

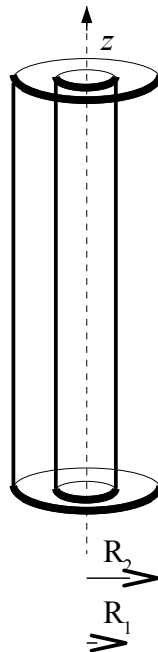
DNS

Sujet

<u>Flux et circulation: coaxial</u>	1
A. <u>Schéma en couleurs</u>	2
B. <u>Conservation du flux du champ magnétique</u>	2
C. <u>Cohérence entre les expressions proposées pour E et B</u>	3
D. <u>Charge sur les armatures</u>	3
1) <u>On suppose $R_1 < r < R_2$</u>	4
2) <u>On suppose $r > R_2$</u>	4
E. <u>Courant sur les armatures</u>	4
1) <u>On suppose $R_1 < r < R_2$</u>	4
2) <u>On suppose $r > R_2$</u>	5

Flux et circulation: coaxial

Un coaxial est constitué de deux armatures métalliques cylindriques coaxiales (axe Oz commun), séparées par un isolant assimilé au vide.



On considère un coaxial sans pertes que l'on décrit de manière simplifiée par:

- Une armature interne (A_1) (âme), faite d'un conducteur parfait cylindrique creux, infini et d'épaisseur négligeable, de rayon R_1 .

- Une armature externe (A_2) (tresse, blindage, gaine, masse), faite d'un conducteur parfait cylindrique creux, infini et d'épaisseur négligeable, de rayon R_2 .
- Le reste de l'espace est assimilé au vide.

On désigne par V_1 et V_2 le potentiel des deux conducteurs (avec pour différence de potentiel $U = (V_1 - V_2) > 0$).

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique selon Oz .

On travaille en coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

Dans la région $R_1 < r < R_2$, on a (dans le cas de l'onde dite T.E.M.):

$$\vec{E} = \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{r} \exp\left(j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \vec{u}_r$$

$$\vec{B} = \frac{U}{c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{r} \exp\left(j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \vec{u}_\theta$$

(c est la vitesse de la lumière dans le vide)

Dans les régions $r < R_1$ et $r > R_2$, les deux champs sont nuls.

On fera les calculs en réels.

A. Schéma en couleurs

1. Représenter, avec soin, dans la région $R_1 < r < R_2$, en un plan $z = \text{constante}$, à un instant t tel que $\cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) = 1$, le vecteur \vec{E} , en respectant les normes relatives aux divers points. On choisira 6 points (supposés situés dans la région étudiée) pour lesquels $r = r_0$, $r = 2r_0$, $r = 3r_0$, $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{3}$.

2. Idem pour le vecteur \vec{B} .

3. Représentera les lignes de champ de \vec{E} et les lignes de champ de \vec{B} passant par les 6 points.

B. Conservation du flux du champ magnétique

On se propose de vérifier, dans la région $R_1 < r < R_2$, que la solution proposée respecte la conservation du flux pour le champ magnétique.

4. Rappeler l'équation locale de Maxwell concernée et indiquer son nom habituel.
5. Rappeler l'équation intégrale correspondante.

On considère un volume entre les plans $\theta = \theta_1$ et $\theta = \theta_2 > \theta_1$, entre les plans $z = z_1$ et $z = z_2 > z_1$, entre les surfaces $r = r_1$ et $r = r_2 > r_1$. On a donc supposé $R_1 < r_1 < r_2 < R_2$. On

nommera, dans l'ordre du texte, les 6 surfaces qui délimitent le volume: S_1 pour la surface appartenant à la surface d'équation $\theta = \theta_1$, $S_2 \dots S_6$ pour la surface appartenant à la surface d'équation $r = r_2$.

