

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Révisions	TD2 - Sujet

# Mécanique

## MECA2 - Révisions

### TD2

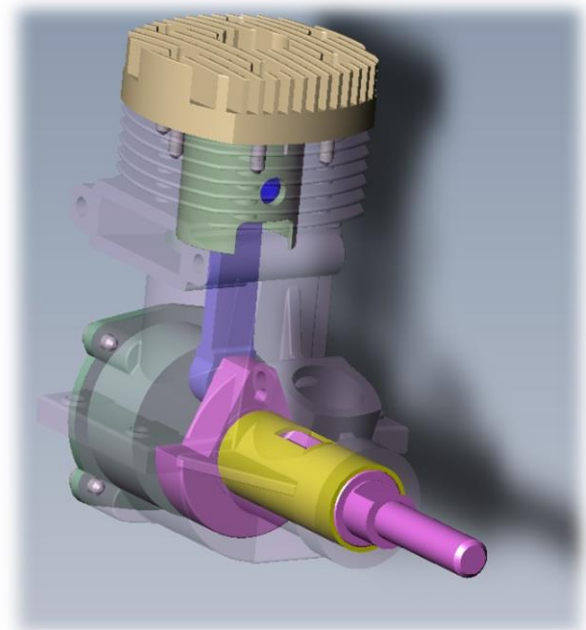
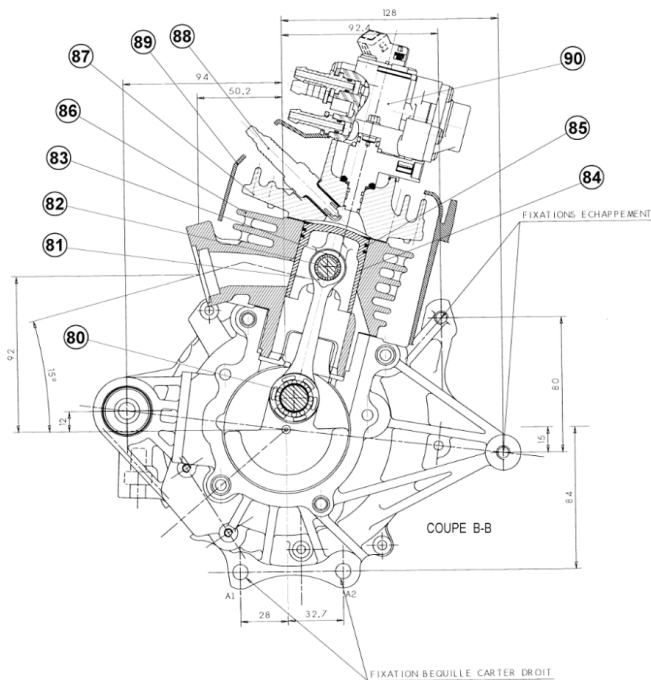
*Géométrie – Cinématique – Statique*  
*Bielle/Manivelle*



Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Révisions	TD2 - Sujet

## Exercice 1: Loi E/S géométrique et cinématique – Principe Fondamental de la Statique – Dynamique

### *Systeme Bielle Manivelle*

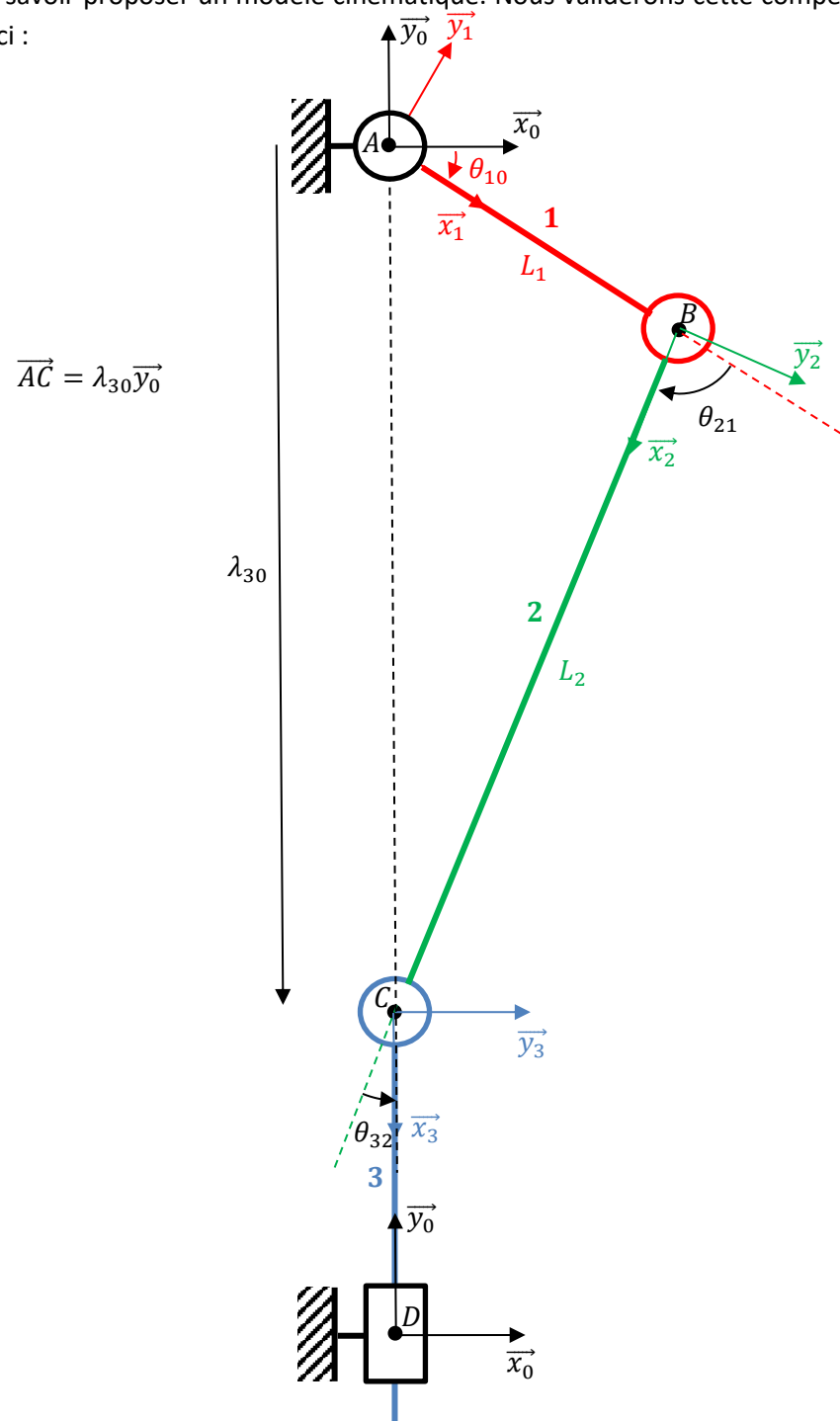


On s'intéresse au mécanisme de transformation de mouvement entre la translation du piston et la rotation du vilebrequin.

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Révisions	TD2 - Sujet

## Schéma cinématique

En PSI, il vous faudra savoir proposer un modèle cinématique. Nous validerons cette compétence en TP. Pour ce TD, le voici :



Remarque : il y a autant de paramétrage de personnes qui le proposent, c'est pourquoi il est important de s'accorder dès le départ sur un modèle.

On supposera dans la suite que le mouvement d'entrée, imposé, est le mouvement de la pièce 1 par rapport à 0.

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Révisions	TD2 - Sujet

## ***Etude géométrique***

**Question 1:** Etablir les 3 équations géométriques scalaires du problème dans la base 0

**Question 2:** Etablir la relation entrée/sortie en position  $\lambda_{30} = f(\theta_{10})$  – On justifiera le besoin d'avoir  $L_2 \geq L_1$  ainsi que la présence de deux solutions avant de choisir la bonne. En général, on s'arrête là. Mais non ! Il y a 4 inconnues et 3 équations. Lorsqu'une inconnue est donnée, on peut déterminer les 3 autres, et cela peut être utile pour la suite ! Alors...

**Question 3:** En déduire les expressions des autres paramètres géométriques  $\theta_{32}$  et  $\theta_{21}$  en fonction du seul paramètre géométrique  $\theta_{10}$  et des constantes – On souhaite une formule valable tout le temps

**Question 4:** Exprimer  $\tan(\theta_{21} + \theta_{10})$  en fonction du seul paramètre géométrique  $\theta_{10}$  et des constantes (utile dans la suite)

On peut, à l'aide des équations géométriques, obtenir les relations cinématiques d'un mécanisme, par dérivation.

**Question 5:** Exprimer la relation  $\dot{\lambda}_{30} = f(\dot{\theta}_{10})$ , faisant intervenir les paramètres géométriques – On fera apparaître  $\tan(\theta_{21} + \theta_{10})$  dans l'expression

Remarque : lorsque l'on réalise une fermeture cinématique ou une résolution statique, on présuppose qu'une étude géométrique a été réalisée. Les paramètres géométriques  $\lambda_{ij}$  et  $\theta_{ij}$  sont supposés connus. Vous verrez en effet dans les formules de la suite, apparaître ces paramètres.

