

Podstawy automatyki

Charakterystyki częstotliwościowe podstawowych obiektów dynamicznych

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z charakterystykami częstotliwościowymi podstawowych obiektów dynamicznych. Naszym zadaniem było wyznaczenie przy pomocy MATLABa charakterystyk amplitudowo-fazowych (Nyquista) oraz logarytmicznych modułu i fazy (Bodego) tych obiektów. Mieliśmy również spróbować zidentyfikować parametry obiektów na podstawie ich charakterystyk.

Przebieg ćwiczenia

Przy użyciu funkcji MATLABa wyznaczaliśmy odpowiedzi częstotliwościowe sześciu podstawowych obiektów dla różnych kombinacji parametrów. Zmienialiśmy parametry kolejno tak, aby móc zaobserwować ich wpływ na przebieg charakterystyk.

Obiekt inercyjny I rzędu

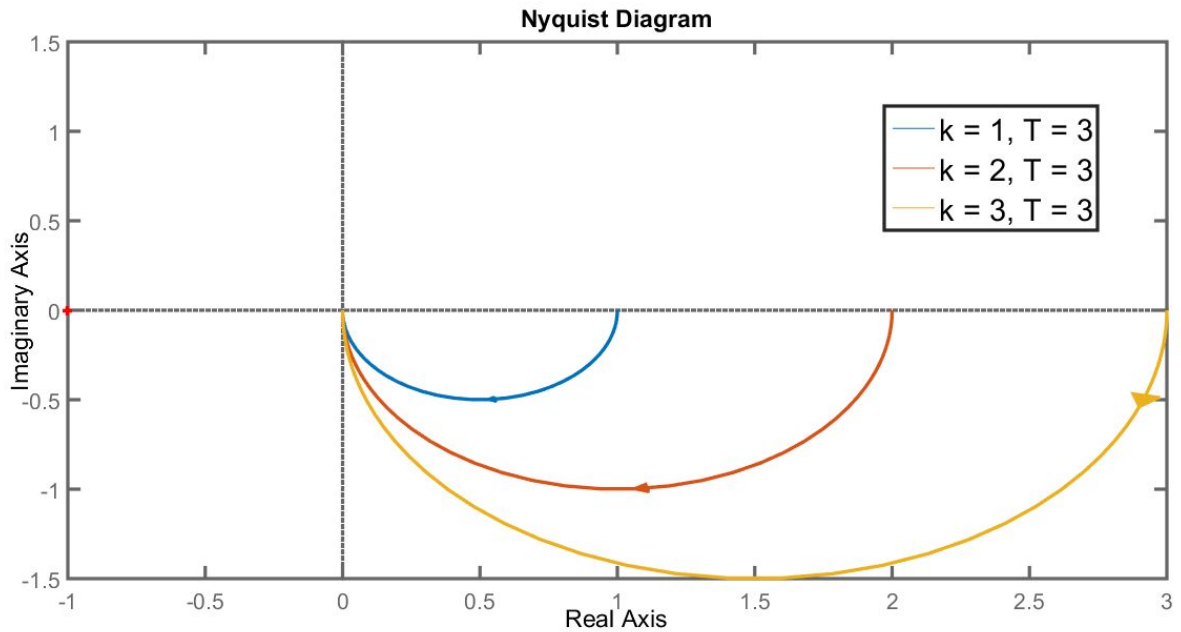
Obiekt inercyjny I rzędu opisany jest transmitancją operatorową:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

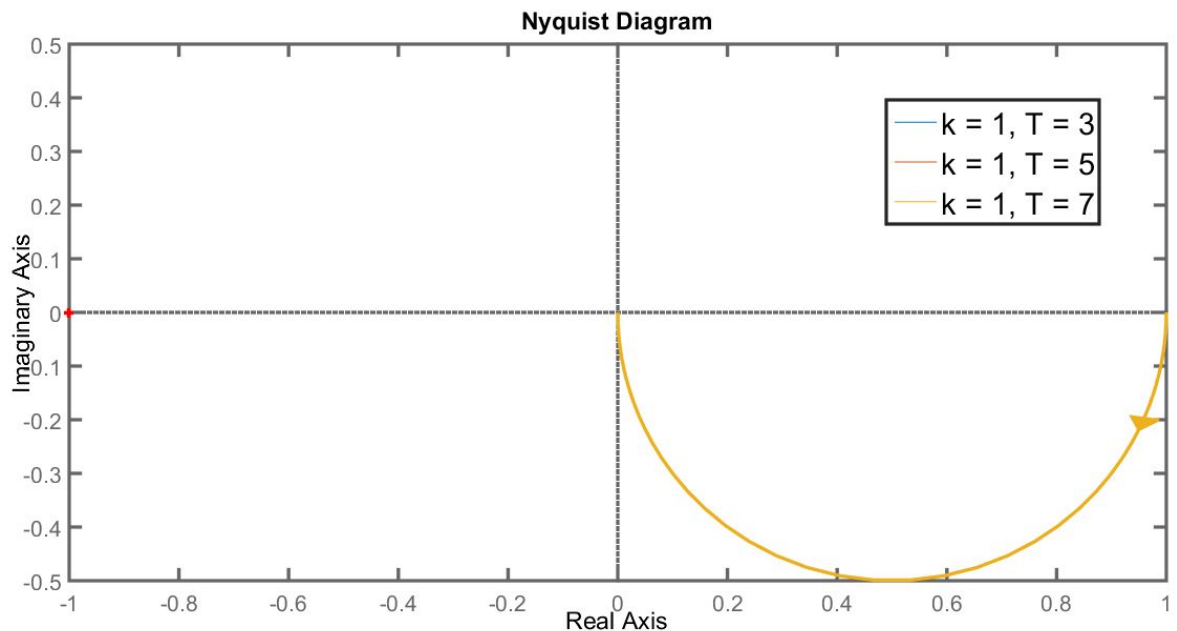
Oraz transmitancją widmową:

$$G(j\omega) = \frac{k(1 - jT\omega)}{T^2\omega^2 + 1}$$

Poniżej przedstawiono rodziny charakterystyk Nyquista oraz Bodego tego obiektu.



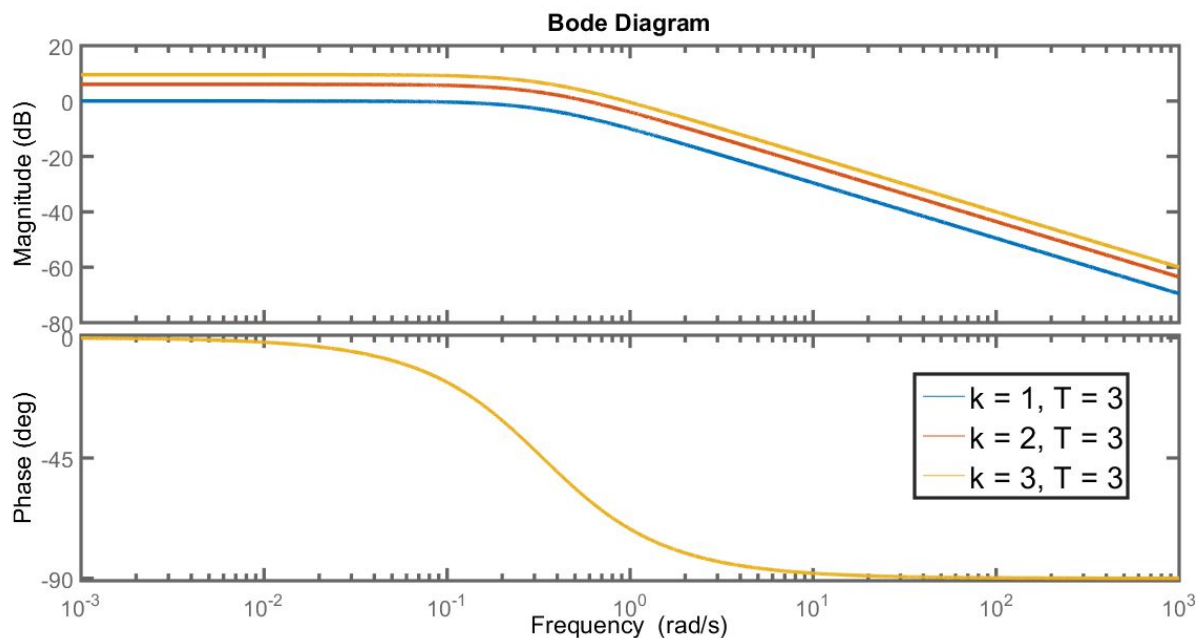
Rys. 1. Charakterystyki Nyquista obiektu in. I rz. - zmiana wzmacnienia



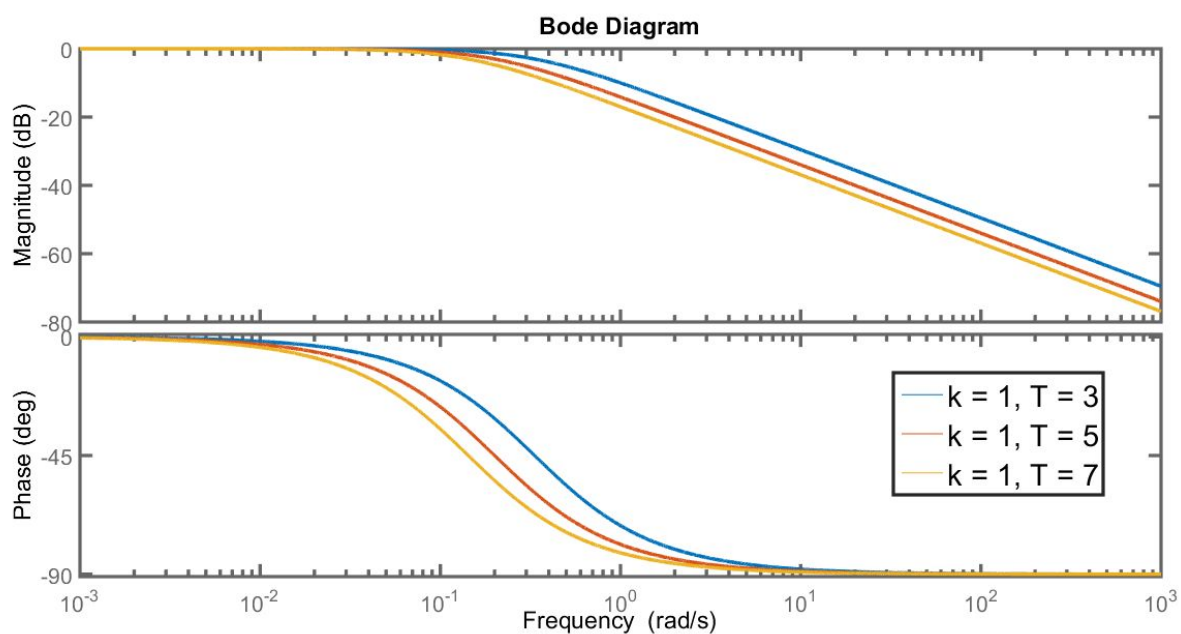
Rys. 2. Charakterystyki Nyquista obiektu in. I rz. - zmiana stałej czasowej

W przypadku charakterystyk amplitudowo-fazowych obiektu I rzędu można zauważyć, że punktem startowym charakterystyki (dla $\omega = 0$) jest punkt $(k, 0)$. Wzrost wzmacnienia rozciąga więc charakterystykę w kierunku dodatnim osi rzeczywistej, a także zmienia nieco kształt charakterystyki i zmniejsza minimum, które jest osiągnięte w punkcie $(k/2, 0)$. Z rysunku 2 wynika natomiast, że w przypadku tego obiektu zmiana stałej czasowej nie ma wpływu na przebieg charakterystyki.

