

# Podstawy automatyki

## Charakterystyki regulatorów

### Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z charakterystykami czasowymi oraz częstotliwościowymi podstawowych typów regulatorów ciągłych (PI, PD oraz PID). Naszym zadaniem było zbadanie wpływu zmian poszczególnych parametrów regulatorów na przebieg ich charakterystyk.

### Przebieg ćwiczenia

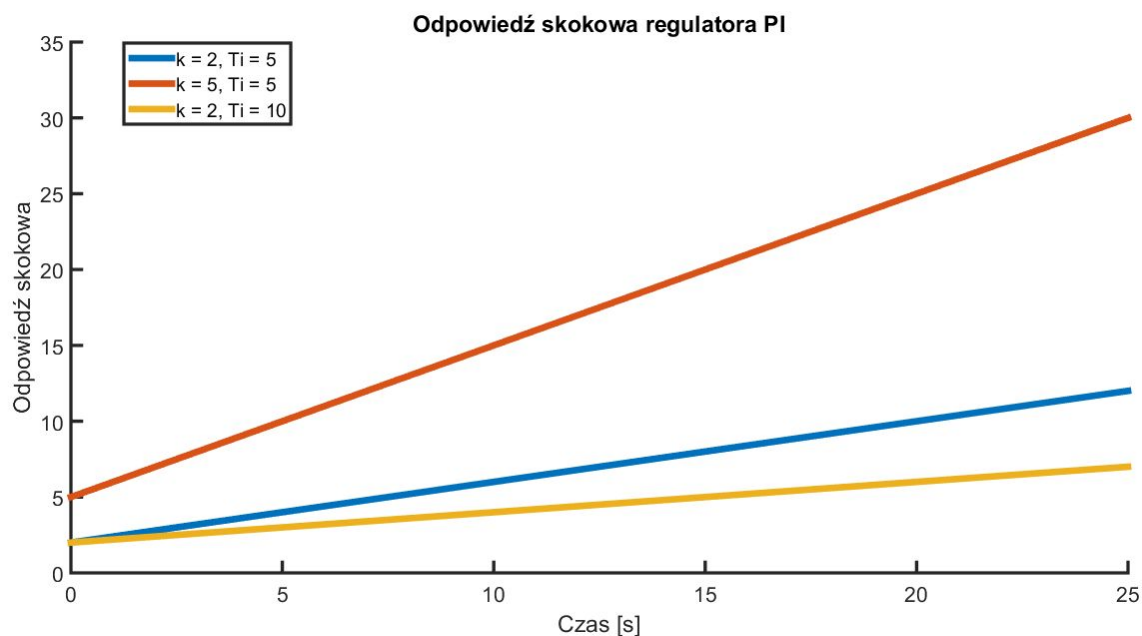
Przy użyciu funkcji MATLABa rysowaliśmy charakterystyki poszczególnych typów regulatorów, zmieniając kolejno ich parametry.

