

第14章 有序分类变量的统计推断

--非参数检验

- 参数检验往往是在已知总体分布形态时,通过均数 比较回答单个总体的参数是否与已知的数值有显著 差异、两个总体的参数是否有显著差异的问题。
- 如果不知道样本来自的总体的分布,或虽然知道分布但非正态分布、或数据是分类数据,等等,在这些情况下,如何判断单个总体是否服从某种分布、两个总体的分布是否相同呢?

学习目标

- 能用SPSS检验两个配对样本来自的总体的分布是否有显著差异
- 能用SPSS检验两个独立样本来自的总体的分布是否有显著差异
- 能用SPSS检验多个独立样本来自的总体的分布是否有显著差异
- 能用SPSS检验多个配对样本来自的总体的分布是否有显著差异
- 掌握秩变换分析方法

主要内容

- 14.1 非参数检验概述
- 14.2 两个配对样本的非参数检验
- 14.3 两个独立样本的非参数检验
- 14.4 多个独立样本的非参数检验
- 14.5 多个相关样本的非参数检验
- 14.6 秩变换分析方法



14.1 非参数检验概述

非参数检验方法的使用场景

- (1) 不知道样本来自的总体的分布;
- (2) 或虽然知道分布但非正态分布;
- (3) 或数据是分类数据.

非参数检验方法的优势和劣势

优势:

- (1) 稳健性。对总体分布的约束条件放宽。
- (2) 对数据的测量尺度没有要求。
- (3) 适用于小样本、无分布样本、数据污染样本、混杂样本等。

劣势:

- (1) 检验效能低。
- (2) 缺少多变量建模方法。

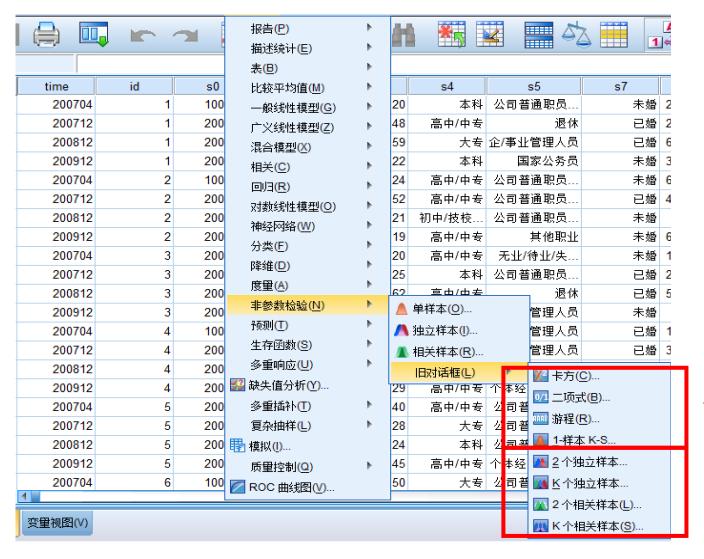
非参数检验预备知识

- 数据分布类型的把握
 - 数据的初步描述: 相关指标和图形
 - 图像的巨大作用
 - 图像总比单个的数据提供了更多的信息
 - 可以对整个数据的分布有全面的了解
 - 直方图
 - 直观描述,并且和正态曲线比较
 - P-P图和Q-Q图
 - 专业的分布描述和检验工具
 - 囊括10多个分布

非参数检验预备知识

- 顺序统计量: 非参数检验的理论基础
 - 通过对数据从小到大排序(即排队),并由数据的大小排序号(排队号)代替原始数据进行统计分析。
- 秩(Rank): 排序号(排队号)在统计学上称为秩。
- 结(ties): 值相等的若干个数据同秩,形成一个结,这些数据的秩默认为它们按大小顺序排列后所处位置的平均值。

非参数检验的分类



分布类型检验

分布位置检验

非参数检验的分类

• 分布类型检验

- 一检验某样本来自的总体是否服从某个分布,也称为拟 合优度检验。
- 分类变量
 - 卡方检验
 - 二项式检验
- 连续变量
 - 单样本K-S检验(柯尔莫哥-斯米诺夫检验)
 - 检验:正态分布、均匀分布、指数分布、泊松分布

非参数检验的分类

- 分布位置检验
 - 检验几个总体的分布是否相同
 - 两个配对样本的比较
 - 两个独立样本的比较
 - 多个配对样本的比较
 - 多个独立样本的比较



14.2 两个配对样本的非参数检验

方法原理

- · 基本原理: 检验配对数据的差值总体的中心位置是否为 0。若中心位置为 0,说明两组数据无显著差异。
- H_0 : 差值的总体中位数 $M_d = 0$
- H_1 : 差值的总体中位数 $M_d \neq 0$

