



**ROYAUME DU MAROC**

**المملكة المغربية**

Ministère de l'Enseignement Supérieur,  
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun 2015  
**Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique**



**CONCOURS NATIONAL COMMUN**

d'Admission dans les Établissements de Formation

d'Ingénieurs et Établissements Assimilés

Edition 2015

**ÉPREUVE DE PHYSIQUE I**

Filière **MP**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde  
L'usage de la calculatrice est autorisé.

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.

- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.

## QUELQUES ASPECTS SUR L'UTILISATION DE VÉHICULES AUTOMOBILES

Cette épreuve est formée de plusieurs parties largement indépendantes. Son objet est d'étudier quelques aspects relatifs à l'utilisation des véhicules automobiles. La première partie aborde le fonctionnement thermodynamique du moteur d'une voiture. La deuxième et la troisième parties abordent des aspects mécaniques du mouvement d'une voiture automobile ainsi que quelques considérations relatives au fléau des accidents de la route. Les causes des accidents relèvent de l'état des véhicules, de l'état des routes, mais aussi en grande partie de l'erreur humaine. Il s'agit en particulier du non respect des recommandations de la sécurité routière : usage des ceintures et airbags de sécurité, respect de la distance réglementaire entre véhicules ; mais aussi d'éviter l'excès de vitesse. Enfin la quatrième partie étudie la mesure de la vitesse des véhicules roulant par un radar Doppler.

### Données :

- Tous les gaz considérés sont supposés parfaits.
- La constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ SI}$ .
- La correspondance des températures :  $T(K) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$ .
- Le rapport des capacités thermiques molaires de l'air, à pression constante ( $C_p$ ) et à volume constant ( $C_v$ ) :  $\gamma_a = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ .
- La relation de Mayer :  $C_p - C_v = R$ .
- Le champ de pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .
- La vitesse de la lumière :  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .
- La permittivité diélectrique du vide :  $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} \text{ SI}$ .

# 1 Étude thermodynamique d'un moteur de voiture

On étudie un moteur à explosion d'automobile (à quatre temps). Dans l'un des quatre cylindres, on considère une quantité de matière formée de  $n$  moles d'un fluide qui décrit le cycle de Beau de Rochas (ou d'Otto) entre les états notés A, B, C et D de façon supposée réversible :

- AB : compression adiabatique,
- BC : échauffement isochore,
- CD : détente adiabatique,
- DA : refroidissement isochore.

Les grandeurs : pression, température, volume et entropie sont notées respectivement  $P$ ,  $T$ ,  $V$  et  $S$ . On appelle rapport volumétrique la quantité  $x = \frac{V_A}{V_B}$ . On désigne par  $T_m$  la température maximale atteinte au cours du cycle.

Pour le fluide air-carburant, l'air étant en grand excès, on assimilera le mélange qui décrit le cycle ABCDA à un gaz parfait unique, de coefficient  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \gamma_a$ .

## 1.1. Représentation du cycle

- 1.1.1. Représenter l'allure du cycle ABCDA dans un diagramme de Watt ( $P$  : ordonnée,  $V$  : abscisse). Interpréter le sens de parcours et la signification de l'aire délimitée par le cycle.
- 1.1.2. Pour chacune des transformations, déterminer l'allure de  $T(S)$  et tracer le cycle ABCDA dans le diagramme ( $T$ ,  $S$ ).

## 1.2. Expression du rendement

- 1.2.1. Soient  $Q_F$  et  $Q_C$  les chaleurs reçues, lors d'un cycle, par le système de la source froide et de la source chaude respectivement. Préciser les signes de ces deux grandeurs. Donner l'expression du rendement  $r$  en fonction de  $Q_F$  et  $Q_C$ .
- 1.2.2. Déterminer, pour chacune des transformations précédentes, les expressions du travail et chaleur reçus par le fluide.
- 1.2.3. Exprimer le rendement  $r$  du moteur en fonction de  $x$  et  $\gamma$ . Comment varie ce rendement avec  $x$  ?

## 1.3. Calcul du rendement

Le piston d'un cylindre a une section  $S = 50 \text{ cm}^2$  et une course utile de  $l = 7,5 \text{ cm}$  (entre les points haut et bas). Le volume emprisonné en fin de compression est de  $45 \text{ cm}^3$ . A l'admission, on donne :  $t_A = 77^\circ\text{C}$  et  $P_A = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

La voiture roule à la vitesse constante  $v = 90 \text{ km.h}^{-1}$  et le tableau de bord indique que le moteur fait  $N = 2800 \text{ tours.min}^{-1}$ . Dans ces conditions la voiture consomme  $v_c = 5 \text{ L/100km}$ . Le carburant a pour masse volumique  $\rho = 720 \text{ kg.m}^{-3}$  et sa combustion dégage une chaleur  $q = 4,82 \cdot 10^4 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

- 1.3.1. Calculer le rendement  $r$  du moteur.
- 1.3.2. Sachant qu'un cycle se fait en deux tours, déterminer la durée d'un cycle  $\tau_c$ .
- 1.3.3. Déterminer l'expression de la chaleur reçue pendant un cycle dans un cylindre par la combustion du carburant. Faire l'application numérique.
- 1.3.4. Déterminer l'expression, puis la valeur de la température (théorique)  $T_m$ .
- 1.3.5. Quelle serait l'expression du rendement de ce moteur si le fluide décrivait un cycle de Carnot entre les mêmes températures extrêmes.

1.3.6. Calculer la puissance mécanique  $P_{mca}$  développée par le moteur.

## 2 Étude du mouvement d'une voiture

Pour étudier le mouvement d'une voiture on peut la modéliser, sommairement, comme un système  $(\Sigma)$  formé d'un ensemble de solides :  $(\Sigma) = (S_0) \cup (S_1) \cup (S_2) \cup (S_3) \cup (S_4)$  (Figure 1).

$(S_0)$  : représente la carrosserie schématisée comme un solide de forme parallélépipédique et de masse  $M$ .

$(S_i)$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) : représente la roue  $i$ , les quatre roues de la voiture sont supposées toutes identiques. Chaque roue  $S_i$  est assimilée à un cylindre solide homogène de rayon  $r = 0,3$  m, de centre  $G_i$ , de masse  $m = 18$  kg et de moment d'inertie autour de l'axe du cylindre  $\Delta_{G_i} : J = \frac{1}{2}mr^2$ .

La masse totale de la voiture avec sa charge (passagers et bagages) est  $M' = 1400$  kg. Son centre de masse est noté  $G$ .

Tous les mouvements sont étudiés par rapport au référentiel  $\mathcal{R}(OXYZ)$  galiléen lié au sol et muni de la base cartésienne  $\{\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\}$ . On négligera la résistance de l'air. Les liaisons roues-carrosserie sont parfaites.

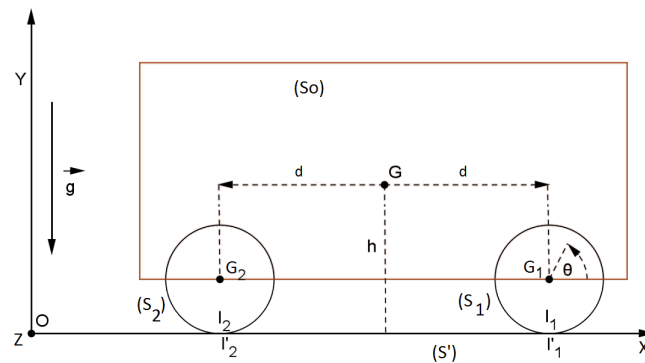


Figure 1

### 2.1. Préliminaire

2.1.1. On considère l'une des roues  $(S_i)$ . Exprimer le vecteur position  $\overrightarrow{OG_i}$  et le vecteur vitesse  $\vec{v}_i$  du barycentre  $G_i$  dans la base cartésienne (Figure 1).