6. Représenter avec soin la surface fermée qui limite le volume en indiquant le nom des surfaces.

7. Exprimer (calcul littéral) les flux sortants de \vec{B} notés $\Phi_{B,1}$ à $\Phi_{B,6}$ en fonction des données. Auparavant, pour chacune des 6 surfaces, avec pour vecteur surface élémentaire $d\vec{S} = dS \vec{n}$, on rappellera l'expression de dS en cylindriques, on donnera l'expression de \vec{n} dans la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Présenter tous les résultats en tableau.

8. A-t-on vérifié que \vec{B} est à flux conservatif ?

Remarque: il serait plus rapide (si le problème donnait l'expression de la divergence en cylindriques) de calculer simplement $\text{div}(\vec{B})$. Sinon, on déterminerait simplement le flux pour le volume élémentaire $dr \ r d\theta \ dz$.

C. Cohérence entre les expressions proposées pour E et B

On se propose de vérifier, dans la région $R_1 < r < R_2$, que les solutions proposées pour \vec{E} et \vec{B} sont cohérentes entre elles.

9. Rappeler l'équation locale de Maxwell ne faisant intervenir que \vec{E} et \vec{B} et indiquer son nom.

10. Retrouver l'équation intégrale correspondante et donner son nom.

On considère une surface dans un plan $\theta = \text{constante}$ entre les plans $z = z_1$ et $z = z_2 > z_1$, entre les surfaces $r = r_1$ et $r = r_2 > r_1$. On a donc supposé $R_1 < r_1 < r_2 < R_2$. On nommera, dans l'ordre du texte, les 4 segments qui délimitent la surface: D_1 pour le segment appartenant à la surface d'équation $z = z_1$, $D_2 \dots D_4$ pour le segment appartenant à la surface d'équation $r = r_2$. La surface limitée par ce contour fermé est orientée par \vec{u}_θ .

11. Représenter avec soin le contour fermé qui limite la surface en indiquant le nom des segments et l'orientation (c'est-à-dire le sens d'intégration)..

12. Exprimer (calcul littéral) les circulations de \vec{E} notés $C_{E,1}$ à $C_{E,4}$ en fonction des données. Auparavant, pour chacun des 4 segments, avec pour vecteur déplacement élémentaire $d\vec{l} = dl \vec{u}$, on rappellera l'expression de dl en cylindriques, on donnera l'expression de \vec{u} dans la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Présenter tous les résultats en tableau. Donner finalement la circulation de \vec{E} sur le contour.

13. Donner l'expression du flux de \vec{B} noté Φ_B à travers la surface limitée par le contour.

14. Vérifier que les solutions proposées pour \vec{E} et \vec{B} sont cohérentes entre elles.

Remarque: il serait plus rapide (si le problème donnait l'expression de la divergence et du rotationnel en cylindriques) de vérifier l'équation locale directement. Sinon, on appliquerait la méthode précédente à la surface élémentaire $dr \ dz$.

D. Charge sur les armatures

On se propose d'étudier la charge qui est apparue sur les armatures (A_1) et (A_2) .

15. Rappeler l'équation locale de Maxwell permettant de déterminer la charge connaissant les champs et indiquer son nom.

16. Retrouver l'équation intégrale correspondante et donner son nom.

On considère un volume limité par les plans $z=z_1$, $z=z_2 > z_1$ et par la surface $r=\text{constante}$.

1) On suppose $R_1 < r < R_2$

17. Représenter la surface fermée

18. Calculer le flux de \vec{E} noté Φ_E à travers la surface.

La charge étant aussi fonction de z , il faut travailler à z constant (c'est-à-dire entre z et $z+dz$). La surface fermée finie de hauteur $(z_2 - z_1)$ devient une surface fermée élémentaire de hauteur élémentaire dz .