Wilcoxon——符号秩检验

- 配对样本 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n)
- $d_i = x_i y_i$
- 对 $|d_i|$ 由低到高排秩
- W+表示 | d_i > 0 | 的秩和, W-表示 | d_i < 0 | 的秩和, W = min (W+, W-)
- 当 H_0 真时,若n > 50,

$$W \sim N(\frac{n(n+1)}{4}, \frac{n(n+1)(2n+1)}{24})$$

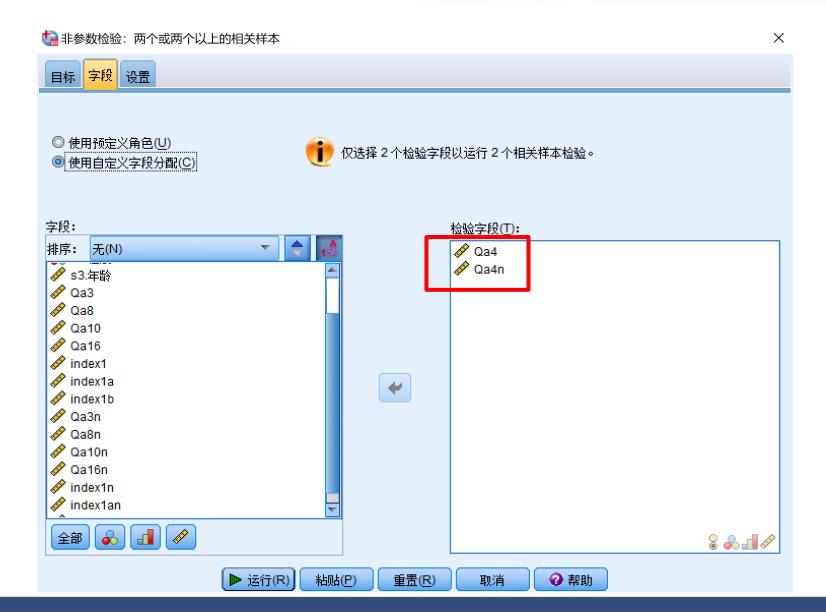
• 故当 H_0 ($M_d = 0$) 真时,W 应在 $\frac{n(n+1)}{4}$ 附近震荡,若远离,则拒绝 H_0 。

- 数据文件: CCSS_pair.sav
- · 要求:对200704和200712的A4指标进行检验,看 是否有显著差异,同理对A8、A10也做相同的检验。
- 分析
 - A4是有序分类变量,且两个时间点的数据是配对数据, 因此属于两个配对样本的非参数检验,采用W符号秩检 验方法。

• 实现过程

- "分析"→"非参数检验"→"相关样本"
- "目标"选项卡默认
- "字段"选项卡,将"Qa4"和"Qa4n"同时选入右方"检验字段"框
- "设置"选项卡,勾选"Wilcoxon匹配对符号等级(二样本)"



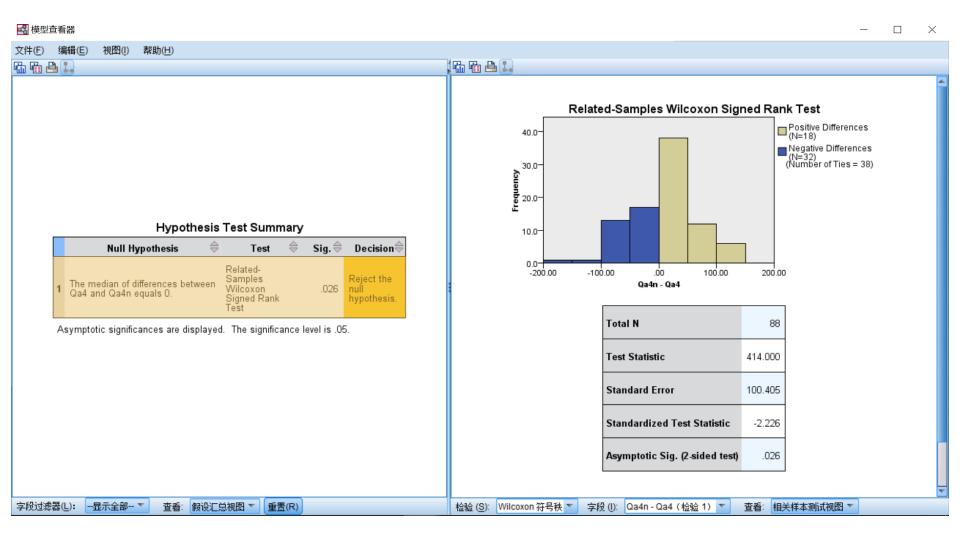


! 非参数检验:两个或两个以上的相关样本 X 目标 字段 设置 选择项目(S): ◎ 根据数据自动选择检验(U) 选择检验(S) 自定义检验(C) 检验选项 -检验二分类数据中的更改-比较中位数差和假设中位数差 用户缺失值 8 & 1 ■ McNemar 粉驗(二样本) 符号检验(二样本)(G) 定义成功值(E)... ▼ Wilcoxon 匹配对符号等级(二样本) 估计署信区间 Cochran Q (k样本) Hodges-Lehmann (二样本) 定义成功值(D)... 量化相关性 多重比较(M): 所有成对比较 Kendall 协同系数(k样本)(K) 多重比较(O): 所有成对比较 比较分布 检验多项数据中的更改 Friedman 二因子等级变异数分析(k样本)(V) ■ 边际同质性检验(二样本)(I) 多重比较(工): 所有成对比较 取消 ❷ 帮助 ▶ 运行(R) 粘贴(P) 重置(R)

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision	
1	The median of differences between Qa4 and Qa4n equals 0.	Related- Samples Wilcoxon Signed Rank Test	.026	Reject the null hypothesis.	

