DS Sciences Physiques MathSpé

calculatrice: autorisée

durée: 2 heures

Sujet

Sujet: extrait modifié de Concours Centrale Physique TSI 2012

Mission Apollo

Ce problème aborde quelques aspects du Programme Apollo, qui permit à l'Homme de faire son premier pas sur la Lune le 21 juillet 1969. La première partie étudie le départ de la Terre, la seconde l'arrivée sur la Lune.

I. De la Terre...

La fusée lancée de Cap Canaveral en Floride, se met tout d'abord en orbite circulaire basse autour de la Terre. Elle est ensuite placée sur une orbite elliptique de transfert pour rejoindre finalement une orbite circulaire autour de la Lune. La durée de la mission est typiquement d'une semaine.

A. Décollage

1) Choix du référentiel

1. Définir les référentiels terrestre et géocentrique, notés respectivement $\mathcal{R}_T$ et $\mathcal{R}_G$.

Dans toute la suite de l'étude, $\mathcal{R}_G$ sera considéré comme galiléen.

2) Influence de la base de lancement

La Terre, associée à une sphère de rayon $R_T = 6{,}38\times 10^3\, km$ est animée d'un mouvement de rotation uniforme ($Figure\,1$) autour de l'axe Sud-Nord Tz , à la vitesse angulaire $\Omega = 7{,}29\times 10^{-5}\, rad\cdot s^{-1}$.

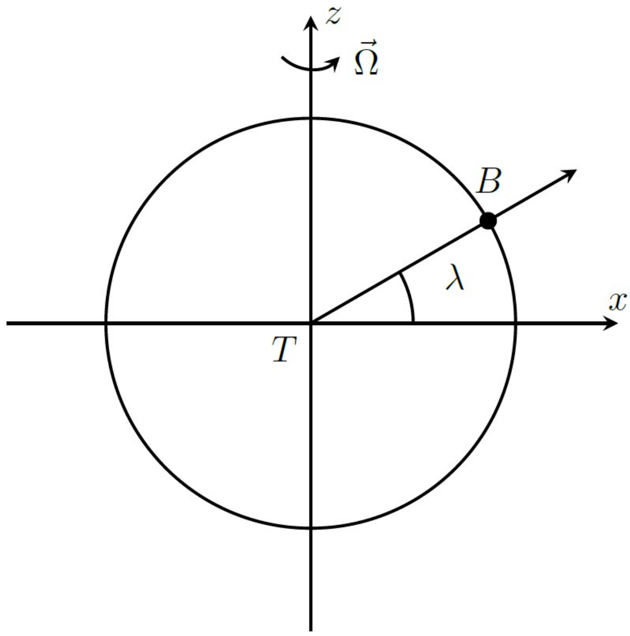


Figure 1 : *Latitude*

2. Donner la nature de la trajectoire d'un point B à la surface de la Terre, situé à la latitude λ . Donner l'expression du module v_B de sa vitesse.

3. Application numérique: calculer v_{B1} pour la base de lancement de Cap Canaveral aux États-

Unis ($\lambda_1=28{,}5°$) et v_{B2} pour la base de Kourou en Guyane ($\lambda_2=5{,}2°$). On donnera les résultats en ms^{-1} et en $km\,h^{-1}$.

Une fusée de masse m_F décolle du point B , sans vitesse initiale par rapport à la Terre, pour atteindre une orbite circulaire autour de la Terre avec la vitesse finale v_0 par rapport à $\mathcal{R}_G$.

4. Déterminer l'expression de la variation d'énergie cinétique ΔE_c de la fusée, en fonction de v_B , v_0 et m_F .

5. Calculer numériquement l'économie relative réalisée, définie par $\dfrac{\Delta E_{c1}-\Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}}$, en choisissant la base de Kourou plutôt que celle de Cap Canaveral, avec $v_0=8\ km\cdot s^{-1}$. Commenter.

6. Quel(s) autre(s) avantage(s) présente alors la base de Kourou?

B. Orbite circulaire

1) Généralités

7. Rappeler l'expression de la force gravitationnelle $\vec{F}_G$ exercée par une masse ponctuelle m_1 située en O sur une masse ponctuelle m_2 située en M en fonction de m_1 , m_2 , $\vec{r}=\overrightarrow{OM}$, $r=\|\vec{r}\|$ et la constante de gravitation $\mathcal{G}$.