### Regulator PI (proporcjonalno - całkujący)

Regulator PI można opisać transmitancją

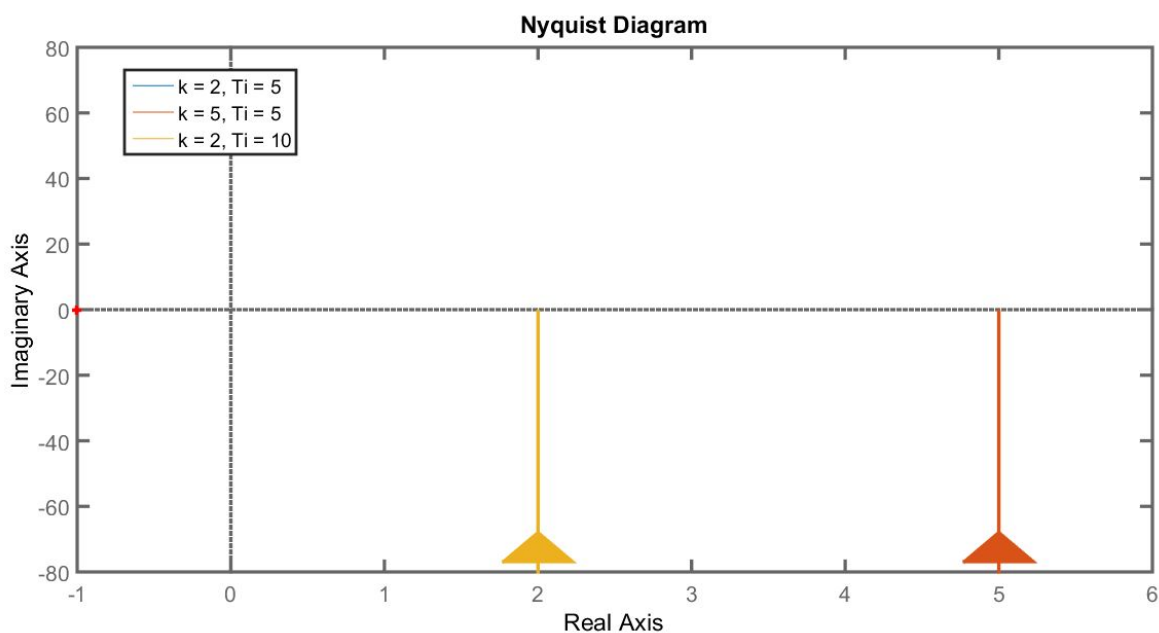
$$G(s) = k(1 + \frac{1}{T_i s})$$

Po przekształceniu jej w sposób zgodny z notacją MATLABa przystąpiliśmy do rysowania charakterystyk. Poniżej przedstawiono przebiegi kolejnych charakterystyk wraz z komentarzem.



*Rys. 1. Rodzina charakterystyk czasowych regulatora PI*

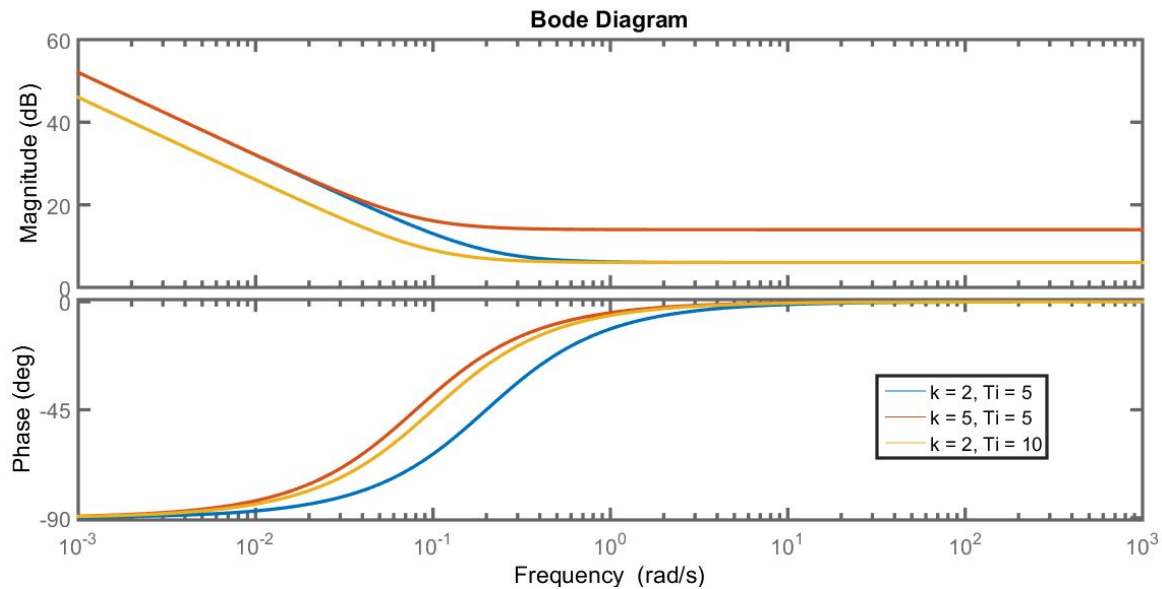
Na podstawie powyższych charakterystyk można stwierdzić, że współczynnik wzmocnienia  $k$  wpływa na ich punkt początkowy, który ma współrzędne  $(0, k)$ . Ponadto, wzrost współczynnika wzmocnienia zwiększa kąt nachylenia charakterystyki do osi X. Wzrost czasu zdwojenia z kolei wypłaszcza charakterystykę, zmniejsza kąt nachylenia. Wynika to z tego, że współczynnik nachylenia wykresu do osi wynosi w tym przypadku  $k/T_i$ .



