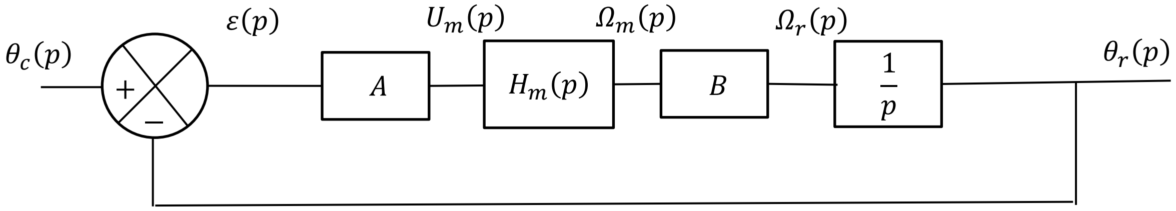
Radar d'avion

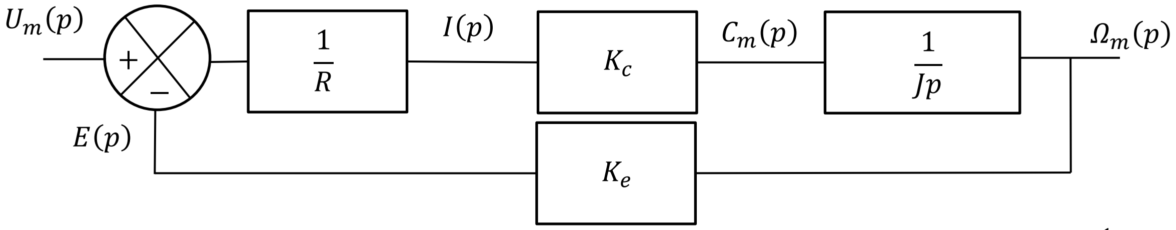
Schéma bloc du système

Question 1: Réaliser le schéma bloc du système.



Etude du moteur

Question 2: Déterminer la fonction de transfert $H_m(p)=\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{K_m}{1+T_m p}$ et donner les expressions littérales de K_m et T_m



$$H_m(p)=\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{\frac{K_c}{RJp}}{1+\frac{K_eK_c}{RJp}}=\frac{K_c}{RJp+K_eK_c}=\frac{\frac{1}{K_e}}{1+\frac{RJ}{K_eK_c}p}=\frac{K_m}{1+T_mp} \quad ; \quad \begin{cases} K_m=\frac{1}{K_e} \\ T_m=\frac{RJ}{K_eK_c} \end{cases}$$

Fonction de transfert du système

Question 3: Déterminer la fonction de transfert $H(p)=\frac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}$

$$H(p)=\frac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}=\frac{\frac{ABH_m(p)}{p}}{1+\frac{ABH_m(p)}{p}}=\frac{ABH_m(p)}{p+ABH_m(p)}$$

Remarque *: penser à donner ce type de réponses, ligne / lige, pas autre chose. Et surtout, ne pas diviser par $ABH_m(p)$ sous prétexte de vouloir faire apparaître une forme canonique qui n'en est pas une, $H_m(p)$ étant une fonction de p*

Question 4: Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$.

Déterminer les constantes K, z et ω_0 en fonction de K_m, T_m, A et B

$$H(p)=\frac{1}{1+\frac{1}{ABK_m}p+\frac{T_m}{ABK_m}p^2}=\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$$

$$K=1 \quad ; \quad \omega_0=\sqrt{\frac{ABK_m}{T_m}} \quad ; \quad z=\frac{1}{2}\omega_0\frac{1}{ABK_m}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{ABK_m}{T_m}}\frac{1}{ABK_m}=\frac{1}{2\sqrt{ABK_mT_m}}$$

Question 5: Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et ω_0 (on n'exploitera pas $t_{r_{5\%}}$)

Valeur finale : K pour un échelon unitaire, on va bien à 1.
Valeur du premier dépassement **relatif** :

$$D_1 = e^{-\frac{\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} \Leftrightarrow \ln D_1 = -\frac{\pi z}{\sqrt{1-z^2}} \Leftrightarrow \ln {D_1}^2 = \frac{\pi^2 z^2}{1-z^2}$$

$$\ln {D_1}^2 - \ln {D_1}^2 z^2 - \pi^2 z^2 = 0 \Leftrightarrow (\ln {D_1}^2 + \pi^2) z^2 = \ln {D_1}^2$$

$$z^2 = \frac{\ln {D_1}^2}{\ln {D_1}^2 + \pi^2} \Leftrightarrow z = \sqrt{\frac{\ln {D_1}^2}{\ln {D_1}^2 + \pi^2}} = \frac{|\ln D_1|}{\sqrt{\ln {D_1}^2 + \pi^2}}$$

$$D_1 = \frac{0{,}2}{2} = 0{,}1 = 10\%$$

$$z = 0{,}59$$

Attention *: C'est un dépassement relatif, et il ne faut pas l'utiliser en % mais bien avec la virgule…*

