

1. **a)** Finden Sie ein Beispiel für eine 3×3 -Matrix A , die die drei Eigenwerte $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$ und $\lambda_3 = 5$ besitzt, und geben Sie zu jedem dieser Eigenwerte einen Eigenvektor an. Warum besitzt A keine weiteren Eigenwerte?
b) Finden Sie ein Beispiel für eine 3×3 -Matrix B , die nur den Eigenwert 1 besitzt und die nicht gleich der Einheitsmatrix ist.
2. In einer Überflußgesellschaft gelte:
 - Jedes Kraftfahrzeug ist ein, zwei oder drei Jahre alt.
 - 10% der zweijährigen sowie sämtliche dreijährigen Autos werden durch Neuwagen ersetzt.
 - Die Gesamtzahl der Fahrzeuge ändert sich nicht.

Der Vektor

$$\vec{v}_t = \begin{pmatrix} v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \end{pmatrix}$$

bezeichne die Altersverteilung der Autos im Jahre t .

Zu der “Entwicklungsgleichung“

$$\vec{v}_{t+1} = A \circ \vec{v}_t$$

bestimme man die Übergangsmatrix A . Weiterhin finde man eine Altersverteilung, \vec{v}_* , die zeitlich konstant ist.

3. Aufgabe: Mit dem Caesar-Verfahren wurde ein ausschließlich aus Großbuchstaben des lateinischen Alphabets bestehender Text verschlüsselt; der Schlüsseltext lautet:

$$\text{INJBYYJWFZXXNHMYJSXNSISNHMYLZY} \quad (1)$$

Ein Spitzel hat mitgeteilt, daß bei Verwendung desselben Verfahrens und desselben Schlüssels der Klartext “REGEN“ den Schlüsseltext “WJLJS“ besitzt. Verwenden Sie dieses, um den Code zu brechen und den Klartext zu (1) herauszufinden.

4. Aufgabe: Berechnen Sie mit Hilfe des euklidischen Algorithmus

$$\text{ggT}(2431, 2601), \quad \text{ggT}(27047, 3363)$$

Finden Sie weiterhin mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus ganze Zahlen $a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{Z}$ mit

$$\begin{aligned} a_1 \cdot 2431 + b_1 \cdot 2601 &= \text{ggT}(2431, 2601) \\ a_2 \cdot 27047 + b_2 \cdot 3363 &= \text{ggT}(27047, 3363) \end{aligned}$$

5. Aufgabe: Begründen Sie, daß zwei gerade ganze Zahlen niemals teilerfremd sind.

6. Aufgabe: Sei $u \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, daß für alle $k \in \mathbb{N}$ die beiden Zahlen u und $(u + 1)^k$ teilerfremd sind.
7. Aufgabe: Stelle Sie die Zahlen 157 und 785 im Fünferstellenwertsystem dar. Verwenden Sie dabei die Teilung mit Rest.



**TeachMatics - Das
Seminartool für Hoc...**
MassMatics UG

Bearbeiten Sie die Aufgabe mit
der Nummer 090314.

Hinweis: Eine Anleitung für die Applikation *TeachMatics* finden Sie im OSCA-Hochschulportal im Lernraum dieser Vorlesung.