HS Osnabrück
FIuI – Biermann

Übung zu Mathematik I für Informatik

Blatt 2

1. Gegeben sei das kartesische Produkt

$$A \;=\; \{-1, 0, 1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$$

Geben Sie alle Elemente der folgenden Teilmenge $B \subset A$ an:

$$B \;=\; \{(x, y) \in A \mid x + y \geq 3\}$$

2. Welche $x \in \mathbb{R}$ erfüllen

$$\text{a)} \quad |x| - 1 = \frac{1}{2}x, \quad \text{b)} \quad |x-3| - 2|x+2| = 0,$$

$$\text{c)} \quad ||x+5| - 1| \leq \frac{1}{2}, \quad \text{d)} \quad (x-1)^2 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^2 + (|x-2| - 1)^2 = 0.$$

3. Für welche reellen Zahlen gilt die Ungleichung

$$|x - 2| \;<\; |x - 3| \quad ?$$

4. Beweise für drei reelle Zahlen a, b und $c \in \mathbb{R}$:

$$|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|.$$

5. Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ durch vollständige Induktion:

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{37+i}{i} \;=\; \binom{38+n}{n}.$$

6. Für zwei reelle Zahlen a und $b \in \mathbb{R}$ sei $\max(a, b)$ definiert als die größere der beiden Zahlen und entsprechend $\min(a, b)$ als die kleinere der beiden Zahlen. Zeige:

$$\max\,(a, b) = \frac{(a+b) + |a-b|}{2} \qquad \text{und} \qquad \min\,(a, b) = \frac{(a+b) - |a-b|}{2}.$$

7. Sei

$$M \;:=\; \{x \mid x = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \;\text{ mit }\; n \in \mathbb{N}\; \}.$$

Man gebe, falls vorhanden, $\sup(M)$, $\max(M)$, $\inf(M)$ und $\min(M)$ an.