2.1.2. Donner l'expression du vecteur vitesse de glissement  $\vec{v}_g$  du solide  $(S_i)$  par rapport au sol noté  $(S')$ .

Soit  $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$  le vecteur rotation de la roue ( $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ). On suppose que la roue roule sans glisser sur le sol.

2.1.3. Donner alors la relation entre la vitesse linéaire  $v_i$  et la vitesse de rotation  $\omega$ .

2.1.4. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de la voiture  $(\Sigma)$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$  en fonction de  $m$ ,  $M'$  et  $v_i$ .

2.1.5. Déterminer la résultante cinétique  $\vec{p}(\Sigma/\mathcal{R})$  et le moment cinétique  $\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R})$  en  $G$  de la voiture  $(\Sigma)$ .

2.2. On s'intéresse maintenant au mouvement de la voiture, lors duquel son barycentre  $G$  se déplace dans le plan vertical XOY avec une vitesse  $\vec{v} = v \vec{u}_x$  et une accélération  $\vec{a} = a \vec{u}_x$ . Les roues avant (1) et (3) sont motrices.

On suppose que le sol exerce sur une roue avant la réaction  $\vec{R}_1 = \vec{R}_3 = T_1 \vec{u}_T + N_1 \vec{u}_N$  et la réaction  $\vec{R}_2 = \vec{R}_4 = T_2 \vec{u}_T + N_2 \vec{u}_N$  sur une roue arrière.

- $T_1 \vec{u}_T$  et  $T_2 \vec{u}_T$  : sont les forces de frottement de glissement.
- $N_1 \vec{u}_N$  et  $N_2 \vec{u}_N$  : sont les réactions normales.

On notera  $f$  le coefficient de frottement roue-sol (on confondra le coefficient statique avec le coefficient dynamique). On prendra  $f = 0,6$ .

Dans tout le problème on supposera que les roues roulent sans glisser sur le sol sauf lors du freinage.

2.2.1. La figure 2 donne les variations du module de la vitesse au cours du temps.

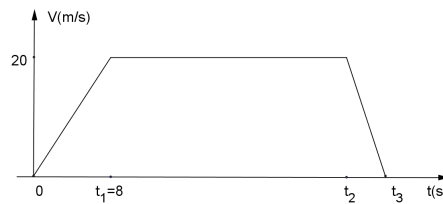


Figure 2

Donner en fonction  $t_2$ ,  $t_3$  et  $t$  les expressions de la vitesse  $v(t)$  et de l'accélération  $a(t)$  dans les trois intervalles de temps.

- 2.2.2. Pendant la phase d'accélération le moteur exerce sur chacune des roues avant le couple  $\vec{\Gamma} = -\Gamma \vec{u}_z$ . Déterminer l'expression  $P_m$  de la puissance développée par le moteur en fonction de  $r$ ,  $v$  et  $\Gamma$ .
- 2.2.3. Pendant cette première phase du mouvement, déterminer l'expression du couple  $\Gamma$ , en fonction de  $r$ ,  $m$ ,  $M'$  et  $a$ .
- 2.2.4. En appliquant les théorèmes de la résultante cinétique et du moment cinétique à la voiture et aux roues, déterminer les quatre réactions  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $N_1$  et  $N_2$ .
- 2.2.5. Comparer les forces  $N_1$  et  $N_2$ . Peut-t-il y avoir décollage des roues ? Expliquer.
- 2.2.6. Influence du couple du moteur.
- 2.2.6.1. Tracer (qualitativement) l'allure des graphes représentant les grandeurs :  $|T_1|$ ,  $|T_2|$ ,  $f \cdot |N_1|$  et  $f \cdot |N_2|$  en fonction de  $\Gamma$ .
- 2.2.6.2. Discuter et commenter, pour quelles valeurs de  $\Gamma$  on aura les conditions :
1. Pas de patinage (pas de glissement) des roues lors du démarrage.
  2. Pas de décollage de roues.
- 2.2.7. Entre les instants  $t_2$  et  $t_3$ , le véhicule freine et les roues glissent sur le sol. On suppose que le moteur n'exerce aucun effort. Déterminer la relation entre la distance de freinage  $d_f$  et le coefficient de frottement  $f$ .
- 2.2.8. Citer au moins deux facteurs qui diminueraient la valeur du coefficient de frottement  $f$ .