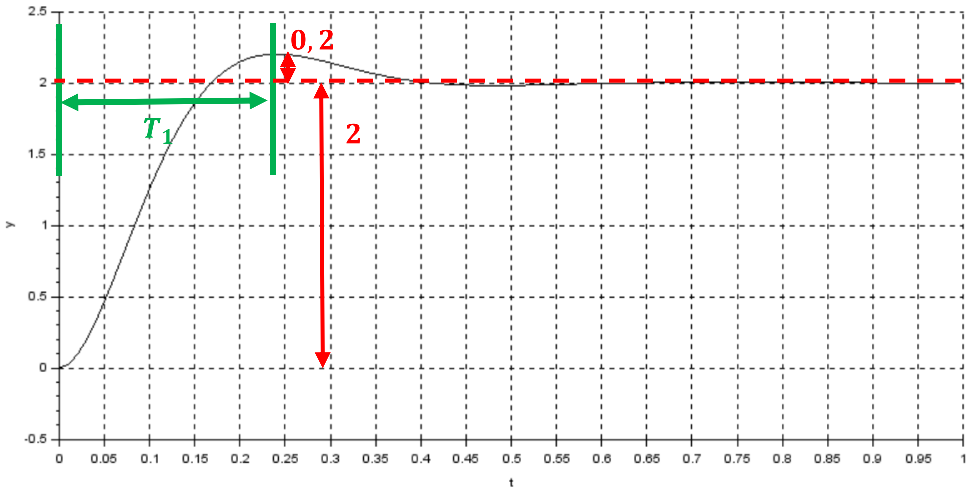
Pour trouver ω_0, on pourrait passer par $t_{r_{5\%}}$ et l'abaque… On passe ici par la valeur de la pseudo période :

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$$

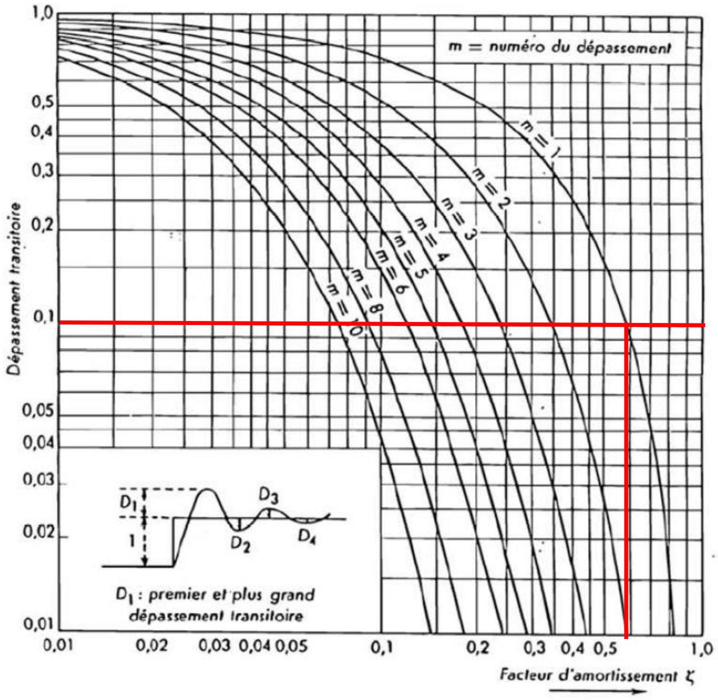
Au premier dépassement, le temps est la moitié de la pseudopériode.

$$t_1 = \frac{T_p}{2} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}} = 0{,}24\ s$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{t_1 \sqrt{1-z^2}} = \frac{\pi}{0{,}24\sqrt{1-0{,}59^2}} = 16{,}2\ rad.s^{-1}$$



Question 6: Retrouver la valeur du coefficient d'amortissement à l'aide de l'abaque fourni.