*Rys. 2. Rodzina charakterystyk Nyquista regulatora PI*

Na podstawie rodziny charakterystyk Nyquista obiektu całkującego można stwierdzić, że czas zdwojenia nie ma wpływu na ich przebieg. Zmiana współczynnika wzmocnienia  $k$

wpływa z kolei na wartość współrzędnej rzeczywistej kolejnych punktów charakterystyki, która dla każdego punktu wynosi  $k$ .



Rys. 3. Rodzina charakterystyk Bodego regulatora PI

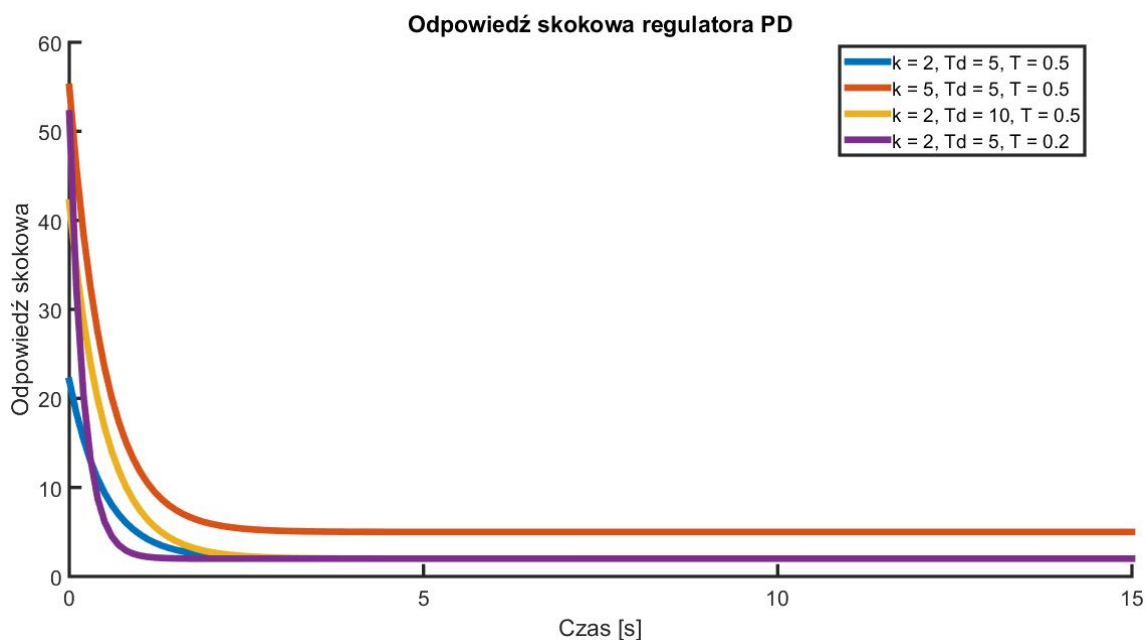
W przypadku charakterystyk Bodego można zauważyć, że współczynnik wzmocnienia ma wpływ na wartość amplitudy w stanie ustalonym, po ustaniu całkowania, z uwagi na to, że równa jest ona  $20\log(k)$ . Czas zdwojenia odpowiada z kolei za punkt początkowy i miejsce ugięcia wykresu przebiegu amplitudy z uwagi na to, że dla każdego zestawu parametrów początkowy spadek amplitudy wynosi 20 dB/dek, a częstotliwość graniczna jest równa  $1/T_i$ . Analizując charakterystykę fazową Bodego, można wywnioskować, że czas zdwojenia wpływa na punkt przegięcia wykresu, dla którego częstotliwość również wynosi  $1/T_i$ . Ponadto, spadek wzmocnienia wypłaszcza nieco przebieg charakterystyki (wynika to z porównania wykresu fazowego “niebieskiego” i “czerwonego”).