### 3 Quelques situations à risques

#### 3.1. Mouvement dans un virage

Lorsque les véhicules abordent un virage avec une vitesse non convenable, ils peuvent déraiper (se déplacer latéralement) et sortir ainsi de leur route ; avec risque

d'accident. On étudie le mouvement d'une voiture lors d'un virage ayant la forme d'un quart de cercle de rayon  $R$  et de centre  $C$ . Le barycentre  $G$  décrit un mouvement circulaire uniforme, situé dans un plan horizontal, avec une vitesse de module constant  $v$ . On désigne par  $M'$  la masse de la voiture.

On modélise la réaction du sol par une réaction  $\vec{R}'$  susceptible de faire dérapier les roues et donc la voiture latéralement selon l'axe  $CG$ , ce glissement latéral est caractérisé par le coefficient de frottement  $f'$ . L'expression de la réaction du sol peut s'écrire sous la forme :  $\vec{R}' = T' \vec{u}'_{T'} + N' \vec{u}'_{N'}$ , avec :

- $T' \vec{u}'_{T'}$  représente la force de frottement de glissement latéral, elle est colinéaire à la vitesse de glissement latéral selon l'axe  $CG$ ,
- $N' \vec{u}'_{N'}$  est orthogonale à la force de frottement, et au plan de la route.

- 3.1.1. Comment peut-on justifier, simplement, que  $f' \neq f$  pour une roue ?
- 3.1.2. On suppose que le virage est situé dans un plan horizontal ( $// XOZ$ ). Rapporter l'expression de l'accélération dans la base de Frenet ( $\vec{u}_t, \vec{u}_n, \vec{u}_b = \vec{u}_t \wedge \vec{u}_n$ ).
- 3.1.3. Montrer que pour éviter le dérapage, la vitesse de la voiture ne doit pas dépasser une valeur limite :  $v < v_{lim}$ .  
Donner l'expression de cette vitesse limite en fonction de  $R, g$  et  $f'$ . Faire l'application numérique pour  $R = 20$  m et  $f' = 0,8$ .
- 3.1.4. On suppose maintenant que la route du virage est inclinée et forme avec le plan horizontal  $XOZ$  un angle  $\alpha$ .

