

Podstawy automatyki

Stabilność zamkniętego układu regulacji

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z badaniem stabilności zamkniętego układu regulacji w oparciu o kryterium Hurwitza oraz kryterium Nyquista.

Przebieg ćwiczenia

W czasie ćwiczenia rozważaliśmy zamknięty układ regulacji złożony z obiektu o transmitancji

$$G_o(s) = \frac{10}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

oraz regulatora PID, którego transmitancję można zapisać jako

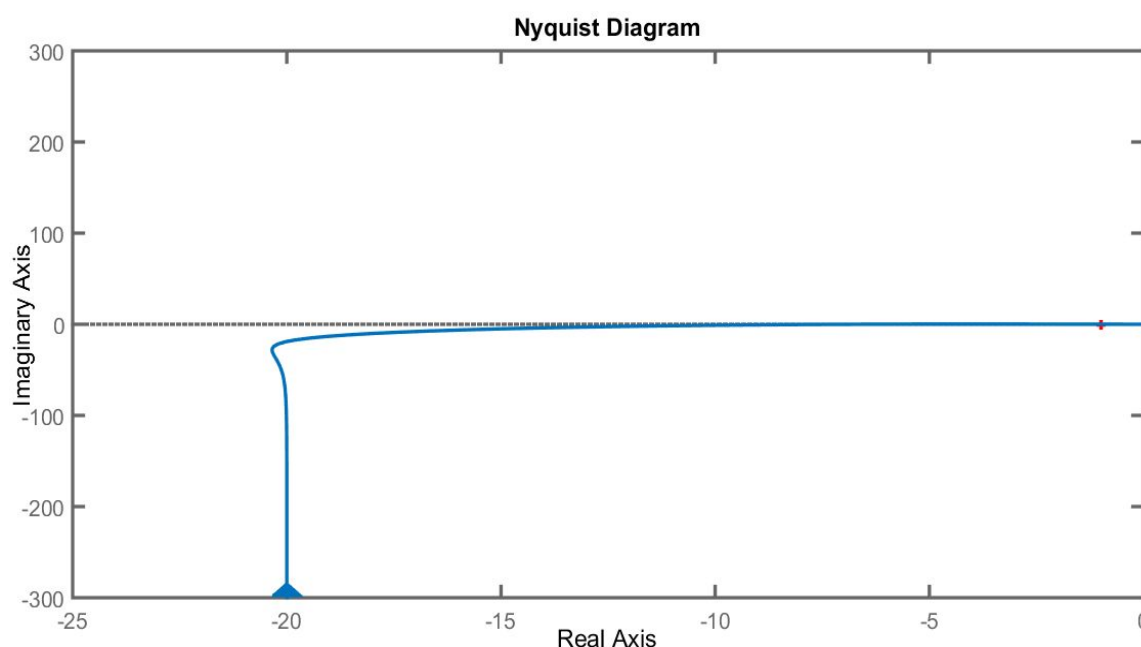
$$G_r(s) = k \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T s + 1} \right)$$

Stała czasowa T została przyjęta jako $T = 0.01 \text{ s}$ i nie zmienialiśmy jej w czasie ćwiczenia, uznając ją za stałą cechę konstrukcyjną regulatora.

W celu badania stabilności układu dla określonych parametrów regulatora k , T_d oraz T napisaliśmy funkcję w MATLABie, której zadaniem było określenie na podstawie kryterium Hurwitza, czy układ o zadanych parametrach jest stabilny, czy też nie.

Funkcja ta wyznaczała transmitancję układu zamkniętego, a następnie obliczała minory główne macierzy Hurwitza układu i sprawdzała warunek stabilności. Na koniec informowała ona o stabilności bądź niestabilności układu.