Krzywa charakterystyki Nyquista zawiera się tylko w IV ćwiartce, więc można określić, że obiekt inercyjny jest pierwszego rzędu.



Rys. 3. Charakterystyki Bodego obiektu in. I. rz. - zmiana wzmocnienia



Rys. 4. Charakterystyki Bodego obiektu in. I rz. - zmiana stałej czasowej

Wzrost wzmocnienia obiektu I rzędu objawia się na charakterystyce Bodego tym, że odpowiedź podnosi się, punkt startowy ma wyższą wartość. Zmiana wzmocnienia nie ma natomiast wpływu na fazę obiektu. Charakterystyki dla różnych wzmocnień biegają równolegle. Wraz ze wzrostem stałej czasowej charakterystyka zaczyna opadać wcześniej. Faza z kolei gwałtowniej maleje do -90 stopni, wcześniej pojawia się punkt przegięcia.

Obiekt inercyjny II rzędu

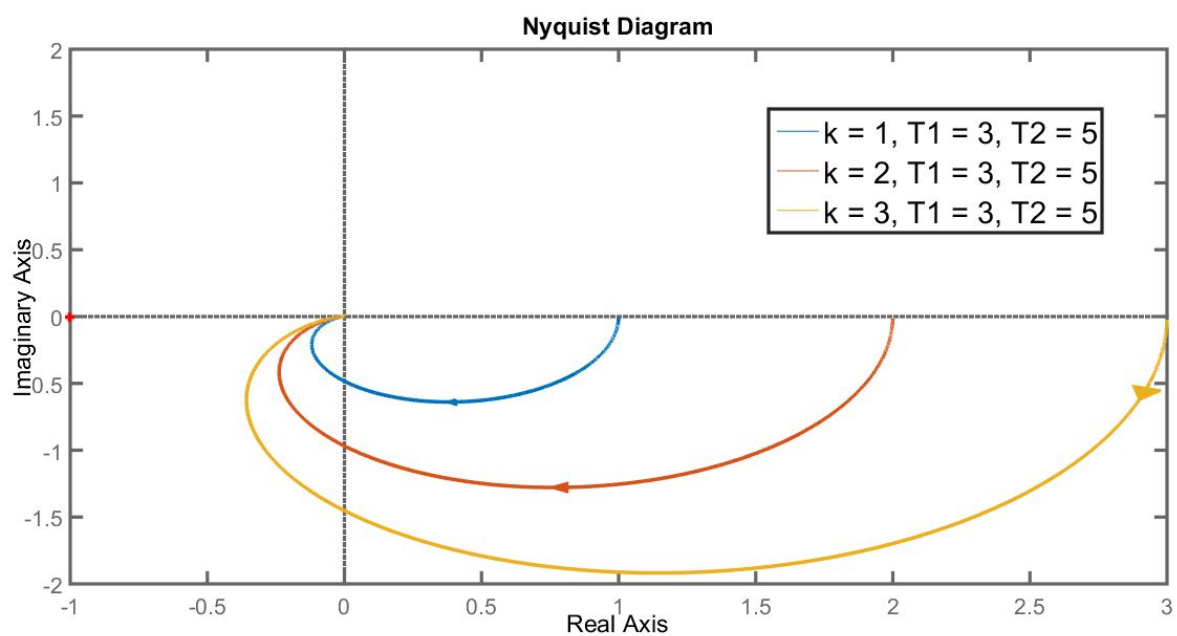
Transmitancja operatorowa opisana jest wzorem:

$$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$$

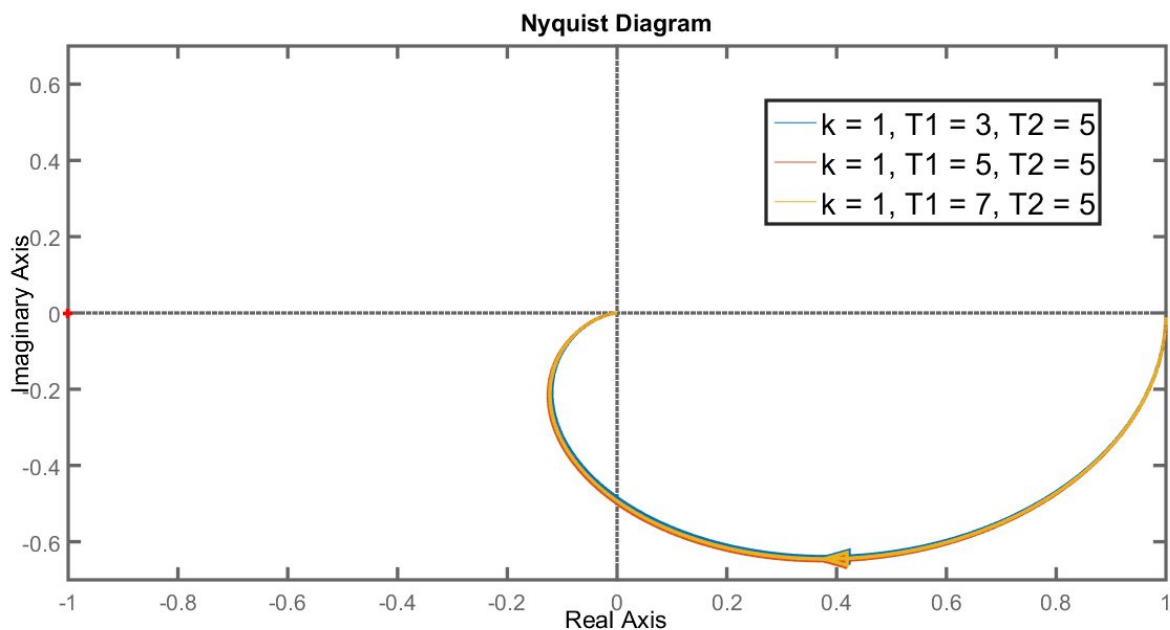
A widmowa:

$$G(j\omega) = \frac{k(1 - T_1 T_2 \omega^2) - jk\omega(T_1 + T_2)}{(T_1^2 \omega^2 + 1)(T_2^2 \omega^2 + 1)}$$

Poniżej przedstawiono wyznaczone przez nas charakterystyki Nyquista oraz Bodego.



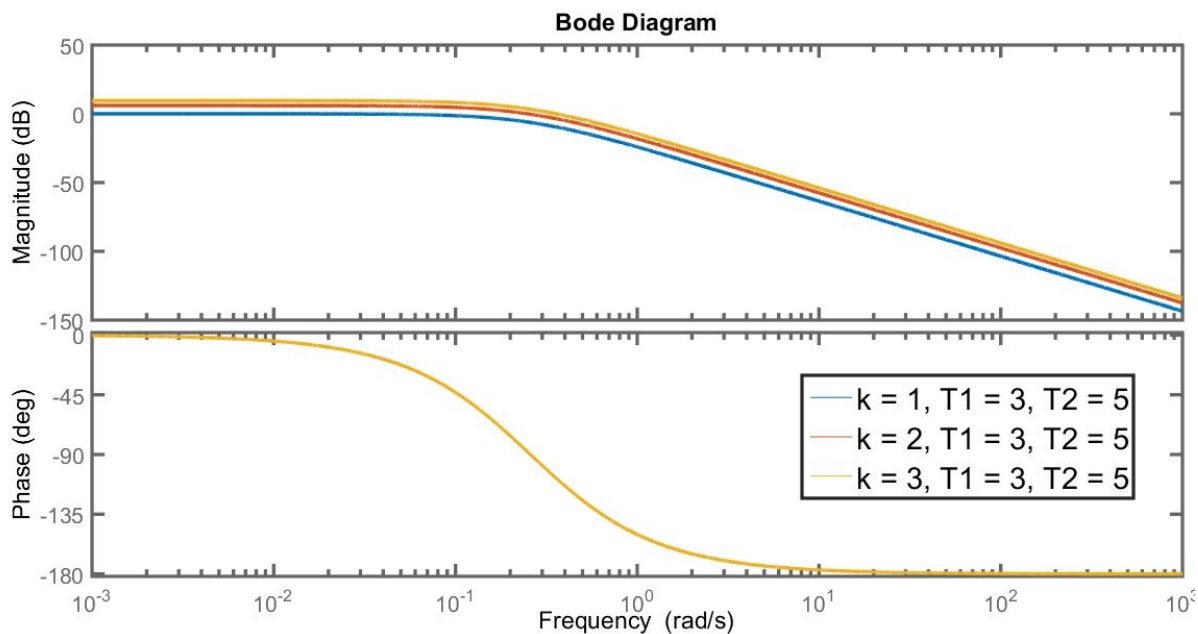
Rys. 5. Charakterystyki Nyquista obiektu in. II rz. - zmiana wzmacnienia