## ***Etude cinématique***

On impose les notations, en mécanisme plan :  $\{\mathcal{V}_{ji}\} = \begin{pmatrix} 0 & U_{ji} \\ 0 & V_{ji} \\ R_{ji} & 0 \end{pmatrix}_P^{\mathcal{B}_k}$

**Question 6:** Proposer les 4 torseurs cinématiques des liaisons du mécanisme

**Question 7:** Etablir le graphe des liaisons du mécanisme

**Question 8:** Etablir les 2 équations vectorielles de la fermeture cinématique du système en B

**Question 9:** Etablir les 3 équations scalaires de la fermeture cinématique du système dans  $\mathcal{B}_0$

**Question 10:** Déterminer les 3 inconnues  $R_{32}$ ,  $R_{21}$  et  $V_{30}$  en fonction de l'unique inconnue cinématique  $R_{10}$  et des paramètres géométriques

Remarquez que pour tracer l'évolution de la vitesse de sortie  $R_{30}$  en fonction d'une vitesse d'entrée constante  $R_{10}$  pour toutes les positions de l'entrée  $\theta_{10}$  (par exemple), il est nécessaire de connaître  $\theta_{21}$  en fonction de  $\theta_{10}$ .

**Question 11:** Exprimer  $V_{30}$  en fonction de l'unique inconnue cinématique  $R_{10}$ , de l'unique paramètre géométrique variable  $\theta_{10}$  et des constantes

**Question 12:** Comparer la relation entrée/sortie obtenue par fermeture cinématique avec la relation issue de la fermeture géométrique dérivée

**Question 13:** Mettre le système sous forme matricielle, discuter de sa solvabilité et proposer une démarche de résolution numérique

*Vous pourrez consulter le TP d'IPT pour cette résolution.*

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Révisions	TD2 - Sujet

## ***Etude statique complète***

On impose les notations, en mécanisme plan :

$$\{\mathcal{T}_{j \rightarrow i}\} = \begin{pmatrix} X_{ji} & 0 \\ Y_{ji} & 0 \\ 0 & N_{ji} \end{pmatrix}_P^{\mathfrak{B}_k}$$

On suppose deux actions extérieures et on néglige l'effet de la gravité :

$$\{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}_A^{\mathfrak{B}_0} ; \quad \{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 3}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ F & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_D^{\mathfrak{B}_0}$$

**Question 14:** Proposer les 4 torseurs des actions mécaniques des liaisons du mécanismes, et réalisez les choix de points et bases qui seront utiles pour la suite

**Question 15:** Etablir le graphe des liaisons du mécanisme adapté à l'étude statique

**Question 16:** Déterminer les 3 équations issues de l'isolement de la pièce 1 en B dans  $\mathfrak{B}_0$

**Question 17:** Déterminer les 3 équations issues de l'isolement de la pièce 2 en B dans  $\mathfrak{B}_0$

**Question 18:** Déterminer les 3 équations issues de l'isolement de la pièce 3 en C dans  $\mathfrak{B}_0$

**Question 19:** En déduire le système de 9 équations du problème statique

**Question 20:** Mener la résolution de ce système pour trouver les 8 inconnues de liaison et la relation entre F et C

**Question 21:** Mettre le système sous forme matricielle, discuter de sa solvabilité et proposer une démarche de résolution numérique

## ***Etude statique par stratégie d'isollements***

On suppose que les torseurs des liaisons sont exprimés dans la base 0 :  $\{\mathcal{T}_{j \rightarrow i}\} = \begin{pmatrix} X_{ji} & 0 \\ Y_{ji} & 0 \\ 0 & N_{ji} \end{pmatrix}_P^{\mathfrak{B}_0}$

**Question 22:** Justifier le fait que  $\overrightarrow{R_{21}} = R_{21}\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{R_{32}} = R_{32}\overrightarrow{x_2}$

**Question 23:** Justifier le fait que  $Y_{32} = F$  et déterminer l'expression de  $R_{32}$

**Question 24:** En déduire la relation entre F et C

Remarquez que pour tracer l'évolution du couple C en fonction d'une force F constante pour toutes les positions de l'entrée  $\theta_{10}$  (par exemple), il est nécessaire de connaître  $\theta_{21}$  en fonction de  $\theta_{10}$ .

## ***Etude dynamique (5/2)***

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué dans un référentiel Galiléen dit la chose suivante :

$$\frac{dEc}{dt} = P_{int} + P_{ext}$$

Lorsqu'il est appliqué à un système statique ( $\frac{dEc}{dt} = 0$ ) sans frottements ( $P_{int}^{liaisons} = P_{ext}^{liaisons} = 0$ ), il donne :

$$\{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 1}\}\{\mathcal{V}_{10}\} + \{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 3}\}\{\mathcal{V}_{30}\} = 0$$

**Question 25:** Retrouver la relation statique entrée/sortie à l'aide du TEC et de la relation cinématique entrée/sortie