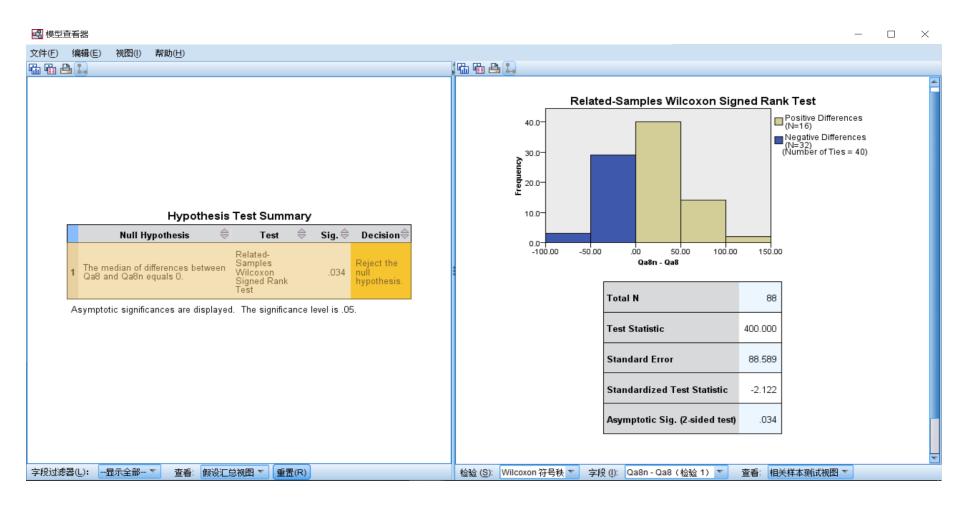
Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.



Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between Qa8 and Qa8n equals 0.	Related- Samples Wilcoxon Signed Rank Test	.034	Reject the null hypothesis.

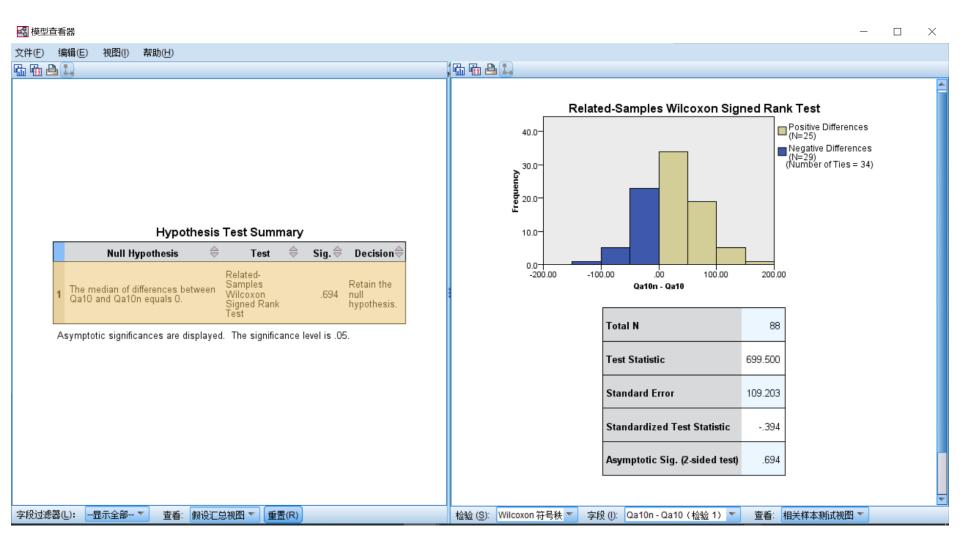
Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.



Hypothesis Test Summary

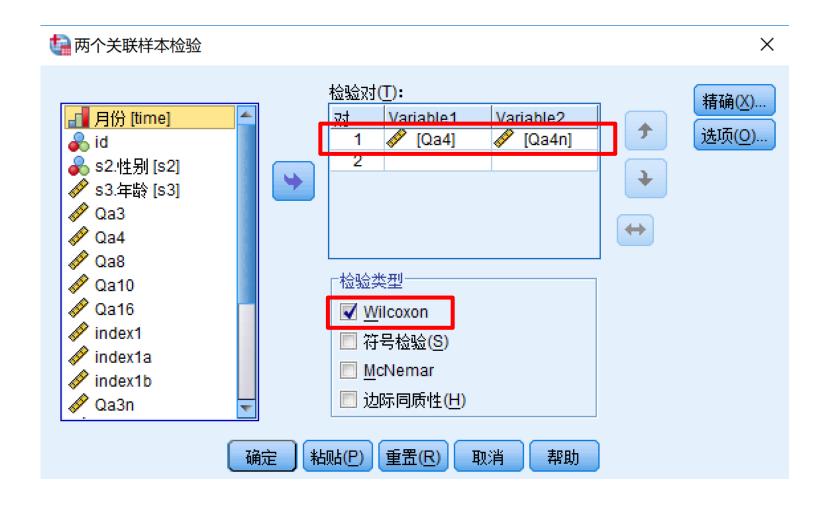
	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between Qa10 and Qa10n equals 0.	Related- Samples Wilcoxon Signed Rank Test	.694	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.



使用老对话框检验

100	~		扱声(ビ) 描述统计(E) 表(B)	,		* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *		# 4		1 ╣
,	id	s2	比较平均值(<u>M</u>)			Qa4	Qa	18	Qa10	(
4	22		一般线性模型(G)		00	100		100	100	
4	40		产义线性模型(Z)		50	150		150	150	
4	45		混合模型(X)		00	50		50	100	
4	69		相关(C)		50	200		150	50	
4	98		回归(R)		00	200		150	150	
4	104		对数线性模型(O)		00	200		100	100	
4	138		神经网络(W)		00	150		100	100	
4	152		1神経(Mán (<u>w</u>) 分类(F)		50	150		150	150	
4	177		カ英U) 降维(D)	, k	00	100		100	100	
4	180		· · · 	,	00	100		100	100	
4	222		度量(<u>A</u>)		50	100		100	150	
4	2 55		非参数检验(<u>N</u>)		Δ	单样本(<u>O</u>)		100	100	
4	259		预测(T)		Λ	独立样本(1)		150	200	
4	264		生存函数(<u>S</u>)		A	相关样本(<u>R</u>)		100	100	
4	304		多重响应(<u>U</u>)	•		旧对话框(L)	- 1	% +	方(<u>C</u>)	
4	309		፟፟፟፟፟፟፟፟፟፟ 缺失值分析(Y)		00	200			- <u></u> 项式(B)	
4	320		多重插补(<u>T</u>)	•	00	100			· - ·	
4	334		复杂抽样(L)	•	50	150		_	程(<u>R</u>)	
4	337		₩ 模拟()		50	100			样本 K-S	
4	368		质量控制(<u>Q</u>)	•	00	150			个独立样本	
4	384		✓ ROC 曲线图(V)		50	150		₩ K-	个独立样本	
								<u></u> 2-	个相关样本(L)	
图(V)								ЩK-	个相关样本(<u>S</u>)	



Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks	
Qa4n - Qa4	Negative Ranks	32ª	26.91		861.00
	Positive Ranks	18 ^b	23.00		414.00
	Ties	38°		•	
	Total	88			

- a. Qa4n < Qa4
- b. Qa4n > Qa4
- c. Qa4n = Qa4

Test Statistics^a

		a4n - Qa4
Z	-2.226 ^b	
Asymp. Sig. (2-tailed)		.026

- a. Wilcoxon Signed Ranks Test
- b. Based on positive ranks.



14.3 两个独立样本的非参数检验

方法原理

- · Mann-Whitney U 检验:比较两个总体分布各自中心位置是否相同
 - 如两个样本来自相同的总体,则两组数据混合排序后应相间出现,
 - 如来自不同的总体,则会出现一组数据分布比另一组数据高或低的趋势
- Mann-Whitney U 检验是和参数 t 检验相对应的 最常用的两样本秩和检验方法

方法原理

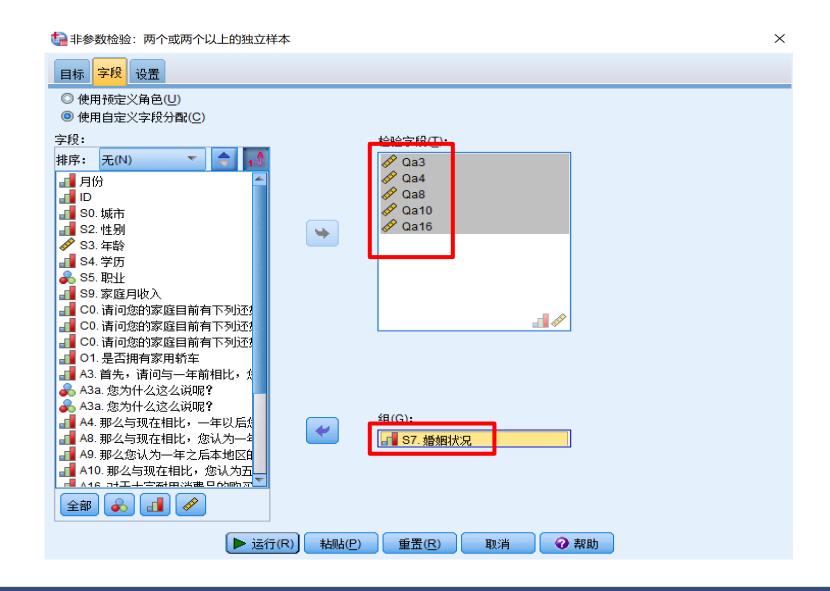
- 两个独立样本为: $X_1, X_2, ..., Xm$ 和 $Y_1, Y_2, ..., Yn$, m+n=N
- H_0 : 两总体分布的中心位置相同
- 将 $m \land X$ 和 $n \land Y$ 混合后排序,计算每个数值的秩,求出两个样本的秩和 W_X 和 W_Y
- 当 H_0 为真时, W_X 应近接于n(N+1)/2, W_Y 应接近于 m(N+1)/2,若不是,则拒绝 H_0

- 数据文件: CCSS_Sample.sav
- · 要求: 检验已婚和未婚家庭在Qa3、Qa4、Qa8、Qa10 和Qa16 指标上有无显著差异
- 分析
 - Qa3 等指标均为有序分类变量,已婚和未婚的数据是相互独立的,因此属于两独立样本非参数检验问题,采用 M-W U检验方法。

• 实现过程

- 选择个案。将已婚和未婚个案选中。
- "分析"→"非参数检验"→"独立样本"
- "目标"选项卡默认
- "字段"选项卡,将"Qa3"等同时选入右方"检验字段"框,将"s7"选入右方"组"框
- "设置"选项卡,勾选"M-WU(二样本)"







Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Qa3 is the same across categories of S7. 婚姻状况.	Independent- Samples Mann- Whitney U Test	.003	Reject the null hypothesis.
2	The distribution of Qa4 is the same across categories of S7. 婚姻状况.	Independent- Samples Mann- Whitney U Test	.172	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Qa8 is the same across categories of S7. 婚姻状况.	Independent- Samples Mann- Whitney U Test	.024	Reject the null hypothesis.
4	The distribution of Qa10 is the same across categories of S7. 婚姻状况.	Independent- Samples Mann- Whitney U Test	.274	Retain the null hypothesis.
5	The distribution of Qa16 is the same across categories of S7. 婚姻状况.	Independent- Samples Mann- Whitney U Test	.090	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

使用老对话框检验

		7	报告(E) 描述统计(E)	,		*5		# 4		14
100			表(旦)	•						
.	id	s2	比较平均值(<u>M</u>)	•		Qa4	Qa	8	Qa10	(
4	22		一般线性模型(<u>G</u>)	•	00	100		100	100	
4	40		广义线性模型(Z)	•	50	150		150	150	
4	45		混合模型(X)	•	00	50		50	100	
4	69		相关(<u>C</u>)	•	50	200		150	50	
4	98		回归(R)	•	00	200		150	150	
4	104			•	00	200		100	100	
4	138		神经网络(W)	•	00	150		100	100	
4	152		分类(F)	•	50	150		150	150	
4	177		路维(D)	•	00	100		100	100	
4	180		度量(A)		00	100		100	100	
4	222		非参数检验(N)	•	50	100		100	150	
4	255		予预测(T)		A	单样本(<u>O</u>)		100	100	
4	259			, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	Λ	独立样本(1)		150	200	
4	264		生存函数(<u>S</u>)	, ,	A	相关样本(<u>R</u>)		100	100	
4	304		多重响应(U)	P		旧对话框(L)	- 1	從 卡	方 <mark>(C)</mark>	
4	309		総数ははいる。 はいる。 はいる。 はいる。		00	200		0/1	— 项式(B)	
4	320		多重插补(T)	•	00	100			程(R)	
4	334		复杂抽样(L)	•	50	150			_	
4	337		₩ 模拟(()		50	100			样本 K-S	
4	368		质量控制(<u>Q</u>)	•	00	150		<u>** 2</u>	个独立样本	
4	384		✓ ROC 曲线图(V)		50	150		<u> </u>	个独立样本	
								<u></u> 2-	个相关样本(L)	
图(V)								<u>∰</u> K-	个相关样本(<u>S</u>)	



Ranks

	S7. 婚姻状况	Ν	ı	Mean Rank	Sum of Ranks
Qa3	已婚	790		549.32	433961.50
	未婚	343		607.72	208449.50
	Total	1133			
Qa4	已婚	790		558.91	441537.50
	未婚	343		585.64	200873.50
	Total	1133			
Qa8	已婚	790	П	553.66	437394.00
	未婚	343		597.72	205017.00
	Total	1133			
Qa10	已婚	790	П	560.33	442664.00
	未婚	343		582.35	199747.00
	Total	1133			
Qa16	已婚	790		575.96	455006.00
	未婚	343		546.37	187405.00
	Total	1133			

Test Statistics^a

	Qa3	Qa4	Qa8	Qa10	Qa16
Mann-Whitney U	121516.500	129092.500	124949.000	130219.000	128409.000
Wilcoxon W	433961.500	441537.500	437394.000	442664.000	187405.000
Z	-2.930	-1.366	-2.257	-1.095	-1.695
Asymp. Sig. (2-tailed)	.003	.172	.024	.274	.090

a. Grouping Variable: S7. 婚姻状况



14.4 多个独立样本的非参数检验

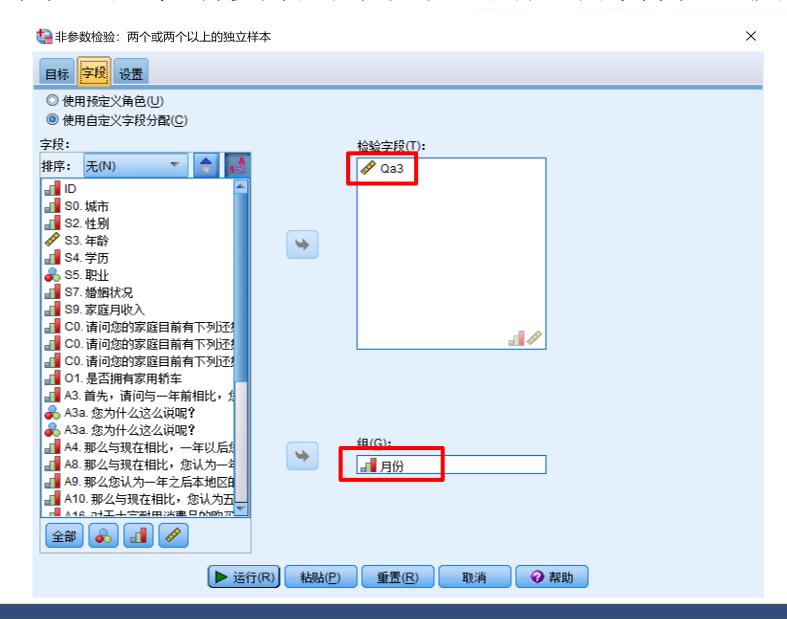
方法原理(K-W检验)