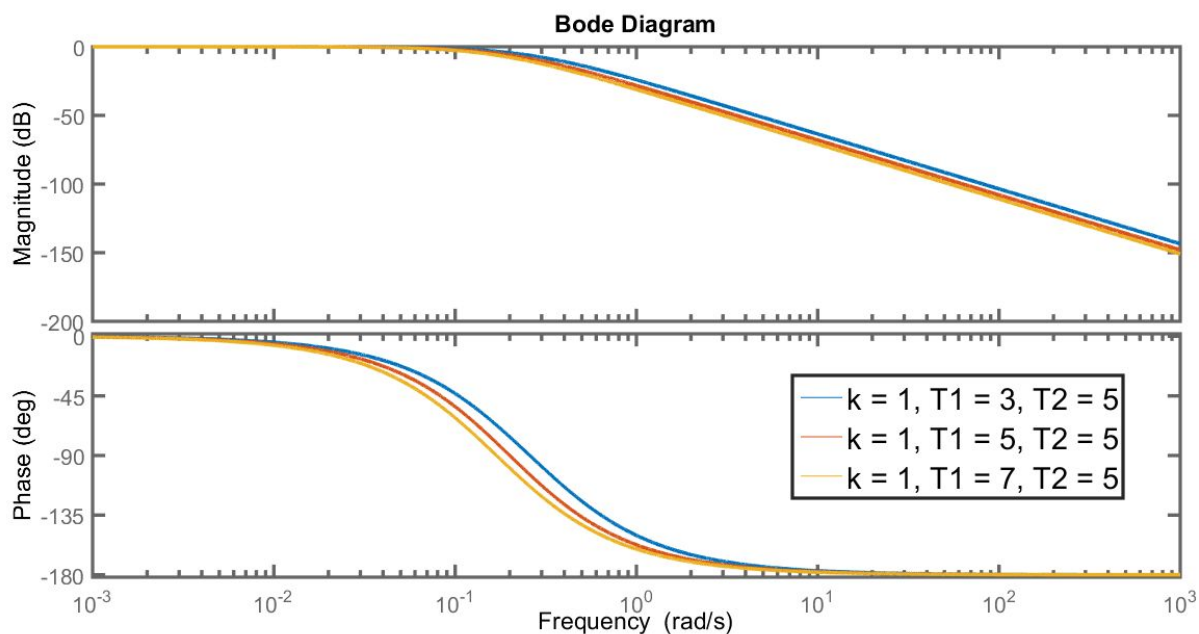
Rys. 6. Charakterystyki Nyquista obiektu in. II rz. - zmiana stałej czasowej T_1

Podobnie jak w przypadku poprzednim, punktem startowym charakterystyki Nyquista obiektu inercyjnego II rzędu jest punkt $(k, 0)$. W związku z tym wzrost wzmocnienia również rozciąga charakterystykę w prawo, przeciąga ją też mocniej w kierunku ujemnym osi rzeczywistej. Zmiana stałej czasowej z kolei może mieć niewielki wpływ na przebieg charakterystyki, jednak z uzyskanego przez nas wykresu nie wynika to jednoznacznie.

Obiekt jest II rzędu, bo charakterystyka obejmuje dwie ćwiartki układu współrzędnych.



Rys. 7. Charakterystyki Bodego obiektu in. II rz. - zmiana wzmocnienia



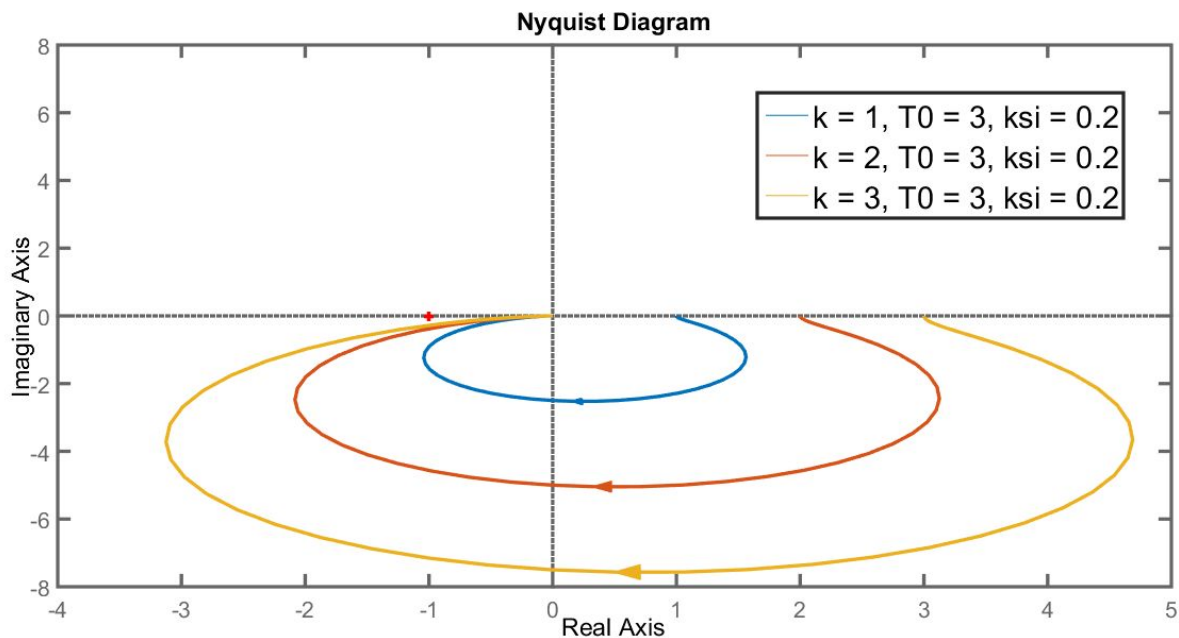
Rys. 8. Charakterystyki Bodego obiektu in. 2. II - zmiana stałej czasowej T_1

Charakterystyki modułu i fazy reaguja tego obiektu reaguja na zmianę wzmacnienia identycznie, jak w przypadku obiektu I rzędu - wykres modułu nieco się podnosi, a faza w żaden sposób nie zależy od wzmacnienia. W przypadku wzrostu stałej czasowej moduł również zaczyna maleć wcześniej, podobnie jak i faza.

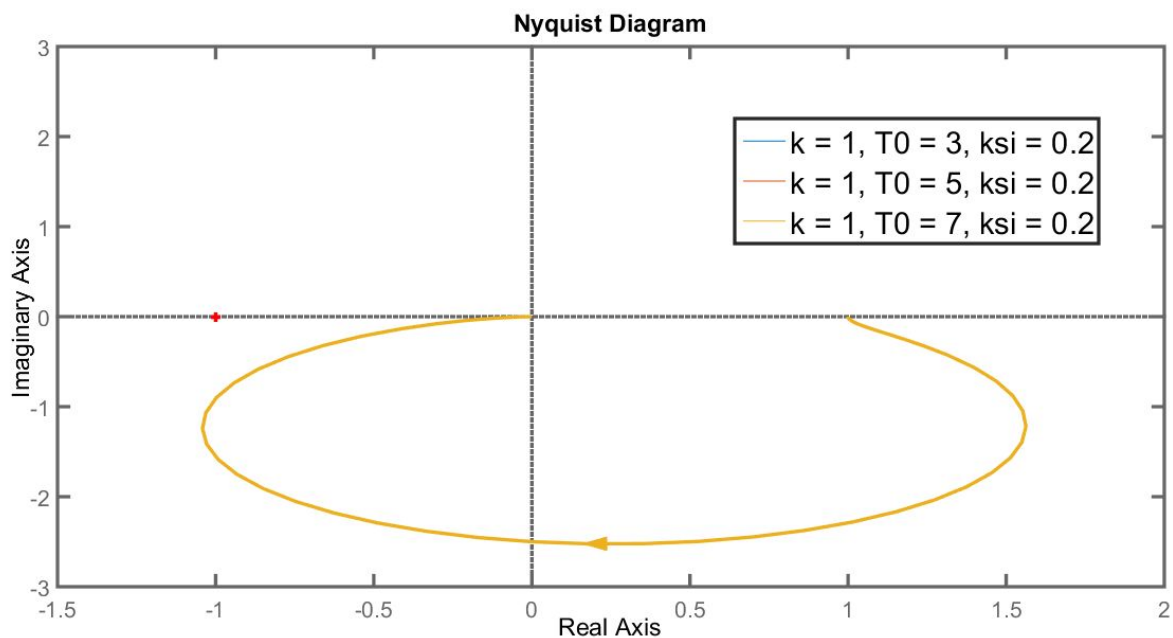
Obiekt oscylacyjny II rzędu

Dla tego obiektu transmitancje operatorowa oraz widmowa wyglądają następująco:

$$G(s) = \frac{k}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1} \quad G(j\omega) = \frac{k}{2\xi T_0 j\omega - T_0^2 \omega^2 + 1}$$

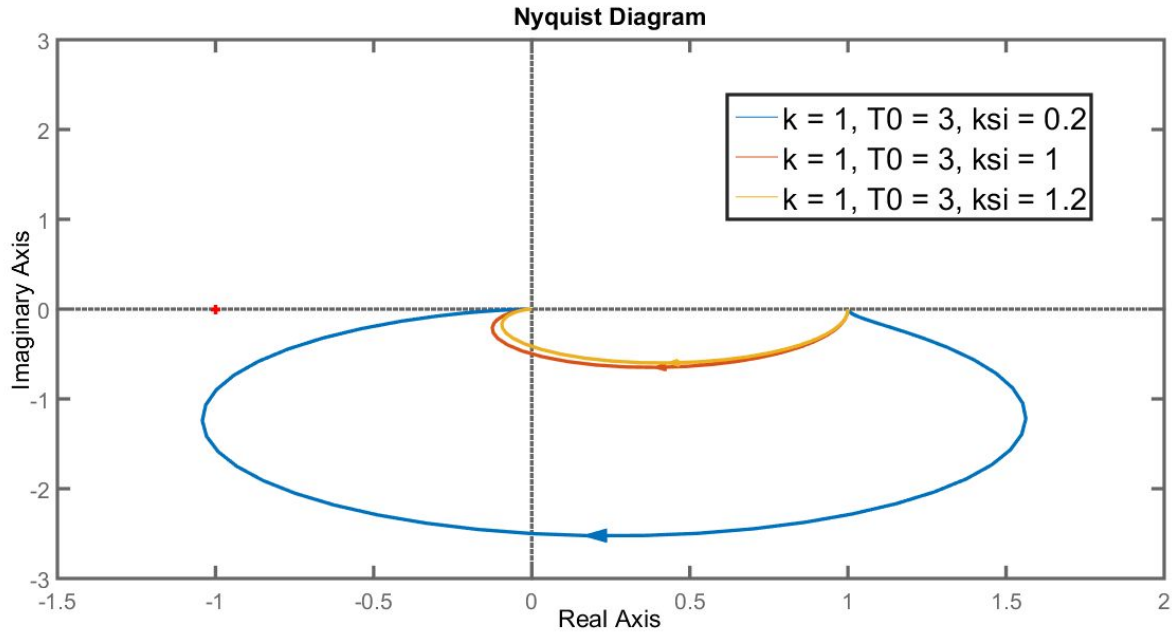


Rys. 9. Charakterystyki Nyquista obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana wzmacnienia



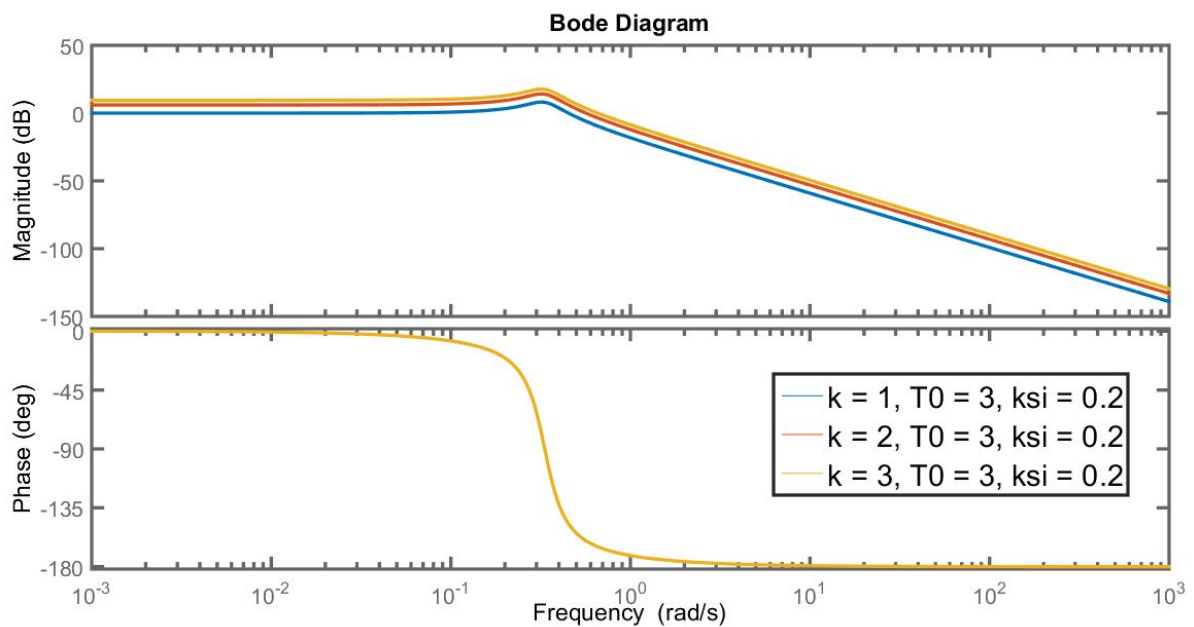
Rys. 10. Charakterystyki Nyquista obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana stałej czasowej

Jak można zauważyć, w przypadku tego obiektu zmiana wzmacnienia również rozciąga wykres, powoduje, że obejmuje on większą powierzchnię. Punktem startowym ponownie jest punkt $(k, 0)$. Podobnie jak w wypadku poprzednich charakterystyk, zmiana stałej czasowej nie wpływa na przebieg charakterystyki Nyquista obiektu.



Rys. 11. Charakterystyki Nyquista obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana wsp. tłumienia

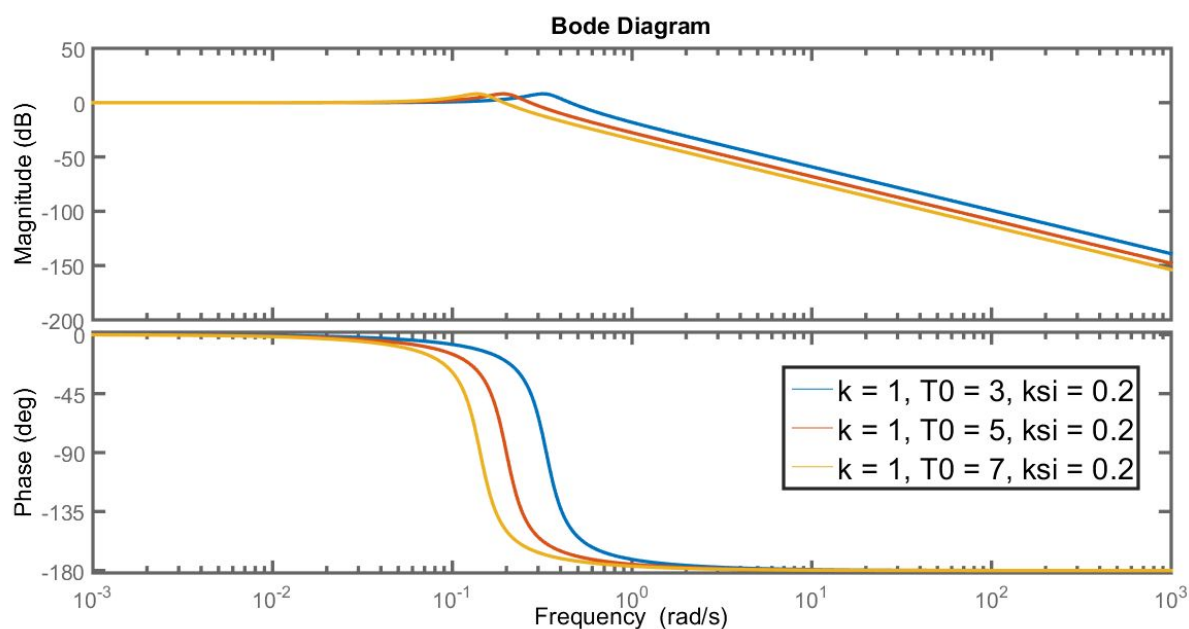
Zmiana współczynnika tłumienia dość silnie wpływa na przebieg charakterystyki. Jeśli ten współczynnik osiągnie wartość poniżej ok. 0.7, obiekt wpada w rezonans i charakterystyka gwałtownie się rozciąga, osiąga wartości znacznie odległe od tych, dla tłumienia powyżej 0.7.



Rys. 12. Charakterystyki Bodego obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana wzmocnienia

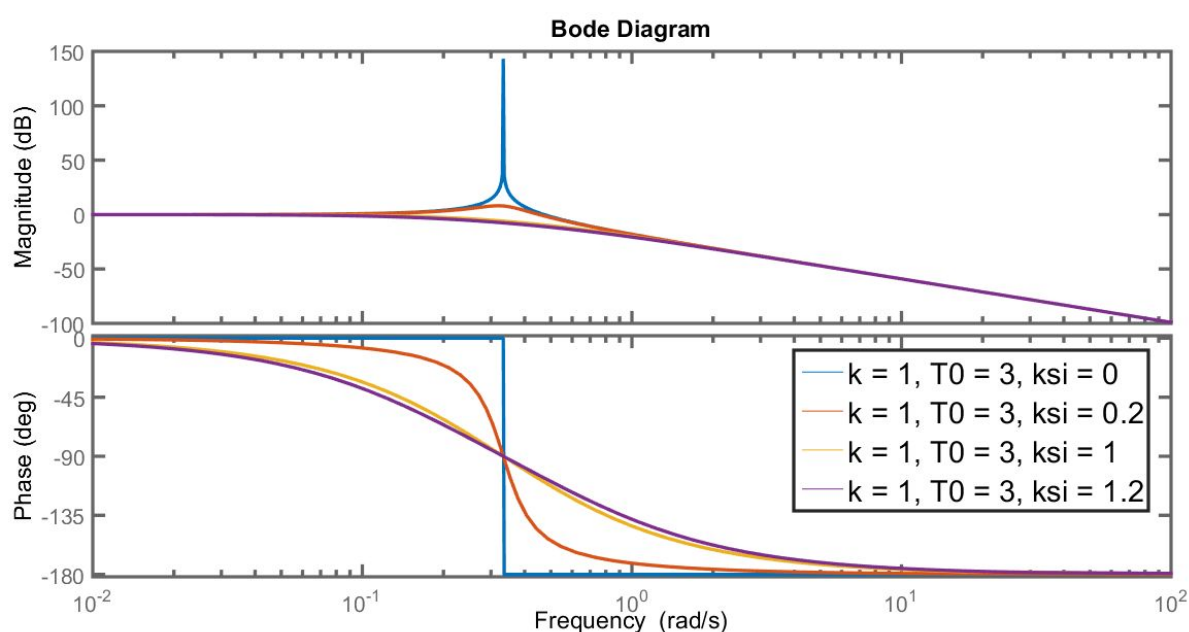
Na charakterystykach Bodego ponownie dostrzec można brak wpływu zmiany wzmocnienia obiektu na przebieg fazy, ponownie też wzrost wzmocnienia podnosi nieco charakterystykę modułu. Charakterystyczny "pagórek" widoczny w miejscu, gdzie wykres

zaczyna opadać, wynika z tego, że wsp. tłumienia na powyższych charakterystykach są mniejsze od 1.



Rys. 13. Charakterystyki Bodego obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana stałej czasowej

Wzrost stałej czasowej powoduje wcześniejszy spadek wartości zarówno modułu, jak i fazy, podobnie jak dla poprzednich obiektów.



Rys. 14. Charakterystyki Bodego obiektu oscylacyjnego II rz. - zmiana wsp. tłumienia

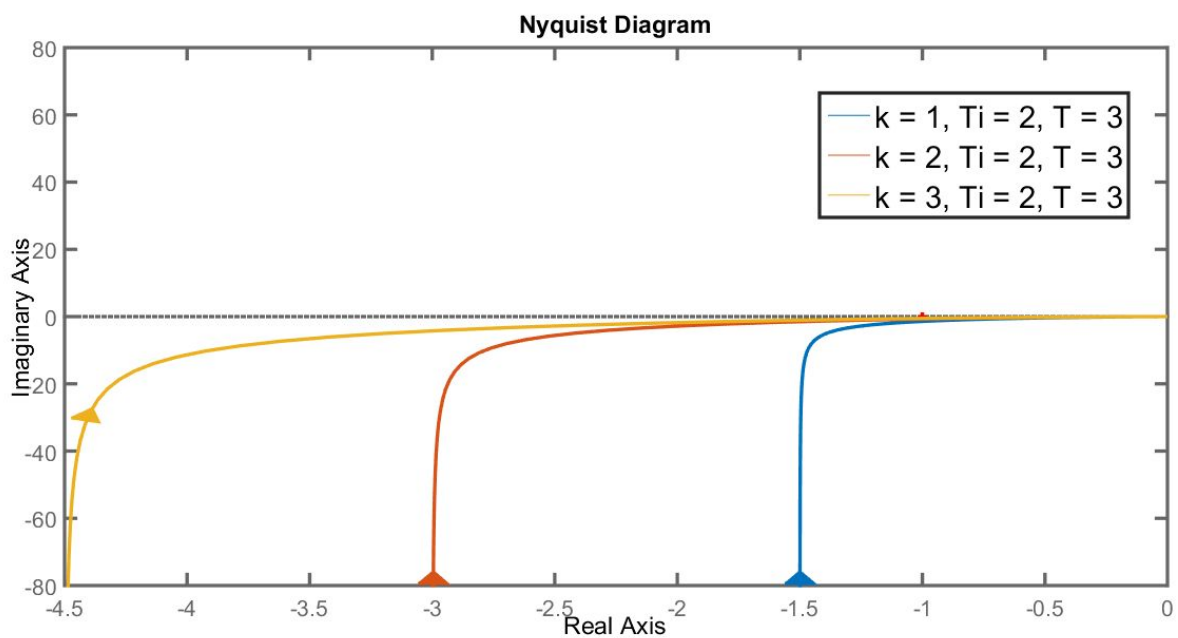
Zmiana współczynnika tłumienia dość silnie wpływa na przebieg charakterystyki Bodego obiektu oscylacyjnego. Dla tłumienia powyżej 1 na wykresie modułu nie ma "pagórka", a wykres fazy opada łagodnie od 0 to -180 stopni. Dla niewielkiej wartości współczynnika widoczny jest "pagórek" i dużo gwałtowniejsza zmiana fazy. Dla całkowitego

braku tłumienia natomiast widać wyraźny, gwałtowny pik modułu oraz skokową zmianę fazy z 0 na 180 stopni.

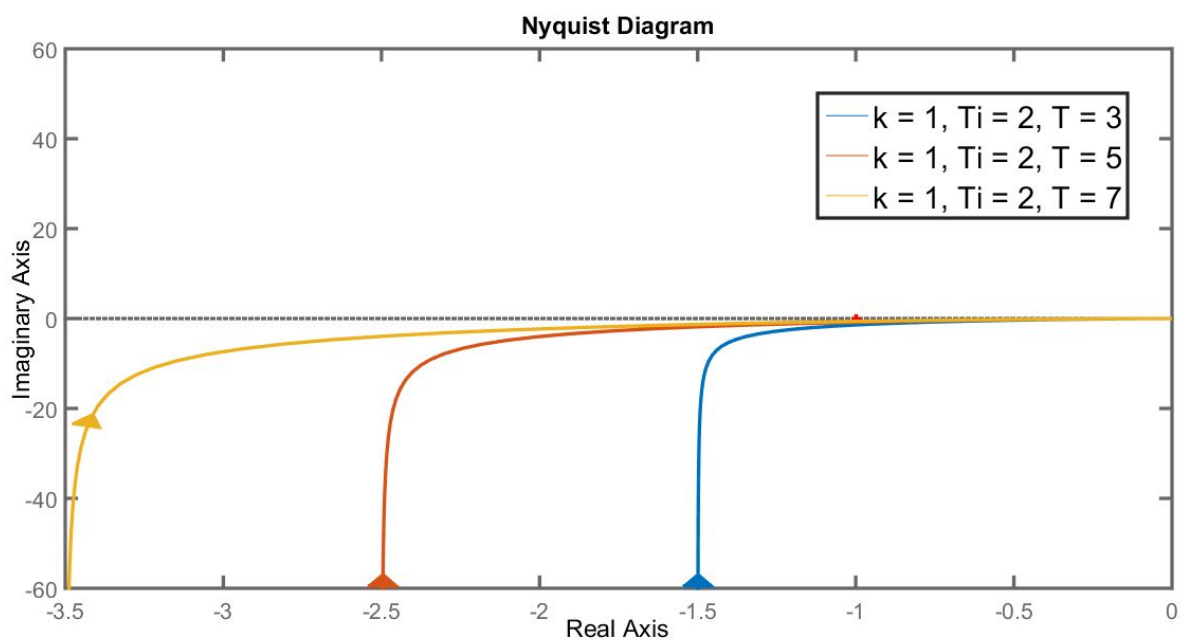
Obiekt całkujący z inercją I rzędu

Obiekt opisujemy transmitancjami:

$$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)} \quad G(j\omega) = \frac{kTT_i\omega^2 + jkT_i\omega}{T_i^2\omega^2(T^2 + 1)}$$

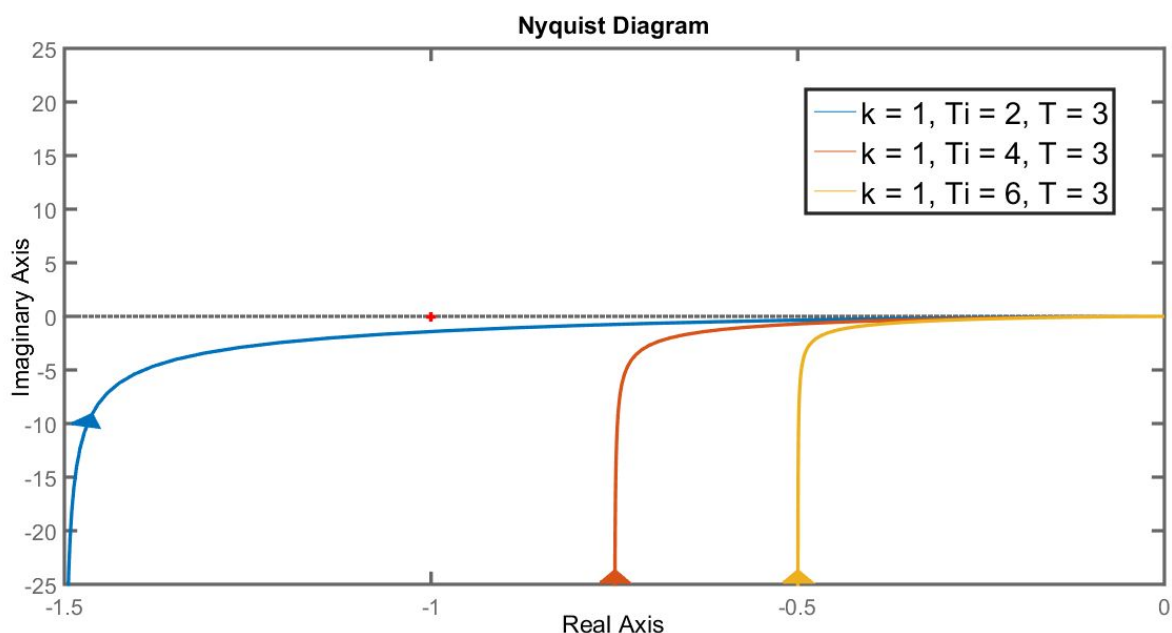


Rys. 15. Charakterystyki Nyquista obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana wzmacnienia



Rys. 16. Charakterystyki Nyquista obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana stałej czasowej

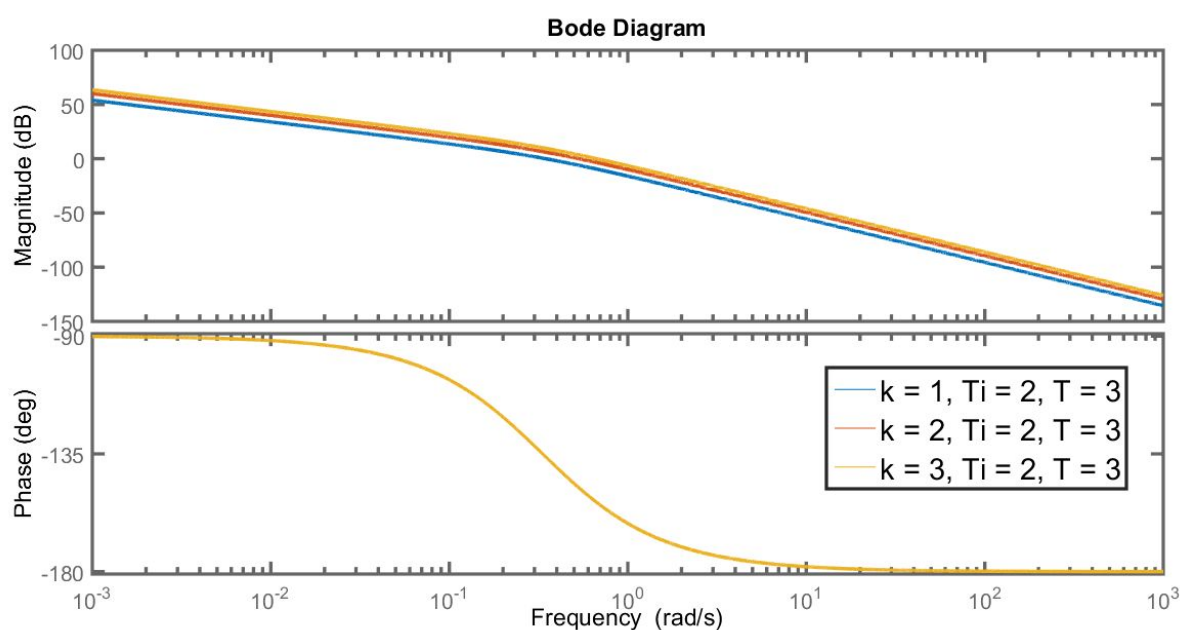
Można zauważyć, że w przypadku obiektu całkującego, zarówno zmiana wzmocnienia, jak i stałej czasowej przesuną charakterystykę nieco w lewo. Nie zmieniają one natomiast punktu końcowego, którym jest (0, 0).



