HS Osnabrück
FIuI – Biermann

# Übung zu Mathematik I für Informatik

Blatt 1

1. Gegeben seinen die folgenden vier Teilmengen von $\mathbb{N}$ bzw. von $\mathbb{R}$ :

$$A = \{n \mid n = m^2,\ m \in \mathbb{N}\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ |85 - x| < 35\},$$

$$C = \{n \mid n = 3 \cdot m + 1,\ m \in \mathbb{N},\ n \leq 1000\},$$

$$D = \{n \mid n = 3 \cdot m + 2,\ m \in \mathbb{N},\ n \leq 1000\}.$$

   Bestimmen Sie: a) alle Teilmengen von $A \cap B \cap C$, b) die Anzahl der Elemente von $(A \cap B) \cup C$ und c) die Anzahl der Elemente von $A \cap D$.

2. Beweisen Sie für zwei *positive* reelle Zahlen $x$ und $y$:

$$x^2 \leq y^2 \quad \Longleftrightarrow \quad x \leq y.$$

3. Beschreiben Sie die folgende Teilmenge von $\mathbb{R}$:

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x - x^2}{1 - x} \leq 0\},$$

4. Gegeben seien zwei Teilmengen des $\mathbb{R}^2$ :

$$M = \{(x, y) \mid 0 < x < 4,\ y > 0 \text{ und } y < 2x\} \subset \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad N = [3, 5] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$$

   Skizzieren Sie die drei Mengen $M$, $N$ und $M \cap N$.

HS Osnabrück
FIuI – Biermann

# Übung zu Mathematik I für Informatik

Blatt 1

1. a) $\{64, 100\}$, $\{64\}$, $\{100\}$, $\emptyset$, b) 334, c) 0

2. Wegen $x \leq y$ ist
$$x - y \ \leq \ 0$$
Wegen $x, y > 0$ ist auch $x + y > 0$; die Ungleichung bleibt daher erhalten, wenn man beide Seiten mit $x + y$ mulitipliziert:
$$(x-y)(x+y) \ \leq \ 0 \cdot (x+y) \quad \Longrightarrow \quad x^2 - y^2 \ \leq \ 0$$
Addition von $y^2$ auf beiden Seiten der Ungleichung liefert das Ergebnis.

3. Sei
$$M := \{x \in \mathbb{R} \ \mid \frac{2x - x^2}{1 - x} \leq 0\}.$$
1. Fall: $x = 0 \Rightarrow x \in M$
2. Fall: $0 < x < 1$, Division durch $x > 0$ und Multiplikation mit $1 - x > 0$ liefern
$$2 - x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$
Wegen $x < 1$ tritt dieser Fall nicht ein.
3. Fall: $x > 1$, Division durch $x > 0$ und Multiplikation mit $1 - x < 0$ liefern
$$2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$$
Dieses ist für alle $x$ mit $1 < x \leq 2$ erfüllt.
4. Fall: $x < 0$, Division durch $x < 0$ und Multiplikation mit $1 - x > 0$ liefern
$$2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$$
Dieses ist für alle $x$ mit $x < 0$ erfüllt.
Insgesamt folgt
$$M = (-\infty, 0] \cup (1, 2].$$

4. Die Mengen $M$, $N$ und $M \cap N$ besitzen die Gestalt: