I- PRESENTATION ET ANALYSE FONCTIONNELLE DU SYSTEME :

➢ ***Question 1 :***

A partir des données du texte introductif et des **documents techniques DT1 et DT2**, compléter le diagramme FAST descriptif du ROBDRIVE du **document réponse DR1**.

(Voir DR1)

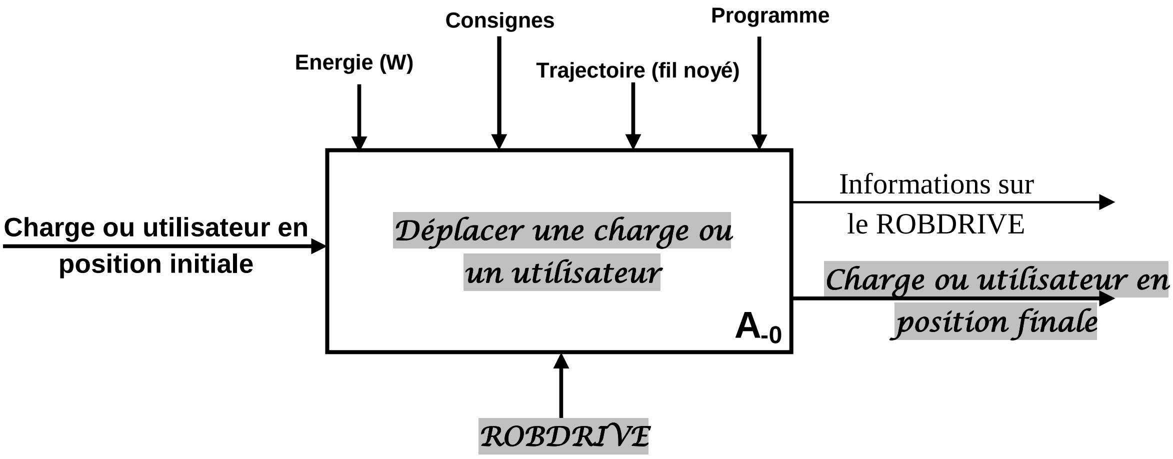
➢ ***Question 2 :***

On donne ci-dessous le diagramme SADT niveau A_{-0} (incomplet) du ROBDRIVE

a) Recopier sur votre copie le diagramme SADT niveau A_{-0} et compléter les zones manquantes.

b) Compléter les zones manquantes du diagramme SADT niveau A_0 du **document réponse DR2**.

a) SADT A-0



b) **(Voir DR2)**

II- ETUDE INERTIELLE APPROCHEE D'UNE JANTE ET EQUILIBRAGE DYNAMIQUE:

II-1- Détermination approchée de la matrice d'inertie d'une jante :

➢ ***Question 3 :*** (voir **figure 5 document technique DT3**)

Montrer que la matrice d'inertie du cylindre creux **(Cy_1)** d'épaisseur e_1 négligeable, en son centre d'inertie O, dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} M_1.r_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_1.\left(\frac{r_1^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & M_1.\left(\frac{r_1^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right) \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$(O,\vec{x})$ axe de symétrie matérielle de révolution du cylindre (Cy_1) donc :

$$[I_O(Cy_1)] = \begin{pmatrix} A_{C1} & 0 & 0 \\ 0 & B_{C1} & 0 \\ 0 & 0 & B_{C1} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Un point courant de (Cy_1) est tel que $\overrightarrow{OP} = x\,\vec{x} + y\,\vec{y} + z\,\vec{z}$

$$A_{C1} = \int_{P\in(Cy_1)} (y^2+z^2)dm = \int_{P\in(Cy_1)} r_1^2 dm = r_1^2 . \int_{P\in(Cy_1)} dm = M_1.r_1^2$$

$$B_{C1} = \frac{A_{C1}}{2} + \int_{P\in(Cy_1)} x^2 dm = \frac{M_1.r_1^2}{2} + \frac{M_1.L^2}{12}$$

- ***Question 4 :*** (voir **figure 6 document technique DT3**)
  - **a)** Donner en fonction de m_P, L et a, la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire **(P_i)** en son centre d'inertie G_i et dans la base $(\vec{x},\vec{y}_i,\vec{z}_i)$ liée à celle-ci.
  - **b)** Déterminer en fonction de m_P, L, r_1 et a, la matrice d'inertie de la plaque rectangulaire **(P_i)** au point O dans la base $(\vec{x}_i,\vec{y}_i,\vec{z})$

a) $$\left[I_{G_i}(P_i)\right] = \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p(a^2+L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y}_i,\vec{z}_i)}$$

b) En appliquant le Th de Huygens généralisé on a :

$$[I_O(P_i)] = \left[I_{G_i}(P_i)\right] + \left[I_O(m_p,G_i)\right]$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{m_p a^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p(a^2+L^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y}_i,\vec{z}_i)} + \begin{pmatrix} m_p\left(r_1+\frac{a}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_p\left(r_1+\frac{a}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y}_i,\vec{z}_i)}$$

$$[I_O(P_i)] = \begin{pmatrix} m_p\left(\frac{a^2}{12}+\left(r_1+\frac{a}{2}\right)^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_p\left(\frac{a^2}{12}+\left(r_1+\frac{a}{2}\right)^2+\frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_p L^2}{12} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y}_i,\vec{z}_i)}$$

➤ Question 5 :

a) Déterminer en fonction de B_i , C_i et θ_i le moment d'inertie de la plaque **(P_i)** par rapport à l'axe $(O,\vec{y})$ noté $I_{oy}(P_i)$.

b) Déterminer en fonction de B_i , C_i et θ_i le moment d'inertie de la plaque **(P_i)** par rapport à l'axe $(O,\vec{z})$ noté $I_{oz}(P_i)$.

a) $I_{oy}(P_i)=\vec{y}.\left([I_O(P_i)]\vec{y}\right)=B_i(\cos\theta_i)^2+C_i(\sin\theta_i)^2$ $\quad(\ \vec{y}=\cos\theta_i\,\vec{y}_i-\sin\theta_i\,\vec{z}_i\ )$

b) $I_{oz}(P_i)=\vec{z}.\left([I_O(P_i)]\vec{z}\right)=B_i(\sin\theta_i)^2+C_i(\cos\theta_i)^2$ $\quad(\ \vec{z}=\sin\theta_i\,\vec{y}_i+\cos\theta_i\,\vec{z}_i\ )$

➤ Question 6 :

a) Montrer que la matrice d'inertie de la jante **(S)** $=\{\mathbf{Cy_1,Cy_2,P_1,P_2,P_3}\}$ au point O dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est de la forme :

$$[I_O(S)]=\begin{pmatrix}A_S&0&0\\0&B_S&0\\0&0&C_S\end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

b) Déterminer les moments d'inerties A_S , B_S et C_S , Conclure.

a) **(S)** $=\{\mathbf{Cy_1,Cy_2,P_1,P_2,P_3}\}$ admet deux plans de symétrie matérielle $(O,\vec{x},\vec{z})$ et $(O,\vec{y},\vec{z})$

b) **.)** $A_S = I_{ox}(S) = I_{ox}(Cy_1) + I_{ox}(Cy_2) + I_{ox}(P_1) + I_{ox}(P_2) + I_{ox}(P_3)$

$$A_S=M_1r_1^2+M_2r_2^2+3A_i$$

.) $B_S = I_{oy}(S) = I_{oy}(Cy_1) + I_{oy}(Cy_2) + I_{oy}(P_1) + I_{oy}(P_2) + I_{oy}(P_3)$

$I_{oy}(P_1)=I_{oy}(P_i)\big|_{\theta_i=0}=B_i$ $\qquad I_{oy}(P_2)=I_{oy}(P_i)\big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)}=\frac{B_i}{4}+\frac{3C_i}{4}$

$I_{oy}(P_3)=I_{oy}(P_i)\big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)}=\frac{B_i}{4}+\frac{3C_i}{4}$

Donc $B_S=M_1\left(\frac{r_1^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right)+M_2\left(\frac{r_2^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right)+\frac{3}{2}(B_i+C_i)$

.) $C_S = I_{oz}(S) = I_{oz}(Cy_1) + I_{oz}(Cy_2) + I_{oz}(P_1) + I_{oz}(P_2) + I_{oz}(P_3)$

$I_{oz}(P_1)=I_{oz}(P_i)\big|_{\theta_i=0}=C_i$ $\qquad I_{oz}(P_2)=I_{oz}(P_i)\big|_{\theta_i=(\pi/2)+(\pi/6)}=\frac{3B_i}{4}+\frac{C_i}{4}$

$I_{oz}(P_3)=I_{oz}(P_i)\big|_{\theta_i=-(\pi/2)-(\pi/6)}=\frac{3B_i}{4}+\frac{C_i}{4}$

Donc $C_S=M_1\left(\frac{r_1^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right)+M_2\left(\frac{r_2^2}{2}+\frac{L^2}{12}\right)+\frac{3}{2}(B_i+C_i)$

.) Conclusion : On a $B_S = C_S$ donc $(O,\vec{x})$ est un axe de symétrie matérielle de révolution de la jante **(S)** $=\{\mathbf{Cy_1,Cy_2,P_1,P_2,P_3}\}$

II-2- Equilibrage d'une roue du ROBDRIVE :

➤ ***Question 7 :***

Traduire les deux conditions d'équilibrage dynamique pour l'ensemble $\mathbf{\Sigma} = \{\mathbf{R_i}, \mathbf{P_{t1}}, \mathbf{P_{t2}}\}$, en déduire les quatre équations scalaires liant m_1, m_2, θ_1, θ_2 et des données géométriques et d'inertie.

Soit $\overrightarrow{O_R P_{t1}} = x_1\,\vec{x}_R + y_1\,\vec{y}_R + z_1\,\vec{z}_R$ et $\overrightarrow{O_R P_{t2}} = x_2\,\vec{x}_R + y_2\,\vec{y}_R + z_2\,\vec{z}_R$

- 1ere condition d'équilibrage : le centre d'inertie G_Σ de l'ensemble $\mathbf{\Sigma} = \{\mathbf{R_i}, \mathbf{P_{t1}}, \mathbf{P_{t2}}\}$ doit être sur l'axe de rotation $(O_R, \vec{x}_R)$ donc : $\begin{cases} \vec{y}_R . \overline{O_R G_\Sigma} = 0 \\ \vec{z}_R . \overline{O_R G_\Sigma} = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0 \\ m_1 z_1 + m_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_R d + m_1 \rho\cos\theta_1 + m_2\rho\cos\theta_2 = 0 & (1) \\ m_1\rho\sin\theta_1 + m_2\rho\sin\theta_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

- 2eme condition d'équilibrage : l'axe de rotation $(O_R, \vec{x}_R)$ doit être un axe principal d'inertie de l'ensemble $\mathbf{\Sigma} = \{\mathbf{R_i}, \mathbf{P_{t1}}, \mathbf{P_{t2}}\}$ donc :

$$\begin{cases} F_\Sigma = \int_{p\in\Sigma} xy\,dm = F + m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2 = 0 \\ E_\Sigma = \int_{p\in\Sigma} xz\,dm = E + m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F + m_1 \dfrac{L}{2}\rho\cos\theta_1 - m_2\dfrac{L}{2}\rho\cos\theta_2 = 0 & (3) \\ E + m_1 \dfrac{L}{2}\rho\sin\theta_1 - m_2\dfrac{L}{2}\rho\sin\theta_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

➤ ***Question 8:***

Déterminer les expressions des masses m_1 et m_2 et des angles θ_1 et θ_2.