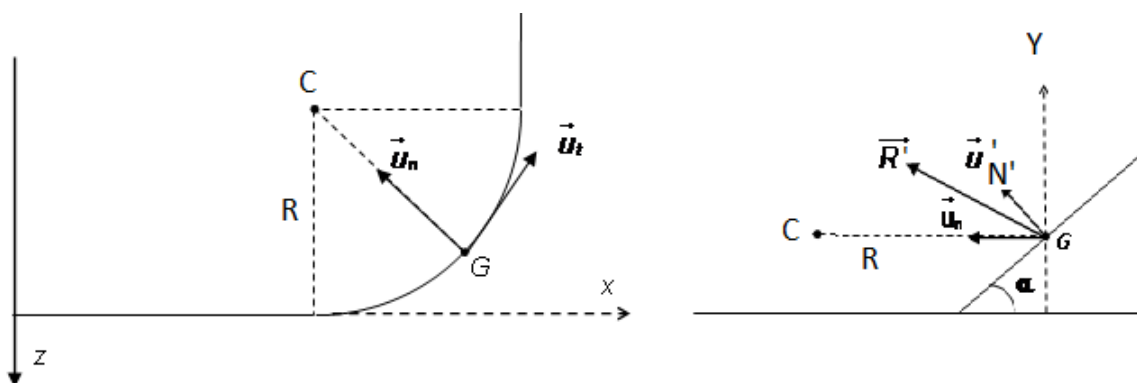


Figure 3

- 3.1.4.1. Donner les expressions des deux composantes  $T'$  et  $N'$  de la réaction en fonction de  $R, g, M', v, f'$  et  $\alpha$ .
- 3.1.4.2. Déterminer l'expression de la vitesse  $v_{cr}$  pour laquelle la réaction est orthogonale à la route.
- 3.1.4.3. On suppose que la voiture aborde le virage avec une vitesse  $v$  telle que  $v \leq v_{cr}$ . Montrer qu'il n'y aura pas de dérapage si  $v \geq v_{min}$  et exprimer la valeur minimale  $v_{min}$  de la vitesse en fonction de  $R, g, f'$  et  $\alpha$ . Commenter.
- 3.1.4.4. On suppose maintenant que la voiture aborde le virage avec une vitesse  $v$  qui vérifie la condition :  $v \geq v_{cr}$ . Montrer qu'il n'y aura pas de dérapage si  $v \leq v_{max}$  et exprimer la valeur maximale  $v_{max}$  de la vitesse en fonction de  $R, g, f'$  et  $\alpha$ . Commenter.

3.1.4.5. Pour quelle valeur  $\alpha_0$  de l'angle  $\alpha$ , on n'aurait pas dérapage dans l'intervalle des vitesses  $0 \leq v \leq v_{max,0}$  ? Déterminer l'expression de  $v_{max,0}$ .

### 3.2. Étude d'un accident entre deux véhicules

Sur une route rectiligne parallèle à OX, on considère une voiture qui se déplace à une vitesse constante  $v_0$  derrière un camion qui roule dans le même couloir, et dans le même sens à la vitesse constante  $v'_0 = kv_0$ .

A un instant  $t = 0$ , pris comme origine des temps, le conducteur du camion freine brusquement (les feux de stop s'allument à l'arrière du camion) et le conducteur de la voiture freine à un instant  $t = t_r$ . On prendra la position de la voiture à  $t = 0$  comme origine des espaces et on note  $D$  la distance entre le devant de la voiture et l'arrière du camion.

Dès l'instant du freinage pour chaque véhicule, les roues glissent sur la route avec un coefficient de frottement  $f$  qu'on supposera identique pour toutes les roues des deux véhicules. On supposera également que les moteurs n'exercent plus d'efforts sur les deux véhicules. On s'intéresse aux mouvements des deux véhicules entre leur freinage et leur immobilisation.

On donne : la masse de la voiture  $M' = 1400\text{kg}$ ,  $D = 35\text{ m}$ ,  $v_0 = 90\text{km.h}^{-1}$ ,  $f = 0,6$  et  $k = \frac{2}{3}$ .

3.2.1. On suppose ici que le conducteur de la voiture freine au même instant que le conducteur du camion :  $t_r = 0$ .

3.2.1.1. Déterminer les expressions des accélérations  $a_1$  et  $a_2$  respectives de la voiture et du camion.

3.2.1.2. On désigne par  $d_1$  et  $d_2$  les distances d'arrêt pour la voiture et pour le camion respectivement. Montrer, en le justifiant, qu'il n'y a pas d'accident.

3.2.1.3. En réalité on doit tenir compte du facteur humain relatif au temps de réflexe, c'est à dire que le conducteur de la voiture freine après le conducteur du camion avec un retard  $t_r$ . Donner l'expression de la valeur maximale  $t_{rm}$  de ce retard pour que l'accident soit juste évité.

Quelles autres précautions permettraient au conducteur de la voiture de diminuer le risque d'accident.

3.2.2. On suppose que le conducteur de la voiture freine à l'instant  $t_r = 2 t_{rm}$ .

3.2.2.1. Donner alors l'expression de la vitesse  $v_a$  de la voiture au moment du choc en fonction des données  $v_0$ ,  $D$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $d_1$  et  $d_2$ .