19. Déterminer l'expression du flux élémentaire noté alors $d\Phi_E$ à travers la surface fermée élémentaire. On pourra soit reprendre totalement la démonstration précédente en remarquant que l'intégration ne porte plus que sur θ puisque la variation de z est élémentaire. On peut aussi déduire le résultat du flux précédent à travers la surface fermée finie. On utilisera alors:

$$f(z+dz) - f(z) = \frac{df}{dz} dz \quad \text{ou ici} \quad f(z+dz, t) - f(z, t) = \frac{\partial f}{\partial z} dz. \quad \text{On montrera que ce flux}$$

$$\text{s'écrit:} \quad d\Phi_E = \frac{2\pi U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) dz.$$

20. En déduire la charge élémentaire (en *Coulomb*) portée par (A_1) en (z, t) pour une hauteur dz . En déduire la densité de charge surfacique $\sigma_1(z, t)$ (en $C.m^{-2}$). Donner aussi la charge par unité de longueur $\lambda_1(z, t)$ (en $C.m^{-1}$).

2) On suppose $r > R_2$

21. Déterminer la charge élémentaire portée par (A_2) en (z, t) pour une hauteur dz . En déduire la densité de charge surfacique σ_2 . Donner la charge par unité de longueur λ_2 .

E. Courant sur les armatures

On se propose d'étudier l'intensité du courant sur les armatures (A_1) et (A_2) . Le courant est parallèle à Oz .

22. Rappeler l'équation locale de Maxwell permettant de déterminer l'intensité connaissant les champs et indiquer son nom.

23. Retrouver l'équation intégrale correspondante et donner son nom.

On considère un cercle de rayon r centré sur l'axe dans un plan $z=\text{constante}$. La surface limitée par ce contour fermé est orientée par \vec{u}_z .

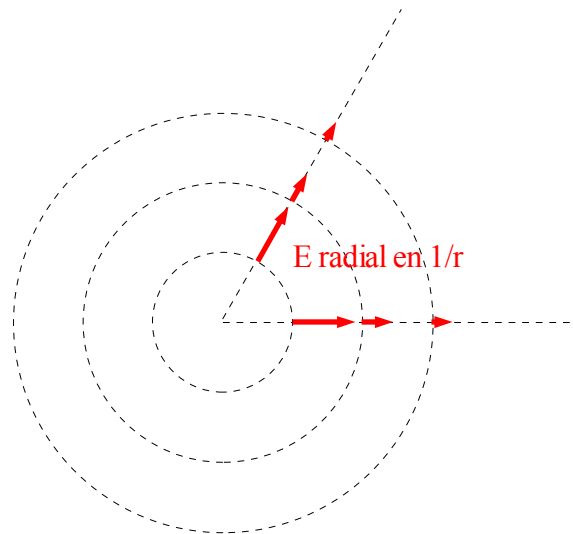
1) On suppose $R_1 < r < R_2$

24. Représenter le contour fermé envisagé.

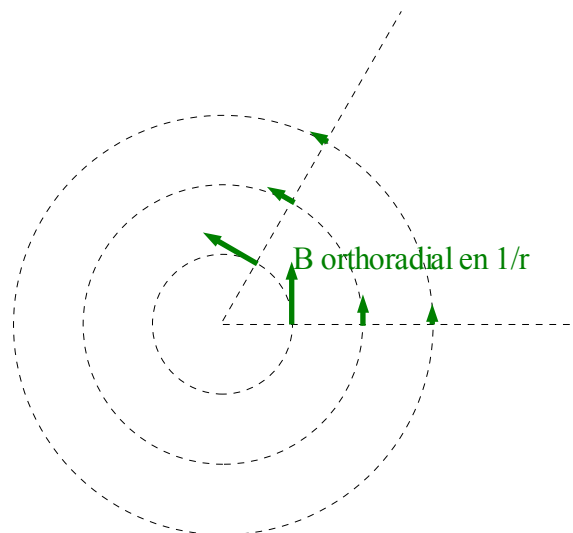
25. Calculer le flux de \vec{E} noté Φ_E à travers la surface limitée par le contour fermé.
26. Calculer la circulation de \vec{B} notée C_B sur le contour fermé envisagé.
27. En déduire l'intensité I_1 du courant (en *Ampère*) dans le sens positif choisi sur l'armature (A_1) en (z, t) . En déduire la densité de courant surfacique $\vec{j}_{S,1}(z, t) = j_{S,1}(z, t)\vec{u}_z$ (en $A.m^{-1}$).
- 2) *On suppose $r > R_2$*
28. Déterminer l'intensité I_2 du courant dans le sens positif sur l'armature (A_2) et la densité de courant surfacique $\vec{j}_{S,2} = j_{S,2}\vec{u}_z$.
-

