

1. Gegeben seien die folgenden vier Teilmengen von \mathbb{N} bzw. von \mathbb{R} :

$$A = \{n \mid n = m^2, m \in \mathbb{N}\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, |85 - x| < 35\},$$

$$C = \{n \mid n = 3 \cdot m + 1, m \in \mathbb{N}, n \leq 1000\},$$

$$D = \{n \mid n = 3 \cdot m + 2, m \in \mathbb{N}, n \leq 1000\}.$$

Bestimmen Sie: a) alle Teilmengen von $A \cap B \cap C$, b) die Anzahl der Elemente von $(A \cap B) \cup C$ und c) die Anzahl der Elemente von $A \cap D$.

2. Beweisen Sie für zwei *positive* reelle Zahlen x und y :

$$x^2 \leq y^2 \iff x \leq y.$$

3. Beschreiben Sie die folgende Teilmenge von \mathbb{R} :

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x - x^2}{1 - x} \leq 0\},$$

4. Gegeben seien zwei Teilmengen des \mathbb{R}^2 :

$$M = \{(x, y) \mid 0 < x < 4, y > 0 \text{ und } y < 2x\} \subset \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad N = [3, 5] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$$

Skizzieren Sie die drei Mengen M , N und $M \cap N$.