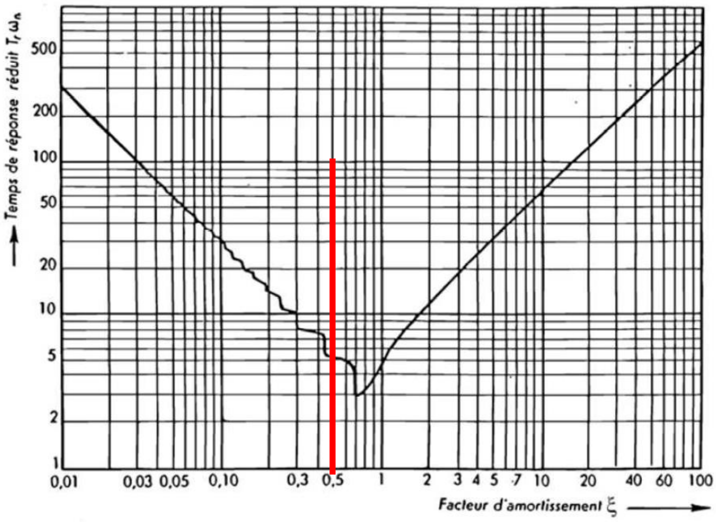
On retrouve bien 0,6.

***Attention** : cet abaque présente une particularité qui pourrait bien vous induire en erreur. De 0,1 à 0,5, deux graduations par 0,1, alors que de 0,5 à 1, il n'y a qu'une graduation par 0,1…*

Critère de temps de réponse

Question 7: Déterminer le temps de réponse à 5%. Conclure quant à la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité de la fonction FS1.

Le calcul du temps de réponse à 5%. On a $z = 0{,}5$.



A l'aide de l'abaque, on trouve :

$$t_{r_{5\%}}\omega_0 = 5 \quad ; \quad t_{r_{5\%}} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 0{,}33\ s > 0{,}2\ s \quad ; \quad FS1\ pas\ OK$$