Réponses

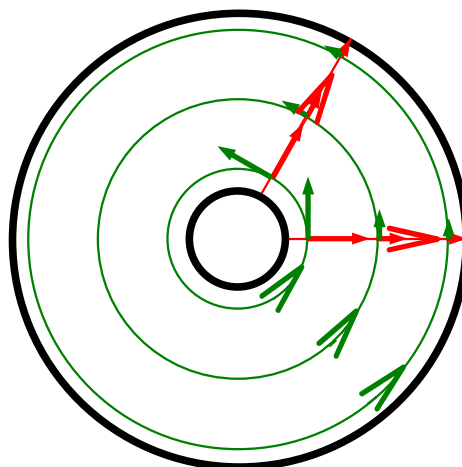
1)



2)



3)



4)

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

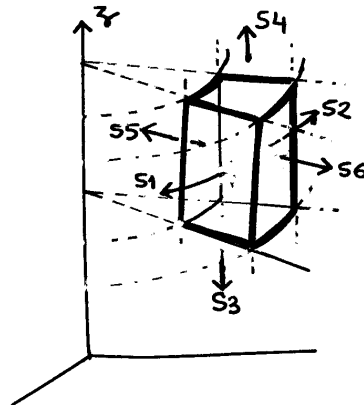
dite équation de Maxwell - flux.

5)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

le flux de \vec{B} sortant d'une surface fermée est nul.

6)



7) surface 1 :

$$d\vec{S}_1 = dS \vec{n}_1$$

$$\text{avec } dS = dr dz > 0$$

$$\text{avec } \vec{n}_1 = -\vec{u}_\theta$$

$$\Phi_1 = \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$= \iint B u_\theta dS (-\vec{u}_\theta)$$

$$= - \int_{z=z_1}^{z_2} \int_{r=r_1}^{r_2} \frac{U}{c \ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \cos \omega(t - \frac{z}{c}) dr dz$$

$$= - \frac{U}{c \ln(R_2/R_1)} \left[\ln r \right]_{r_1}^{r_2} \times \frac{\left[\sin \omega(t - \frac{z}{c}) \right]_{z_1}^{z_2}}{-\omega/c}$$

$$\Phi_1 = - \frac{U}{\omega \ln(R_2/R_1)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \left(\sin \omega(t - \frac{z_2}{c}) - \sin \omega(t - \frac{z_1}{c}) \right)$$

surface	dS	\vec{n}	ϕ
1	$dr dz$	$-\vec{u}_\theta$	ϕ_1
2	$dr dz$	$+\vec{u}_\theta$	$\phi_2 = -\phi_1$
3	$r d\theta dr$	$-\vec{u}_z$	nul car $\vec{B} \perp d\vec{S}$
4	$r d\theta dr$	$+\vec{u}_z$	idem
5	$r_1 d\theta dz$	$-\vec{u}_r$	idem
6	$r_2 d\theta dz$	$+\vec{u}_r$	idem

8) Le flux sortant $\phi = \sum_{i=1}^6 \phi_i$

$$\phi = 0$$

\vec{B} est à flux conservatif.