Napisaliśmy również funkcję rysującą charakterystykę Nyquista układu otwartego dla zadanych parametrów. Poniżej przedstawiono charakterystykę uzyskaną dla początkowych nastaw regulatora: $k = 2$, $Ti = 1\text{ s}$, $Td = 0.5\text{ s}$

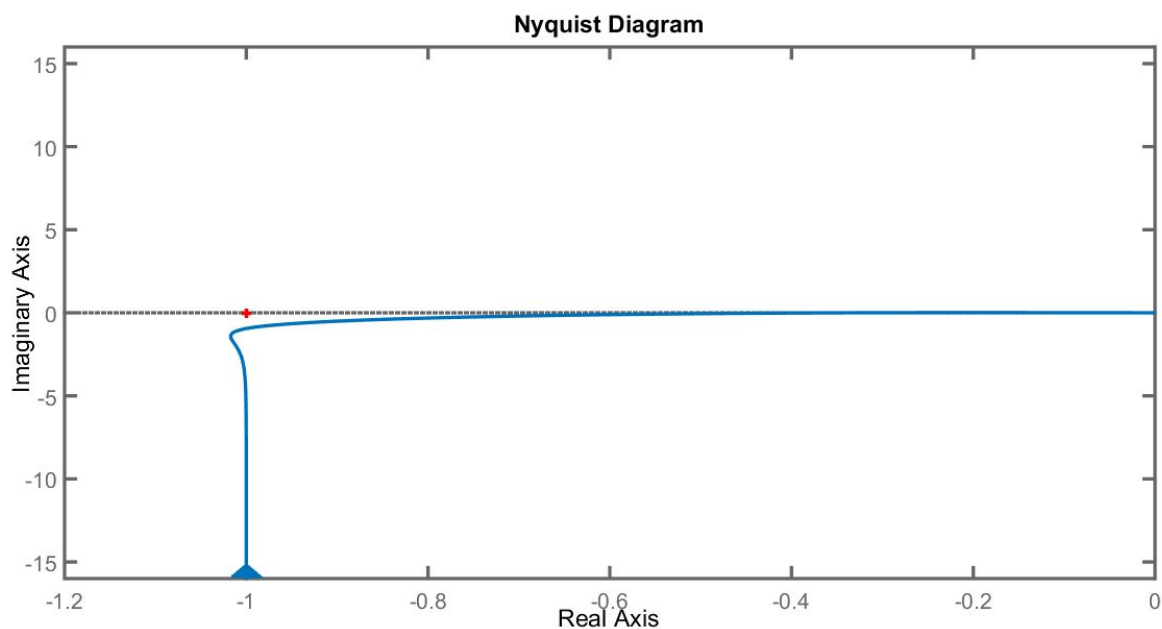


Rysunek 1. Wykres charakterystyki Nyquista dla początkowych wartości.

Układ jest niestabilny. Informację o tym otrzymaliśmy z programu badającego kryterium Hurwitza, który sami napisaliśmy, ale również po odpowiednim przybliżeniu wykresu w okolicy punktu $(-1, j0)$ widać, charakterystyka objęła ten punkt - co według kryterium Nyquista świadczy właśnie o niestabilności układu.

W dalszej części ćwiczenia zmienialiśmy kolejno poszczególne parametry regulatora (wzmocnienie, czas zdwojenia oraz czas wyprzedzenia) tak, aby osiągnąć stan stabilny poprzez zmianę tylko tego jednego parametru. Każdorazowo sprawdzaliśmy stabilność układu przy użyciu naszej funkcji.

