wynik: test: /30 pkt	zadanie otwarte: /10 pkt

Zadanie otwarte:

Zad. 1. [10 pkt.] Wyprowadzić wzór na oszacowanie kresu górnego błędu bezwzględnego/względnego wartości funkcji f, gdy dane są kresy górne błędów bezwzględnych dla argumentów.

Zadania testowe:

W poniższych pytaniach jedna lub dwie odpowiedzi są prawidłowe. Za każdą w pełni prawidłową odpowiedź przyznaje się 2 pkt. Za odpowiedź częściowo prawidłową: 1 pkt. Jeżeli zaznaczone są odpowiedzi wykluczające się lub wszystkie odpowiedzi są nieprawidłowe, to nie otrzymuje się punktów.

Zad. 1. Jeżeli liczba $x = 0,44$ jest przybliżana przez $\overline{x} = 0,5$, zaś liczba $y = 1,67$ – przez $\overline{y} = 1,5$, to kres górny błędu bezwzględnego wartości funkcji $f = f(x, y)$ wynosi:

A) $f'_x(0,5,\ 1,5) \cdot 0,06 + f'_y(0,5,\ 1,5) \cdot 0,17$ **B)** $|f'_x(0,5,\ 1,5)| \cdot 0,06 + |f'_y(0,5,\ 1,5)| \cdot 0,17$
C) $f'_x(0,5,\ 1,5) \cdot (-0,06) + f'_y(0,5,\ 1,5) \cdot 0,17$ **D)** $|f'_x(0,5,\ 1,5) \cdot (-0,06) + f'_y(0,5,\ 1,5) \cdot 0,17|$

Zad. 2. Wiadomo, że $x \approx 3, y \approx 2$. Kresy górne błędów argumentów funkcji $f = f(x, y)$ wyznaczone za pomocą metody pomiaru jednakowo dokładnego (gdy $\Delta_f = 0.001$) wynoszą:

A) $\dfrac{0,0005}{|f'_x(3,2)|}, \dfrac{0,0005}{|f'_y(3,2)|}$ **B)** $\dfrac{0,0005}{f'_x(3,2)}, \dfrac{0,0005}{f'_y(3,2)}$
C) $\dfrac{0,003}{3|f'_x(3,2)| + 2|f'_y(3,2)|}, \dfrac{0,002}{3|f'_x(3,2)| + 2|f'_y(3,2)|}$ **D)** $\dfrac{0,003}{|3f'_x(3,2) + 2f'_y(3,2)|}, \dfrac{0,002}{|3f'_x(3,2) + 2f'_y(3,2)|}$

Zad. 3. Które z poniższych warunków występują w założeniach twierdzenia o stosowalności metody Banachiewicza dla układu równań o macierzy A:

A) wszystkie minory główna kątowe macierzy A są różne od zera **B)** metodę można stosować zawsze
C) przynajmniej jeden minor kątowy główny macierzy A jest różny od zera **D)** $A = A^T$, tzn. macierz A jest symetryczna

Zad. 4. Podstawą metody Cholesky'ego jest:

A) sprowadzenie macierzy głównej układu do postaci trójkątnej.
B) skonstruowanie ciągu rozwiązań zbieżnego do rozwiązania dokładnego.
C) zapisanie macierzy głównej układu w postaci iloczynu macierzy górnie i dolnie trójkątnych (w tej kolejności), gdzie $\forall i : u_{ii} = 1$.
D) zapisanie macierzy głównej układu w postaci iloczynu macierzy dolnie i górnie trójkątnych (w tej kolejności), gdzie $\forall i : u_{ii} = 1$.

Zad. 5. Układ równań $(P - I)w = 0$, gdzie P jest uproszczoną macierzą Googla:

A) nie ma rozwiązań **B)** ma dokładnie jedno rozwiązanie
C) ma nieskończenie wiele rozwiązań **D)** ma wektor rozwiązania o współrzędnych dodatnich

Zad. 6. Asia i Wojtek opracowali programy sporządzające ranking stron na podstawie algorytmu Google Page Rank. Asia w swoim kodzie zapisała, że za ostatnią wagę algorytm wstawia $w_n = 2$, a u Wojtka w tym samym miejscu zażądano podstawienia $w_n = 1$. Jaka jest konsekwencja tych różnic dla wyniku algorytmu?

A) Istotna, dostajemy różne rankingi.
B) Żadna. Rozwiązaniem w obu przypadkach są takie same wagi stron.
C) Żadna, bo chociaż oba podejścia dają różne rozwiązania układu, to uporządkowanie wag jest takie samo w obu przypadkach.
D) Żadna, bo wagi w programie Asią podwojonymi wagami z programu Wojtka i w efekcie ranking jest taki sam.