(3)+(L/2)*(1) donne : $F + m_R \dfrac{L}{2} d + m_1 L\rho\cos\theta_1 = 0$

(4)+(L/2)*(2) donne : $E + m_1 L\rho\sin\theta_1 = 0$

Alors $\boxed{tg\theta_1 = \dfrac{2E}{2F + m_R L d}}$ et $\boxed{m_1 = \dfrac{1}{\rho L}\sqrt{\left(F + m_R \dfrac{L}{2} d\right)^2 + E^2}}$

De même $\boxed{tg\theta_2 = \dfrac{2E}{2F - m_R L d}}$ et $\boxed{m_2 = \dfrac{1}{\rho L}\sqrt{\left(F - m_R \dfrac{L}{2} d\right)^2 + E^2}}$

III- ETUDE CINEMATIQUE DANS UNE SITUATION PARTICULIERE :

Question 9:

a) Déterminer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$, le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de R et $\dot{\psi}$.

b) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact I_1 entre **(R_1)** et **(0)**, déterminer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de r, a_1, b_1, α_1, $\dot{\psi}$ et $\dot{\varphi}_1$.

c) En exprimant le roulement sans glissement au point de contact I_2 entre **(R_2)** et **(0)**, déterminer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ le vecteur vitesse $\vec{V}(C_1 \in 1/0)$ en fonction de r, a_1, b_1, α_2, $\dot{\psi}$ et $\dot{\varphi}_2$.

a) $\boxed{\vec{V}(C_1 \in 1/0) = R\dot{\psi}\,\vec{y}_1}$

b) $\vec{V}(C_1 \in 1/0) = \vec{V}(A_1 \in 1/0) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{A_1C_1} = \underbrace{\vec{V}(I_1 \in R_1/0)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(R_1/0) \wedge \overrightarrow{I_1A_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{A_1C_1}$

$$\left(\vec{V}(A_1 \in 1/0) = \vec{V}(A_1 \in R_1/0)\right)$$

$$\vec{V}(C_1 \in 1/0) = \left(\dot{\varphi}_1\,\vec{u}_1 + \dot{\alpha}_1\,\vec{z}_0\right) \wedge r\,\vec{z}_0 + \dot{\psi}\,\vec{z}_0 \wedge \left(b_1\,\vec{x}_1 - a_1\vec{y}_1\right)$$

$$= -r\dot{\varphi}_1\,\vec{v}_1 + b_1\dot{\psi}\,\vec{y}_1 + a_1\dot{\psi}\,\vec{x}_1$$

$$\boxed{\vec{V}(C_1 \in 1/0) = \left(a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_1 \sin\alpha_1\right)\vec{x}_1 + \left(b_1\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_1 \cos\alpha_1\right)\vec{y}_1}$$

c) De même :

$$\boxed{\vec{V}(C_1 \in 1/0) = \left(a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \sin\alpha_2\right)\vec{x}_1 - \left(b_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \cos\alpha_2\right)\vec{y}_1}$$

Question 10:

a) Ecrie alors les quatre équations différentielles liant R, r, a_1, b_1, α_1, α_2, $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$ et $\dot{\psi}$.

b) Déterminer en fonction de R, a_1 et b_1, les angles de braquage α_1 et α_2, commenter.

c) Déterminer en fonction de R, a_1, b_1, r et $\dot{\psi}$, les vitesses angulaires $\dot{\varphi}_1$ et $\dot{\varphi}_2$ $\left(\dot{\psi} > 0\right)$.

a)

$$\begin{cases} a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_1 \sin\alpha_1 = 0 & (1) \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_1 \cos\alpha_1 = R\dot{\psi} & (2) \\ a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \sin\alpha_2 = 0 & (3) \\ -\left(b_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \cos\alpha_2\right) = R\dot{\psi} & (4) \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_1 \sin\alpha_1 = a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \sin\alpha_2 \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_1 \cos\alpha_1 = -\left(b_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_2 \cos\alpha_2\right) \\ a_1\dot{\psi} + r\dot{\varphi}_1 \sin\alpha_1 = 0 \\ b_1\dot{\psi} - r\dot{\varphi}_1 \cos\alpha_1 = R\dot{\psi} \end{cases} \quad \text{ou} \ldots.$$

b) $\boxed{tg\alpha_1 = \dfrac{a_1}{R - b_1}}$ $\quad$ $\boxed{tg\alpha_2 = \dfrac{a_1}{R + b_1}}$

D'après leurs expressions les angles α_1 et α_2 sont constants dans ce cas de plus $\alpha_1 > \alpha_2$.

c) $\boxed{\dot{\varphi}_1 = \dfrac{-\dot{\psi}}{r}\sqrt{a_1^2 + \left(R - b_1\right)^2}}$ $\quad$ $\boxed{\dot{\varphi}_2 = \dfrac{-\dot{\psi}}{r}\sqrt{a_1^2 + \left(R + b_1\right)^2}}$

(d'après (1) et (3) $\dot{\varphi}_1$ et $\dot{\varphi}_2$ sont < à 0, sur le schéma α_1 et α_2 sont positifs)

Question 11 :

a) Montrer que chaque axe $(A_i, \vec{u}_i)$ passe par le point K_0.

b) Donner sans calcul, les expressions des angles α_3 et α_4 et des vitesses angulaires $\dot{\varphi}_3$ et $\dot{\varphi}_4$.

c) Sachant que a_1 = 0.603 m et b_1= 0.510 m et $\alpha_i \in [-25°, 25°]$ calculer le rayon minimal R_{min} du cercle que peut décrire le point C_1.

a) On a $\overrightarrow{V}(K_0 \in 1/0) = \vec{0}$ donc K_0 représente le CIR du mouvement de (1) / à (0) donc on doit avoir $\overrightarrow{V}(A_i \in 1/0) \perp$ à $(K_0A_i) \quad \forall i$

Or $\overrightarrow{V}(A_i \in 1/0) = \overrightarrow{V}(A_i \in R_i/0) = \underbrace{\overrightarrow{V}(I_i \in R_i/0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{\Omega}(R_i/0) \wedge \overrightarrow{I_iA_i} = -r\dot{\varphi}_i\,\vec{v}_i$

Donc chaque axe $(A_i, \vec{u}_i)$ passe par le point K_0.

b) $\boxed{tg\alpha_3 = -tg\alpha_2 = \dfrac{-a_1}{R+b_1}}$ $\boxed{tg\alpha_4 = -tg\alpha_1 = \dfrac{-a_1}{R-b_1}}$

$\boxed{\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_2 = \dfrac{-\dot{\psi}}{r}\sqrt{a_1^2 + (R+b_1)^2}}$ $\boxed{\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_1 = \dfrac{-\dot{\psi}}{r}\sqrt{a_1^2 + (R-b_1)^2}}$

c) Le rayon R est minimal quand α_1 est maximal donc

$$tg\alpha_{1Max} = \frac{a_1}{R_{min} - b_1} \Rightarrow \boxed{R_{min} = b_1 + \frac{a_1}{tg\alpha_{1Max}}}$$

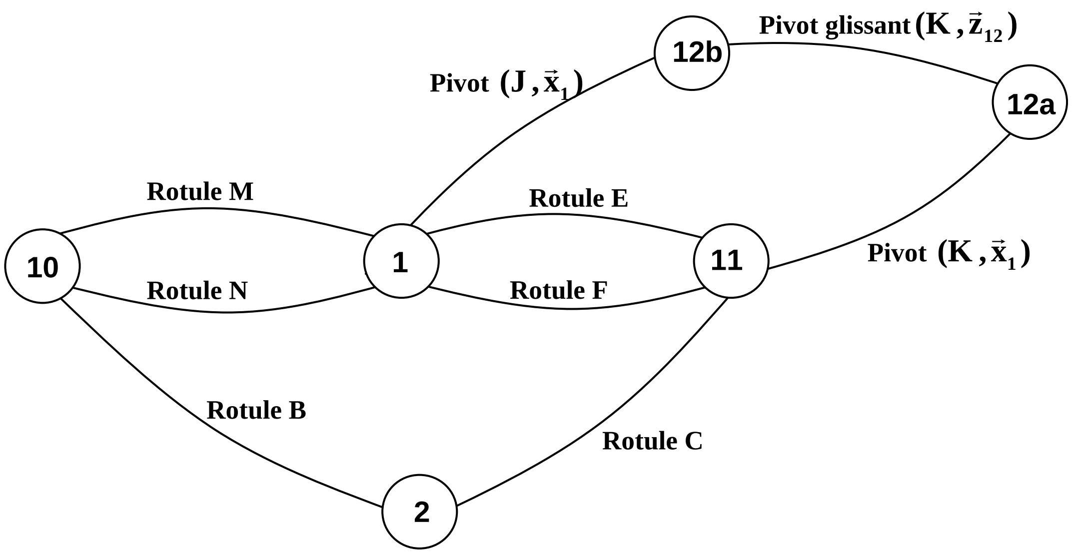
A.N : $\boxed{R_{min} = 0.510 + \dfrac{0.603}{tg(25°)} = 1.803m}$

IV- ETUDE MECANIQUE DU SYSTEME DE SUSPENSION :

IV-1- Chaînes des solides :

➢ ***Question 12:***

Tracer le graphe des liaisons du système de suspension, on indiquera clairement la nature de chaque liaison et sa caractéristique géométrique



- ***Question 13 :***
  - **a)** La mobilité utile du système est $m_u = 1$, quelle est à votre avis cette mobilité ?
  - **b)** Estimer le degré de mobilité interne du système, indiquer clairement le ou les mouvements concernés.
  - **c)** Déterminer le degré d'hyperstatisme h du système de suspension, conclure.
  - **d)** Quelles sont les conséquences de la valeur de h sur le montage du système.
  - **e)** On envisage de modifier la liaison entre **(12b)** et **(1)** par une liaison rotule de centre J et la liaison entre **(12a)** et **(11)** par une rotule de centre K. Que devient le degré de mobilité du système ? Evaluer à nouveau le degré d'hyperstatisme du système puis conclure.
  - **f)** Quelle est sans calcul, la liaison équivalente aux deux liaisons en // entre le triangle inferieur **(10)** et le châssis **(1)**, quel est son degré d'hyperstatisme et comment peut on rendre cette liaison équivalente isostatique ?

