

1. Finden Sie alle Lösungen der beiden Gleichungen

(a)  $e^{x^2+2x} = 63$       (b)  $e^{2x} + 2e^x = 63$

2. Zerlegen Sie die folgenden reellen Polynome in Faktoren möglichst kleinen Grades. Verwenden Sie dabei das Hornerschema (siehe Skript). Bestimmen Sie die Nullstellen gegebenenfalls durch „Suchen“.

a)  $f(x) = -21 + 101x - 9x^3 + x^4$   
b)  $f(x) = -18 - 48x - 35x^2 - x^3 + 5x^4 + x^5$   
c)  $f(x) = 16 + 36x + 22x^2 - 4x^3 - 9x^4 - 2x^5 + x^6$ .

*Hinweis:* Finden Sie Nullstellen durch Probieren. Gute Kandidaten für Nullstellen sind bei diesen Polynomen die ganzzahligen Teiler der konstanten Glieder.

3. Gegeben sei ein – der Einfachheit halber – normiertes Polynom dritten Grades  $p(x)$ , das *genau* die beiden Nullstellen  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  mit  $x_1 \neq x_2$  besitzt. Begründen Sie: Dann ist entweder  $x_1$  oder  $x_2$  eine doppelte Nullstelle. Geben Sie ein Beispiel für ein solches Polynom an, und skizzieren Sie es.
4. Zeigen Sie mit Hilfe des Fundamentalsatzes der Algebra, daß ein – der Einfachheit halber – normiertes Polynom  $p(x)$  ungeraden Grades mindestens eine (reelle) Nullstelle besitzt. Überlegen Sie sich dieses zunächst für ein Polynom dritten Grades.
5. Ein Polynom zweiten Grades besitzt keine, zwei einfache oder eine doppelte Nullstelle. Geben Sie ebenso alle bezüglich der Nullstellen bei einem – der Einfachheit halber normiertem – Polynom vierten Grades vorkommenden Möglichkeiten an. Geben Sie für jeden Fall ein Beispielpolynom an und skizzieren Sie es.

*Hinweis:* Betrachten Sie die Produktzerlegung gemäß des Fundamentalsatzes der Algebra.

6. Gegeben sei die auf  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f(x) = \cos^2(x)$ . Warum gilt für alle  $x \in \mathbb{R}$  die Gleichung

$$f(x + \pi) = f(x) \quad ?$$

7. Beweisen Sie: für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt

a)  $\cos^2 x = \frac{1}{2}(\cos 2x + 1)$

b)  $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$



**TeachMatics - Das  
Seminartool für Hoc...**  
MassMatics UG

Bearbeiten Sie die Aufgaben mit  
den Nummern 2268, 2319 und  
090028.

Hinweis: Eine Anleitung für die Applikation *TeachMatics* finden Sie im OSCA-Hochschulportal im Lernraum dieser Vorlesung.