Aspects énergétiques

Table des matières

1 Energie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur

1.1 Travail d'une force électrostatique

Considérons une charge q placée dans un champ électrostatique extérieur $\overrightarrow{E}$

- la charge q subit une force $\boxed{\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}}$
- $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V$
- le trvail de la force $\overrightarrow{F}$: $\delta W(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{dr} = q\overrightarrow{E}.\overrightarrow{dr} = -q.\overrightarrow{grad}V.\overrightarrow{dr} = -qdV$
- $W(\overrightarrow{F}) = \displaystyle\int_A^B -qdV = -q(V_B - V_A)$

$$\boxed{W(\overrightarrow{F}) = -q(V_B - V_A)}$$

1.2 Energie potentielle

• Définition : L'énergie potentielle $\mathcal{E}_p$ de la charge q représente l'énergie d'interaction entre la charge q et le champ extérieur $\overrightarrow{E}$ créant le potentiel V

$$\mathcal{E}_p = qV$$

- la force $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$ est conservative

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{grad}\mathcal{E}_p}$$

- $W(\overrightarrow{F}) = -\Delta\mathcal{E}_p$

▶ Interprétaion de l'énergie potentielle électrostatique

Considérons un déplacement de la charge q de l'infini au point M considéré.

- le travail de la force électrostatique appliquée sur q est : $W_\infty^M(\overrightarrow{F}) = q(V(\infty) - V(M)) = -qV$ avec $V(\infty) = 0$
- l'opérateur qui amene la charge q de ∞ au point M applique une force $\overrightarrow{F}_{op} = -\overrightarrow{F}$ sur la charge q
- $W(\overrightarrow{F}_{op}) = -W(\overrightarrow{F}) = qV = \mathcal{E}_p$

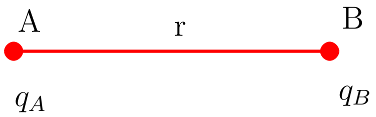
• Conclusion : L'énergie potentielle électrostatique correspond au travail que doit fournir l'opérateur pour construire le système électrostatique de façon réversible.

$$W_{op} = \mathcal{E}_p$$

2 Energie potentielle d'interaction d'un système de charges discret ou continu

2.1 Cas de deux charges

Considérons le système électrostatique de deux charges



Pour construire ce système électrostatique il est nécessaire de passer par deux étapes

- Etape 1 : l'opérateur amene la charge q_A au point A où l'espace est vide de charge,donc pas de travail
- Etape 2 : l'opérateur amene la charge q_B au point B où l'espace contient la charge q_A au point A qui crée le potentiel $V_A(B)$ au point B,donc l'énergie potentielle d'interaction entre les deux charges $\mathcal{E}_P$ est

$$\mathcal{E}_p = W_{op} = q_B.V_A(B) = q_A.V_B(A)$$

$$\boxed{\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}(q_A.V_A + q_B.V_B)}$$

- Energie potentielle du système proton-électrondans l'atome d'hydrogène
$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-e\left(\frac{e}{r}\right) + e\left(\frac{-e}{r}\right)\right] = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$
r : la distance entre les deux particules

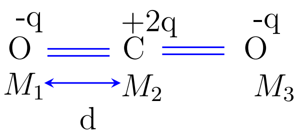
2.2 Enérgie électrostatique d'un système de N charges ponctuelles

- Définition : Soient N charges $q_1, q_2...q_N$ placées en $M_1, M_2...M_N$. L'énergie électrostatique $\mathcal{E}_e$ est définie par

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V_i$$

avec V_i est le potentiel au point M_i

- Exemple : énergie électrostatique de la molécule CO_2



- $\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(q_i V_i) = \frac{1}{2}(q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3)$
- $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{2d} + \frac{2q}{d}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3q}{2d}\right)$
- $V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{q}{d} - \frac{q}{d}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{d}$
- $V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{2d} + \frac{2q}{d}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3q}{2d}$
- $\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{3q^2}{2d} - \frac{4q^2}{d} - \frac{3q^2}{2d}\right)$

$$\boxed{\mathcal{E}_e = -\frac{7}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d}}$$

2.3 Enérgie électrostatique d'un système continu

Pour une distribution de charge continue on définit l'énergie électrostatique par

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\iiint_{\mathcal{D}} \rho V d\tau$$

ρ : densité volumique de charge
V : le potentiel crée par la distribution en un point M

- pour une distribution surfacique de densité σ

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\iint_{\mathcal{D}} \sigma V dS$$

- pour une distribution liniéque de densité λ

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \lambda V dl$$

- densité volumique de l'énergie électrostatique

  - Définition : On définit la densité volumique de l'énergie électrostatique ω_e par

  $$\omega_e(M) = \frac{\varepsilon_0 \overrightarrow{E}^2(M)}{2}$$

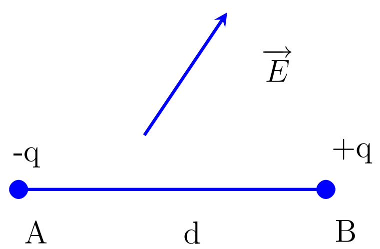
  $\overrightarrow{E}(M)$: champ électrostatique crée par la distribution au point M

- l'énergie électrostatique s'écrit par

$$\mathcal{E}_e = \iiint_{espace} \frac{\varepsilon_0 \overrightarrow{E}^2}{2} d\tau$$

3 Energie potentielle d'un dipôle électrostatique régide

Considérons un dipôle régide dans un champ estérieur $\overrightarrow{E}$



- $\mathcal{E}_e = q(V_B - V_A)$
- $V_B - V_A = \int_A^B dV = -\int_A^B \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl} = -E\cos\alpha \int_A^B dl = -\overrightarrow{E}.\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{p} = q\overrightarrow{AB}$

$$\mathcal{E}_e = -\overrightarrow{p}.\overrightarrow{E}$$