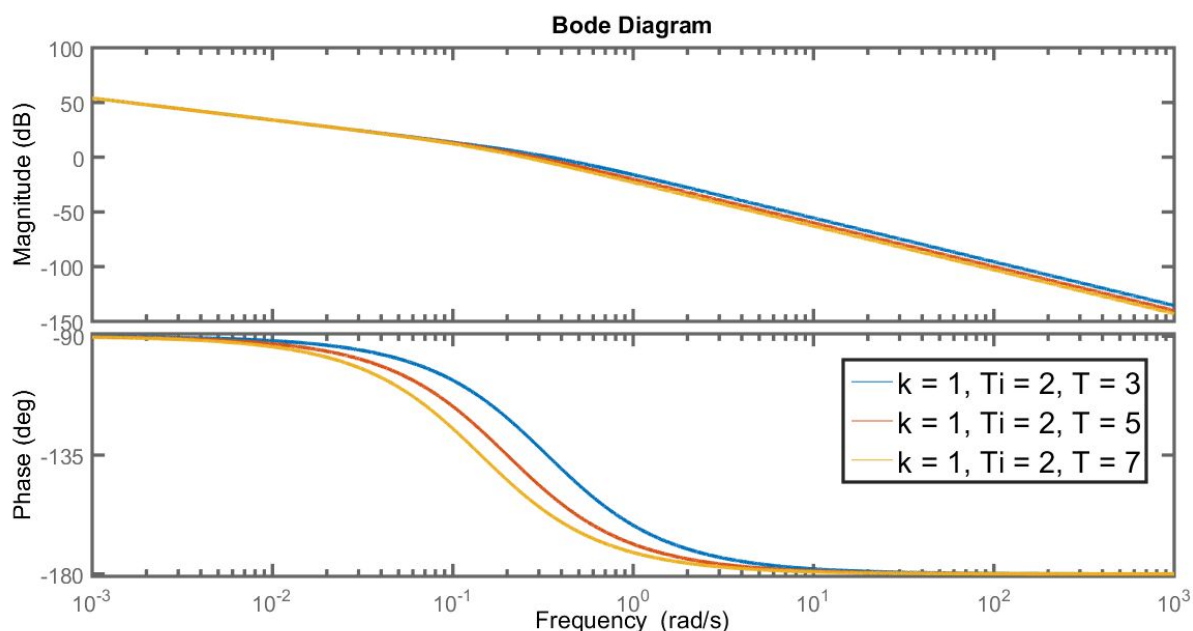
Rys. 17. Charakterystyki Nyquista obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana czasu całkowania

Wzrost czasu całkowania natomiast wyostża charakterystykę, czyni przebieg niemal pionowym znacznie szybciej, niż w przypadku mniejszego czasu całkowania, dla którego początkowy przebieg jest łagodniejszy.

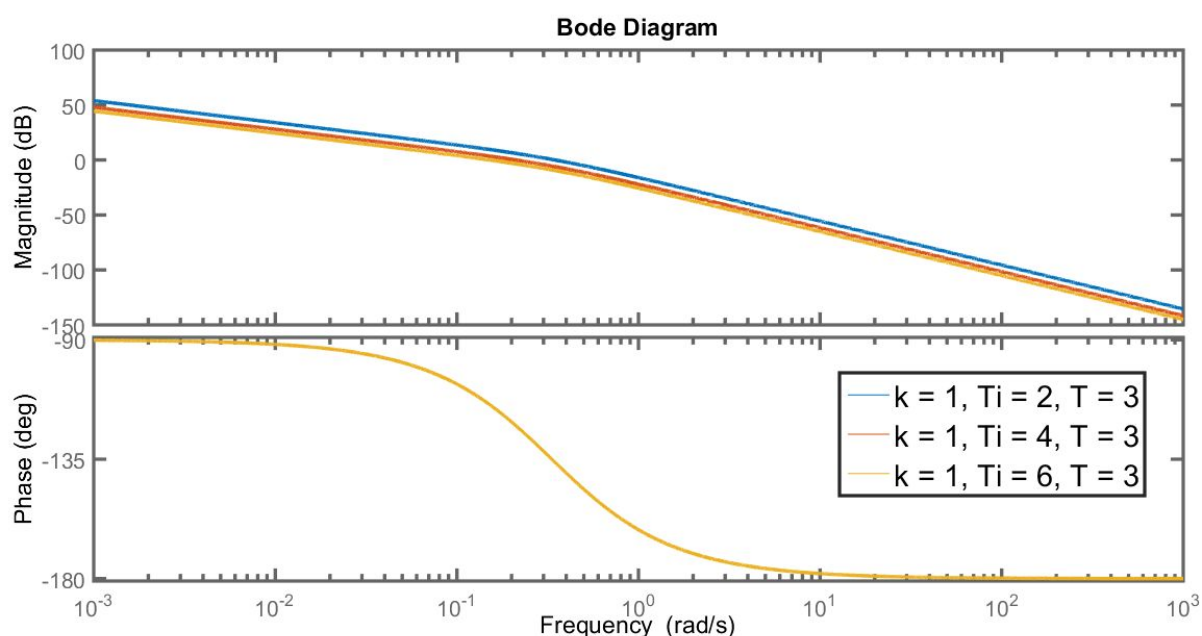
Zarówno stałe czasowe jak i wzmocnienie wpływają na kształt wykresów. Asymptota pionowa, wzdłuż której charakterystyka zbliża się do osi Re przechodzi przez punkt $(k \cdot T / T_i, 0)$.



Rys. 18. Charakterystyki Bodego obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana wzmacnienia



Rys. 19. Charakterystyki Bodego obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana stałej czasowej



Rys. 20 Charakterystyki Bodego obiektu całkującego z in. I rz. - zmiana czasu całkowania

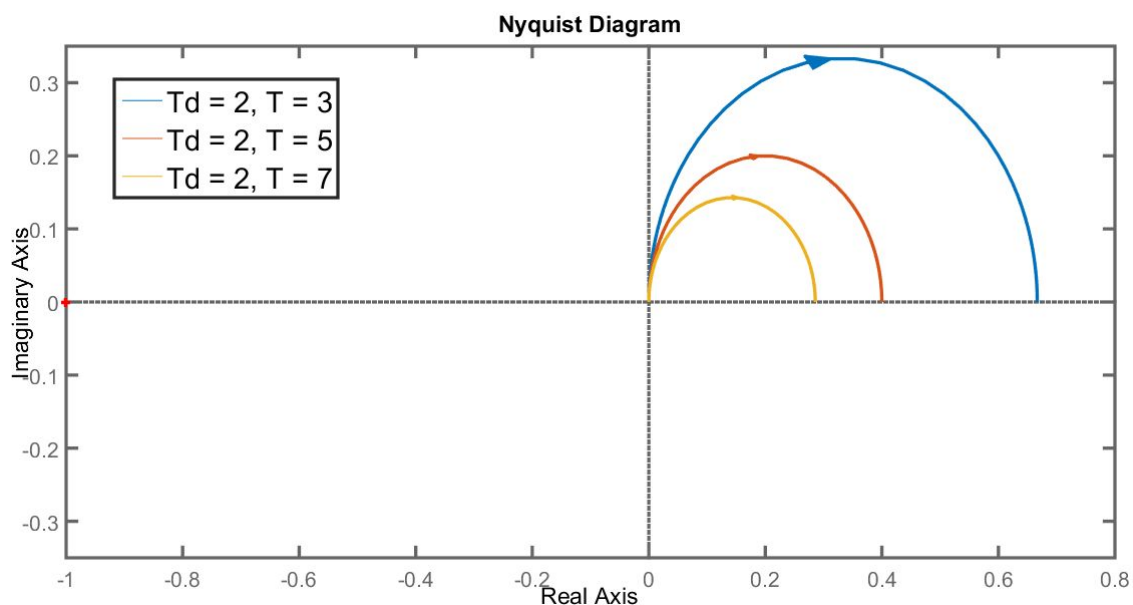
Podobnie jak w przypadku poprzednich obiektów, zmiana wzmacnienia nie ma wpływu na charakterystykę fazową. Nie ma na nią wpływu również zmiana czasu całkowania. Wzrost stałej czasowej, podobnie jak wcześniej, powoduje wcześniejszy spadek fazy, przesuwając punkt przegięcia w lewo na charakterystyce. Wzrost wzmacnienia podnosi nieco charakterystykę modułu, a wzrost czasu całkowania nieco przesuwają ją w dół. Wzrost stałej czasowej z kolei powoduje minimalnie wcześniejsze załamanie wykresu o kolejne -20 dB/dek.

Obiekt różniczkujący rzeczywisty

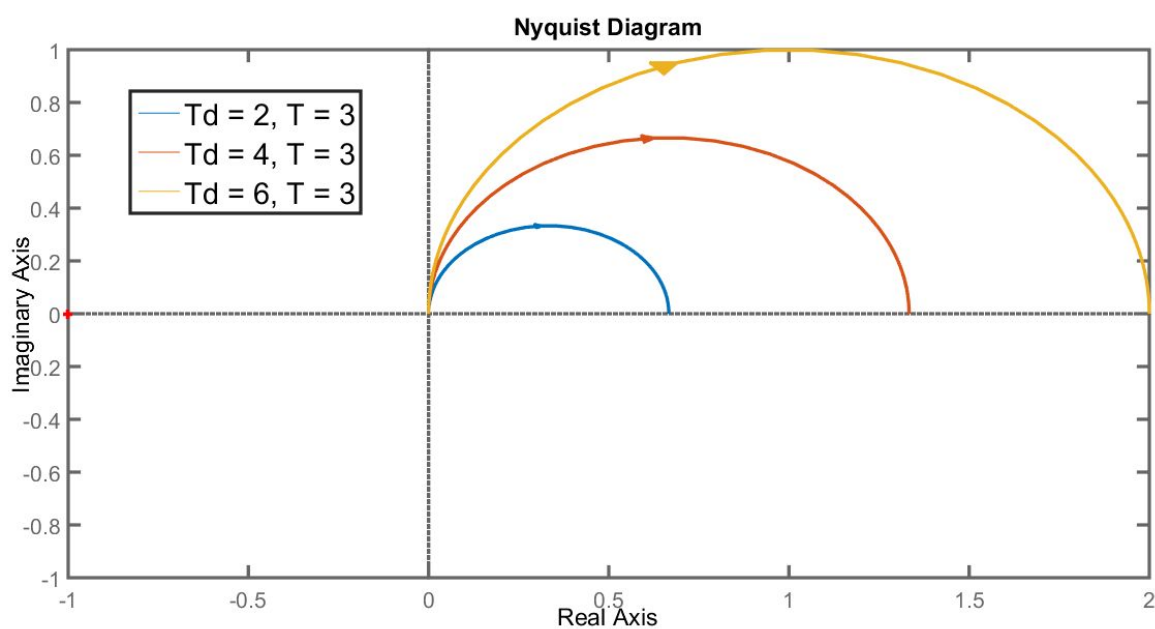
Transmitancje obiektu różniczkującego rzeczywistego wyrażają się wzorami:

$$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1} \quad G(j\omega) = \frac{TT_d\omega^2 + T_d j\omega}{1 + T^2\omega^2}$$