Au moment du choc, le camion est supposé immobile. On suppose que les deux véhicules restent accolés après le choc et on suppose le système voiture-camion, noté  $(\Sigma')$ , comme pseudo-isolé pendant la très courte durée du choc. Entre l'instant du choc et l'instant d'immobilisation, ce système parcourt la distance  $d_a$  pendant une durée  $T$ .

3.2.2.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer la vitesse  $v'_a$  de la voiture (donc de l'ensemble) juste après le choc en fonction de  $v_a$  sachant que la masse du camion est  $M_c = 9M'$ .

3.2.2.3. On suppose que le système  $(\Sigma')$  glisse sur la route selon un mouvement uniformément retardé avec le coefficient de frottement de glissement  $f$ .

Déterminer l'expression de la durée  $T$  avant l'immobilisation. Faire l'application numérique si  $v_a = 8\text{ m.s}^{-1}$ .

### 3.2.3. Effets d'un accident sur les usagers de véhicules

Les voitures modernes sont équipées de ceintures de sécurité qui retiennent les passagers sur leurs sièges afin de diminuer l'impact des accidents.

- 3.2.3.1. On suppose ici que lors du choc, le conducteur est seulement retenu par la ceinture de sécurité. Déterminer l'expression du module  $F_1$  de la force moyenne exercée par la ceinture sur le conducteur, durant la durée  $T$ , en fonction des données.
- 3.2.3.2. Faire l'application numérique sachant que le conducteur a une masse  $m_c=70$  kg. Commenter ce résultat sachant que l'effet de cette force sur le thorax, est critique au dessus de 800 daN pour une personne jeune, et de 400 daN pour une personne âgée.
- 3.2.3.3. Au moment du choc, le passager à côté du conducteur n'avait pas mis sa ceinture de sécurité. Sa tête entre en choc avec le pare-brise pendant une durée  $\tau = 6ms$  au bout de laquelle ce dernier se brise. La tête de ce passager a une masse  $m_t=3,6$  kg et la surface de contact entre la tête et le pare-brise est  $s= 6\text{ cm}^2$ . Estimer la pression moyenne exercée par le pare-brise sur la tête de ce passager.
- 3.2.3.4. Le passager derrière le conducteur n'ayant pas de ceinture de sécurité, va heurter le siège du conducteur. Déterminer le module  $F_3$  de la force moyenne que ce passager exerce sur ce siège, sachant que sa masse vaut  $\frac{m_c}{2}$ . Commenter.

Les ceintures de sécurité restent moins efficaces lors d'accidents à des vitesses élevées. Les organes des passagers sont projetés contre la cage thoracique et la paroi abdominale et le cerveau risque de s'écraser contre le crâne, entraînant éventuellement une paralysie à vie. En plus des ceintures de sécurité, les voitures modernes sont équipées de systèmes d'amortissement appelés airbags. Un airbag est un sac souple qui se gonfle très rapidement, au moment de l'accident, par un gaz produit par décomposition d'une poudre solide (azoture de sodium). Le déclenchement de ce processus est assuré par un capteur de décélération du véhicule.

- 3.2.4. On suppose que l'airbag est déclenché et se remplit instantanément de gaz. L'airbag est assimilé à un cylindre en nylon de rayon  $r_a = 20\text{ cm}$  et de hauteur  $h_a = 50\text{ cm}$ . On supposera que la température du véhicule reste constante,  $T=300K$ , durant l'accident.
- 3.2.4.1. L'habitacle de la voiture est supposé étanche et a un volume intérieur de  $V_v= 4\text{ m}^3$ . Sachant que la pression initiale est  $P=10^5Pa$ , déterminer l'augmentation de pression  $p(M, t)$  (surpression) dans l'intérieur de la voiture.
- 3.2.4.2. Les sons perçus par l'oreille sont des ondes acoustiques où la grandeur ondulatoire est la surpression  $p(M, t)$ .  
La surpression maximale supportée par l'oreille humaine (seuil de douleur) est de  $20Pa$ . Conclure sur le son suivant l'ouverture de l'airbag. Commenter.