## Regulator PD (proporcjonalno - różniczkujący)

Regulator PD z kolei opisać można następującą transmitancją:

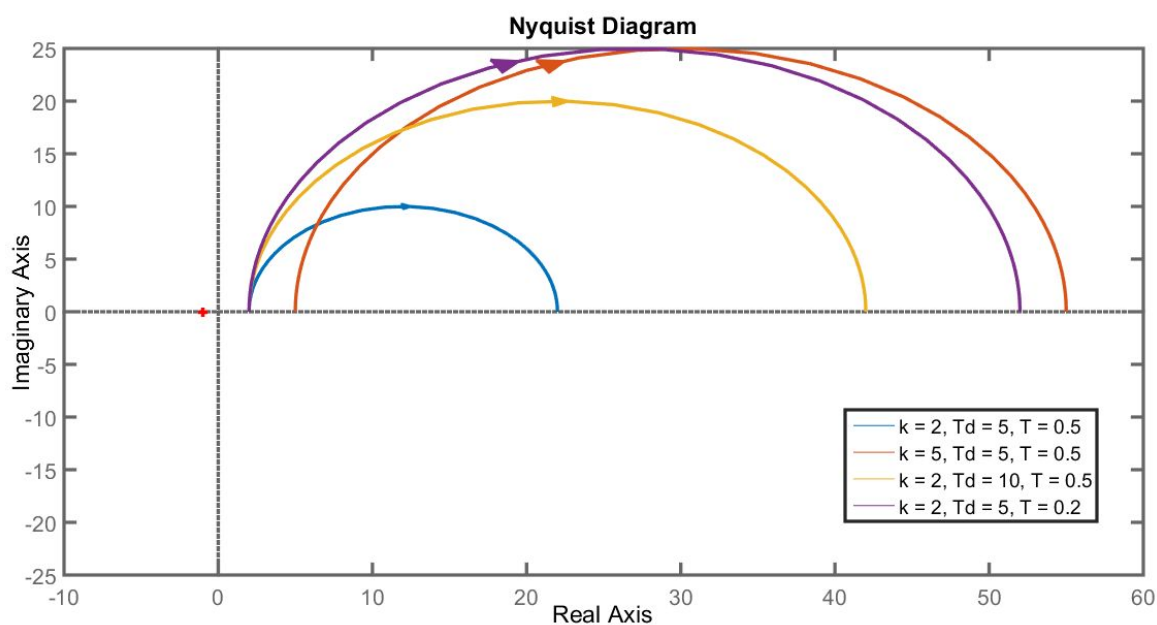
$$G(s) = k\left(1 + \frac{T_d s}{T_s + 1}\right), T < 0.1T_d$$

Poniżej przedstawiono kolejne uzyskane przez nas rodziny charakterystyk tego regulatora.



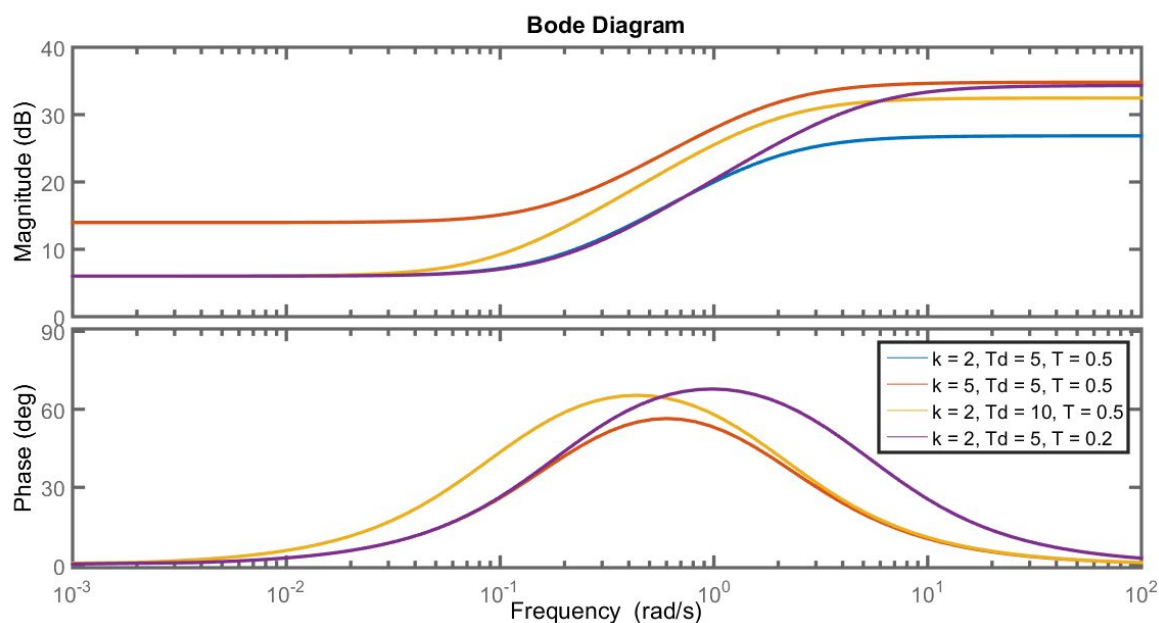
Rys. 4. Rodzina charakterystyk czasowych regulatora PD