Poniżej zamieściliśmy wygenerowane charakterystyki:



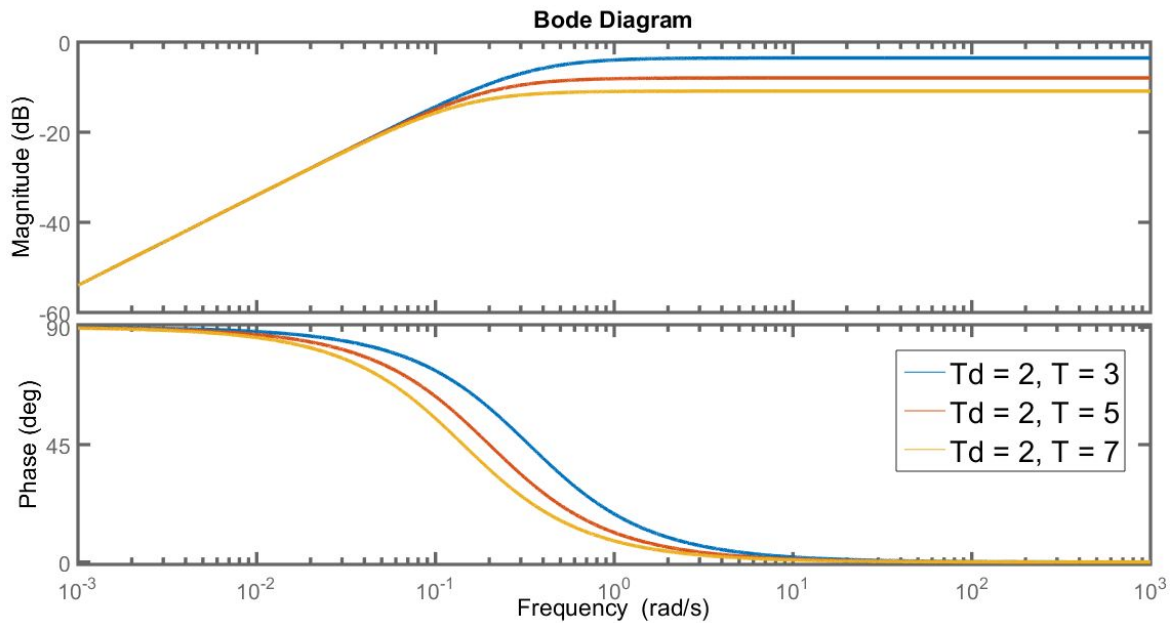
Rys. 21. Charakterystyki Nyquista obiektu różniczkującego rzeczywistego - zmiana stałej czasowej



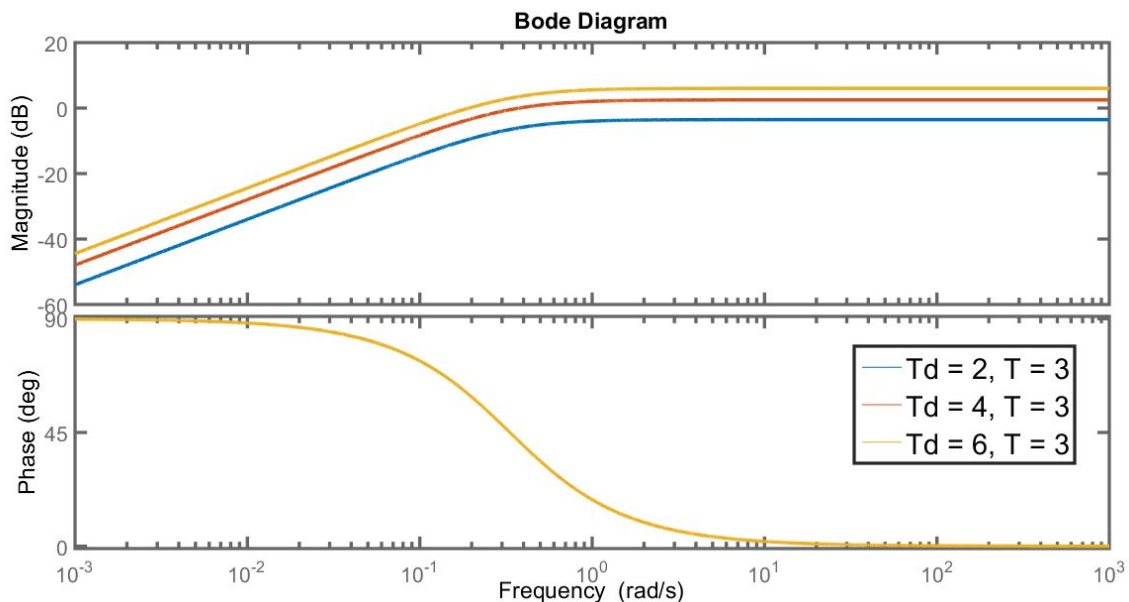
Rys. 22. Charakterystyki Nyquista obiektu różniczkującego rzeczywistego - zmiana czasu różniczkowania

Wzrost stałej czasowej w obiekcie różniczkującym rozciąga jego charakterystykę Nyquista, przesuwa punkt końcowy w prawo, zwiększa maksimum osiągane przez wykres w połowie przebiegu. Wzrost czasu różniczkowania ma podobny wpływ na charakterystykę.

Kończącym punktem charakterystyk jest punkt $(T_d / T, 0)$.



Rys. 23. Charakterystyki Bodego obiektu różniczkującego rzeczywistego - zmiana stałej czasowej



Rys. 24. Charakterystyki Bodego obiektu różniczkującego rzeczywistego - zmiana czasu różniczk.

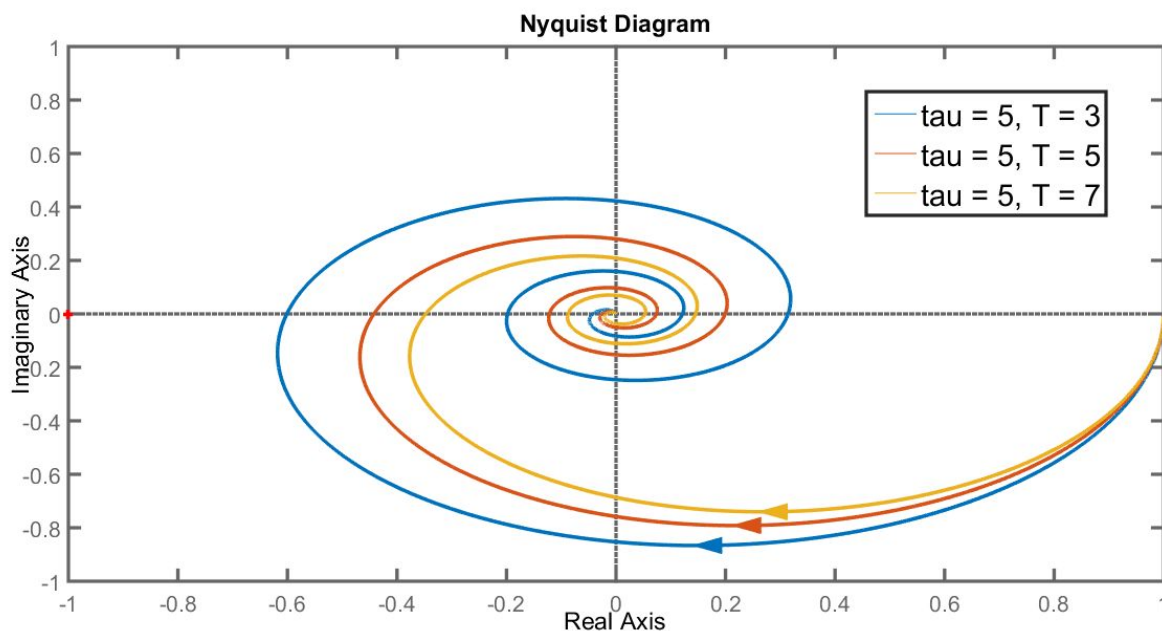
W przypadku charakterystyk Bodego obiektu różniczkującego, wraz ze wzrostem stałej czasowej szybciej ograniczany jest wzrost modułu, zmniejsza się maksymalna osiągana wartość. Wzrost stałej czasowej powoduje również wcześniejszy, szybszy spadek fazy. Zmiana czasu różniczkowania natomiast nie ma wpływu na fazę, podnosi za to wykres modułu równoległe do góry.

Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem

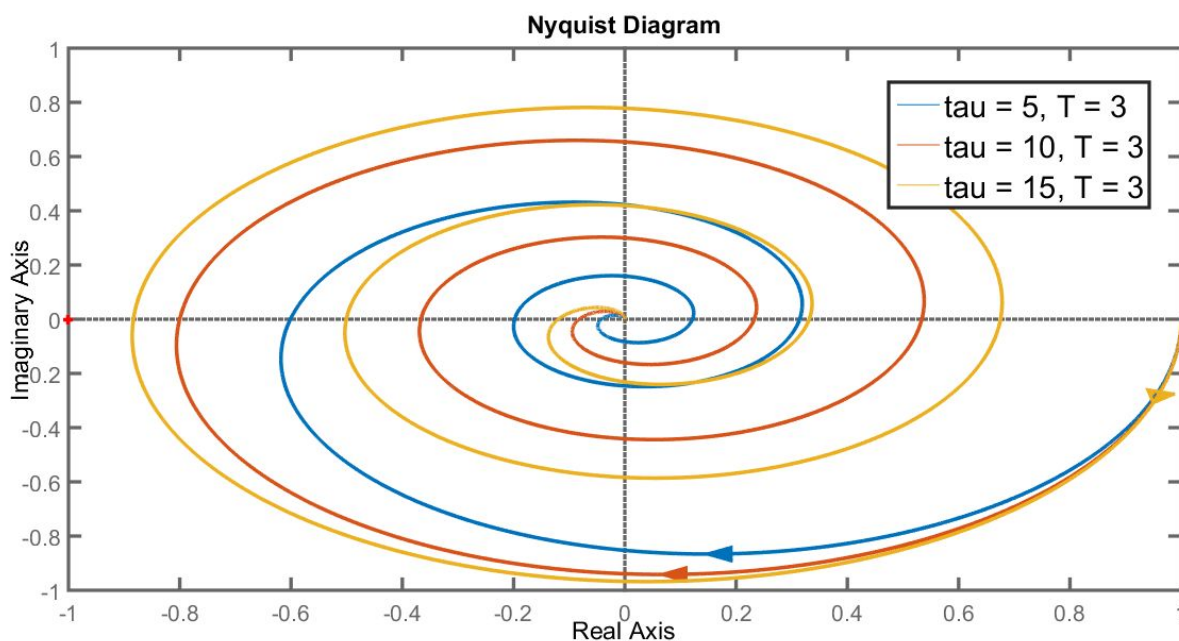
Transmitancja operatorowa i widmowa dla obiektu wyraża się wzorami:

$$G(s) = \frac{e^{-s\tau}}{Ts + 1} \quad G(j\omega) = \frac{e^{-j\omega\tau}}{1 + jT\omega}$$

Wygenerowane charakterystyki zamieściliśmy poniżej:

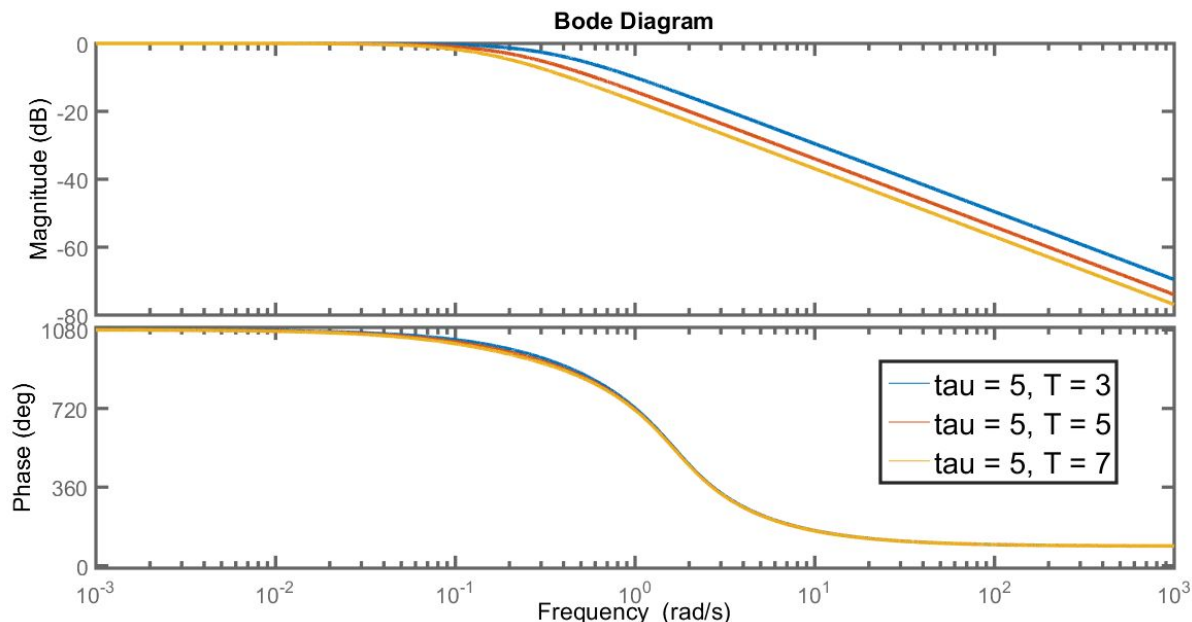


Rys. 25. Charakterystyki Nyquista obiektu in. 1. rz. z opóźnieniem - zmiana stałej czasowej

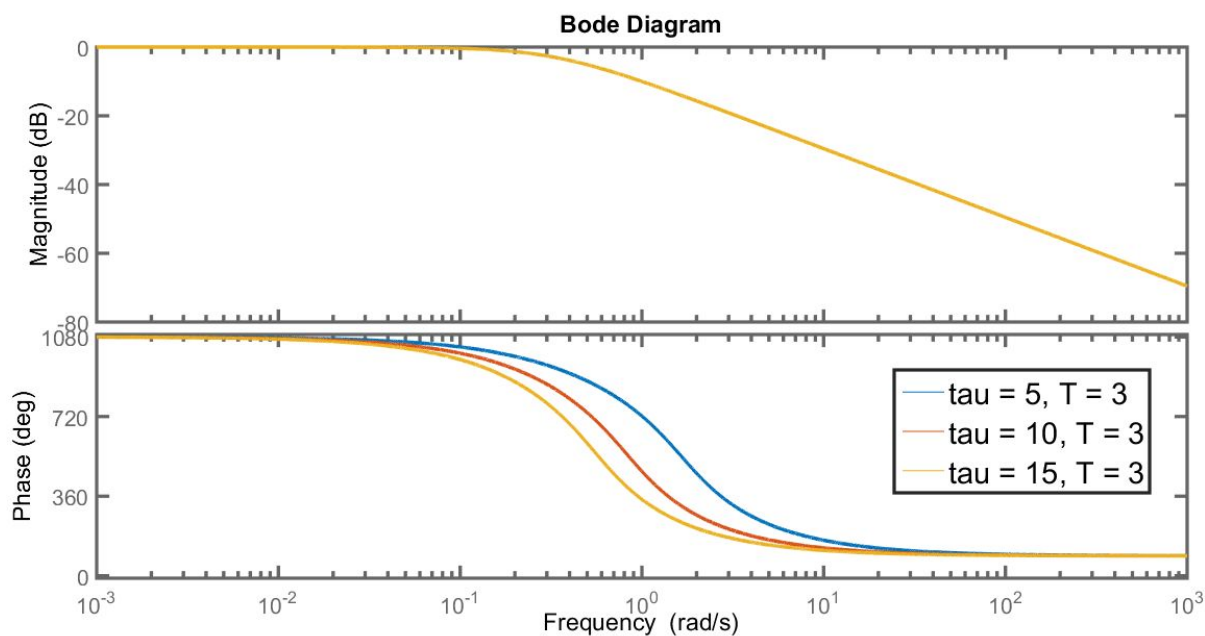


Rys. 26. Charakterystyki Nyquista obiektu in. 1. rz. z opóźnieniem - zmiana opóźnienia

Można zauważyć, że zarówno zmiana stałej czasowej, jak i opóźnienia nie ma wpływu na punkt startowy (który ponownie zależy od wzmocnienia, w naszym przypadku $k = 1$). Wzrost stałej czasowej przyspiesza zanik charakterystyki do 0, zacieśnia spiralę. Wzrost opóźnienia ma odwrotny wpływ na przebieg charakterystyki Nyquista tego obiektu.



Rys. 27. Charakterystyki Bodego obiektu in. 1. rz. z opóźnieniem - zmiana stałej czasowej



Rys. 28. Charakterystyki Bodego obiektu in. 1. rz. z opóźnieniem - zmiana opóźnienia

Wzrost stałej czasowej, podobnie jak w poprzednich przypadkach, powoduje wcześniejszy spadek modułu, nie ma jednak wpływu na fazę lub ma wpływ minimalny. Wzrost opóźnienia z kolei w żaden sposób nie wpływa na przebieg modułu, powoduje jednak wcześniejszy spadek fazy, przesuwa punkt przegięcia w lewo.

Identyfikacja obiektów

Identyfikacja parametrów obiektów na podstawie charakterystyk Nyquista i Bodego jest znacznie bardziej kłopotliwa niż charakterystyk odpowiedzi skokowych i impulsowych. Wszystkie uwagi i wartości, które udało nam się odczytać zamieściliśmy w opisach i spostrzeżeniach pod każdym z wykresów. Informacje o tym, jak rozpoznać dany wykres również się tam znalazły.

Dla charakterystyk amplitudowo - fazowych najprościej wyznaczyć wzmocnienie, jest to punkt, w którym $\omega = 0$, dla większości obiektów ten punkt leży na osi rzeczywistej.

Identyfikując charakterystyki amplitudowo - fazowe możemy kierować się wskazówką, że stopień s w mianowniku transmitancji operatorowej wskazuje, przez ile ćwiartek układu przechodzi charakterystyka.

Logarytmiczna skala charakterystyk modułu i fazy utrudnia odczytanie dokładne parametrów (np. stałej czasowej). Można jednak zauważyć takie własności jak zakres wartości kąta fazy lub zmianę amplitudy, które pozwalają zidentyfikować daną rodzinę charakterystyk. Dzięki charakterystykom Bodego wygodnie za to liczy się transmitancję wypadkową układu złożonego z liniowych członów połączonych szeregowo.

Wnioski

Na zajęciach generowaliśmy charakterystyki Nyquista oraz Bodego dzięki środowisku MATLAB. Zapoznaliśmy się z wykresami, które otrzymaliśmy dla podstawowych obiektów, omawianych na laboratorium. Dowiedzieliśmy się jak zmiana poszczególnych parametrów wpływa na wygląd krzywych. W tym celu wyrysowaliśmy poszczególne rodziny charakterystyk, zmieniając jeden z istotnych parametrów naraz.

Nie udało nam się jednoznacznie wyznaczyć wszystkich parametrów dla każdego z obiektów. Najbardziej jednoznaczne okazało się wyznaczenie wzmocnienia dla charakterystyk amplitudowo - fazowych. Jednak dzięki spostrzeżeniu pewnych własności, dość łatwo można zidentyfikować obiekt, którego charakterystykę wygenerowaliśmy.