兰州大学萃英学院考试试卷

（2023——2024学年第一学期）

总分
68

萃英学 院 数学 专业 22 年级 概率论 课程

考生姓名 王一鑫 校园卡号 320220939581 主考老师 阅卷人签名

题号	一	二	三	四	五	总分
分数	15	13	0	15	15	10
阅卷教师						

（装订线内不要答题）

二、~~证明~~ 解 设两球不同色为事件A，两球为一红一蓝为事件B．

$$P(AB)=P(B)=\frac{C_8^1C_7^1}{C_{20}^2}=\frac{28}{95}$$

$$P(A)=\frac{\#(\Omega A)}{\#(\Omega)}=\frac{C_8^1C_7^1+C_8^1C_5^1+C_7^1C_5^1}{C_{20}^2}=\frac{131}{380}$$

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{28}{95}}{\frac{131}{380}}=\frac{112}{131}.$$

四、解：设应装 100+k 只．废品螺丝钉的个数服从二项分布 $b(100+k,0.015)$．

$(100+k)(0.015)\approx 1.5$，$b_i\to\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$，其中 $\lambda=1.5$．

$\sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda^i}{(i)!}e^{-\lambda}\leq 0.2$． 即 $\sum_{i=0}^{k}\frac{(1.5)^i}{(i)!}e^{-1.5}\geq 0.8$．

一、证明：由A、B相互独立．AC相互独立．

$P(AB)=P(A)P(B)$ $P(AC)=P(A)P(C)$．

$A(B\cup C)=AB\cup AC$ $P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(BC)$．

$P(A(B\cup C))=P(AB\cup AC)=P(AB)+P(AC)-P(ABC)$．

要使 A与 $B\cup C$ 独立．有 $P(A(B\cup C))=P(A)P(B\cup C)$．即

$P(A)[P(B)+P(C)-P(BC)]=P(AB)+P(AC)-P(ABC)$．即A与BC独立 ~~这是不能保证的~~ 这是不能保证的．

~~五、解：1) 由ξ,η相互独立．~~

~~六、五、解：1) 由ξ,η相互独立．~~

~~六、1) $(\xi_1,\xi_2)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$．提~~ 解

~~分布函数为~~

五、解：1) 由ξ,η相互独立．

$P\{\xi=-1,\eta=-1\}=P\{\xi=-1\}\cdot P\{\eta=-1\}$．

$P\{\xi=0,\eta=0\}=P\{\xi=0\}\cdot P\{\eta=0\}$．

$P\{\xi=1,\eta=1\}=P\{\xi=1\}\cdot P\{\eta=1\}$

即
$$\begin{cases}(a+0.1)(a+0.2)=a\\(b+0.2)^2=b\\(c+0.2)(c+0.3)=c\\a+b+c=0.4.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{7-\sqrt{41}}{20}.\\b=\frac{3-\sqrt{5}}{10}.\\c=0.2.\end{cases}$$

ξ,η的边际分布率为

ξ	-1	0	1
P	a+0.1	b+0.2	c+0.3

η	-1	0	1
P	a+0.2	b+0.2	c+0.2

ξ+η的分布律为

ξ+η	-2	-1	0	1	2
	a	0.1	b+0.2	0.3	c．

六、解 $F(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\exp\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}-2\rho\frac{(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}]\}$

$$F(x)=\frac{p(\xi_1,\xi_2)}{p(\xi_1)}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}\cdot e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}-\rho\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}]^2}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}-\rho\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}]^2}.$$