8. Rappeler de même l'expression de la force électrique $\vec{F}_E$ exercée par une charge q_1 située en O sur une charge q_2 située en M .

9. Comparer le signe des deux expressions précédentes.

10. Rappeler le théorème de Gauss de l'électrostatique, donnant l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par une distribution de charge volumique $\rho(M)$.

11. Par analogie ($q\Leftrightarrow m\,;\vec{E}\Leftrightarrow\vec{G}\,;\varepsilon_0\Leftrightarrow...etc$) , donner le théorème de Gauss gravitationnel, donnant l'expression du champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé par une distribution de masse volumique $\mu(M)$.

2) Champ gravitationnel terrestre

La Terre est approximativement une boule à symétrie sphérique de centre T , de masse totale m_T .

12. Quelle est la direction de $\vec{G}(M)$? Justifier. De quelle(s)variable(s) dépend-il?

13. Déterminer $\vec{G}(M)$ en tout point à l'extérieur de la Terre.

14. Calculer son module g_T à la surface de la Terre, avec $\mathcal{G}\times m_T=4{,}0\times10^{14}\,m^3.s^{-2}$.

15. Justifier enfin que la force exercée par la Terre sur un satellite de masse m_F situé au point M soit donnée par : $\vec{F}=-\mathcal{G}\dfrac{m_F\,m_T}{r^3}\overrightarrow{TM}$ où r est la distance TM .

3) Mouvement d'un satellite

Une fusée de masse m_F , assimilé à un point matériel, est satellisée, en orbite autour de la Terre, à la distance r de son centre.

16.Donner l'expression de l'énergie potentielle E_{p0} associée, en la choisissant nulle pour $r \to \infty$.

17.Montrer que la trajectoire est plane. Quelle est sa nature?

La trajectoire est maintenant considérée comme circulaire.

18.Démontrer l'expression de la vitesse v_0 de la fusée, ainsi que celle de son énergie cinétique E_{c0} , en fonction de $\mathcal{G}$, m_F , m_T et r . En déduire la relation entre énergie cinétique et énergie potentielle pour une orbite circulaire.

19.Exprimer le rapport $\frac{T_0^2}{r^3}$, où T_0 représente la période de révolution du satellite, en fonction de $\mathcal{G}$ et m_T . Quel est le nom de cette loi?

Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

20.Application numérique : calculer v_0 et T_0 (en heures et minutes) pour une orbite circulaire basse ($r = R_T$).

21.Donner enfin l'expression de l'énergie mécanique de la fusée sous la forme $E_{m0} = -\frac{K}{2r}$, en précisant la valeur de K .

Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

II. ...À la Lune

A. Objectif Lune

1) Orbite de transfert

La fusée Saturn V est d'abord placée en orbite circulaire autour de la Terre, dans un plan contenant l'axe Terre-Lune. Les moteurs du troisième étage sont alors allumés pendant une durée très courte : la vitesse de la fusée passe quasi instantanément de la vitesse v_0 à la vitesse v_1 , de telle sorte que la nouvelle trajectoire soit elliptique de grand axe $2a \simeq d_{TL}$, où d_{TL} représente la distance Terre-Lune (voir la *Figure* 2).

On donne $d_{TL} = 3{,}8 \times 10^8\, m$.

Figure 2 : *Orbite de transfert*

22.Exprimer l'énergie mécanique E_{m1} de la fusée lorsqu'elle suit cette nouvelle trajectoire.

23.En utilisant l'expression obtenue pour E_{m1} , déterminer l'expression de la vitesse v_1 en fonction de v_0 , $\mathcal{G} m_T$, d_{TL} . Application numérique.

24.Où est placée la Terre par rapport à cette ellipse? À quel instant doit-on allumer les moteurs?

25.Évaluer numériquement (en secondes puis en jours) la durée t_1 du transfert Terre-Lune (parcours de la moitié de l'ellipse).