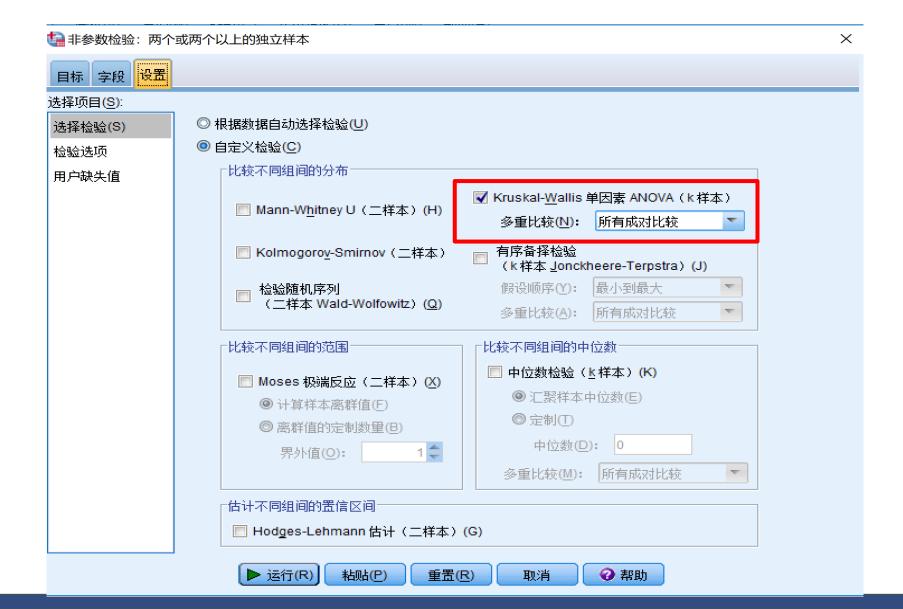
- k 个样本,样本容量分别为 $n_1, n_2, ..., nk$
- $H_0: m_1 = m_2 = \cdots = mk$
- 把所有样本混合,将数据从小到大排秩,得到每个样本的秩和 R_i ,以及每个样本的平均秩和 \bar{R}_i = R_i/n_i
- 当 H_0 为真时,各 \overline{R}_i 应相差不大,若相差太大,则拒绝 H_0

- 数据文件: CCSS_Sample.sav
- 要求: 检验北京地区4个时间点Qa3指标是否有显著差异
- 分析
 - Qa3是有序分类变量,4个时间点的数据相互独立,因此是多个独立样本的非参数检验问题,采用K-W方法。

• 实现过程

- 选择个案。将北京地区的个案选中。
- "分析"→"非参数检验"→"独立样本"
- "目标"选项卡默认
- "字段"选项卡,将"Qa3"选入右方"检验字段"框,将"time"选入右方"组"框
- "设置"选项卡,勾选"Kruskal-Wallis单因素ANOVA(k样本)"





Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Qa3 is the same across categories of 月份.	Independent- Samples Kruskal- Wallis Test	.008	Reject the null hypothesis.

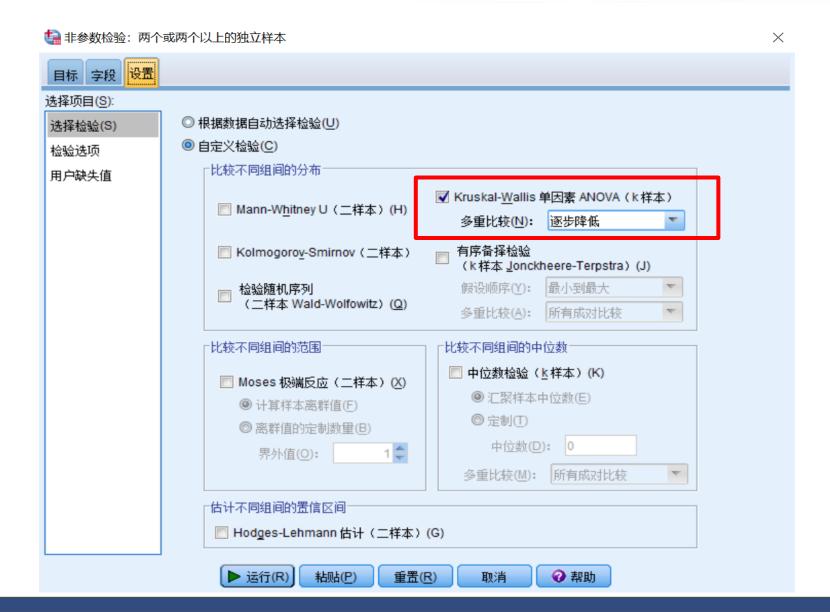
Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

