自旋与场的关系: 群表示论

- 双曲三角函数有

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \\ \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1; \tag{5.4}$$

- 而我们恰有 $\gamma^2 - (\beta\gamma)^2 = 1$, 所以若我们令

$$\gamma = \cosh\zeta, \quad \beta\gamma = \sinh\zeta,$$

就可得

自旋与场的关系：群表示论

$$
\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\zeta & \sinh\zeta & 0 & 0 \\ \sinh\zeta & \cosh\zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}
= \exp \begin{bmatrix} 0 & \zeta & 0 & 0 \\ \zeta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}.
$$

自旋与场的关系：群表示论

于是一个一般的洛伦兹 boost 就是

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \exp \begin{bmatrix} 0 & \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \\ \zeta_x & 0 & 0 & 0 \\ \zeta_y & 0 & 0 & 0 \\ \zeta_z & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \tag{5.5}$$

自旋与场的关系: 群表示论

洛伦兹变换的连续变换, 有六个, 三个 boost, 以及三个旋转; 后者以绕 Z 轴正方向的旋转为例, 为:

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$= \exp \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & 0 \\ 0 & -\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

自旋与场的关系：群表示论

所以全部六个洛伦兹变换就可写为：

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \exp \begin{bmatrix} 0 & \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \\ \zeta_x & 0 & \theta_z & -\theta_y \\ \zeta_y & -\theta_z & 0 & \theta_x \\ \zeta_z & \theta_y & -\theta_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \qquad (5.6)$$

自旋与场的关系:群表示论

- 洛伦兹变换的含义?对矢量的变换作用
- 群表示得出自旋与场的关系:洛伦兹变换对其它量的变换
- 狄拉克方程的严格导出.

自旋与场的关系：群表示论

- 洛伦兹变换的含义？对矢量的变换作用
- 群表示得出自旋与场的关系：洛伦兹变换对其它量的变换
- 狄拉克方程的严格导出.

自旋与场的关系：群表示论

- 洛伦兹变换的含义？对矢量的变换作用
- 群表示得出自旋与场的关系：洛伦兹变换对其它量的变换
- 狄拉克方程的严格导出.

末片

- 感谢大家!
- 你是你的大学,与万门一起进步!

末片

- 感谢大家!
- 你是你的大学，与万门一起进步!