a) $m_u = 1$; c'est la translation circulaire de (2) par rapport à (1)
le candidat peut aussi donner comme réponse : la translation de (12a) par rapport à (12b) suivant $\vec{z}_{12}$ ou la rotation de (10) / à (1) autour de $(A,\vec{x}_1)$ ou la rotation de (11) / à (1) autour de $(D,\vec{x}_1)$

b) $m_i = 1$; c'est la rotation de (2) autour de (BC)

c) $h = N_s - 6(n-1) + m$ avec :
Nbre d'incs statiques $N_s = 6*3 + 2*5 + 4$ (6 rotules , 2 pivots , 1 pivot glissant)
$N_s = 32$
Nbre de solides $n = 6$
Mobilité $m = m_u + m_i = 1 + 1 = 2$
Donc $h = 32 - 30 + 2$ $h = 4$; le système est hyperstatique d'ordre 4.

d) Quatre conditions de montage à respecter.

e) La mobilité utile reste inchangée $m_u = 1$
,la mobilité interne devient $m_i = 3$: * rotation de (2) autour de (BC) ;
* rotation de (12a) autour de (JK) ;
* rotation de (12b) autour de (JK) ;

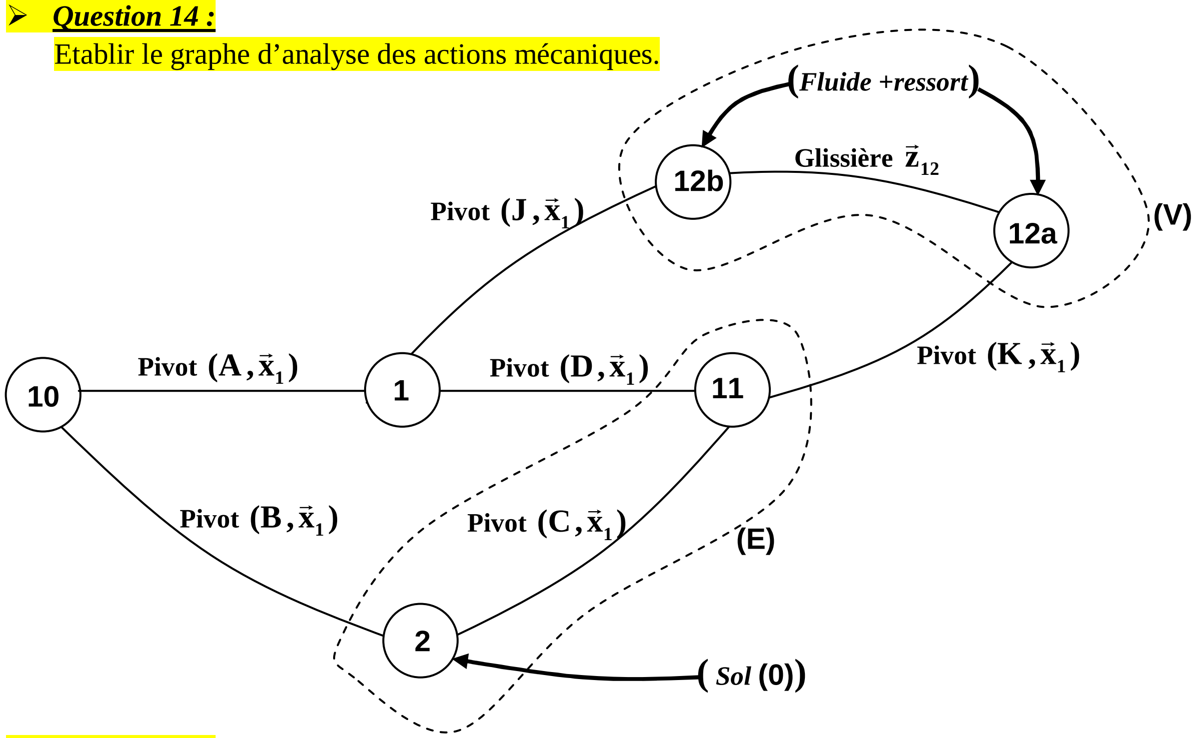
$N_s = 8*3 + 4 = 28$ (8 rotules , 1 pivot glissant)
$h = N_s - 6(n-1) + m = 28 - 30 + 4$ $h = 2$; le système reste hyperstatique mais avec moins de contraintes de montage.

f) $L_{éq}(10/1)$ = pivot d'axe $(M,\vec{x}_1)$; $h_{Léq} = 1$; pour rendre cette liaison équivalente isostatique il suffit de remplacer par exemple la liaison rotule en N par une linéaire annulaire d'axe $(N,\vec{x}_1)$

IV-2- Etude statique du système de suspension

- ***Question 14 :***

Etablir le graphe d'analyse des actions mécaniques.



- ***Question 15 :***

a) Montrer que la résultante de l'action mécanique de la tige **(12a)** du vérin de suspension sur le triangle **(11)** peut se mettre sous la forme $\overrightarrow{R}(12a \to 11) = R_{12a/11}\,\vec{z}_{12}$ ($R_{12a/11}$ est en valeur algébrique).

b) En appliquant le théorème de la résultante statique à la tige **(12a)** en projection sur $\vec{z}_{12}$, exprimer $R_{12a/11}$ en fonction de $F_{vé}$.

c) Montrer que la résultante de l'action mécanique du triangle **(10)** sur la roue **(2)** peut se mettre sous la forme $\overrightarrow{R}(10 \to 2) = R_{10/2}\,\vec{y}_{10}$ ($R_{10/2}$ est en valeur algébrique).

d) En appliquant le théorème du moment statique au point C, à la roue **(2)** déterminer la relation liant $R_{10/2}$, P_i , α et des données géométriques.

a) En isolant l'ensemble vérin **(V) =** $\{12a, 12b\}$ et tenant compte des hypothèses de l'énoncé celui-ci est en équilibre sous l'action de deux glisseurs :

$$\{\tau(1 \to 12b)\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R}(1 \to 12b) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J \quad \text{et} \quad \{\tau(11 \to 12a)\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R}(11 \to 12a) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$$

Donc les deux forces $\overrightarrow{R}(1 \to 12b)$ et $\overrightarrow{R}(11 \to 12a)$ sont directement opposées, elles ont la même direction qui est la droite (JK) d'où $\boxed{\overrightarrow{R}(12a \to 11) = -\overrightarrow{R}(11 \to 12a) = R_{12a/11}\,\vec{z}_{12}}$

b) le TRS appliqué à la tige (12a) en projection sur $\vec{z}_{12}$ $\Rightarrow$ $\vec{z}_{12}.\overrightarrow{R}(\overline{12a} \to 12a) = 0$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{z}_{12}.\overrightarrow{R}(11 \to 12a)}_{-R_{12a/11}} + \underbrace{\vec{z}_{12}.\overrightarrow{R}(12b \to 12a)}_{0} + \underbrace{\vec{z}_{12}.\overrightarrow{R}(\text{fluide} + \text{ressort} \to 12a)}_{-F_{vé}} = 0$$

$\Rightarrow$ $-R_{12a/11} - F_{vé} = 0$ d'où :

$$\boxed{R_{12a/11} = -F_{vé}}$$

c) De même qu'en **a)** en isolant le triangle inferieur (10) celui-ci est en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{R}(1 \to 10)$ et $\vec{R}(2 \to 10)$ ces deux forces sont donc directement opposées ,elles ont la même direction qui est la droite (AB),

d'où $\vec{R}(10 \to 2) = -\vec{R}(2 \to 10) = R_{10/2}\,\vec{y}_{10}$

d) Le TMS appliqué à (2) au point C $\Rightarrow$ $\vec{M}_C(\bar{2} \to 2) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_C(11 \to 2)}_{\vec{0}} + \vec{M}_C(0 \to 2) + \vec{M}_C(10 \to 2) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{CI} \wedge \vec{R}(0 \to 2) + \vec{CB} \wedge \vec{R}(10 \to 2) = \vec{0}$$

ce qui donne $l_2 P_i + (-e\sin\alpha + l_1\cos\alpha) R_{10/2} = 0$

➢ ***Question 16 :***

En isolant l'ensemble **(E) = {2,11}**, déterminer l'effort du vérin $F_{vé}$ en fonction de P_i , α , β et des données géométriques.

On applique à l'ensemble $\mathbf{(E)} = \{\mathbf{2,11}\}$ le TMS au point D : $\vec{M}_D(\bar{E} \to E) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{M}_D(1 \to 11)}_{\vec{0}} + \vec{M}_D(0 \to 2) + \vec{M}_D(10 \to 2) + \vec{M}_D(12a \to 11) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{DI} \wedge \vec{R}(0 \to 2) + \vec{DB} \wedge \vec{R}(10 \to 2) + \vec{DK} \wedge \vec{R}(12a \to 11) = \vec{0}$$

ce qui donne $l_{10} P_i \cos\alpha - (H\cos\beta + \delta\sin\beta) F_{vé} = 0$

d'où $$F_{vé} = \frac{l_{10} P_i \cos\alpha}{H\cos\beta + \delta\sin\beta}$$

V- ETUDE GRAPHIQUE DE LA CINEMATIQUE DU SYSTEME DE DIRECTION :

➢ ***Question 17 :***

a) Quelle est la direction du vecteur vitesse $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$, justifier votre réponse.

b) Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(C_5 \in 5/1)$.

➢ ***Question 18 :***

Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(A_5 \in 5/1)$.

➢ ***Question 19:***

Déterminer graphiquement, les vecteurs vitesse $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$ et $\vec{V}(A_5 \in 4a/1)$, indiquer la norme de $\vec{V}(A_5 \in 4b/4a)$.

(voir DR3)

VI- ASSERVISSEMENT EN VITESSE DES ROUES :

VI-1- Etude mécanique préliminaire :

➢ ***Question 20 :***

a) Déterminer le rapport de réduction $n_1 = \dfrac{\omega_{PS}}{\omega_m}$ du réducteur épicycloïdal.

b) Calculer le rapport de réduction global $n = \dfrac{\omega_R}{\omega_m}$.

a) Par rapport au porte satellite (PS) on a :

$$\frac{\omega_{(C/PS)}}{\omega_{(m/PS)}} = \frac{-Z_m}{Z_C} \Rightarrow \frac{-\omega_{(PS/C)}}{\omega_{(m/C)} - \omega_{(PS/C)}} = \frac{-\omega_{PS}}{\omega_m - \omega_{PS}} = \frac{-Z_m}{Z_C}$$

d'où $n_1 = \frac{\omega_{PS}}{\omega_m} = \frac{Z_m}{Z_C + Z_m} = \frac{1}{3}$

b) le rapport de réduction global est $n = n_1.n_2 = \frac{1}{15}$

➤ ***Question 21 :***

Sachant que le moment d'inertie de l'arbre moteur **(A_m)** par rapport à son axe est noté **J_m**, déterminer l'expression du moment d'inertie équivalent noté **$J_{mr\ éq}$** de l'ensemble **(arbre moteur (A_m) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo)** ramené sur l'axe de l'arbre moteur **(A_m)**.

L'énergie cinétique de l'ensemble **(arbre moteur (A_m) + réducteur épicycloïdal + réducteur cyclo)** est :

$$E_C = \frac{1}{2}\left(J_m\omega_m^2 + J_{rép}\omega_{PS}^2 + J_{rcy}\omega_R^2\right) = \frac{1}{2}\left(J_m\omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}\right).\omega_m^2 = \frac{1}{2}J_{mr\ éq}\omega_m^2$$

d'où $J_{mr\ éq} = J_m\omega_m^2 + n_1^2 J_{rép} + n^2 J_{rcy}$

➤ ***Question 22 :***

a) Exprimer V en fonction de ω_m .

b) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble **(Σ_{Rob})** dans son mouvement par rapport au sol **(0)**.

a) Le RSG au point $I_i \Rightarrow \overrightarrow{V}(I_i \in R_i/0) = \vec{0} = \overrightarrow{V}(A_i \in R_i/0) + \overrightarrow{I_iA_i} \wedge \overrightarrow{\Omega}(R_i/0)$

Ce qui donne $V = r.\omega_R = n.r.\omega_m$

b) L'énergie cinétique : $T(\Sigma_{Rob}/0) = \frac{1}{2}\left(M_c V^2 + 4mV^2 + 4J_{mr}\omega_m^2\right)$

➤ ***Question 23 :***

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble **(Σ_{Rob})** dans son mouvement par rapport au sol **(0)** (On distinguera clairement les puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à **(Σ_{Rob})**), puis montrer que l'équation obtenue peut se mettre sous la forme : $J_{éq}\frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$ et indiquer les expressions de $J_{éq}$ et $C_{ré}$.

Le TEC appliqué à l'ensemble (E) dans sont mvt / à (0) donne : $\frac{d}{dt}T(\Sigma_{Rob}/0) = P_{ext}(\Sigma_{Rob}) + P_{int}(\Sigma_{Rob})$

$$P_{ext}(\Sigma_{Rob}) = P(\overline{\Sigma_{Rob}} \to \Sigma_{Rob}/0) = \underbrace{P(pes \to \Sigma_{Rob}/0)}_{0} + \underbrace{\sum_{i=1}^{4} P(0 \to R_i/0)}_{0\quad (RSG)} - F_r.V = -F_r.V$$

$$P_{int}(\Sigma_{Rob}) = 4C_m\omega_m + \underbrace{P_{liaisons}}_{0}$$

tenant compte de $V = n.r.\omega_m$ on aura $\left((M_c + 4m)n^2r^2 + 4J_{mr}\right)\omega_m\dot{\omega}_m = 4C_m\omega_m - nrF_r\omega_m$

d'ou : $J_{éq}\frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_{ré}$

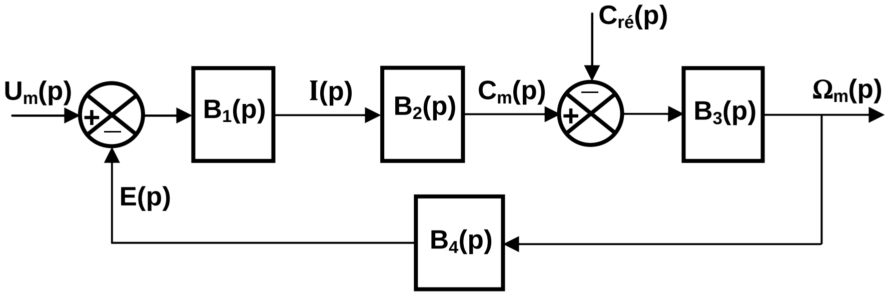
avec $J_{éq} = \left(\frac{M_c}{4} + m\right)n^2r^2 + J_{mr}$ et $C_{ré} = \frac{nrF_r}{4}$

VI-2- Asservissement :

VI-2-1- Modélisation du moteur électrique :

➢ ***Question 24 :***

Ecrire les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur électrique puis indiquer les expressions littérales des transmittances $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$ du schéma fonctionnel suivant :



.) Les transformées de Laplace des équations régissant le comportement du moteur sont :

$U_m(p) = E(p) + R.I(p) + Lp.I(p)$; $J_{éq}p\Omega_m(p) = C_m(p) - f.\Omega_m(p) - C_{ré}(p)$

$E(p) = k.\Omega_m(p)$; $C_m(p) = k.I(p)$

.) Les transmittances $B_i(p)$ sont :

$B_1(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$; $B_2(p) = k$; $B_3(p) = \dfrac{1}{f + J_{éq}.p}$; $B_4(p) = k$

➢ ***Question 25 :***

a) Pour $C_{ré}(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert du moteur $M(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$, écrire cette fonction sous sa forme canonique, déterminer les expressions littérales de ses constantes caractéristiques (gain statique K_m, pulsation propre ω_n et coefficient d'amortissement z), puis faire l'application numérique et indiquer les unités.

b) Monter sans effectuer aucun calcul, qu'on peut mettre M(p) sous la forme :

$$M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$ avec T_1 et T_2 des réels positifs.

c) On peut définir pour le moteur deux constantes de temps :

$\tau_e = \dfrac{L}{R}$: constante du temps électrique ;

$\tau_m = \dfrac{R.J_{éq}}{R.f + k^2}$: constante du temps mécanique .

Ainsi on peut approcher la fonction de transfert M(p) à $M(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \dfrac{K_m}{(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$.

Calculer les valeurs numériques de τ_e et τ_m puis vérifier que cette approximation est valable.

d) Donner l'allure de la réponse $\omega_m(t)$ du moteur à un échelon unitaire de tension $u_m(t) = u(t)$, indiquer les valeurs numériques des caractéristiques de cette réponse.

a) .) $M(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\dfrac{B_1B_2B_3}{1+B_1B_2B_3B_4}=\dfrac{\dfrac{k}{k^2+Rf}}{1+\left(\dfrac{RJ_{éq}+Lf}{k^2+Rf}\right)p+\left(\dfrac{LJ_{éq}}{k^2+Rf}\right)p^2}=\dfrac{K_m}{1+\dfrac{2z}{\omega_n}p+\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2}$

.) Gain statique $K_m=\dfrac{k}{k^2+Rf}$; Pulsation propre $\omega_n=\sqrt{\dfrac{k^2+Rf}{LJ_{éq}}}$

Coefficient d'amortissement $z=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k^2+Rf}{LJ_{éq}}}\,\dfrac{RJ_{éq}+Lf}{k^2+Rf}=\dfrac{RJ_{éq}+Lf}{2\sqrt{LJ_{éq}(k^2+Rf)}}$

.) A.N : $K_m = 3.8\ rad.s^{-1}.V^{-1}$; $\omega_n = 35.833\ rad/s$; $z = 4.28$

b) On a $z > 1$ donc M(p) admet deux pôles réels, alors on peut mettre M(p) sous la forme :

$$M(p)=\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{K_m}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

c) $\tau_e=\dfrac{L}{R}=0.0033s$; $\tau_m=\dfrac{R.J_{éq}}{R.f+k^2}=0.2388s$

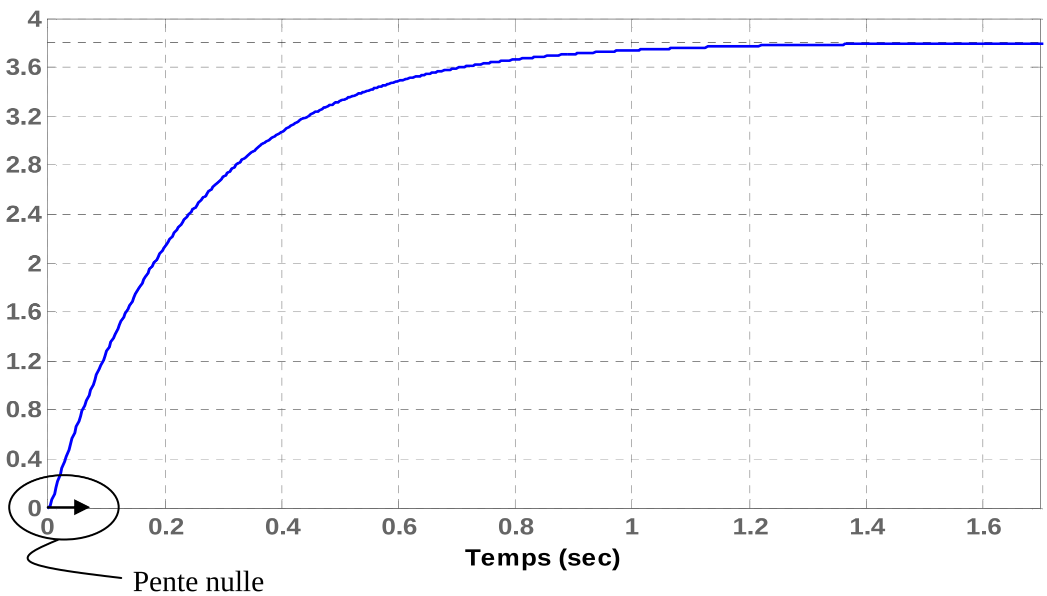
L'approximation est valable si $\begin{cases}\tau_e+\tau_m\simeq(T_1+T_2=2z/\omega_n)\\ \tau_e.\tau_m\simeq(T_1.T_2=1/\omega_n^2)\end{cases}$

On a $\tau_e+\tau_m = 0.2421$ et $T_1+T_2=2z/\omega_n=0.2389$

Et $\tau_e\,.\,\tau_m = 0.000788$ et $T_1.T_2=1/\omega_n^2=0.0007881$

Donc valable.

d) On a $z > 1$ donc on a un régime apériodique :



$\omega_m(\infty) = 3.8\ rad/s$; $\omega'_m(0) = 0$

➢ Question 26 :

On suppose toujours que $C_{ré} = 0$, déterminer la fonction de transfert $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$, montrer qu'on peut la mettre sous la forme canonique : $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1+\tau_i p)}{(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$, indiquer les expressions littérales de K_i et τ_i puis faire l'application numérique (indiquer les unités).

$$H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{B_1}{1+B_1B_2B_3B_4} = \frac{f + J_{éq}p}{(R+Lp)(f+J_{éq}p)+k^2}$$

$$= \frac{\frac{f}{k^2+Rf}\left(1+\frac{J_{éq}}{f}p\right)}{1+\frac{RJ_{éq}+Lf}{k^2+Rf}p+\frac{LJ_{éq}}{k^2+Rf}p^2} = \frac{K_i(1+\tau_i p)}{(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$$

Avec $K_i = \frac{f}{k^2+Rf}$, $\tau_i = \frac{J_{éq}}{f}$ et τ_e et τ_m sont précédemment définies.

A.N : $K_i = 0.156\ A.V^{-1} = 0.156\ \Omega^{-1}$; $\tau_i = 3.33\ s$

➢ Question 27:

a) Le cahier des charge en terme de courant est il respecté ? Justifier votre réponse.
b) vérifier en utilisant la courbe l'exactitude de la valeur du gain statique K_i trouvée à la **question 26**.

a) En régime transitoire, la réponse présente un pic de courant de valeur $i_{Max} = 170\ A >> 20\ A$, donc le cahier des charge en terme de courant est non satisfait.

b) On a $i(\infty) = \lim_{t\to\infty} i(t) = \lim_{p\to 0} pI(p) = \lim_{p\to 0} pH_C(p)U_m(p) = \lim_{p\to 0} pH_C(p)\frac{U_n}{p} = K_iU_n$

$i(\infty) = 83.K_i = 13\ A$ donc $K_i = 13/83 = 0.156\ A.V^{-1} = 0.156\ \Omega^{-1}$.

➢ Question 28 :

a) On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude U_n ($u_m(t) = U_n.u(t)$), déterminer en fonction de K_i , U_n , τ_m et τ_i la réponse i(t) à cette échelon.
b) Quelles sont : la valeur initiale, la valeur finale et la pente à l'origine de la réponse i(t) ?
c) Pour U_n = 83V, et tenant compte des valeurs numériques de K_i , τ_m et τ_i , représenter sur la **figure 14 du document réponse DR4** la réponse i(t).
d) Comparer à la réponse précédente (**figure b**), conclure quant à l'approximation faite.

a) On a $H_C(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i(1+\tau_i p)}{(1+\tau_m p)} \Rightarrow I(p) = \frac{K_i(1+\tau_i p)}{(1+\tau_m p)}U_m(p)$

$u_m(t) = U_n.u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U_m(p) = U_n/p$ donc :

$$I(p) = \frac{K_iU_n(1+\tau_i p)}{p(1+\tau_m p)} = K_iU_n\left(\frac{1}{p}+\frac{\tau_i-\tau_m}{(1+\tau_m p)}\right) = K_iU_n\left(\frac{1}{p}+\frac{\tau_i-\tau_m}{\tau_m\left(p+\frac{1}{\tau_m}\right)}\right)$$

D'ou $$i(t) = K_iU_n\left(1+\frac{\tau_i-\tau_m}{\tau_m}.\exp\left(\frac{-t}{\tau_m}\right)\right).u(t)$$

b) valeur initiale : $i(0)=K_iU_n\left(1+\dfrac{\tau_i-\tau_m}{\tau_m}\right)=K_iU_n\dfrac{\tau_i}{\tau_m}$; valeur finale : $i(\infty)=KU_n$

pente à l'origine : $i'(0)=-K_iU_n\left(\dfrac{\tau_i-\tau_m}{\tau_m^2}\right)$

c) **A.N :** $i(0) = 180.5$ A ; $i(\infty) = 13$ A ; $i'(0) = -704.7$ A.s^{-1} ($\approx$-140/0.2)

pour le tracé voir **figure 14 doc réponse DR3 .**

e) Les deux réponses se ressemblent notamment dès qu'on s'éloigne de t = 0. D'autre part le pic de courant au démarrage est de 180.5A valeur proche de celle de la réponse précédente, donc on peut négliger la constante du temps électrique τ_e.

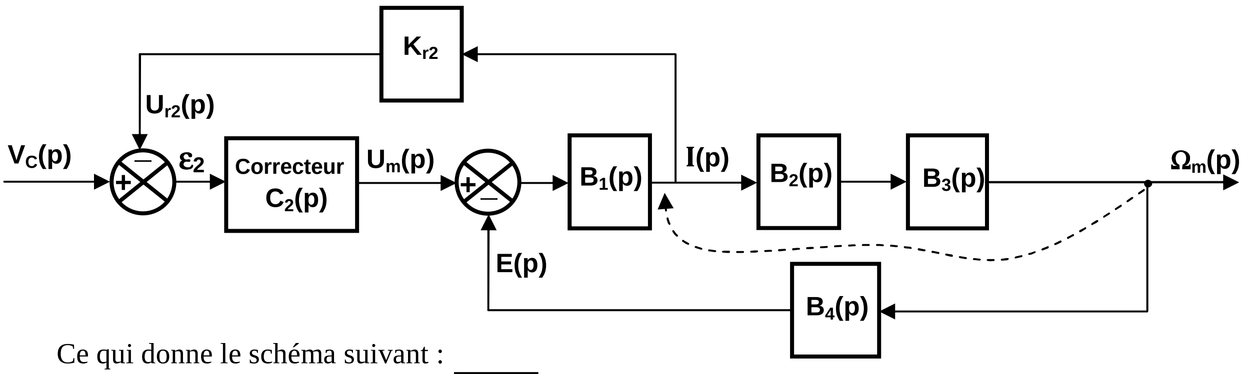
➢ ***Question 29 :***

a) On suppose par la suite que le **couple résistant $C_{ré}$ est nul**, et on **néglige** toujours **la constante du temps électrique τ_e**, montrer qu'on peut transformer le schéma fonctionnel de la **figure c** ainsi :

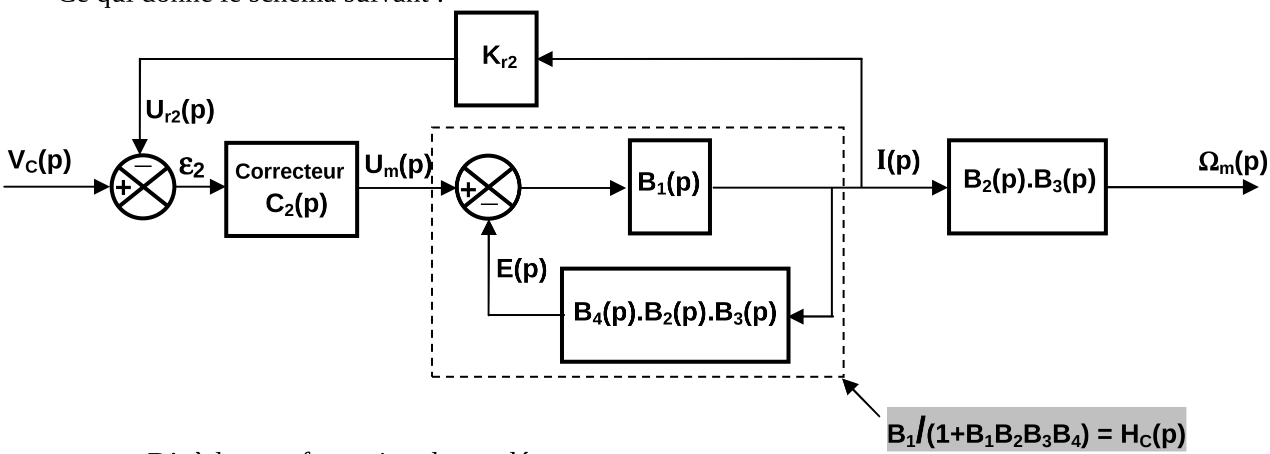
b) Indiquer l'expression de la transmittance $B_5(p)$.

c) Déterminer en fonction de K_i ,τ_m et τ_i , la fonction de transfert en boucle fermée de courant $H_{BFi}(p)=\dfrac{I(p)}{V_C(p)}$, indiquer son ordre et déterminer la valeur numérique de son gain statique K_{BFi}.

a) On applique au schéma blocs de la **figure c** la transformation suivante



Ce qui donne le schéma suivant :



D'où la transformation demandée.

b) La transmittance $B_5(p)$ est $B_5(p)=B_2(p).B_3(p)=\dfrac{k}{f+J_{éq}.p}$

c) .) $H_{BFi}(p)=\dfrac{I(p)}{V_C(p)}=\dfrac{C_2(p).H_C(p)}{1+C_2(p).H_C(p).K_{r2}}=\dfrac{(5/p).H_C(p)}{1+(25/p).H_C(p)}=\dfrac{5.H_C(p)}{p+25.H_C(p)}$

On a $H_C(p)=\dfrac{I(p)}{U_m(p)}=\dfrac{K_i(1+\tau_i p)}{(1+\tau_m p)} \Rightarrow H_{BFi}(p)=\dfrac{I(p)}{V_C(p)}=\dfrac{5K_i(1+\tau_i p)}{p(1+\tau_m p)+25K_i(1+\tau_i p)}$

.) Ordre de $H_{BFi}(p)$ est n = 2 ,son gain statique est :

$$K_{BFi}=H_{BFi}(0)=\frac{5.K_i}{25.K_i}=1/5=0.2\,A.V^{-1}=0.2\,\Omega^{-1}$$

d) Pendant le régime transitoire le courant augmente progressivement , il n y a pas de pic de courant dans ce cas. En régime établi la valeur atteinte est 16.6 A < 20 A, donc le cahier des charges en terme de courant est satisfait.
A noter aussi que cette réponse ressemble à celle d'un système de premier ordre.

➢ *Question 30 :*

a) Montrer qu'on peut approcher la fonction de transfert $H_{BFi}(p)$ à celle d'un système de premier ordre : $H_{BFi}(p)=\dfrac{I(p)}{V_C(p)}=\dfrac{K_{BFi}}{1+\tau_{BFi}.p}$.

b) Déterminer les valeurs numériques de K_{BFi} et τ_{BFi} (indiquer les unités).

a) Quand $\omega \to 0$ le diagramme de gain de $H_{BFi}(p)$ admet une asymptote de pente nulle et celui de phase admet comme asymptote 0°.
Quand $\omega \to \infty$ le diagramme de gain de $H_{BFi}(p)$ admet une asymptote de pente -20dB/déc et celui de phase admet comme asymptote -90°.
Pour la pulsation de cassure la phase vaut -45° et l'écart de la courbe du gain par rapport aux asymptotes ≈ 3dB.
Donc on peut approcher $H_{BFi}(p)$ à celle d'un système de premier ordre.

b) $H_{BFi}(p)=\dfrac{I(p)}{V_C(p)}=\dfrac{K_{BFi}}{1+\tau_{BFi}.p}$

.) $20.\log(K_{BFi})$ = -14dB donc $K_{BFi}=10^{-14/20}=0.2\,A.V^{-1}$

.) pour $\omega = 1/\tau_{BFi}$ la phase vaut -45° donc τ_{BFi} = 1/60 = 0.0167 s.