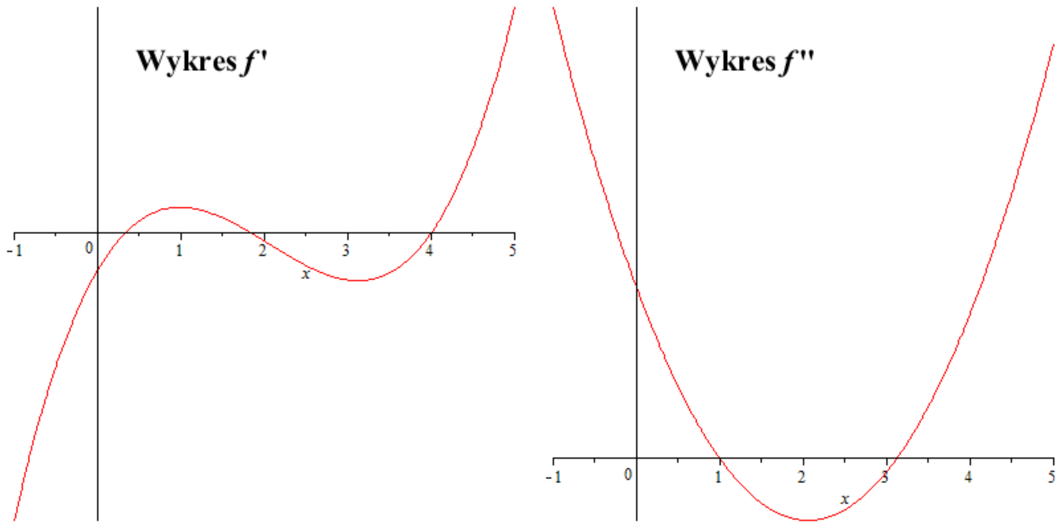
Zad. 7. Norma macierzy $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ wynosi:

A) $\|A\|_\infty = 3$ **B)** $\|A\|_\infty = 8$ **C)** $\|A\|_1 = 10$ **D)** $\|A\|_1 = 5$

Zad. 8. Z porównania metod dokładnych z metodami iteracyjnymi wnioskujemy, że:
- **A)** w metodzie iteracyjnej po skończonej liczbie iteracji otrzymujemy dokładne rozwiązanie
- **B)** rozwiązanie otrzymane za pomocą metody dokładnej jest zawsze rozwiązaniem dokładnym, a metoda iteracyjna generuje tylko przybliżone rozwiązanie
- **C)** obie metody dają takie same wyniki
- **D)** w metodzie iteracyjnej tworzy się ciąg zbieżny do rozwiązania dokładnego, a w metodzie dokładnej otrzymane rozwiązanie może być przybliżone ze względu na błędy obliczeń

Zad. 9. Kryterium stopu w metodzie siecznych można zadać poprzez żądanie:
- **A)** odpowiednio małych (bliskich zeru) wartości funkcji $f(x_n)$
- **B)** odpowiednio bliskich sobie kolejnych przybliżeń x_n, x_{n+1}
- **C)** odpowiednio małych (bliskich zeru) wartości pochodnej $f'(x_n)$
- **D)** istnienia oszacowania pochodnej $f'(x_n)$ na przedziale $[a, b]$

Zad. 10. Globalnie zbieżne są metody:
A) bisekcji **B)** siecznych **C)** stycznych **D)** żadna z powyższych



Rysunek 1: Wykresy do pytania 11.

Zad. 11. O funkcji f wiadomo, że $f(-1) = 50, f(3.5) = -4$. Wykresy pochodnych funkcji f są przedstawione na wykresie powyżej. Zaznacz zdania prawdziwe:
- **A)** Funkcja f posiada dokładnie jeden pierwiastek w przedziale $[-1, 3.5]$, bo $f'(-1) < 0$ oraz $f'(3.5) < 0$.
- **B)** Punktem startowym w metodzie siecznych będzie $x_0 = 3.5$.
- **C)** Funkcja f posiada trzy pierwiastki dodatnie.
- **D)** Funkcja f może mieć więcej niż jeden pierwiastek w przedziale $[-1, 3.5]$.

Zad. 12. Zaznacz zdania prawdziwe:
- **A)** interpolacja Newtona jest wygodniejsza przy rozszerzaniu zbioru węzłów
- **B)** interpolacja Lagrange'a jest wygodniejsza przy rozszerzaniu zbioru węzłów
- **C)** wielomiany otrzymane z interpolacji Lagrange'a i interpolacji Newtona są identyczne
- **D)** interpolację Hermite'a można stosować tylko jeśli we wszystkich węzłach znane są wartości funkcji i wartości pochodnej

Zad. 13. Do zbioru danych postaci $(x_i, f(x_i), f'(x_i))$ dla $i = 0, 1, \ldots, n-1$ zastosowano metodę interpolacyjną.
- **A)** Wielomian interpolacyjny otrzymano metodą Hermite'a.
- **B)** Otrzymany wielomian jest stopnia co najwyżej $n - 1$.
- **C)** Otrzymany wielomian jest stopnia co najwyżej $2n - 1$.

D) Otrzymany wielomian jest stopnia $2n$.

Zad. 14. Całkę $\int_2^4 (2^x - 3x^2)dx$ oszacowano metodą parabol dla $n = 4$. Prawdą jest, że:

A) odległość między węzłami wynosi $\frac{1}{4}$

B) błąd obliczeń jest szacowany jako $\frac{1}{90} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot 2^4 \cdot (\ln 2)^4$

C) odległość między węzłami wynosi $\frac{1}{2}$

D) błąd obliczeń jest szacowany jako $\frac{1}{40} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^4 \cdot (\ln 2)^4$

Zad. 15. Zaznacz zdania prawdziwe:

A) metoda Simpsona jest dokładna dla wielomianów stopnia drugiego

B) metoda $\frac{3}{8}$ Newtona może nie być dokładna dla wielomianów stopnia trzeciego

C) odległość węzłów całkowania w metodzie $\frac{3}{8}$ Newtona dla $n = 3$ wynosi $h = \frac{b-a}{6}$

D) w metodzie $\frac{3}{8}$ Newtona wykres funkcji przybliżamy wykresem wielomianu stopnia trzeciego