Egzamin jest zdany, gdy wynik wyniesie min. 50%. W przypadku zaliczania ćwiczeń, wynik zaliczenia też musi wynieść min. 50%.

Czas pisania egzaminu (w przedstawionej postaci): 60 min

Czas pisania egzaminu (z zaliczeniem ćwiczeń, II termin): 60 min + 60 min

IMIĘ i NAZWISKO:

wynik: zad. zamknięte: /30p | zad. otwarte: /10p

Zadania zamknięte

W poniższych pytaniach jedna lub dwie odpowiedzi są prawidłowe.
Za każdą w pełni prawidłową przyznaje się 2pkt. Za odpowiedź częściowo prawidłową: 1pkt. Jeżeli zaznaczone są odpowiedzi wykluczające się lub wszystkie, nie otrzymuje się punktów.

W tej części będzie 15 pytań zamkniętych. Poniżej kilka przykładowych.

1. Liczba 2.048791 jest przybliżana przez 2.0488.
   a) Błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi $-8 \cdot 10^{-5}$.
   b) Kres górny błędu względnego to $\dfrac{2.048791}{8 \cdot 10^{-5}}$.
   c) Kres górny błędu względnego to $4 \cdot 10^{-5}$.
   d) Błąd względny tego przybliżenia to $\dfrac{8 \cdot 10^{-5}}{2.0488}$.

2. W celu rozwiązania układu równań $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$ zastosowano metodę iteracji prostej.
   Zaznacz zdania prawdziwe:
   a) Otrzymany ciąg rozwiązań będzie zbieżny do rozwiązania dokładnego.
   b) Otrzymany ciąg rozwiązań nie będzie zbieżny do rozwiązania dokładnego.
   c) Nie ma pewności, czy otrzymany ciąg rozwiązań będzie zbieżny do rozwiązania dokładnego.
   d) Dziesiąte przybliżenie będzie rozwiązaniem dokładnym podanego układu.

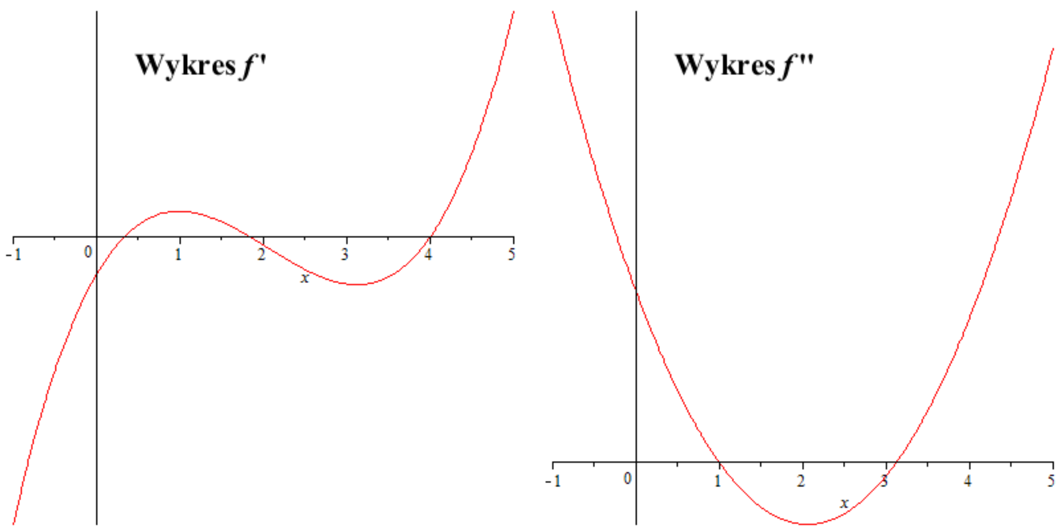

Figure 1: Wykresy do pytań nr ...