## 4 Utilisation de radars pour mesurer des vitesses

L'excès de vitesse est l'une des plus importantes causes d'accidents mortels. Pour contrôler et sanctionner ces excès, les agents de contrôle routier utilisent un radar.



Cet appareil est formé d'une source fixe  $S$  qui émet des ondes électromagnétiques de fréquence  $\nu$  ; ces ondes seront réfléchies par le véhicule puis captées par le radar. Leur fréquence sera alors  $\nu'$  : c'est l'effet Doppler.

#### 4.1. Mesure de la vitesse d'un véhicule par un radar

Considérons une source  $S$  (radar) fixe qui émet des ondes électromagnétiques de fréquence  $\nu = 5 \text{ GHz}$ , ces ondes se propagent dans l'air à la célérité  $c$ . On prendra le point  $S$  confondu avec l'origine  $O$  des espaces et on notera  $M$  la position du véhicule contrôlé à l'instant  $t$ . On considère que la trajectoire du véhicule est rectiligne suivant l'axe  $OX$ , avec une vitesse constante  $v$ .



Figure 4

4.1.1. A un instant  $t = 0$ , la voiture se trouve à la distance  $d_0$  de la source  $S$ , et à cet instant,  $S$  émet un premier signal qui arrive sur la voiture à l'instant  $t = t_0$ , puis se réfléchit vers  $S$ . Établir l'expression de  $t_0$ .

4.1.2. Établir l'expression de l'instant  $t_1$  d'arrivée du signal réfléchi en  $S$ .

4.1.3. A l'instant  $t = T$ , la voiture est en  $M_1$  et à cet instant la source émet un deuxième signal. Ce dernier atteint la voiture à l'instant  $t = t_2$  puis se réfléchit. Établir l'expression de l'instant  $t_2$ .

4.1.4. Établir l'expression de l'instant  $t_3$  d'arrivée du deuxième signal réfléchi en  $S$ .

4.1.5. Établir l'expression de la période  $T'$  qui sépare l'arrivée en  $S$  des deux signaux réfléchis (successifs). En déduire l'expression de la fréquence  $\nu'$  des signaux réfléchis.

Comparer  $T$  à  $T'$  et commenter.

4.1.6. Déterminer la relation entre la vitesse  $v$  du véhicule contrôlé et l'écart  $\delta\nu = \nu' - \nu$  entre les deux fréquences.

4.1.7. On donne  $\delta\nu = 972 \text{ Hz}$ , calculer la valeur  $v$  de la vitesse du véhicule et commenter sachant que la vitesse maximale autorisée est de  $80 \text{ km.h}^{-1}$ .

4.1.8. Donner d'autres exemples d'application de l'effet Doppler dans d'autres domaines.

#### 4.2. On se propose d'étudier sommairement le principe de la détection radar.

4.2.1. Un radar comporte une source  $S$  émettant une onde électromagnétique plane progressive selon  $\vec{u}_x$  et sinusoïdale de fréquence  $\nu$ . Donner l'expression du champ électrique  $\vec{E}_i(M, t)$  de cette onde supposée polarisée selon  $\vec{u}_y$  et d'amplitude  $E_0$ .

4.2.2. Donner l'expression du champ magnétique  $\vec{B}_i(M, t)$  de l'onde émise.

4.2.3. On suppose que cette onde arrive sous incidence normale sur un plan conducteur parfait  $\Sigma$  disposé orthogonalement à l'axe  $SX$  au point d'abscisse  $x = x_V$ .