9)

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Equation de Maxwell - Faraday

10) (En supposant que les conditions mathématiques soient respectées...)

$$\text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

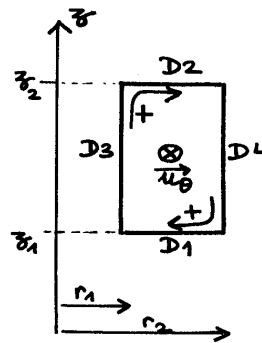
$$\iint_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

(en utilisant le théorème de Stokes)

On retrouve la loi de Faraday

11) on retrouve S_2 :



12) segment 1 :

$$d\vec{l} = dr \vec{u}_r$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \int_{D_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_{D_1} E \vec{u}_r \cdot dr \vec{u}_r \\ &= \int_{r=r_2}^{r=r_1} \frac{U}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \cos \omega(t - \frac{z}{c}) dr \end{aligned}$$

$$C_1 = - \frac{U}{\ln(R_2/R_1)} \cos \omega(t - \frac{z}{c}) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

segment	dl	\vec{u}	C
1	dr	\vec{u}_r	voir C_1
2	dr	\vec{u}_r	même calcul que C_1 mais $\int_{r_1}^{r_2}$ et $z = z_2$ d'où C_2
3	dz	\vec{u}_z	nul car $\vec{E} \perp d\vec{l}$
4	dz	\vec{u}_z	idem

finallement

$$C_E = U \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \left(\cos \omega(t - \frac{z_2}{c}) - \cos \omega(t - \frac{z_1}{c}) \right)$$

13) flux de \vec{B} :

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \iint_S B \vec{u}_\theta \cdot dS \vec{u}_\theta \\ &= \iint_S B \, dr \, dz \end{aligned}$$

$$= \int_{\vec{z}_1}^{\vec{z}_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{U}{c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{r} \cos \omega\left(t - \frac{\vec{z}}{c}\right) dr d\vec{z}$$

(cf ϕ_2 plus haut)

$$\boxed{\phi_B = U \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{\omega} \left(\sin \omega\left(t - \frac{\vec{z}_1}{c}\right) - \sin \omega\left(t - \frac{\vec{z}_2}{c}\right) \right)}$$

14) on doit vérifier :

$$C_E = - \frac{d}{dt} \phi_B$$

$$U \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (\cos \omega\left(t - \frac{\vec{z}_2}{c}\right) - \cos \omega\left(t - \frac{\vec{z}_1}{c}\right)) \stackrel{?}{=} - U \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{\omega} \omega (\cos \omega\left(t - \frac{\vec{z}_1}{c}\right) - \cos \omega\left(t - \frac{\vec{z}_2}{c}\right))$$

La vérification donne bien le résultat correct.

15)

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

équation de Maxwell - Gauss

16) (En supposant que les conditions mathématiques soient respectées)

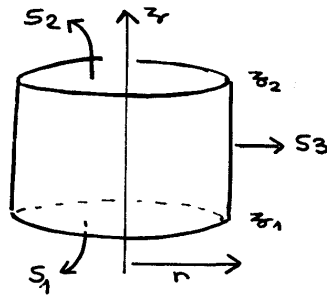
$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} d\vec{z} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} d\vec{z} \\ \iiint_V \operatorname{div} \vec{E} d\vec{z} &= \iiint_V \frac{\rho d\vec{z}}{\epsilon_0} \\ \oint_{\vec{\Sigma}} \vec{E} d\vec{S} &= \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho d\vec{z} \end{aligned}$$

$$\boxed{\oint_{\vec{\Sigma}} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q_{\text{intérieure}} \vec{\Sigma}}$$

(en utilisant le théorème d'Ostrogradsky)

On retrouve le théorème de Gauss.

17)



18)

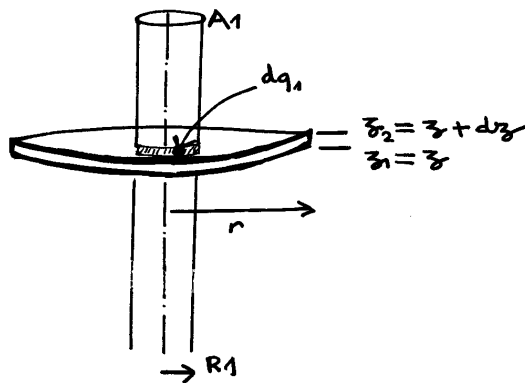
$$\begin{aligned}
 \phi &= \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\
 &= \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\
 &\quad \text{nul car } \vec{E} \perp d\vec{S} \quad \text{nul car } \vec{E} \perp d\vec{S} \\
 &= \iint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\
 &= \iint_{S_3} E \vec{u}_r \cdot dS \vec{u}_r \\
 &= \iint_{S_3} E dS \quad \text{avec } dS = r d\theta dz
 \end{aligned}$$