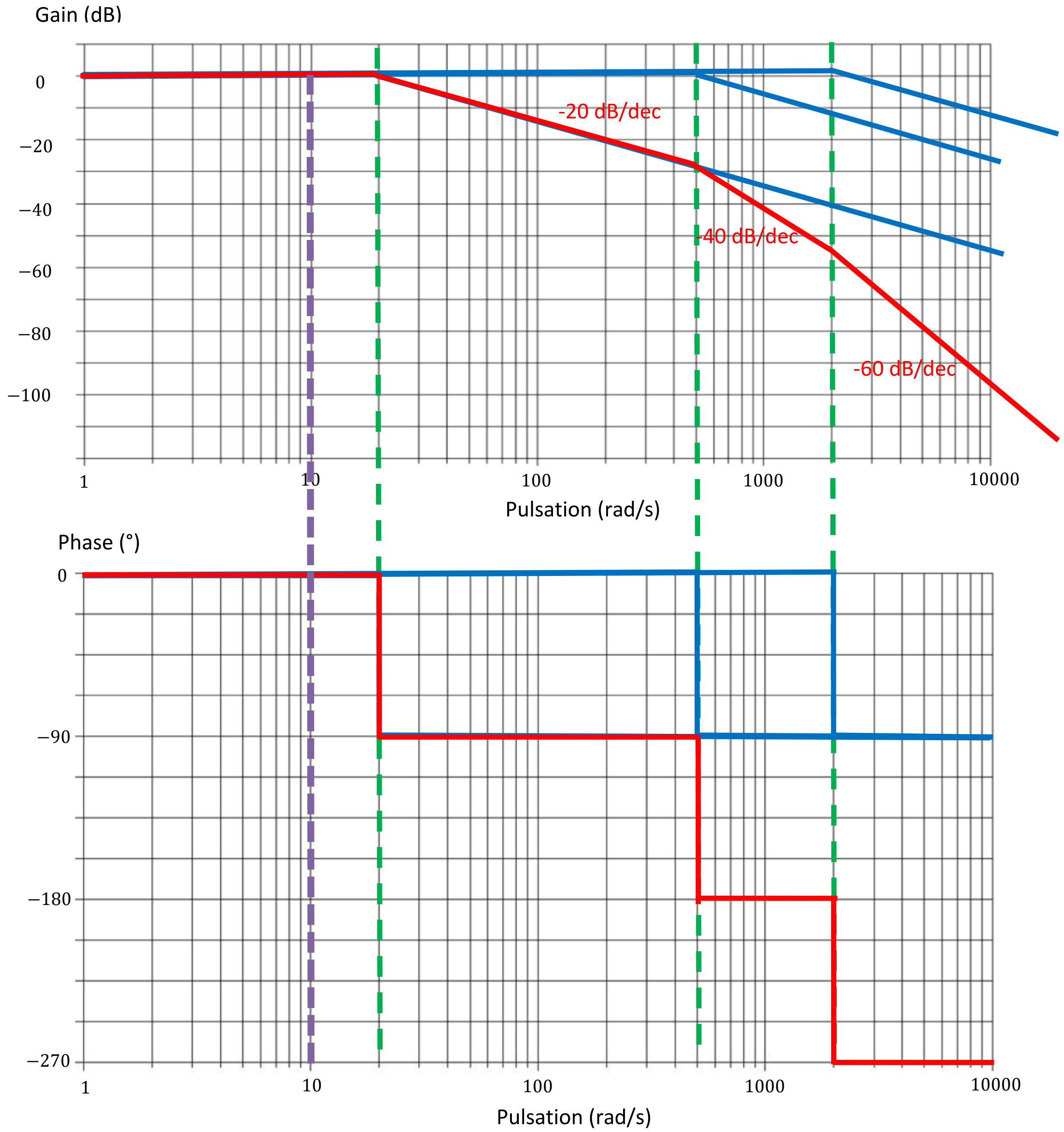
Diagramme de Bode

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)}$$

Question 8: Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert

On somme 3 premier ordre.

$$H(p) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{20}p\right)\left(1+\frac{1}{2000}p\right)\left(1+\frac{1}{500}p\right)}$$



Critère de bande passante

Question 9: Rappeler le critère de bande passante que doit respecter le système

$$BP \geq [0; 18]$$

Question 10: Sans simplifications, quelle équation faudrait-il résoudre pour déterminer la bande passante ?

$$G(\omega_c) = -3 \Leftrightarrow 20 \log|H(j\omega_c)| = -3 \Leftrightarrow |H(j\omega_c)| = 10^{\frac{-3}{20}}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{1 + (0{,}05\omega_c)^2}\sqrt{1 + (0{,}0005\omega_c)^2}\sqrt{1 + (0{,}002\omega_c)^2} = 10^{\frac{-3}{20}}$$

Question 11: Quel simple calcul permettrait de valider le critère de bande passante avec la fonction étudiée ?

La fonction est monotone décroissante, il suffit de vérifier :

$$G(18) \geq -3$$

Aller, je fais le calcul :

$$G(18) = -20 \log\left(\sqrt{1 + (0{,}05 * 18)^2}\sqrt{1 + (0{,}0005 * 18)^2}\sqrt{1 + (0{,}002 * 18)^2}\right)$$
$$G(18) = -2{,}58 > -3$$

Question 12: Justifier cette approximation pour l'étude de la bande passante

Les pulsations de coupure des 3 systèmes du 1° ordre sont 20, 500 et 2000. Le gain et la phase s'écrivent ainsi :

$$G(\omega) = G_{20}(\omega) + G_{500}(\omega) + G_{2000}(\omega)$$
$$\varphi(\omega) = \varphi_{20}(\omega) + \varphi_{500}(\omega) + \varphi_{2000}(\omega)$$

On doit résoudre :

$$G(\omega) = -3$$

On voit bien que pour des pulsations inférieures à $20\, rd.s^{-1}$, $G_{500}(\omega)$, $G_{2000}(\omega)$, $\varphi_{500}(\omega)$ et $\varphi_{2000}(\omega)$ sont très faibles et négligeables devant $G_{20}(\omega)$ et $\varphi_{20}(\omega)$, soit :

$$\begin{cases} G_{500}(\omega) \underset{\omega\leq 20}{\ll} G_{20}(\omega) \\ G_{200}(\omega) \underset{\omega\leq 20}{\ll} G_{20}(\omega) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} G(\omega) = \underset{\omega\leq 20}{\sim} G_{20}(\omega) \\ \varphi(\omega) = \underset{\omega\leq 20}{\sim} \varphi_{20}(\omega) \end{cases}$$

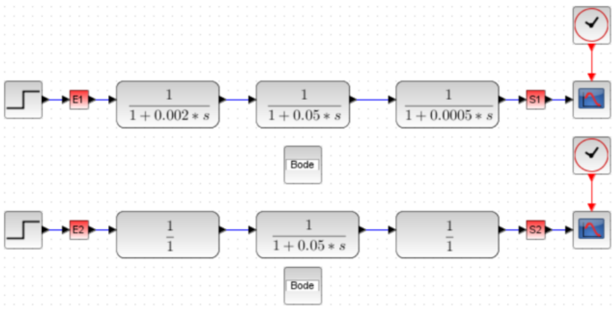
Ou encore :