➢ *Question 31:*

a) En régime permanent, on **espère** pour cet asservissement avoir $\omega_i = \omega_{ic}$ et $\varepsilon_1 = 0$, montrer que le gain de l'adaptateur doit être tel que $K_a = K_{r1}/n$.

b) Transformer le schéma fonctionnel de cet asservissement pour le mettre sous la forme :

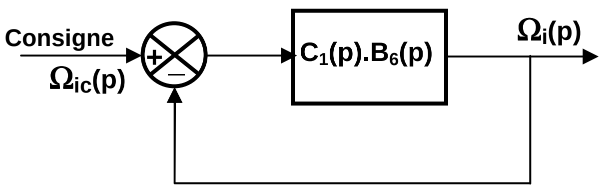
c) Indiquer l'expression de $B_6(p)$.

a) En régime permanent, on espère pour cet asservissement avoir $\omega_i = \omega_{ic}$ et $\varepsilon_1 = 0$ ($u_{r1} = u_c$) ;
On a $u_c = K_a.\,\omega_i$ et $u_{r1} = K_{r1}.\,\omega_i = (K_{r1}/n).\omega_m$ d'où $K_a = (K_{r1}/n)$.

b) En appliquant au schéma blocs de l'asservissement les deux transformations successives :

- Déplacement du point de prélèvement de $\Omega_m(p)$ à droite ;
- Puis rendre le schéma à retour unitaire.

Et tenant compte de la relation $K_a = (K_{r1}/n)$, on aboutit au schéma blocs ci-contre :



c) $B_6(p)=H_{BFi}(p).B_5(p).K_{r1}$

➤ ***Question 32:***

a) Quelle est la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO1}(p)$ de l'asservissement de vitesse ?

b) La **figure 15 du document réponse DR4** représente les diagrammes de Bode de $H_{BO1}(p)$ non corrigée ($K_1 = 1$),

- Indiquer sur ce document la marge de phase MP_0 du système, quelle est sa valeur ?
- Quelle est la marge du gain MG du système ?
- Indiquer sur ce document le gain du correcteur K_{1dB} en décibel, pour régler la marge de phase du système à $MP_1 = 45°$, indiquer de même MP_1 sur le document.
- Calculer la valeur réelle de K_1.

c) Quelle est après correction du système, l'erreur statique ε_s de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude ω_0 ($\omega_{ic}(t) = \omega_0.u(t)$) ?

d) La correction proportionnelle satisfait elle le cahier des charges en terme de stabilité et précision ?

a) $H_{BO1}(p) = C_1(p).B_6(p) = \dfrac{70.K_1}{(1+0.0167p)(1+3.33p)}$.

b) Voir **figure 15 document réponse DR3 ;**

- $MP_0 = 73°$;
- $MG = \infty$;
- $K_{1dB} = 12dB$;
- $K_1 = 10^{12/20} = 3.98 \simeq 4$.

c) $\varepsilon_s = \omega_o/(1+K_{BO}) = \omega_o/(1+70.K_1) = \omega_o/281$.

d) La stabilité est satisfaite par contre la précision non.

➤ ***Question 33 :***

a) Pour $K_c = 1$, rappeler l'effet du correcteur P.I. sur la précision et la stabilité du système.

b) On choisit $K_c = 4$ et $T_i = 20s$, justifier ce choix.

c) Que devient la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ du système, indiquer son ordre, son gain et sa classe.

e) Quelle est après correction du système, l'erreur statique ε_s de l'asservissement à un échelon de consigne de vitesse d'amplitude ω_0 ($\omega_{ic}(t) = \omega_0.u(t)$) ?

d) Sur la **figure 16 du document réponse DR5** tracer les diagrammes **asymptotiques** de Bode de **gain** et **de phase** de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ du système, puis tracer la **courbe réelle** de **gain** et indiquer sur ce document la **marge de phase** MP_2 du système.

a) Pour $K_c = 1$, le correcteur PI améliore la précision à stabilité constante.

b) **.)** On choisit $K_c = K_1 = 4$, pour régler la marge de phase du système à 45, c'est la valeur de K_1 trouvée à la ***question 39***.

.) On choisit $T_i = 20s$ car pour ne pas influencer la stabilité du système il faut que $1/T_i <<$ à la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO après avoir réglé la marge de phase ($\omega_{c1} = 60$ rad/s).

c) $H_{BO2}(p) = C_1(p).B_6(p) = \dfrac{70\times4\times(1+20p)}{20p(1+0.0167p)(1+3.33p)} = \dfrac{14(1+20p)}{p(1+0.0167p)(1+3.33p)}$

Ordre de $H_{BO2}(p)$ est n = 3 ; gain $K_{BO2} = 14$; classe : 1.

e) $H_{BO2}(p)$ est de classe 1 donc $\varepsilon_s = 0$.

f) Voir **figure 16 document réponse DR4**

La marge de phase reste inchangée $MP_2 = MP_1 = 45°$.

➢ ***Question 34 :***

a) Le système corrigé satisfait il toutes les exigences du cahier des charges ? (Justifier)

b) Déterminer le temps de réponse à 5%, et indiquer le sur le document réponse.

c) A quel système peut on identifier la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement, calculer ses constantes caractéristiques. (on pourra notamment utiliser la **figure f** ci-dessous)

a) **.)** on a utilisé un moteur asservis en courant qui assure $i_{Max} < 20$ A

.) le correcteur PI assure une marge de phase $MP_2 = 45°$ et une erreur statique à un échelon $\varepsilon_s = 0$;

.) d'après la réponse indicielle **figure 17 doc DR5** le premier dépassement relatif est $D_1 = 23\%$ qui est bien inferieur à 25%.

Donc toutes les exigences du cahier des charges sont satisfaites.

b) On trouve graphiquement $t_{r5\%} = 0.104$ s (≈ 0.1s).

c) La fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement peut être identifiée à un système de second ordre :

$$H_{BF} = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2z_{BF}}{\omega_{nBF}} p + \frac{1}{\omega_{nBF}^2} p^2}$$

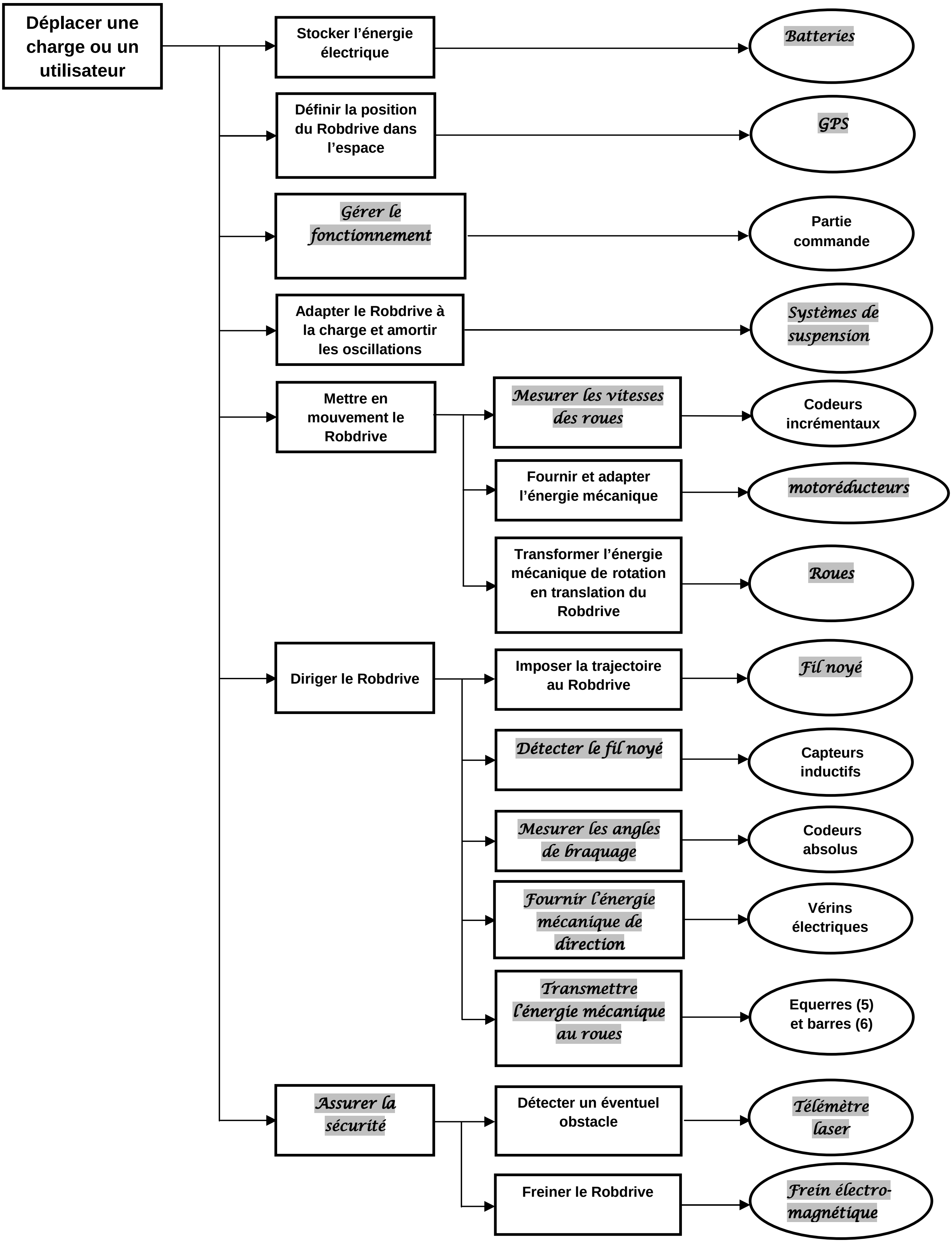
.) $\omega_i(\infty) = 1 = 1.K_{BF}$ donc $K_{BF} = 1$;

.) on a $D_1 = 23\%$ donc d'après la courbe de la **figure f** de l'énoncé $z_{BF} = 0.425$;

