

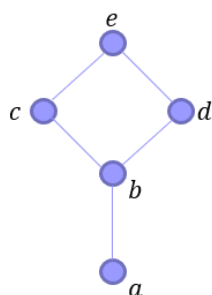
1、 $\mathbb{Z}_7 = \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ , 我们知道 $\langle \mathbb{Z}_7, +, \cdot \rangle$ 为域, 其中“+”和“ $\cdot$ ”分别表示模 7 的加法和乘法。在这个域中求解方程组

$$\begin{cases} 3 \cdot x - y = 3 \\ 2 \cdot x + y = 6 \end{cases}$$

2、设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群,  $\forall a \in G$ , 定义 $G$ 上的映射 $f_a$ 为 $f_a(x) = a * x * a^{-1}$ , 证明 $f_a$ 是 $G$ 上的自同构。

3、设 $R$ 是一个环, 若 $R$ 关于乘法恰有一个右单位元, 证明 $R$ 是幺环。

4、列出图中格的所有子格。



5、设 $\langle L, \leq \rangle$ 是分配格,  $a, b, c \in L$ , 证明:

$$a \wedge b \leq c \leq a \vee b \Leftrightarrow c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c) \vee (a \wedge b)$$

6、设 $L$ 是有限格, 且 $|L| \geq 2$ , 证明 $L$ 中不存在以自身为补元的元素。

7、设 $L$ 是格, 证明 $L$ 是模格的充要条件是对任意三个元素 $a, b, c \in L$ , 有

$$a \vee (b \wedge (a \vee c)) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

8、(此题较难, 可以不写, 不做要求) 设 $L$ 是模格, 对其中三个元素 $a, b, c$ , 若有

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

成立, 请证明

$$(1) \quad b \vee (a \wedge c) = (b \vee a) \wedge (b \vee c)$$

$$(2) \quad a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$