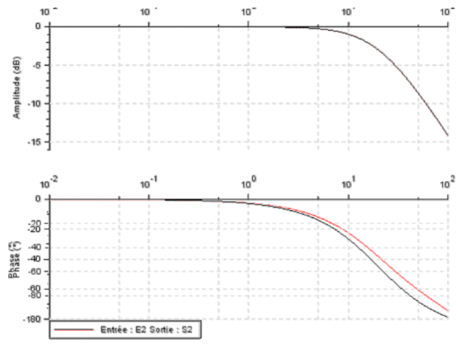
$$H(p) \underset{\omega\leq 20}{\sim} \frac{1}{1+0{,}05p}$$

Concernant la bande passante, on pourrait donc simplement dire que l'on va résoudre l'équation

$$G(\omega) = G_{20} = G_0 - 3 = -3$$

Regardons avec XCOS ce que cela donne :





Rouge : Système complet

Noir : Système simplifié

Question 13: Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB et conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante de la fonction FS1.

Système du premier ordre, cela correspond à la pulsation propre : $\omega_c = 20\, rad.s^{-1}$

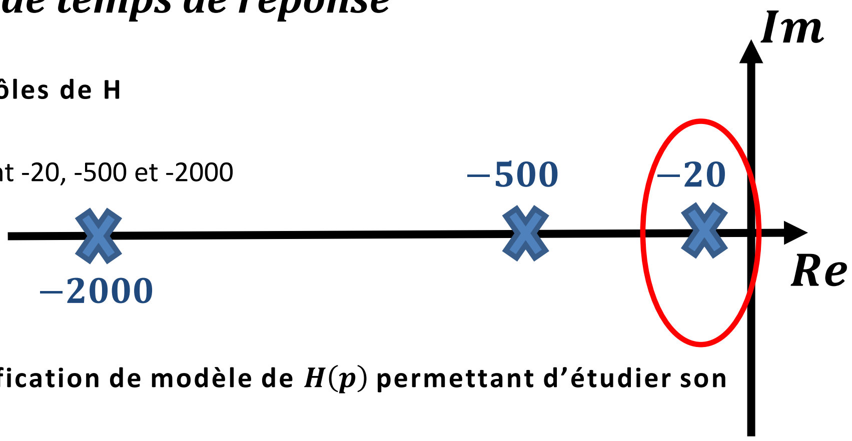
Bande passante : $20\, rad.s^{-1} > 18\, rad.s^{-1}$

Le critère de bande passante du cahier des charges est respecté.

Critère de temps de réponse

Question 14: Tracer le plan des pôles de H

Les pôles des 3 systèmes du 1° ordre sont -20, -500 et -2000

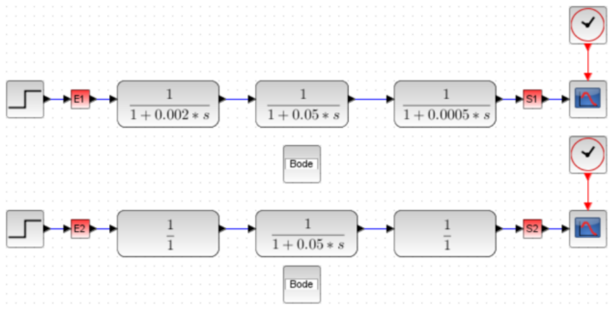


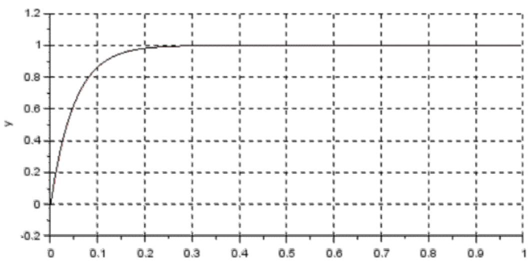
Question 15: Proposer une simplification de modèle de $H(p)$ permettant d'étudier son temps de réponse à 5%

Le pôle dominant est -20 (cf. cours réduction de modèles), on propose donc :

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)} \underset{t_{r5\%}}{\sim} \frac{1}{1+0{,}05p}$$

Regardons avec XCOS ce que cela donne :





Rouge : Système complet

Noir : Système simplifié

Question 16: Déterminer son temps de réponse à 5% du système et conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité de la fonction FS1.

$$t_{r5\%} = 3\tau = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{20} = 0{,}15\ s < 0{,}2\ s$$

Le cahier des charges est respecté.