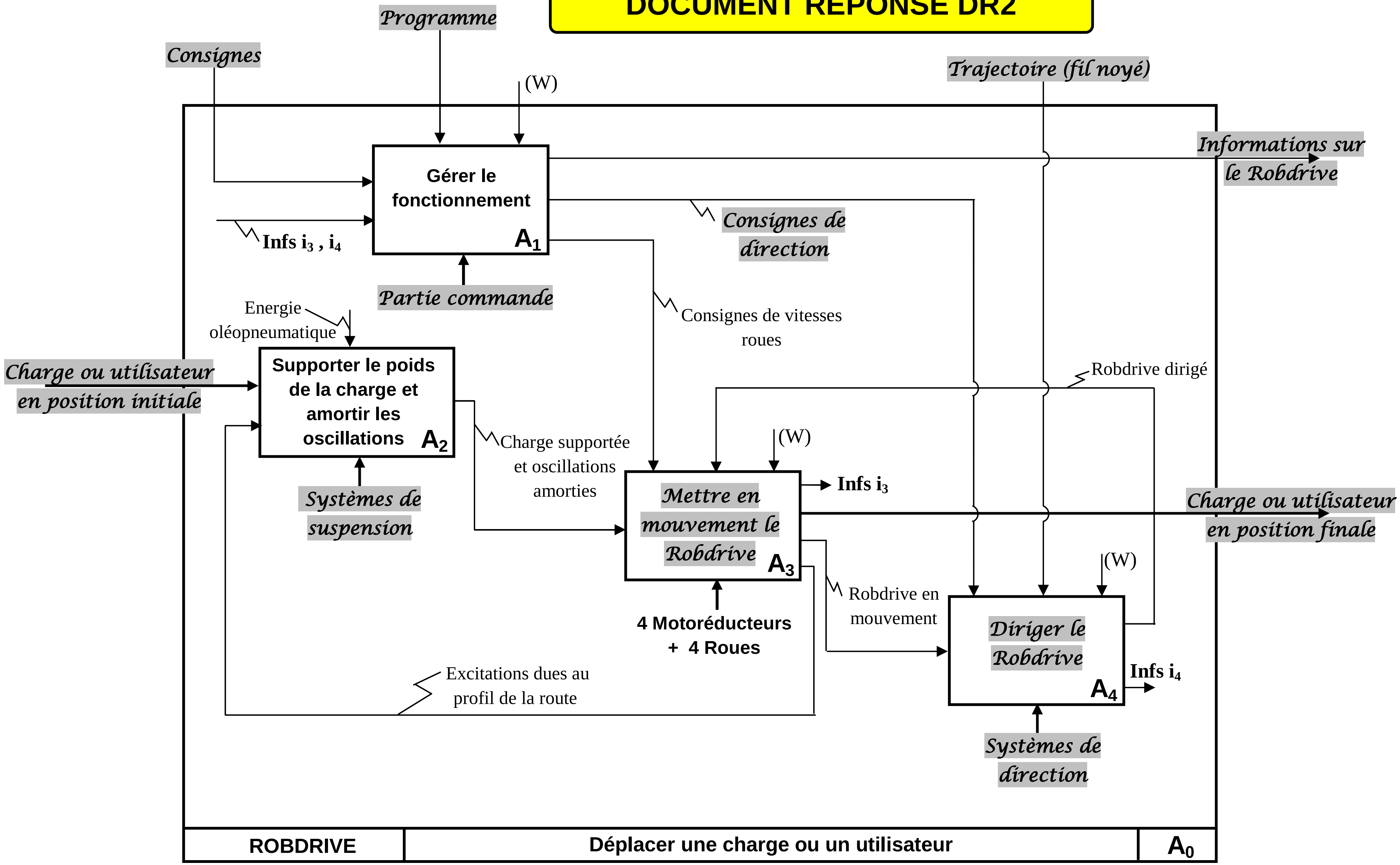
.) le premier dépassement à lieu à l'instant $t_1 = 0.048\,\text{s}\ (\simeq 0.05\,\text{s}) = \frac{\pi}{\omega_{nBF}\sqrt{1 - z_{BF}^2}}$

Donc $\omega_{nBF} = 72.3$ rad/s

DOCUMENT REPONSE DR1



DOCUMENT REPONSE DR2



DOCUMENT REPONSE DR3

Echelle des vitesses : 1mm → 1mm/s

Justification des tracés :

- ***Question 17 :***

a) $\overrightarrow{V}(C_5 \in 5/1) \perp$ à (B_5C_5) car B_5 est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

b) On a $\overrightarrow{V}(C_5 \in 5/1) = \overrightarrow{V}(C_5 \in 6/1)$ car L(6/5) = pivot $(C_5, \vec{z}_1)$

De même $\overrightarrow{V}(D_7 \in 7/1) = \overrightarrow{V}(D_7 \in 6/1)$. L'équiprojectivité appliquée à (6) $\Rightarrow$

$\overrightarrow{D_7C_5}.\overrightarrow{V}(D_7 \in 6/1) = \overrightarrow{D_7C_5}.\overrightarrow{V}(C_5 \in 6/1)$ Ce qui donne $\overrightarrow{V}(C_5 \in 5/1)$

- ***Question 18 :***

$\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/1) \perp$ à (B_5A_5) car B_5 est le CIR du mouvement de (5) / à (1).

La méthode du triangle des vitesses (méthode du CIR) appliquée à (5) donne $\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/1)$

($B_5A_5 = B_5A'_5$; $\|\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/1)\| = \|\overrightarrow{V}(A'_5 \in 5/1)\|$)

- ***Question 19:***

On a $\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/1) = \underbrace{\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/4b)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{V}(A_5 \in 4b/4a) + \overrightarrow{V}(A_5 \in 4a/1)$

$$\underbrace{\overrightarrow{V}(A_5 \in 5/1)}_{\text{connu}} = \underbrace{\overrightarrow{V}(A_5 \in 4b/4a)}_{\text{de direction } (O_1A_5)} + \underbrace{\overrightarrow{V}(A_5 \in 4a/1)}_{\perp \text{ à } (O_1A_5)}$$

ce qui donne $\overrightarrow{V}(A_5 \in 4b/4a)$ et $\overrightarrow{V}(A_5 \in 4a/1)$; On trouve $\|\overrightarrow{V}(A_5 \in 4b/4a)\| = 27 \text{ mm/s}$