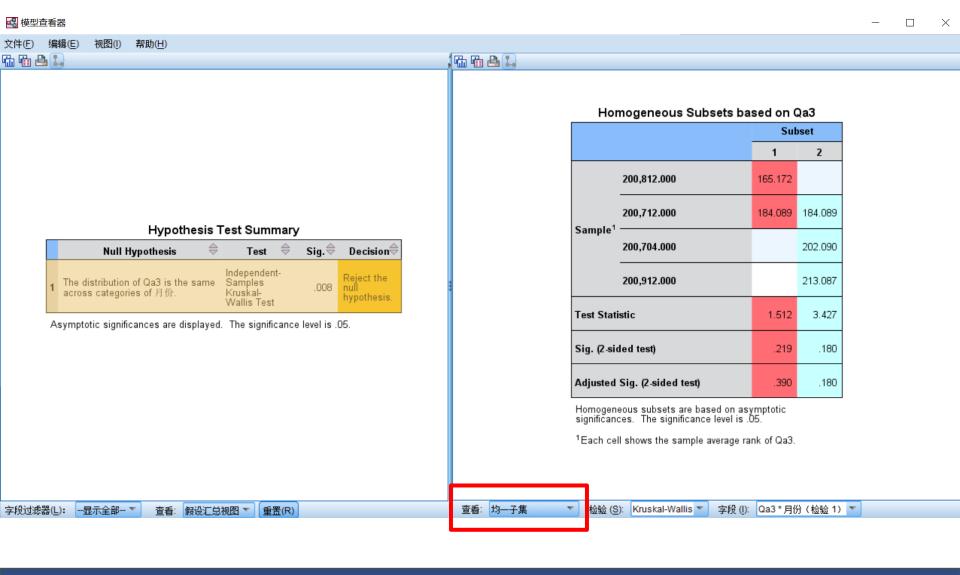
Each node shows the sample average rank of 月份.

Sample1-Sample2	Test Statistic	Std. ⊜ Error	Std. Test⊜ Statistic	Sig. ⊜	Adj.Sig.⊜
200,812.000-200,712.000	18.918	14.225	1.330	.184	1.000
200,812.000-200,704.000	36.918	14.261	2.589	.010	.058
200,812.000-200,912.000	-47.915	15.414	-3.109	.002	.011
200,712.000-200,704.000	18.001	14.296	1.259	.208	1.000
200,712.000-200,912.000	-28.998	15.446	-1.877	.060	.363
200,704.000-200,912.000	-10.997	15.479	710	.477	1.000

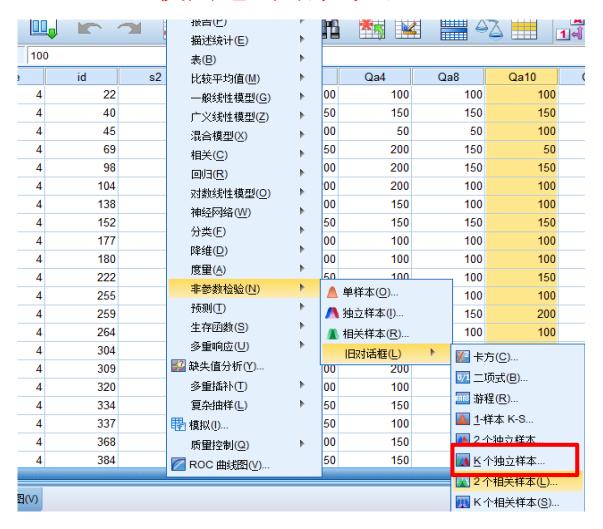
Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same.

Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is . 05.





使用老对话框检验



需要先对time "自动重新编码" 到timegrade



Kruskal-Wallis Test

Ranks

	月份	N	М	ean Rank
Qa3	200704	100		202.09
	200712	101		184.09
	200812	102		165.17
	200912	75		213.09
	Total	378		

Test Statistics a,b

	Qa3
Chi-Square	11.774
df	3
Asymp. Sig.	.008

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: 月 份



14.5 多个相关(配对)样本的非参数检验

两个概念: 区组和处理

• 情况1

- 将测试对象按年龄进行区组划分;
- 对同一区组内的测试对象进行两种不同的处理得到两个数据,则这两个数据是配对数据。

• 情况2

- 将测试对象按年龄进行区组划分;
- 对同一区组内的测试对象进行k种不同的处理得到k个数据,则这k个数据也是配对(相关)数据。

想要检验的问题:检验各个处理之间是否存在显著差异。

方法原理——Friedman检验

- 区组间的数据是存在较大差异的。
- 对区组内不同处理下的数据进行比较才有意义。
- 因此,应独立地在每一个区组内各自对数据进行排秩。
- 再将处理组的各区组秩相加,然后比较处理组的中心位置是否相同。

5. 在做一个智力游戏时,人们认为它与年龄以及是否是盲人有关,现以年龄为区组,研究该 **考**戏与眼睛看见与否是否有关。首先第一组安排天生眼盲的儿童参加游戏,第二组安排眼睛正 **常**但做游戏时把眼睛蒙上的儿童参加游戏,第三组是眼睛正常而且不蒙住眼睛的儿童参加游戏, **观**察他们的得分(见题表 4),请就此进行分析。

题表4

分组	年龄											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
盲人	0	0	0	0	1	8	8	8	0	8	8	8
蒙眼	0	8	0	0	2	8	5	6	8	8	3	8
不蒙眼	8	1	8	8	0	8	8	8	8	8	8	8