finalement

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{z=z_1}^{z_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{U}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \cos \omega(t - \frac{z}{c}) r d\theta dz \\
 &= \frac{2\pi U}{\ln(R_2/R_1)} \times \frac{1}{\omega/c} \left[\sin \omega(t - \frac{z}{c}) \right]_{z_1}^{z_2}
 \end{aligned}$$

$$\phi_E = \frac{2\pi U c / \omega}{\ln(R_2/R_1)} \left(\sin \omega(t - \frac{z_1}{c}) - \sin \omega(t - \frac{z_2}{c}) \right)$$

19) Représentation de la surface élémentaire :



→ soit on reprend la démonstration.
 il suffit à nouveau d'intégrer sur la surface latérale
 à z constant (en fait z à $z+dz$)

$$d\phi = \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{\rho} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) \rho d\theta dz$$

$$d\phi_E = \frac{2\pi U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) dz$$

→ soit on part du résultat précédent :

$$\phi_E = \frac{2\pi U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{c}{\omega} \left(\sin \omega\left(t - \frac{z_1}{c}\right) - \sin \omega\left(t - \frac{z_2}{c}\right) \right)$$

$$d\phi_E = \frac{2\pi U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{c}{\omega} \left(\sin \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) - \sin \omega\left(t - \frac{z+dz}{c}\right) \right)$$

avec :

$$\begin{aligned} f(z+dz, t) - f(z, t) &= \frac{df}{dz} dz \\ \sin \omega\left(t - \frac{z+dz}{c}\right) - \sin \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) &= -\frac{\omega}{c} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) dz \end{aligned}$$

finalement :

$$d\phi_E = \frac{2\pi U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) dz$$

20) La charge à l'intérieur est dq_1 avec :

$$d\phi_E = \frac{dq_1}{\epsilon_0}$$

donc

$$dq_1 = \frac{2\pi \epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) dz$$

avec → $dq_1 = \sigma_1(z, t) \underbrace{2\pi R_1 dz}_{\text{surface élémentaire de la couronne élémentaire sur laquelle se trouve la charge}}$

surface élémentaire de la couronne élémentaire sur laquelle se trouve la charge

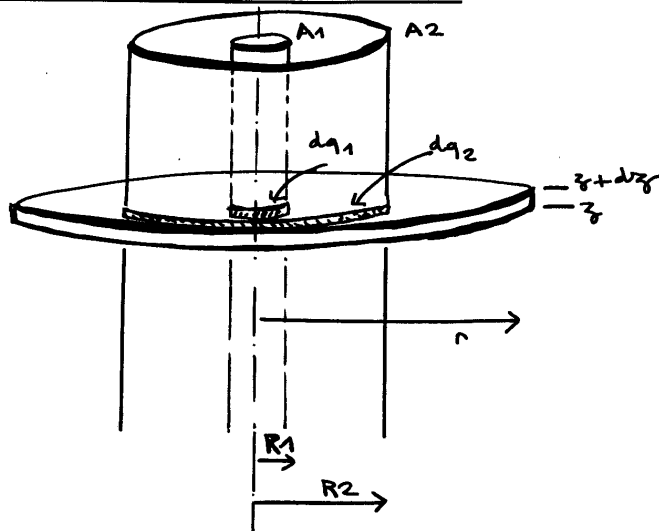
$$\int_{\theta=0}^{2\pi} R_1 d\theta dz$$

$$\sigma_1 = \epsilon_0 \frac{U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

avec $\rightarrow dq_1 = \lambda_1(z, t) dz$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