W przypadku odpowiedzi skokowej regulatora PD można stwierdzić, że wartość odpowiedzi w stanie ustalonym zależy tylko od wzmocnienia - wzrost wzmocnienia powoduje wzrost wartości w stanie ustalonym. Punkt początkowy z kolei zależy od wszystkich parametrów - wzrost wzmocnienia i czasu wyprzedzenia powoduje wzrost wartości odpowiedzi w chwili początkowej, a wzrost stałej czasowej powoduje spadek tej wartości. Wzrost stałej czasowej przyspiesza ponadto spadek wartości odpowiedzi do wartości ustalonej, z kolei wzrost czasu wyprzedzenia wydłuża proces różniczkowania i spowalnia spadek wartości.



Rys. 5. Rodzina charakterystyk Nyquista regulatora PD

Z przebiegu charakterystyk Nyquista tego regulatora wynika, że zmiana wzmocnienia wpływa na punkt początkowy charakterystyki, który ma współrzędne  $(k, 0)$ . Wzrost czasu wyprzedzenia rozciąga charakterystykę w prawo, zwiększa wartość współrzędnej rzeczywistej punktu końcowego oraz maksymalną wartość współrzędnej urojonej. Na obie te wartości ma taki sam wpływ wzrost wzmocnienia. Spadek stałej czasowej z kolei również rozciąga wykres w prawo i zwiększa wartość współrzędnej rzeczywistej punktu końcowego.



Rys. 6. Rodzina charakterystyk Bodego regulatora PD

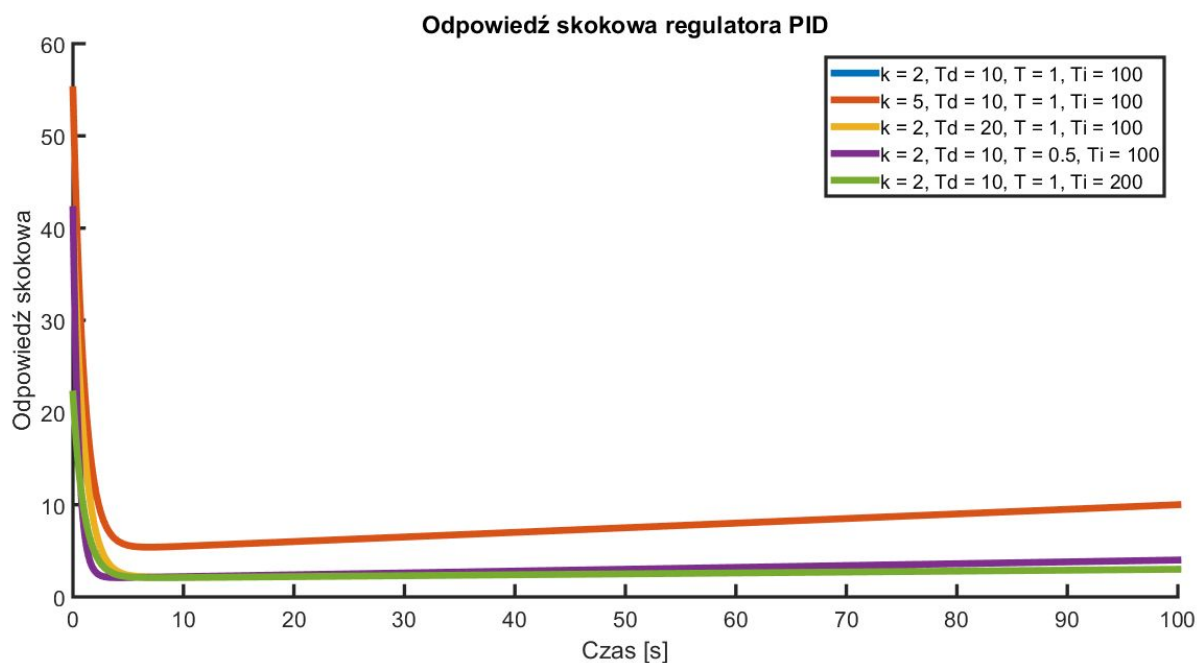
W przypadku charakterystyki amplitudowej Bodego, wzrost współczynnika wzmocnienia podnosi wykres równolegle do góry, co można zauważyć, porównując przebieg czerwony oraz niebieski. Punkt początkowy charakterystyki ma wartość  $20\log(k)$ . Wzrost czasu zdwojenia zwiększa wartość odpowiedzi w stanie ustalonym (z uwagi na to, że częstotliwość graniczna wynosi  $1/T_d$ ). Wraz ze wzrostem czasu zdwojenia rośnie więc przedział częstotliwości, dla których część różniczkująca “może działać”, zanim zostanie zrównoważona przez część inercyjną, która zaczyna działać od częstotliwości równej  $1/T$ . Stała czasowa wyznacza więc częstotliwość, dla której odpowiedź amplitudowa zaczyna się ustalać. Spadek stałej czasowej powoduje wzrost wartości w stanie ustalonym.