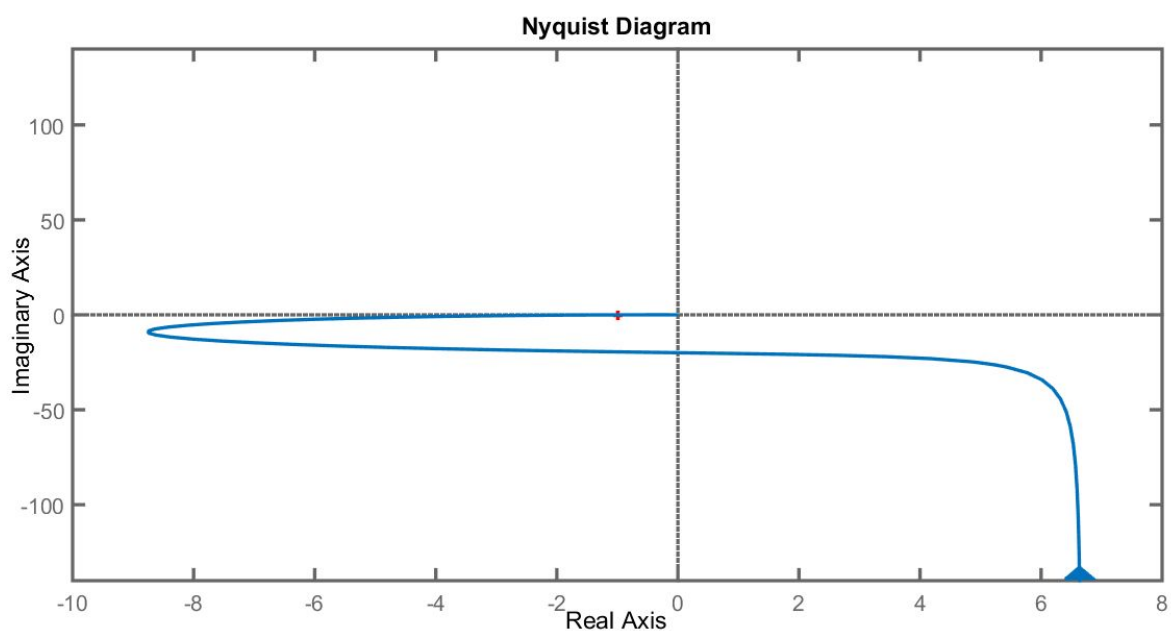
Najpierw staraliśmy się ustabilizować układ, zmieniając wzmocnienie regulatora. Okazało się, że układ staje się stabilny dla wartości $k = 0.1$. Wartości powyżej tego progu powodowały niestabilność układu. Poniżej przedstawiono przebieg charakterystyki Nyquista układu otwartego dla wyznaczonej wartości k oraz początkowych wartości Ti i Td .



Rysunek 2. Wykres charakterystyki Nyquista dla $k = 0.1$

Punkt $(-1, j0)$ zaznaczony na czerwono znajduje się poza charakterystyką, co graficznie udowadnia stabilność układu.

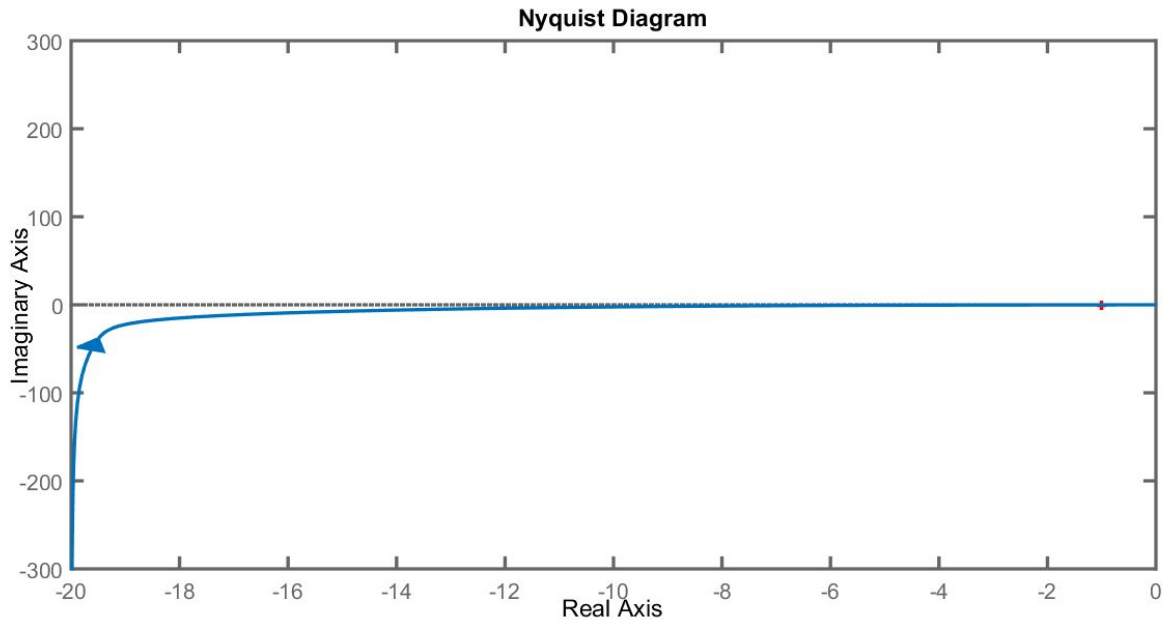
Następnym parametrem, którego zmiana miała doprowadzić do stabilizacji, był czas zdwojenia T_i . Metodą prób i błędów wyznaczyliśmy wartość, dla której układ staje się stabilny na $T_i = 3$. Na rysunku 3. przedstawiono uzyskany przebieg charakterystyki Nyquista układu otwartego dla tej wartości T_i oraz początkowych wartości k i T_d



