

1. Bestimme Rang und Corang sowie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems:

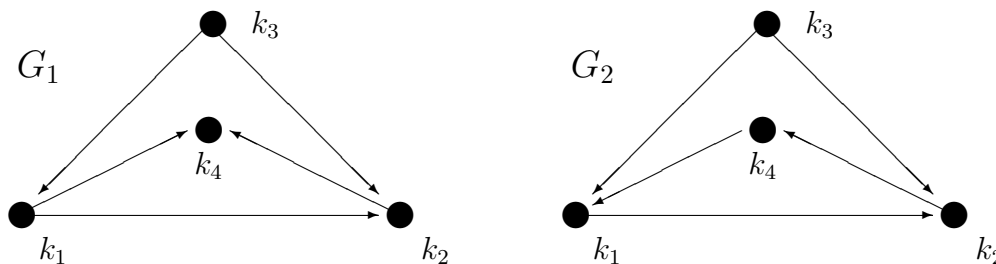
$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & -5 & -1 & -5 \\ 3 & 6 & 7 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 8 & 5 & -35 & -20 \\ -5 & -10 & -12 & 0 & -11 \end{pmatrix} \circ \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \\ -12 \\ -13 \end{pmatrix}$$

2. Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die die Gleichung

$$\tan(x) = \cot(x)$$

erfüllt ist.

3. Bestimmen Sie die Adjazenzmatrizen  $A_1$  und  $A_2$  der beiden gerichteten Graphen  $G_1$  und  $G_2$ :



Berechnen Sie deren Potenzen  $A_1^i$  sowie  $A_2^i$  für  $i = 2, 3, 4$ , und deuten Sie insbesondere für  $i = 4$  die Ergebnisse. Die Potenz einer Matrix mit einem Exponenten  $l \in \mathbb{N}$  ist dabei durch

$$A^l = \underbrace{A \circ A \circ \dots \circ A}_{l\text{-mal}}$$

gegeben.

4. Finden Sie ein  $x_0 \in \mathbb{R}$  mit

$$\arctan(\tan x_0) = x_0 + 7\pi$$

Wie ist das Vorhandensein eines solchen  $x_0$  damit in Einklang zu bringen, daß der arctan die Umkehrfunktion des tan ist?

5. In dem Gleichungssystem mit dem Parameter  $\lambda$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_2 + (11 + \lambda)x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 9x_2 + (30 + \lambda)x_3 &= 8 \end{aligned}$$

setze man einen Wert für  $\lambda$  ein, so daß das Gleichungssystem *unlösbar* wird.

6. a) Berechnen Sie das Inverse  $C^{-1}$  der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} -31 & 7 & 3 \\ -12 & 3 & 1 \\ -9 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Sei  $A \in M^{3,3}(\mathbb{R})$  die Matrix  $A = C \circ D \circ C^{-1}$  mit

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

berechnen<sup>1</sup> Sie die Matrix  $A^5 = A \circ A \circ A \circ A \circ A$ .

c) Sei  $\vec{c} = (3 \ 1 \ 1)^t$  die letzte Spalte der Matrix  $C$ . Berechnen Sie

$$\vec{y} = A \circ \vec{c}$$

d) Finden Sie eine Matrix  $B \in M^{3,3}(\mathbb{R})$  mit  $B \circ B = A$ .



**TeachMatics - Das  
Seminartool für Hoc...**  
MassMatics UG

Bearbeiten Sie die Aufgaben mit  
den Nummern 90039 und 090040.

Hinweis: Eine Anleitung für die Applikation *TeachMatics* finden Sie im OSCA-Hochschulportal im Lernraum dieser Vorlesung.

---

<sup>1</sup>ohne Verwendung einer speziellen Funktion für Matrizenrechnung auf dem Taschenrechner oder PC