Czas zdwojenia oraz stała czasowa mają wpływ na charakterystykę fazową Bodego regulatora PD, ustalając punkty przegięcia tej charakterystyki (kolejno częstotliwości  $1/T_d$  i  $1/T$ ). Na podstawie uzyskanych przebiegów trudno określić wpływ wzmocnienia na fazę, z uwagi na to, że przebieg niebieski pokrył się z którymś z pozostałych.

## Regulator PID (proporcjonalno - całkująco - różniczkujący)

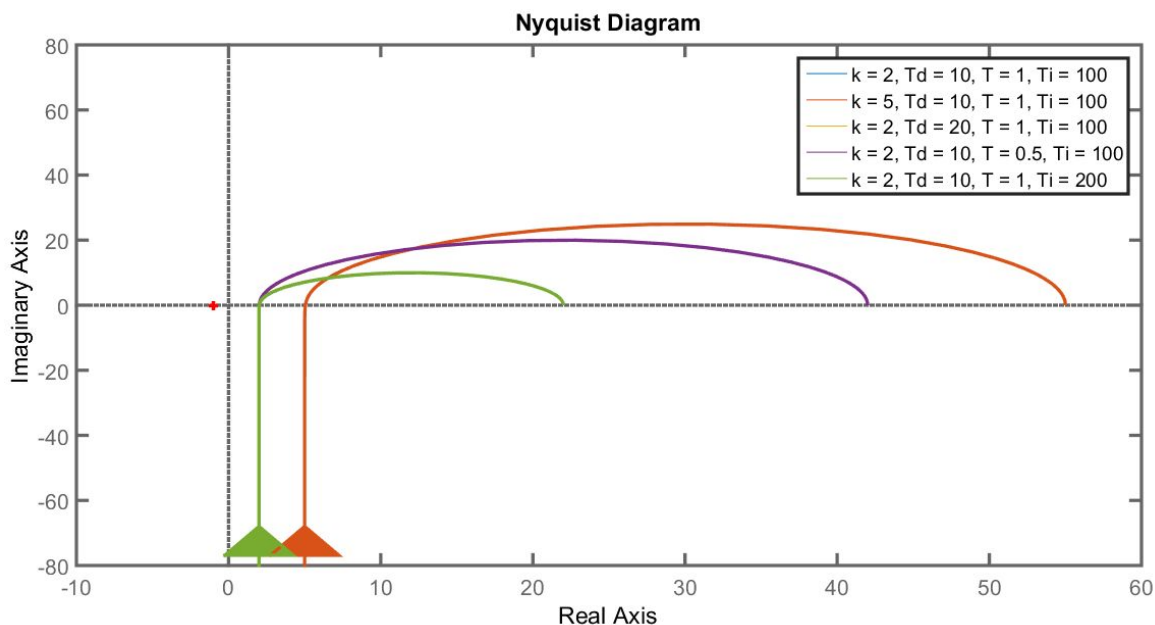
Ostatnim badanym przez nas typem regulatora był regulator PID. Jego transmitancję można wyrazić następująco:

$$G(s) = k(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T s + 1}), T < 0.1 T_d$$