Rysunek 3. Wykres charakterystyki Nyquista dla $T_i = 3$

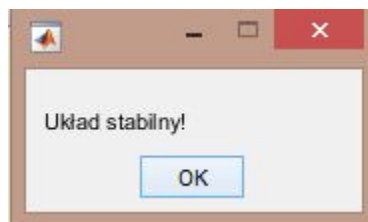
Zwiększanie czasu zdwojenia powodowało utrzymanie stabilności w układzie.

Ostatnim parametrem, który zmienialiśmy, był czas wyprzedzenia T_d . Oszacowana przez nas wartość, dla której układ staje się stabilny, to $T_d = 0.6$. Wystarczyła nieznaczna zmiana, aby układ stał się stabilny. Poniżej zaprezentowano charakterystykę Nyquista układu otwartego z tą wartością czasu wyprzedzenia.

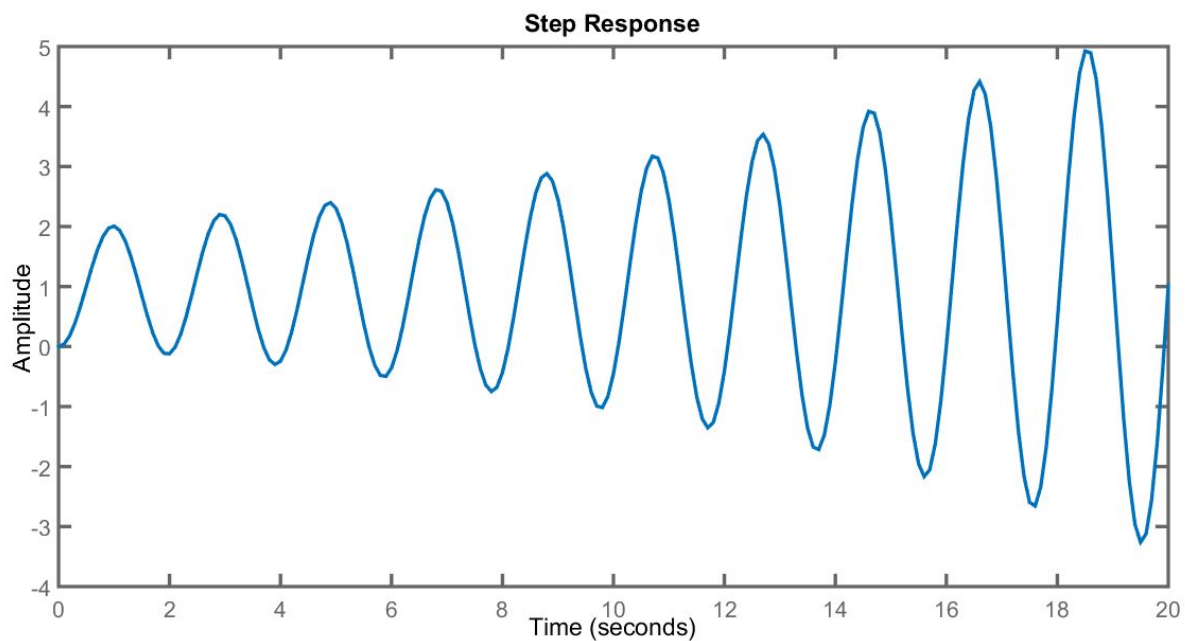


Rysunek 4. Wykres charakterystyki Nyquista dla $T_d = 0.6$

Niewielka zmiana pozwoliła uzyskać stabilność, dlatego na wykresie na pierwszy rzut oka nie widać dokładnie czy punkt $(-1, j0)$ został objęty przez charakterystykę, jednak po zastosowaniu zooma wyraźnie zaobserwowaliśmy, że punkt znajdował się nad wykresem. Dzięki kryterium Hurwitza uzyskaliśmy potwierdzenie, że jest to układ stabilny.

