METODA BISEKCJI (POŁOWIENIA) [obrazek]
Założenia: [1]f jest ciągła w [a,b] i ma w nim jedno miejsce zerowe [2] na końcach przedzia -łu osiąga wartości przeciwnych zaków f(a)f(b)<0 **|** f(x)=0; $\frac{a_0+b_0}{2} = m_1$; $f(a_0)f(m_1) < 0$ -> $b_1 = m_1$; $f(a_0)f(m_1) < 2^{-n}(b_0 - a_0)$; Dla k=1,2,...;
$f(a_{k-1})f(m_k) > 0\ to\ a_k = m_k\ i\ b_k = b_{k-1}$
$m_k = \frac{a_{k-1}+b_{k-1}}{2}$
$f(a_{k-1})f(m_k) < 0\ to\ b_k = m_k\ i\ a_k = a_{k-1}$
Szybkość zbieżności: Po n-krokach mamy przedział (a_n, b_n) o długości $(b_n - a_n) = 2^{-n}(b_n - a_n)$. **|** Szybkość zbieżności nie zależy od funkcji. W algorytmie tym nie wykorzystuje się żadnej własności funkcji, oprócz informacji, że posiada tylko jedno 0 w przedziale (a,b). **|** Cechy: -prostota –liniowa zbieżność –mały nakład obliczeń na iterację – możliwość wstępnego oszacowania maksymalnej liczby iteracji

METODA STYCZNYCH NEWTONA [obrazek]
Zał: -funk f(x) ciągła na [a,b] –f'(x) i f''(x) istnieją, są ciągłe i stałego znaku na [a,b] –na końcach [a,b] funk jest różnych znaków
Metoda jest zbieżna jeśli: $\left|\frac{f(a)}{f'(a)}\right| < b - a$ oraz $\left|\frac{f(b)}{f'(b)}\right| < b - a$
Pkt.Start: f'(x)f''(x)>0 **|** $f'(x_n) = \frac{f(x_n)}{x_n - x_{n+1}}$ **|** niech $x_{n+1} = x_n + h_n \leftrightarrow h_n = x_{n+1} - x_n$ $f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n)$=0 **|** $f(x_n) + f'(x_n)h_n = 0$ **|** $h_n = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ **|** Czyli otrzymuję wzór na n+1 wyraz w zależ. od n $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$; Przerywam wtedy gdy f$(x_n) \leq \varepsilon_{dopuszczalne}$ **| Badanie tempa zbieżności metody Newtona |** Zał: -f''(x) ciągła –α pierwiastek pojedynczy – $f'(\alpha) \neq 0$ $f'(x) \neq 0$ w otoczeniu α **|** ε_n-błąd przybliżenia x_n **|** $\varepsilon_n - \varepsilon_{n+1}$ –zależności **|** Rozwijamy w szereg Taylore'a $0 = f(\alpha) = f(x_n) + (\alpha - x_n) * f'(x_n) + \frac{1}{2}(\alpha - x_n)^2 * f''(\xi)$ gdzie $\xi \in (x_n, \alpha)$ **|** $\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} + (\alpha - x_n) = -\frac{1}{2}\frac{(\alpha - x_n)^2 f''(\xi)}{f'(x_n)}$ **|** $(\alpha - x_{n+1}) = -\frac{1}{2}\frac{(\alpha - x_n)^2 f''(\xi)}{f'(x_n)}$ **|** $\varepsilon_{n+1} = \frac{1}{2}{\varepsilon_n}^2 \frac{f''(\xi)}{f'(x_n)}$ **|** $\left.\frac{\varepsilon_{n+1}}{{\varepsilon_n}^2} = \frac{1}{2}\frac{f''(\xi)}{f'(x_n)}\right\} const.$ **|** Jeśli $x_n \to \alpha$: $p \to \left\{\frac{\varepsilon_{n+1}}{{\varepsilon_n}^{2[to\ tu\ to\ p]}} = \frac{1}{2}\frac{f''(\alpha)}{f'(\alpha)}\right\} < -c$ **|** im większy wykładnik Tm metoda szybciej zbieżna

METODA SIECZNYCH
Założenia: -funkcja f jest ciągła w[a,b] –f' i f'' istnieją, są ciągłe i mają stały znak w całym [a,b] –na krańcach przedziału [a,b] f przyjmuje przeciwne znaki f(a)f(b)<0
Punkt startowy: $x_0 = a, x_1 = b$ lub $f(x_0)f(x_1) > 0$ **|** Otrzymujemy z metody Newtona, aproksymując f'(x_n) ilorazem $\frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$**|** Startujemy z dwóch początkowych przybliżeń $x_0, x_1 \to \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
Tworzy się rekurencyjnie ciąg $x_2, x_3 \ldots x_n$
$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h_n \\ h_n = -f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \end{cases}$ **|** Można wyprwadzić zależność: $\varepsilon_{n+1} = \frac{1}{2}\frac{f''(\xi)}{f'(\xi')}\varepsilon_n \varepsilon_{n-1}$ gdzie $\xi' \in (x_{n-1}, x_n)$ **| Cechy** -Metoda siecznych nie jest zbieżna kwadratowo (p = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ zbieżność ponadliniowa) więc jest wolniejsza od metody Newtona –Wymaga mniejszego nakładu pracy na iterację niż met. Newtona(nie ma konieczności wyliczania pochodnej funkcji)