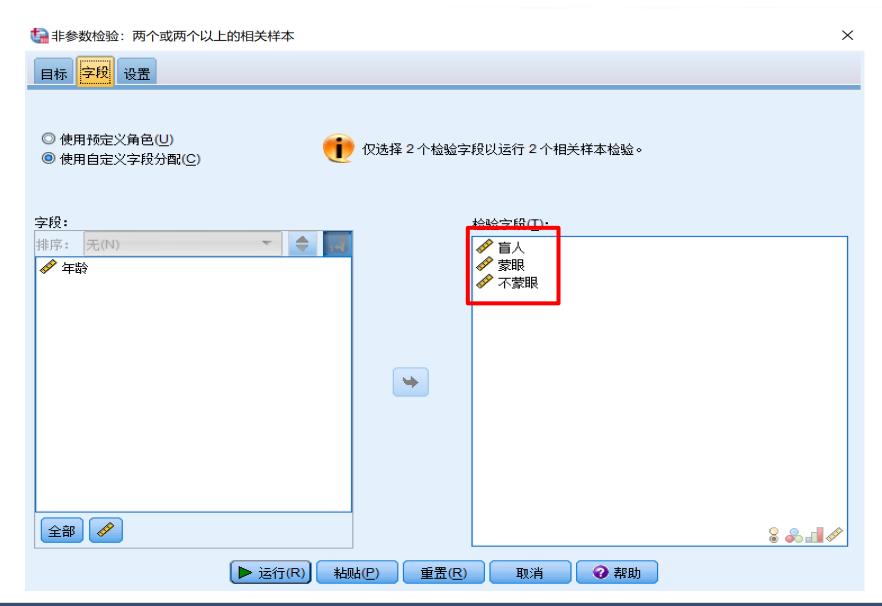
			****		± m
	年龄	盲人	蒙眼	不蒙眼	至里
1	1	0	0	8	
2	2	0	8	1	
3	3	0	0	8	
4	4	0	0	8	
5	5	1	2	0	
6	6	8	8	8	
7	7	8	5	8	
8	8	8	6	8	
9	9	0	8	8	
10	10	8	8	8	
11	11	8	3	8	
12	12	8	8	8	
13					
14					

• 分析

- 这是多个相关样本的非参数检验问题,采用Friedman 方法

• 实现过程

- "分析"→"非参数检验"→"相关样本"
- "目标"选项卡默认
- "字段"选项卡,将"盲人"、"蒙眼"、"不蒙眼" 选入右方"检验字段"框
- "设置"选项卡,勾选"Frideman"



恤非参数检验:两个或两个以上的相关样本 \times 目标 字段 设置 选择项目(S): ◎ 根据数据自动选择检验(U) 选择检验(S) ◎ 自定义检验(C) 检验选项 比较中位数差和假设中位数差 检验二分类数据中的更改 用户缺失值 8 & 1 1 🧾 McNemar 检验(二样本) □ 符号检验(二样本)(G) 定义成功值(E)... Milcoxon 匹配对符号等级(二样本) 估计置信区间 **1** Cochran Q (k样本) Hodges-Lehmann (二样本) 定义成功值(D)... **里化相关性** 多重比较(M): 所有成对比较 ■ Kendall 协同系数(k样本)(K) 多重比较(Q): 所有成对比较 检验多项数据中的更改。 比较分布 ▼ Friedman 二因子等级变异数分析(k样本)(V) 边际同质性检验(二样本)(1) 多重比较(工): 所有成对比较 粘贴(P) ₩ 帮助 ▶ 运行(R) 重置(R) 取消

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distributions of 盲人, 蒙眼 and 不蒙眼 are the same.	Related- Samples Friedman's Two-Way Analysis of Variance by Ranks	.191	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.



14.6 秩变换分析方法

方法原理

- 基于H₀假设成立的情况,先求出原变量的秩次,然后使用秩次代替原变量进行参数分析。
- 当样本含量较大时,其分析结果和相应的非参数方法基本一致
- 秩变换分析方法可以充分利用已知的参数分析方法,从而扩大了非参数分析方法的范围

- 数据文件: CCSS_Sample.sav
- 要求: 检验北京地区4个时间点Qa3指标是否有显著差异 (采用秩变换分析方法)
- 实现过程
 - 选择个案(北京地区)
 - "转换"→"个案等级排序"
 - "变量"列表框: 选入Qa3,单击"确定"后生成新变量RQa3,
 - "分析" → "比较平均值" → "单因素ANOVA"
 - "因变量"列表框: RQa3
 - "因子"变量框:月份
 - "事后多重比较"按钮: 选中S-N-K方法

ANOVA

Rank of Qa3

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	120903.678	3	40301.226	4.019	.008
Within Groups	3750476.322	374	10028.012		
Total	3871380.000	377			

参数 检验方法

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Qa3 is the same across categories of 月份.	Independent- Samples Kruskal- Wallis Test	.008	Reject the null hypothesis.

非参数 检验方法

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

Post Hoc Tests

Homogeneous Subsets

Rank of Qa3

Student-Newman-Keulsa,b

		Subset for alpha = 0.05		
月份	N	1	2	
200812	102	165.17157		
200712	101	184.08911	184.08911	
200704	100		202.09000	
200912	75		213.08667	
Sig.		.199	.120	

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

- Uses Harmonic Mean Sample Size = 92.941.
- b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not quaranteed.

参数 检验方法

Homogeneous Subsets based on Qa3

		Subset	
		1	2
	200,812.000	165.172	
S1-1	200,712.000	184.089	184.089
Sample ¹	200,704.000		202.090
	200,912.000		213.087
Test Statistic		1.512	3.427
Sig. (2-sided test)		.219	.180
Adjusted Sig. (2-sided test)		.390	.180

Homogeneous subsets are based on asymptotic significances. The significance level is .05.

非参数 检验方法

¹Each cell shows the sample average rank of Qa3.

THE END