3. O funkcji f wiadomo, że $f(-1) = 50, f(3.5) = -4$. Wykresy pochodnych funkcji f są przedstawione na rysunku powyżej. Zaznacz zdania prawdziwe:

   a) Funkcja f posiada dokładnie jeden pierwiastek w przedziale $[-1, 3.5]$, bo $f'(-1) < 0$ oraz $f'(3.5) < 0$.

   b) Punktem startowym w metodzie siecznych będzie $x_0 = 3.5$.

   c) Funkcja f posiada trzy pierwiastki dodatnie.

   d) Funkcja f może mieć więcej niż jeden pierwiastek w przedziale $[-1, 3.5]$.

Zadanie otwarte

1) Omówić dwie metody lokalizacji wartości własnych.

METODY NUMERYCZNE – zagadnienia otwarte na egzamin – 2016/17

Spośród poniższych pytań zostanie wybrane pytanie do części otwartej egzaminu pisemnego. Proszę je dobrze przemyśleć. Będzie to pomocne również w przygotowaniu się do części zamkniętej egzaminu. Odpowiedzi były de facto podane w trakcie wykładu.

W razie pytań i wątpliwości zapraszam na konsultacje. Oczekuję jednak, że przyjdą Państwo z pytaniem *Czy dobrze myślę? Czy będzie tak i tak?* zamiast *Ja kompletnie nie wiem, o co tu chodzi. Proszę mi powiedzieć jaka jest odpowiedź.*.

1. Wyprowadzić wzór na oszacowanie kresu górnego błędu bezwzględnego/względnego wartości funkcji f, gdy dane są kresy górne błedów bezwzględnych dla argumentów.
2. Wyprowadzić wzór na oszacowanie kresów górnych błędów bezwzględnych dla argumentów funkcji f w metodzie pomiaru jednakowo dokładnego, gdy dany jest kres górny błędu bezwzględnego dla wartości funkcji.
3. Wyprowadzić wzór na oszacowanie kresów górnych błędów bezwzględnych dla argumentów funkcji f w metodzie równych kresów górnych, gdy dany jest kres górny błędu bezwzględnego dla wartości funkcji.
4. Wyprowadzić wzór na oszacowanie kresów górnych błędów bezwzględnych dla argumentów funkcji f w metodzie równego wpływu, gdy dany jest kres górny błędu bezwzględnego dla wartości funkcji.
5. Podać schemat metody Gaussa/Gaussa-Jordana dla układu cramerowskiego 2×2. Jakie założenia przyjmujemy nt. współczynników tego układu?
6. Dlaczego układ równań generowany w metodzie Google Page Rank zawsze posiada nieskończenie wiele rozwiązań? Z czego wynika fakt, że wszystkie wyznaczone rozwiązania w_i są jednakowych znaków?
7. Omówić dwie metody lokalizacji wartości własnych.
8. Przy standardowych oznaczeniach i założeniu zbieżności metody wyprowadzić wzór na minimalną liczbę iteracji w metodzie iteracji prostej/Seidela.
9. Omówić dwie metody lokalizacji pierwiastków. Jak uzasadnia się jedyność pierwiastka w wyznaczonym przedziale? Podać dwa graficzne przykłady (pozytywny i negatywny) na warunek wystarczający dla jedyności pierwiastka.
10. Wyznaczyć minimalną liczbę iteracji w metodzie bisekcji. Od czego ta wielkość zależy?
11. Czy założenia stałej wypukłości funkcji f są konieczne dla zbieżności metod siecznych i stycznych? Podać przykład graficzny, że nie jest ona konieczna. Uzasadnić, dlaczego się wprowadza to założenie.
12. Omówić kryteria stopu w metodach stycznych i siecznych. Od jakich wielkości one zależą?
13. Porównać wady i zalety metod iteracyjnych dla równań nieliniowych.
14. Podać przykład sytuacji, w których jedna z metod interpolacyjnych jest wygodniejsza w zastosowaniach. Dla przykładowego zbioru danych dwóch i trzech węzłów wyznaczyć postaci kanoniczne tych wielomianów.
15. Omówić dwie metody całkowania numerycznego. Dla jakich klas funkcji są one metodami dokładnymi?
16. Wyprowadzić wzór na minimalną liczbę podprzedziałów, na jaką trzeba podzielić przedział całkowania aby uzyskać zadaną dokładność ε w metodzie a) trapezów, b) parabol, c) 3/8 Newtona.