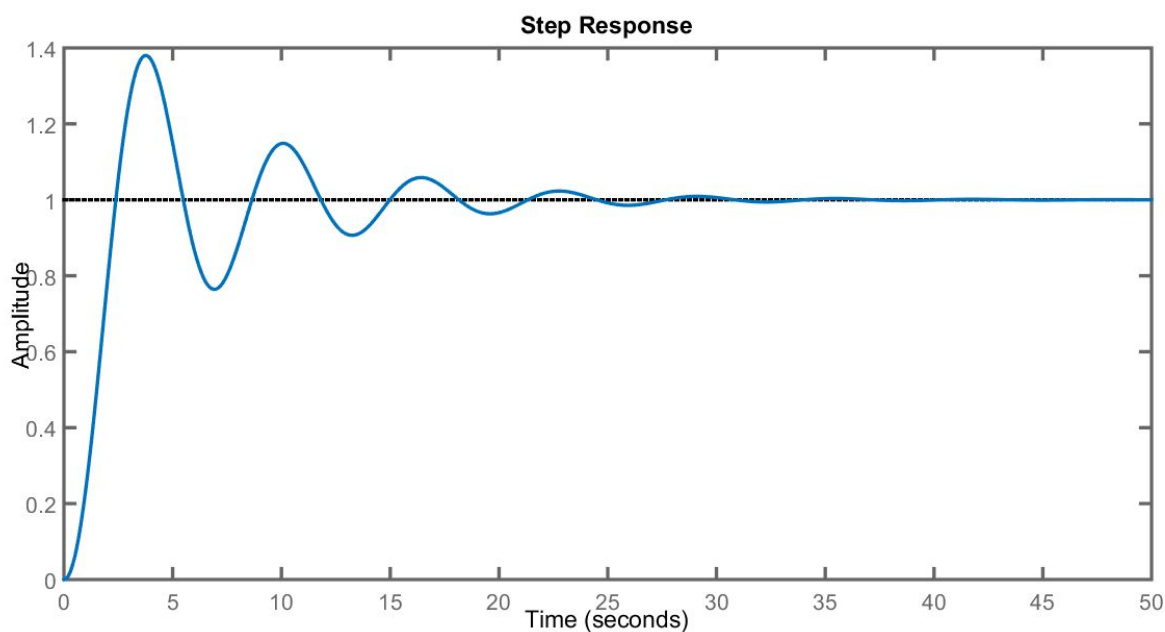


Na koniec przedstawimy dla porównania odpowiedzi skokowe układu zamkniętego w dwóch przypadkach - niestabilnego, dla początkowych nastaw regulatora, oraz stabilnego, ustabilizowanego przy pomocy zmiany wartości wzmocnienia regulatora. Zaprezentowano je na dwóch poniższych wykresach.



Rysunek 5. Wykres charakterystyki skokowej dla początkowych wartości

Już nawet na niewielkim odcinku czasowym wyraźnie widać dodatnie sprzężenie zwrotne i wzmacnianie sygnału. W nieskończoności osiągał on nieskończenie dużą wartość.



Rysunek 6. Wykres charakterystyki skokowej dla $k = 0.1$

Przy niewielkim wzmocnieniu rzędu $k = 0.1$ widać zmiany w charakterystyce. Ponieważ układ jest stabilny, to sygnał dąży do odpowiedzi o wartości 1 i osiąga to po około 50 sekundach.

Wnioski

Ćwiczenie to pozwoliło nam zapoznać się z podstawowymi metodami badania stabilności układów regulacji - w oparciu o kryterium Hurwitza oraz kryterium Nyquista. Poznaliśmy praktyczny sposób wnioskowania o stabilności układu zamkniętego na podstawie przebiegu charakterystyki Nyquista układu otwartego.

Udało nam się zaimplementować w MATLABie odpowiednie funkcje, które analizowały transmitancje, wyrysowywały wykresy oraz sprawdzały kryterium Hurwitza. Dowiedzieliśmy się w jaki sposób nastawy regulatora wpływają na kształt charakterystyki częstotliwościowej.