

online algorithm introduction

-PROMISE-

Thursday 31st March, 2022

1 乘客分配问题

- 题目:

给定 m 辆车和他们的路线, n 个乘客, 其中第 j 辆车的容量是 k_j , 算法要求决定乘客上那辆车使得可接受的乘客数量最多。

- 解答:

-贪心算法 Most Remaining Seats First (MRSF)

每遇到一个乘客, 在可以达到它目的地的车辆里选择剩余容量最大得, 如果容量小于等于 0, 拒绝该乘客, 否则接受该乘客

Algorithm 1 Most Remaining Seats First (MRSF)

Input: $m, (S_1, \dots, S_m), (k_1, \dots, k_m)$.

Output: The passenger set in each bus B_1, \dots, B_m .

```
1: for  $j \leftarrow 1$  to  $m$  do
2:    $B_j \leftarrow \emptyset$ 
3:    $R_j \leftarrow k_j$ 
4: while a new passenger  $(i, d_i)$  arrives do
5:    $j^* \leftarrow \arg \max_{j: d_i \in S_j} R_j$ 
6:   if  $R_{j^*} \leq 0$  then
7:     reject the passenger  $(i, d_i)$ 
8:   else
9:      $B_{j^*} \leftarrow B_{j^*} \cup \{i\}; R_{j^*} \leftarrow R_{j^*} - 1$ 
10: return  $B_1, \dots, B_m$ 
```

-对偶算法 Improved Primal-Dual (IPD)

取一个对偶因子作为标准计算, 每个对偶因子都有对应的车

2 竞争比 Competitive Ratio

• $OPT(\mathcal{I})$ 为实例 \mathcal{I} 可行解的最优代价，在在线算法中，这个实例说分部分交给算法的。

Minimum: 当在线算法 \mathcal{A} 的代价对于问题 \mathcal{I} 的所有实例，都不大于 $cOPT(\mathcal{I}) + \alpha$

Maximum: 对于在线算法 \mathcal{A} ，对于 \mathcal{I} 的所有实例，他的算法代价至少是 $\frac{OPT(\mathcal{I})}{c} - a$

$c \geq 1$ 且 α 独立于请求序列，此时我们称满足上面条件的算法 (\mathcal{A}) 是 c -competitive，当 $a=0$ 时，是 strictly c -competitive。