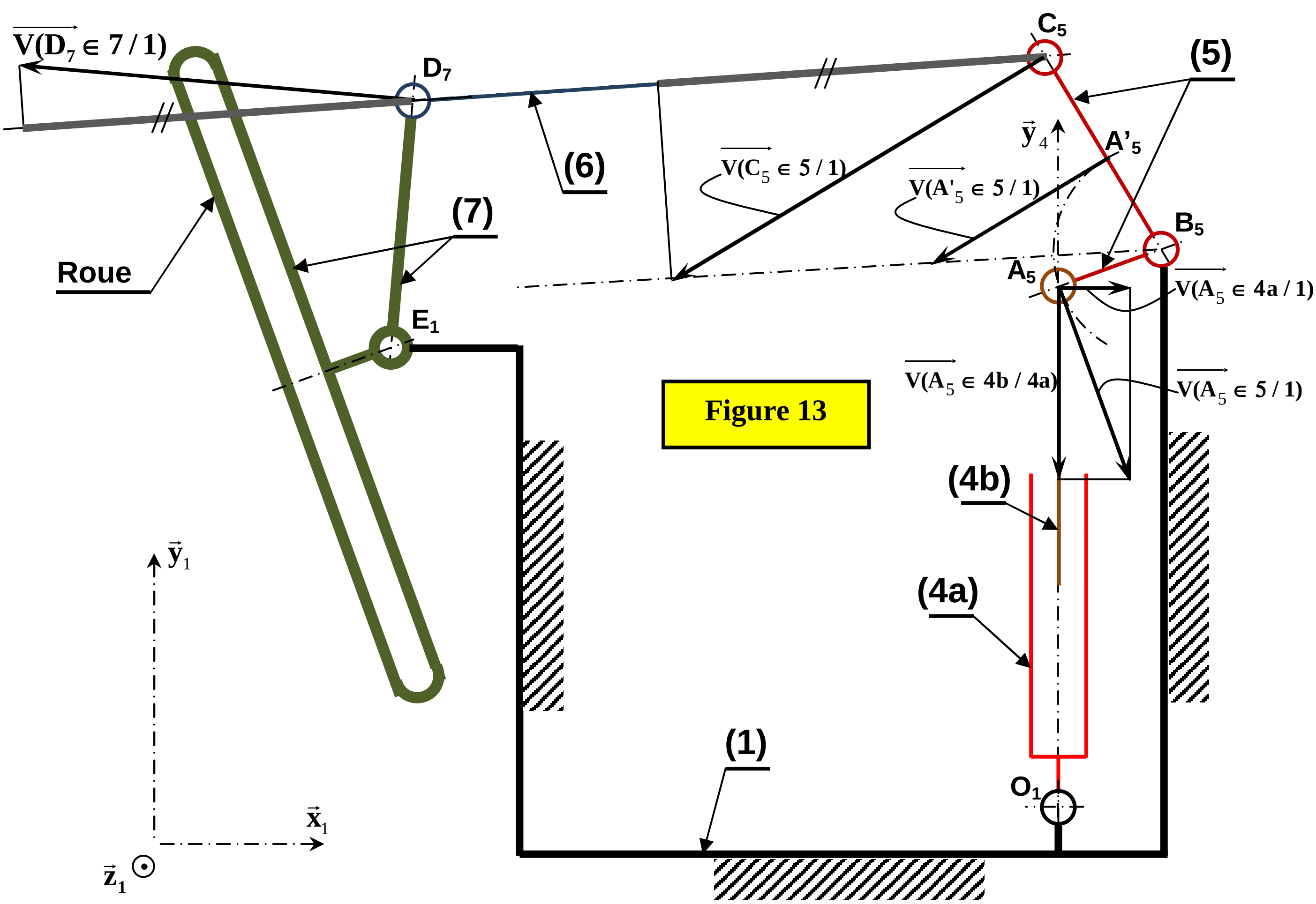
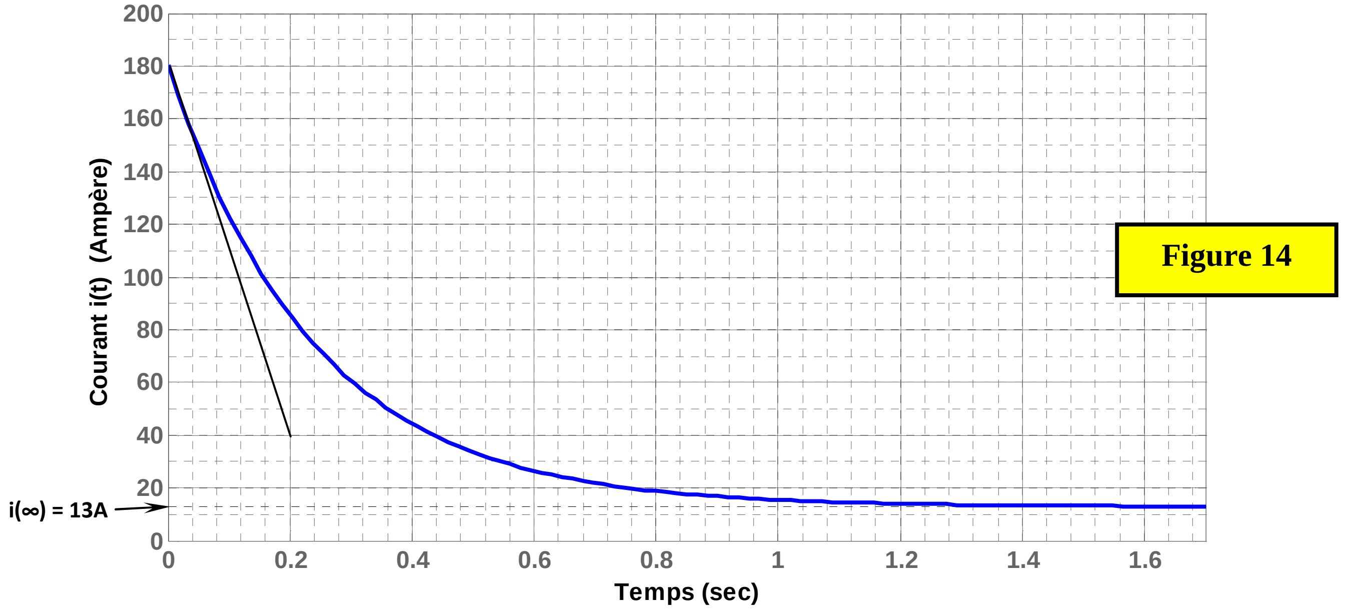
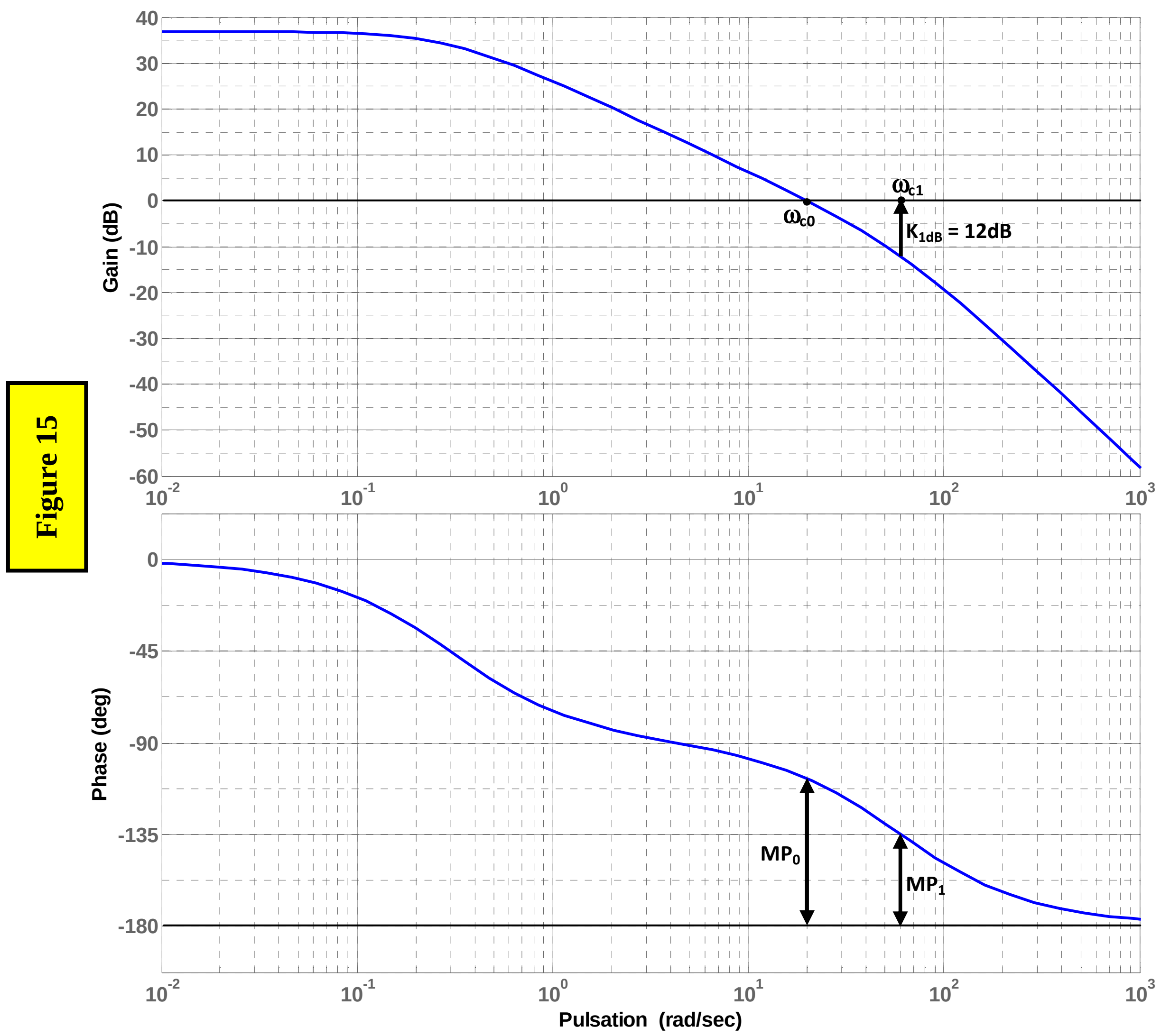


Figure 13

DOCUMENT REPONSE DR4





DOCUMENT REPONSE DR5

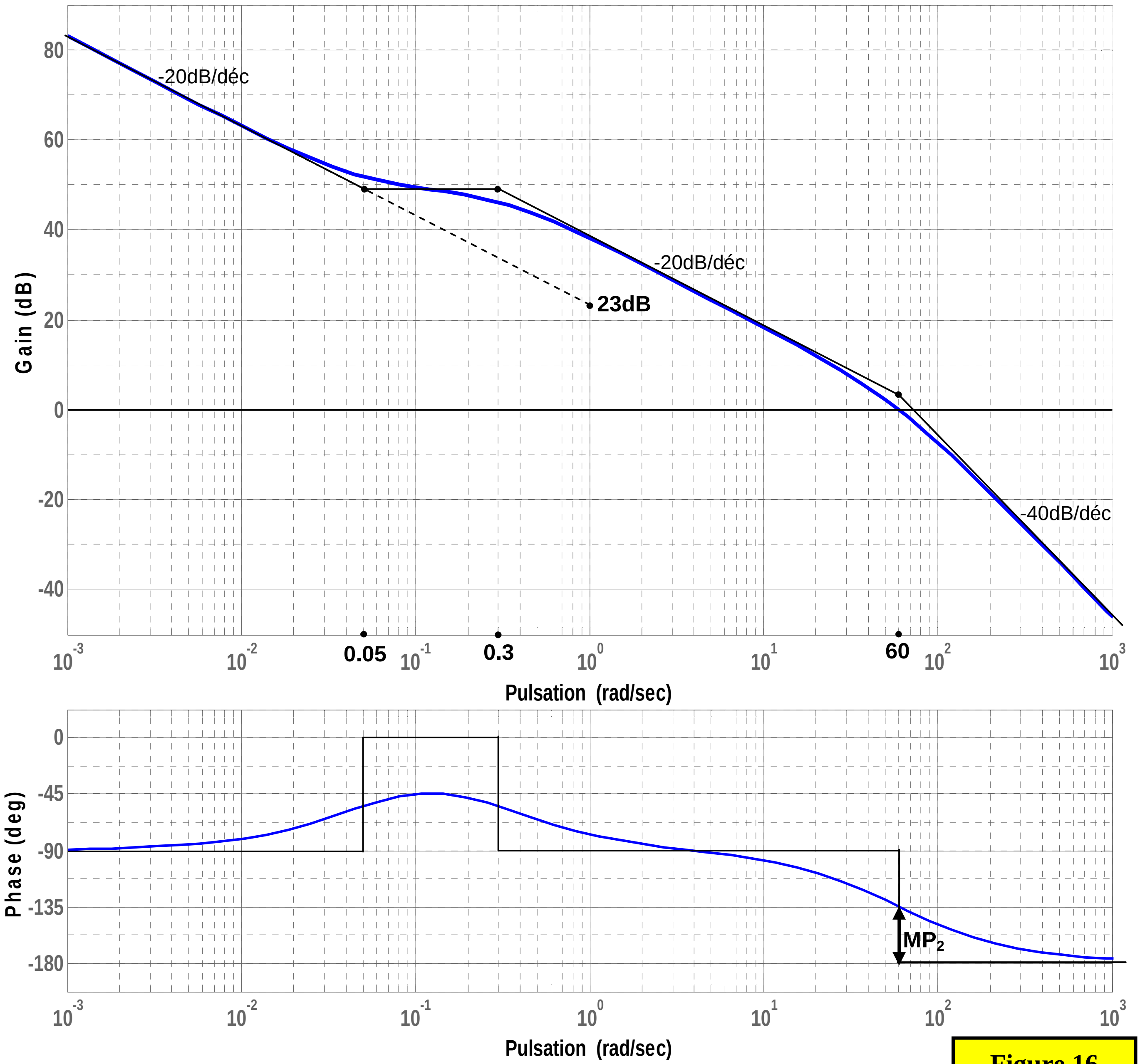


Figure 16

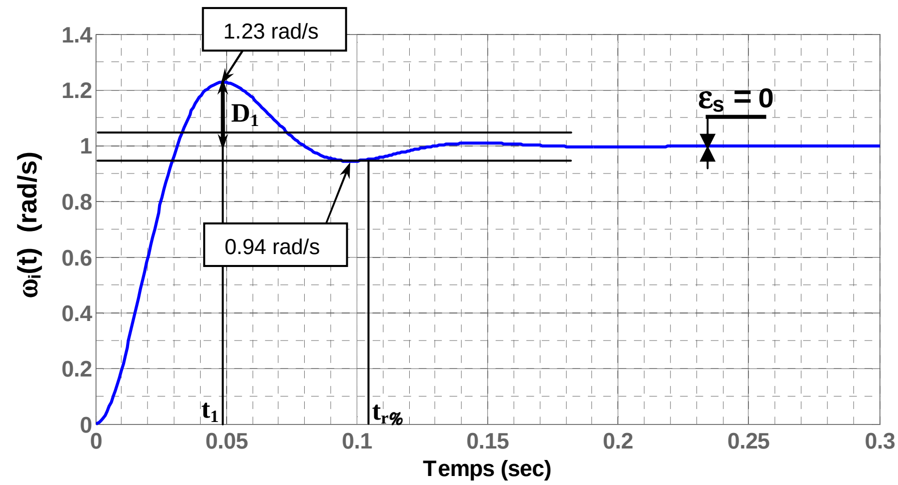


Figure 17