ZBIEŻNOŚĆ KWADRATUR

Dla Q_n n=0,.,n **[1]** $Q_n(f) = \sum_{i=0}^{n} A_i^{(n)} f(x_i^{(n)})$ Przybliżamy całkę $I(f) = \int_a^b f(x)\,dx$ | Dana jest nieskończ. macierz trójkątna węzłów $x_i^{(i)}$ i współczynników $A_i^{(i)}$

$$\begin{bmatrix} x_0^{(0)} & & \\ x_0^{(1)} & x_1^{(1)} & \\ x_0^{(2)} & x_1^{(2)} & x_2^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} A_0^{(0)} & & \\ A_0^{(1)} & A_1^{(1)} & \\ A_0^{(2)} & A_1^{(2)} & A_2^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Ciąg kwadratur jest zbieżny dla dowolnych funkcji f(x) ciągłych na [a,b] czyli: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} A_i^{(n)} f(x_i^{(n)}) = \int_a^b f(x)\,dx$ wtedy i tylko wtedy: a) ciąg [1] jest zbieżny dla dowoln. wielomianu | b) istnieje stała k, taka że dla n=0,1,.,n zachodzi $\sum_{i=0}^{n} \left|A_i{}^{(n)}\right| \le k$ | Jeżeli wszystkie współczynniki kwadratury oznaczone wzorem [1] są nieujemne to warunkiem koniecznym i wystarczającym zbieżności tego ciągu dla dowolnych funkcji ciągłych na [a,b] jest jego zbieżność dla dowolnych wielomianów (a). | Okazuje się że tylko dla $n \le 7$ i n=9 złożenie jest prawdziwe bo tylko wtedy wszystkie czynniki są dodatnie Dla reszty założenie nie jest spełnione, dodatkowo występuje kumulacja błędów. | Wniosek: Nie stosuje się kwadratur prostych NC w sposób bezpośredni.

ZAPIS ZMIENNOPRZECINKOWY

x-liczba | [a]dziesiętny $x = s * m * 10^c$, $0{,}1 \le m < 1$; s-znak, m-mantysa, c-cecha | [b]dwójkwy $x = s * m * 2^c$, $\frac{1}{2} \le m < 1$ |

S	s_c	e_{d-t-1}	…	e_0

^ (d-t) bitów cechy ------------------^

e_{-1}	e_{-2}	…	e_{-t}

^- t-bitów mantysy --------------^

S-znak całości(liczby); S_c-znak cechy

Problemy z reprezentacją: Dla dowolnie długiej mantysy : $m = \sum_{i=1}^{\infty} e_{-i} 2^{-i}$; $e_{-i} = 1$; $e_{-i} \in \{0{,}1\}$ jednak po zaokrągleniu do t miejsca: $m_t = \sum_{i=1}^{t} e_{-i} 2^{-i} + e_{-(t+1)} 2^{-t}$ | Wynika z tego, że patrzymy na kolejny bit i dodajemy jego wartość (zaokrąglenie)

Błąd zaokrąglenia do t miejsca:

Wyznaczam: błąd =$|m - m_t| \le \frac{1}{2} 2^{-t} = 2^{-(t+1)}$; Jest $\frac{1}{2} 2^{-t}$ ponieważ uwzględniamy przy zaokrągleniu wartość bitu $e_{-(t+1)}$ więc błąd który popełniamy jest połową wartości bitu e_{-t} | Rozważam błąd względny reprezentacji: $rd(x) = s * m_t * 2^t$ | $\left|\frac{rd(x)-x}{x}\right| = \left|\frac{m_t * 2^C - m * 2^c}{m * 2^c}\right| \le \frac{1}{2} 2^{1-t} = 2^{-t}$; $|m| \ge \frac{1}{2}$ znak rd(x) taki sam jak x | $\left|\frac{rd(x)-x}{x}\right| = |i| \le 2^{-t}$ jest to równoważne: $rd(x) = x(1+\varepsilon)$ gdzie $|\varepsilon| \le 2^{-t}$ | Liczba cyfr mantysy odpowiada za dokładność; Liczba cyfr cechy za zakres liczb | Zakres wartości cechy(wykładnik): Jest(d-t) bitów cechy $|C_{max}| = |C_{min}| = 2^{d-t} - 1$ zatem można reprezentować liczby $\frac{1}{2} 2^{Cmin} \le |x| \le 2^{Cmax}$ | Jeżeli cecha < Cmin to pojawia się niedomiar(zero maszynowe); Jeżeli cecha większa od Cmax to pojawia się nadmiar

ZAPIS STAŁOPOZYCYJNY

S	e_{d-1}	e_{d-2}		e_1	e_2

^---d cyfr, liczba całkowita--------------^

a – liczba całkowita | w systemie dziesiętnym zapisze się ją jako $a = s\sum_{i=0}^{d-1} e_i 10^i$, a w dwójkowym $a = s\sum_{i=0}^{d-1} e_i 2^i$ przy czym $e_i \ne 0$ dla $a \ne 0$ | Zakres liczb w zapisie stałopozycyjnym $a \in [-2^d + 1;\ 2^d + 1]$