

<p>METODY ITERACYJNE</p> <p>Na podstawie poprzednich przybliżeń wyznaczamy kolejne. Będziemy rozważać metody iteracyjne jednopunktowe $\varphi(x_m) = x_{n+1}$ Tw. Jeśli $\varphi(x)$ jest ciągła to $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_n) = \varphi(\alpha)$ α-punkt stały i pierwiastek równania $\varphi(x) = \alpha$ WW zbieżności metody. Zał:</p> <p>(1) $x = \varphi(x)$ ma rozwiązanie α (2) w przedziale $I = \{x: x - \alpha \leq P\}$ istnieje pochodna $\varphi'(x)$ (3) $\varphi'(x) \leq m < 1$ </p> <p>Wtedy dla każdego $x_0 \in I$, $m=0,1,...$:</p> <p>(1) $x_m \in I$, $m = 0,1,...$ (2) $\lim_{m \rightarrow \infty} x_m = \alpha$ (3) α jest jedynym pierwiastkiem $x = \varphi(x)$ leżącym w I.</p> <p>INTERPOLACJA FUNKCJAMI SKLEJANYMI</p> <p>(W każdym przedziale określony jest inny wielomian – pochodne muszą być ciągłe)</p> <p>Δ – układ punktów dzielący przedział $[a;b]$ na N części: $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$</p> <p>W każdym przedziale przybliżam funkcję wielomianem ustalonego stopnia (najlepiej niskiego) tak aby funkcja była ciągła wraz z pochodnymi na $[a;b]$</p> <p>Funkcję rzeczywistą S nazywamy sklejaną stopnia m z węzłami Δ gdy: (a) w każdym przedziale $(x_{i-1}; x_i)$ dla $i=1,...,N$ S jest wielomianem stopnia co najwyżej m (b) S i jej pochodne rzędu $1,2,...,m-1$ są ciągłe na całej osi rzeczywistej $S \in C^{m-1}$</p> <p>W sytuacji gdy $m = 1 \rightarrow S$ jest łamaną. Wielomiany są szczególnym przypadkiem funkcji sklejanych.</p> <p>Na każdym przedziale $S(x)$ jest wielomianem stopnia co najwyżej m. $C_{m-1}x^m + C_{im+1}x^{m-1} + \dots + C_{i1}x + C_{i0}$; $x \in (x_i; x_{i+1})$</p> <p>Mamy $N(m+1)$ dowolnych stałych C_{ij}.</p> <p>Def. Funkcję sklejaną stopnia $2m-1$ nazywamy naturalną jeśli w przedziałach $-\infty, x_0), (x_N; \infty)$ dana jest wielomianem stopnia $m-1$. Jeśli węzły x_i są różne dla $i=0,1,...,N$ oraz $1 \leq m \leq N+1$ to dla dowolnych wartości y_i istnieje dokładnie jedna naturalna funkcja sklejana $S \in N_{2m-1}(\Delta)$ interpolująca punkty (x_i, y_i)</p> <p>Kryterium Gładkości</p> <p>$\int_a^b [g^{(m)}(x)]^2 dx$ osiąga minimum w klasie funkcji g interpolujących (x_i, y_i) takich że $g \in C_{[a,b]}^{m-1}$, a g jest przedziałami ciągła</p> <p>Def: Funkcję sklejaną stopnia m nazywamy okresową o okresie $(b-a)$ jeżeli $s^{(i)}(a+0) = s^{(i)}(b-0)$; $i=0,1,...,m-1$ Klasę funkcji sklejanych o węzłach Δ i stopnia m oznaczamy jako $\delta_m(\Delta)$. Klasę funkcji sklejanych stopnia m (okresowych) o węzłach Δ oznaczamy jako $P_m(\Delta)$ Klasę funkcji sklejanych o węzłach Δ i stopnia $2m-1$, a do tego naturalnych oznaczamy jako $N_{2m-1}(\Delta)$</p>			