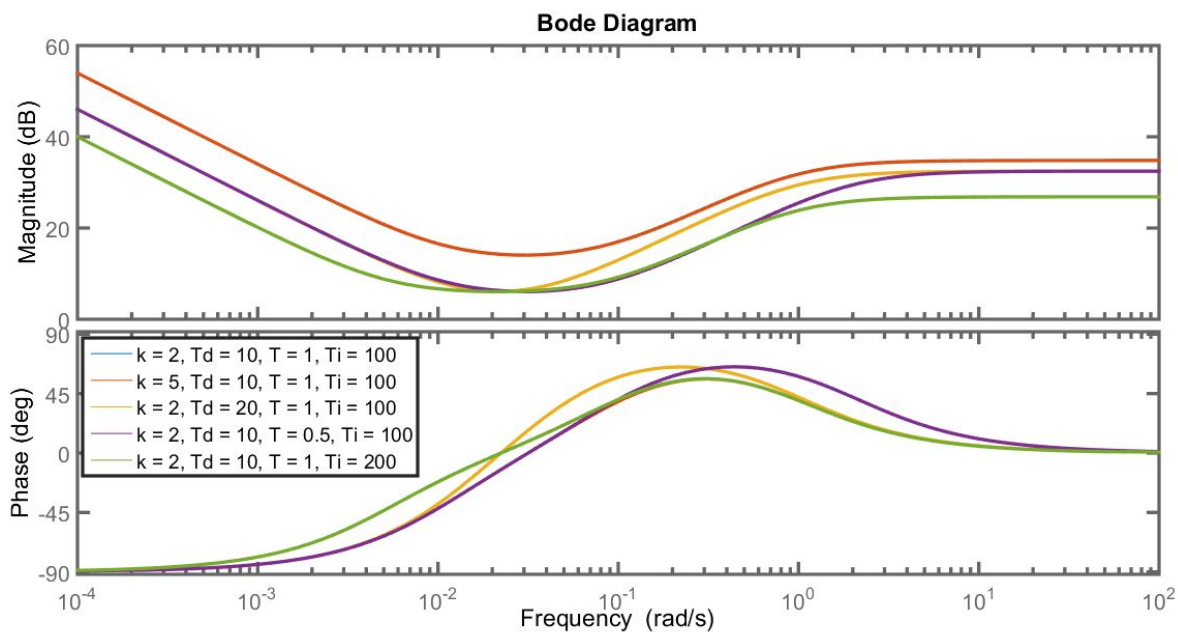
Rys. 7. Rodzina charakterystyk czasowych regulatora PID

Na podstawie charakterystyki czasowej regulatora PID można wywnioskować, że jest on złożeniem regulatorów PI i PD. Dla niewielkich czasów zachowuje się on jak obiekt różniczkujący, po skończeniu różniczkowania zaczyna natomiast całkować sygnał wejściowy i zachowuje się jak regulator PI. W związku z tym, wpływ poszczególnych zmiennych na przebieg charakterystyki jest analogiczny, jak w przypadku regulatorów PI oraz PD.



Rys. 8. Rodzina charakterystyk Nyquista regulatora PID

Jak widać, charakterystyka Nyquista regulatora PID również jest złożeniem charakterystyk regulatorów PI oraz PD. Dla początkowych wartości częstości widoczne jest oddziaływanie części całkującej, a następnie różniczkującej. Ponownie można zauważyć, że wzmacnienie  $k$  ma wpływ na punkty przecięcia wykresu z osią rzeczywistą oraz maksymalną uzyskiwaną wartość. Na rozciągnięcie charakterystyki w prawo ma też wpływ wzrost czasu wyprzedzenia oraz spadek stałej czasowej. Zmiana czasu zdwojenia nie ma natomiast widocznego wpływu na przebieg charakterystyki Nyquista.



Rys. 9. Rodzina charakterystyk Bodego regulatora PID

Na rysunku 9 również można zaobserwować działanie części całkującej dla małych częstotliwości oraz działanie części różniczkującej dla większych. Wpływ poszczególnych parametrów na przebieg również jest więc analogiczny, jak dla regulatorów PI oraz PD osobno. Wzrost wzmocnienia  $k$  podnosi wykres amplitudy równolegle do góry, wzrost czasu zdwojenia zmniejsza przedział częstotliwości, w którym układ całkuje sygnał (częstotliwość graniczna jest równa  $1/T_i$ ). W przypadku regulatora PI również można zaobserwować stabilizację wartości amplitudy powyżej częstotliwości granicznej członu inercyjnego.

