

## La compression des images

La croissance explosive des données dans le monde numérique conduit à l'exigence d'une technique efficace pour stocker et transmettre les informations. En raison des ressources limitées, la compression s'avère efficace puisque ce besoin augmente au moins deux fois plus vite que les capacités de stockage et de transmission.

L'un des objectifs majeurs des études scientifiques est de rendre l'analyse des informations beaucoup plus rapide et moins coûteuse. Les fichiers compressés nécessitent moins de stockage, ce qui signifie une diminution significative des dépenses, et respect de l'environnement.

### Positionnement thématique (ETAPE 1)

*INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHEMATIQUES (Algèbre).*

### Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Compression avec pertes</i>	<i>Lossy compression</i>
<i>Décomposition en valeurs singulières</i>	<i>Singular value decomposition</i>
<i>Approximation de rang faible.</i>	<i>Low-rank approximation</i>
<i>Troncature</i>	<i>Truncation</i>
<i>Matrice</i>	<i>Matrix</i>

### Bibliographie commentée

Dans le domaine du numérique, la compression est une étape importante avant de commencer le traitement des images ou de vidéos plus grandes. Dans les processus de compression, les transformations mathématiques jouent un rôle essentiel. Il est bien connu que les images, souvent utilisées dans diverses applications informatiques, sont difficiles à stocker et à transmettre.

Une solution possible pour surmonter ce problème consiste à utiliser la compression de données, technique où une image est considérée comme une matrice, (ou tableau pour les images en couleurs) puis les opérations sont effectuées sur la matrice. Les techniques de compression éliminent toujours les données redondantes. Ce processus peut être classé en deux catégories, la compression sans perte (Lossless Compression) et avec perte (Lossy Compression). La compression avec perte réduit un fichier en éliminant définitivement certaines informations, en particulier les informations redondantes. L'élimination de ces détails réduit la quantité de l'espace requis pour stocker l'image. Une image en niveaux de gris (grayscale image) peut être considérée comme une matrice de taille  $n \times m$ , sa compression peut être réalisée en utilisant la technique de décomposition en valeur singulière (Singular Value Decomposition) sur la matrice d'image. Pour les images en couleurs, il suffit de séparer les trois canaux rouge, vert et bleu et appliquer la même méthode sur chaque matrice.

Cette technique est l'une des factorisations matricielles les plus importantes de l'ère informatique. Elle fournit une décomposition matricielle numériquement stable qui peut être utilisée à diverses fins et dont l'existence est garantie. En effet, la décomposition en valeurs singulières est une technique simple, robuste et fiable. Elle fournit une méthode stable et efficace pour diviser la matrice d'image en un ensemble de matrices linéairement indépendantes, en plus d'un bon taux de compression et également d'une solution pratique aux problèmes de reconstructions de l'image originale avec des erreurs très petites. Le principal avantage de l'utilisation de cette décomposition est la propriété de compactage énergétique et sa capacité à s'adapter aux variations statistiques locales d'une image.

La décomposition en valeurs singulières est généralement un bon choix lorsque l'on doit compresser un grand ensemble de données de manière à ce que la structure interne et les relations de correspondance entre les points de données soient préservées d'une manière ou d'une autre.

## Problématique retenue

Comment choisir le rang optimal de troncature d'une matrice afin de conserver le maximum d'informations contenues dans une matrice(image)?

Comment améliorer l'algorithme de décomposition en valeurs singulières?

## Objectifs du TIPE

Étude mathématique d'une méthode de compression.

Utilisation de différentes méthodes pour trouver le rang optimale de troncature.

Simuler l'algorithme de décomposition en valeurs singulières en python.

Utilisation d'une méthode (aléatoire) pour améliorer l'efficacité et la rapidité de l'algorithme.

Simuler l'algorithme rapide en python.

## Références bibliographiques (ETAPE 1)

- [1] S. MICHAHAL, MR. B VENKATASESHAIAH, MS. ROOPADEV K N : Image Compression using Singular Value Decomposition :  
[https://www.researchgate.net/publication/317610884\\_Image\\_Compression\\_using\\_Singular\\_Value\\_Decomposition](https://www.researchgate.net/publication/317610884_Image_Compression_using_Singular_Value_Decomposition)
- [2] N. BENJAMIN ERICHSON, S.VORONIN : Randomized Matrix Decompositions Using R :  
<https://arxiv.org/abs/1608.02148>
- [3] I.COOPER, C.LORENC : Image Compression Using Singular Value Decomposition :  
[https://mse.redwoods.edu/darnold/math45/laproj/fall2006/iancraig/SVD\\_paper.pdf](https://mse.redwoods.edu/darnold/math45/laproj/fall2006/iancraig/SVD_paper.pdf)
- [4] J.CHEN : Image Compression with SVD :  
<http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/svdcompression.html>
- [5] R.KAUR, P.CHOUDHARY : A Review of Image Compression Techniques :  
[https://www.researchgate.net/publication/303325238\\_A\\_Review\\_of\\_Image\\_Compression\\_Techniques](https://www.researchgate.net/publication/303325238_A_Review_of_Image_Compression_Techniques)
- [6] D.KRESSNER : Low Rank Approximation : <https://www.epfl.ch/labs/anchnp/wp-content/uploads/2018/10/lecture1-slides.pdf>

## DOT

- [1] *[Novembre 2020]: Étude de différentes méthode de codage des textes.*
- [2] *[Décembre 2020]: Étude des différentes transformées mathématiques utiles pour la compression des images: La transformée de Fourier discrète, transformée cosinus discrète et transformée de Walsh-Hadamard.*
- [3] *[Fevrier2021]: Étude de la méthode de la décomposition en valeurs singulières et de l'approximation d'Eckart-Young.*
- [4] *[Mars2021]: Simulation python, échec de la simulation pour les images de grandes dimensions.*
- [5] *[Mai2021]: Utilisation de la décomposition randomisée pour pouvoir compresser les images de grandes dimensions.*
- [6] *[Mai2021]: Simulation python du nouveau algorithme de la décomposition randomisée, qui permet la compression des grandes images en un temps réduit.*