21)



$r > R_2$ Au niveau de la couronne extérieure $\vec{E} = \vec{0}$ donc

$$d\phi_e = 0$$

on écrit le théorème de Gauss :

$$d\phi_e = \frac{(dq_1 + dq_2)}{\epsilon_0}$$

donc

$$dq_2 = -dq_1$$

$$dq_2 = - \frac{2\pi\epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) dz$$

$$\sigma_2 = - \frac{\epsilon_0 U}{R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

$$\lambda_2 = - \frac{2\pi\epsilon_0 U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

22)

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

équation de Maxwell - Ampère

23) (En supposant que les conditions mathématiques soient respectées)

$$\begin{aligned}\vec{\text{rot}} \vec{B} \, d\vec{S} &= \mu_0 \vec{j} \, d\vec{S} + \frac{1}{c^2} \frac{d\vec{E}}{dt} \, d\vec{S} \\ \iint_S \vec{\text{rot}} \vec{B} \, d\vec{S} &= \iint_S \mu_0 \vec{j} \, d\vec{S} + \iint_S \frac{1}{c^2} \frac{d\vec{E}}{dt} \, d\vec{S} \\ \oint_C \vec{B} \, d\vec{l} &= \mu_0 \iint_S \vec{j} \, d\vec{S} + \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \iint_S \vec{E} \, d\vec{S}\end{aligned}$$

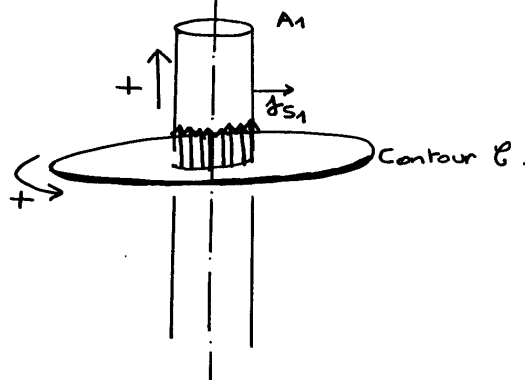
$$\oint_C \vec{B} \, d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}} + \frac{1}{c^2} \frac{d\Phi_E}{dt}$$

(en utilisant le théorème de Stokes)

On retrouve le théorème d'Ampère généralisé.

24) \vec{B} et \vec{E} sont fonction de r et z .

Le contour envisagé est à r et z constants.



$$\begin{aligned}25) \quad \Phi &= \iint_S \vec{E} \, d\vec{S} \\ &= \iint_S E \vec{u}_r \, dS \vec{u}_z \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\Phi_E = 0 \text{ car } \vec{E} \perp d\vec{S}$$

$$\begin{aligned}26) \quad C &= \oint_C \vec{B} \, d\vec{l} \\ &= \oint_C B \vec{u}_\theta \, dl \vec{u}_\theta \\ &= \int_0^{2\pi} B \, r \, d\theta\end{aligned}$$

$$= B r 2\pi$$

$$C_B = \frac{2\pi U}{c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

27)

$$C_B = \mu_0 I_{\text{enlacé}} + \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \phi_E$$

$$\frac{2\pi U}{c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) = \mu_0 I_1 + 0$$

$$I_1 = \frac{2\pi U}{\mu_0 c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

$$j_{S,1} = \frac{I_1}{2\pi R_1}$$

$$\vec{j}_{S,1} = \frac{U}{\mu_0 c R_1 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) \vec{u}_z$$

28)

A l'extérieur \vec{E} et \vec{B} sont nuls donc le théorème d'Ampère généralisé donne :

$$0 = \mu_0 (I_1 + I_2) + 0$$

$$I_2 = -I_1$$

$$I_2 = -\frac{2\pi U}{\mu_0 c \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

$$\vec{j}_{S,2} = -\frac{U}{\mu_0 c R_2 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cos \omega\left(t - \frac{z}{c}\right) \vec{u}_z$$