Donner les relations de passage vérifiées par le champ électromagnétique sur l'interface  $\Sigma$ . En déduire l'existence d'une onde réfléchi. On pourra noter le champ électrique de cette onde sous la forme :  $\vec{E}_r(M, t) = \vec{E}_{0r} \cos(\omega_r t + k_r x)$ . Le plan conducteur parfait est un véhicule mobile qui se déplace le long de l'axe  $OX$  à la vitesse constante  $\vec{v} = v \vec{u}_x$  ( $v \ll c$ ) par rapport au référentiel  $\mathcal{R}(OXYZ)$  supposé galiléen lié à l'émetteur fixe. On note  $\mathcal{R}'(O'X'Y'Z')$  le référentiel lié au véhicule.

- 4.2.4. Montrer que les champs électriques incident et réfléchi dans  $\mathcal{R}'$  sont donnés en fonction des champs électriques mesurés dans  $\mathcal{R}$  par les deux relations :

$$\vec{E}'_i = \left(1 - \frac{v}{c}\right) \vec{E}_i \text{ et } \vec{E}'_r = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \vec{E}_r.$$

- 4.2.5. Donner l'expression de la position du véhicule mobile :  $x_V(t)$ .

- 4.2.6. Écrire la relation de passage en  $x = x_V$  pour le champ électrique dans  $\mathcal{R}'$ .

- 4.2.7. Déterminer la relation entre la fréquence  $\nu_r$  de l'onde réfléchi et la fréquence  $\nu$  de l'onde incidente.

- 4.2.8. Pour détecter l'onde réfléchi au niveau du radar, on exploite la force électromotrice induite (fém)  $e$  due au flux du champ magnétique réfléchi. On considère la fém développée dans un cadre métallique rectangulaire placé orthogonalement à  $\vec{u}_z$  (figure 5). Le cadre a pour largeur  $l = 5 \text{ mm}$  et pour longueur  $L = 10 \text{ cm}$  et comporte  $N = 1000$  spires en série ; ses bornes sont reliées à un voltmètre électronique pour mesurer  $e$ .

Rappeler la loi de Faraday donnant l'expression de la fém induite  $e$ .

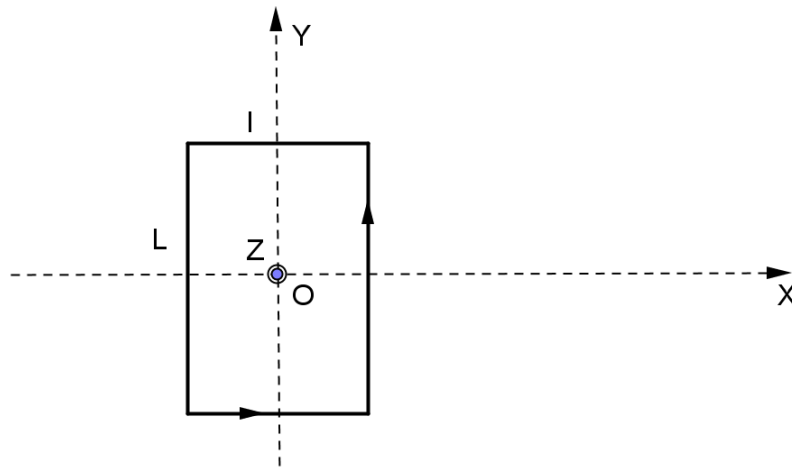


Figure 5

- 4.2.9. Exprimer la longueur d'onde  $\lambda_r$  de l'onde réfléchi au niveau du cadre. Justifier que l'on puisse considérer le champ magnétique réfléchi comme uniforme sur le cadre et en déduire l'expression de son flux  $\phi$  à travers le cadre.
- 4.2.10. En déduire l'expression de la valeur efficace de la tension instantanée détectée en fonction de  $l$ ,  $L$ ,  $N$ ,  $c$ ,  $v$ ,  $\nu_r$  et  $E_0$ .
- 4.2.11. La plus petite valeur de la tension détectable est  $V_{d,eff} = 10 \mu V$ , déterminer la puissance moyenne par unité de surface mise en jeu par le radar.