Analizując wykres fazowy, można zauważyć, że rozpoczyna się od  $-90$  stopni. Związane jest to z tym, że dla początkowych częstotliwości układ zachowuje się jak układ całkujący. Następnie faza rośnie w związku z działaniem członu różniczkującego. Na koniec, powyżej częstotliwości  $1/T$ , rozpoczyna się działanie członu inercyjnego i faza maleje ponownie do 0. Wpływ zmian parametrów na przebieg fazowej charakterystyki Bodego regulatora PID jest podobny, jak zaobserwowano wcześniej.

## Identyfikacja parametrów regulatorów

Z charakterystyk odczytujemy nastawy  $k$  (wzmocnienie),  $T_i$  (czas zdwojenia, czyli całkowania),  $T_d$  (czas wyprzedzenia, czyli różniczkowania),  $T$  (stała czasowa).

## Charakterystyka skokowa

W przypadku regulatora PD wartość współczynnika wzmocnienia to odpowiedź układu w stanie ustalonym. Zaś wzmocnienie dla regulatora PI to punkt początkowy charakterystyki.

Jeśli mamy do czynienia z regulatorem posiadającym człon różniczkujący, punkt początkowy przyjmuje wartość równą  $k(1 + \frac{T_d}{T})$ .

Czas zdwojenia możemy odczytać przy znajomości wzmocnienia  $k$ . Wartość  $T_i$  to czas liczony od początku układu współrzędnych, dla którego funkcja osiągnęła wartość  $2k$  po rozpoczęciu całkowania.

## Charakterystyka Nyquista

W przypadku charakterystyki częstotliwościowej wzmocnienie  $k$  można odczytać na osi rzeczywistej z punktu startowego charakterystyki, dla każdego regulatora jest to punkt  $(k, 0)$ .

Czas wyprzedzenia wyliczamy dla regulatorów z członem różniczkującym określając punkt charakterystyki dla częstotliwości  $\omega = \inf$ . Punkt ten znajduje się na osi rzeczywistej o argumentie  $k(1 + \frac{T_d}{T})$ . Znając jego oraz stałą czasową możemy czas różniczkowania wyliczyć ze wzoru  $T_d = T(\frac{x}{k} - 1)$ ,  $x$  to wartość argumentu.

Czas zdwojenia nie ma wpływu na charakterystyki częstotliwościowe.



## Charakterystyki Bodego

Poszczególne czasy możemy odczytać z wykresu analizując zachowanie się charakterystyk. Element całkujący powoduje wprowadzenie ujemnego przesunięcia fazowego, zaś element różniczkujący dodatniego. Punkt zakończenia działania elementu regulatora pozwala odczytać wartość stałej zdwojenia lub wyprzedzenia, jest to ich odwrotność. Wartość stałej czasowej  $T$  to odwrotność wartości argumentu dla miejsca, w którym pojawia się stabilność układu (dla PD i PID).

Wartość  $k$  dla regulatora PI można odczytać w stanie ustalonym, gdyż taki regulator osiąga wartość  $20\log(k)$  dla dużych częstotliwości. W przypadku regulatorów PD i PID jest to wartość  $20\log(k * (1 + \frac{T_d}{T}))$ .

## Wnioski

Ćwiczenie pozwoliło nam zapoznać się z charakterystykami czasowymi oraz amplitudowo-fazowymi podstawowych typów regulatorów ciągłych - PI, PD oraz PID. Zapoznaliśmy się z wpływem zmian poszczególnych parametrów na przebiegi tych charakterystyk oraz poznaliśmy zachowanie poszczególnych typów regulatorów.

Ważnym wnioskiem jest to, że regulator PID jest złożeniem regulatorów PI oraz PD. Działanie członu całkującego objawia się dla małych częstotliwości oraz dużych czasów, wpływ części różniczkującej jest natomiast widoczny dla dużych częstotliwości i małych czasów. Można z tego wywnioskować, że człon D reaguje na duże, szybkie zmiany sygnału wejściowego i eliminuje je poprzez różniczkowanie. Człon I natomiast całkuje sygnał wejściowy i jego wpływ zaobserwować można dopiero po dłuższym czasie.

Identyfikacja parametrów odbywa się przy rozpoznaniu, z jakim elementem regulacji mamy do czynienia. Okazuje się, że poszczególne człony wprowadzają charakterystyczne zmiany w przebiegach. Przy wygenerowanych trzech charakterystykach: czasowej, częstotliwościowej oraz amplitudowo - fazowej można jednoznacznie określić parametry regulatora.