2) Orbite lunaire

À l'approche de la Lune, de rayon R_L et de masse m_L , l'attraction de la Lune devient de plus en plus importante et finit par devenir prépondérante et l'attraction de la Terre devient négligeable. Les paramètres du vol sont calculés pour qu'en cas de panne des moteurs, la fusée contourne la Lune pour revenir sur la Terre. (Ce fut le cas lors de la mission Apollo XIII).

26.Donner l'allure de la trajectoire envisagée par rapport à la lune en cas de panne des moteurs.

L'étude se fait désormais dans le référentiel lunocentrique, supposé galiléen. . A l'approche de la Lune, les moteurs de la fusées sont rallumés, de façon à placer la fusée sur une orbite circulaire basse ($r \simeq R_L$) autour de la Lune.

27.Faut-il freiner ou accélérer? Justifier qualitativement.

28.Déterminer numériquement v_2 , vitesse associée à une orbite circulaire basse autour de la Lune, avec $\mathcal{G} \times m_L = 4{,}9 \times 10^{12} m^3 . s^{-2} \cdot$ et $R_L = 1{,}74 \times 10^3 km$.

B. Déplacements sur la Lune

29.Exprimer le module du champ gravitationnel lunaire g_L à la surface de la Lune, en fonction de g_T , m_T , R_T , m_L et R_L . Application numérique.

30.Un bon athlète possède sur Terre une détente verticale de $1\,m$. Quelle serait cette détente sur la Lune? Application numérique.

Le sol lunaire est accidenté et modélisé par une surface ondulée de période spatiale λ , d'équation $z(x) = A \cos(\dfrac{2\pi x}{\lambda})$.

Un véhicule assimilé à un point matériel M se déplace sur cette surface suivant la loi $x_M(t) = v \times t$ où v est une constante.

31.Montrer que $z_M(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation ω . que l'on exprimera en fonction de λ et v .

32.Appliquer le théorème de la résultante cinétique au véhicule roulant selon $x_M(t) = v \times t$. La réaction du sol est notée $\vec{R} = T\,\vec{u}_x + N\,\vec{u}_z$ où $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_z$ désignent des vecteurs unitaires. Déterminer la valeur maximale de A qui assure le maintien du véhicule au sol.

33.Application numérique : Calculer A_{max} pour $v = 14\,km.h^{-1}$ et $\lambda = 1\,m$. Conclure.

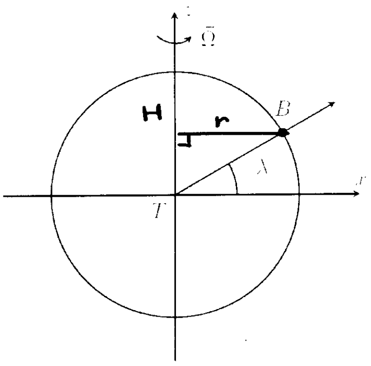
Réponses

Mission Apollo

1) Le référentiel terrestre R_T a pour origine le centre de la terre. Ses axes sont liés à la terre.
Le référentiel geocentrique R_G a pour origine le centre de la terre. Ses axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic (vers des étoiles "fixes")

R_G est en translation quasicirculaire par rapport au référentiel de Copernic
R_T tourne en plus par rapport à R_G avec une période égale au jour sidéral

---



2) La trajectoire de B dans R_G est un cercle de rayon :

$$\boxed{r = R_T \cos\lambda}$$

et de centre H (voir figure).

La vitesse de B vaut :

$$v_B = r\,\Omega$$

$$\boxed{v_B = R_T\,\Omega\,\cos\lambda}$$

---

3) A.N. $v_{B_1} = 6{,}38\ 10^6\ \ 7{,}29\ 10^{-5}\ \cos(28{,}5°)$

$$\boxed{\begin{aligned} v_{B1} &= 409 \quad m.s^{-1} \\ &= 1{,}47\ 10^3\ km.h^{-1} \end{aligned}}$$

$v_{B_2} = 6{,}38\ 10^6\ \ 7{,}29\ 10^{-5}\ \cos(5{,}2°)$

$$\boxed{\begin{aligned} v_{B_2} &= 463 \quad m.s^{-1} \\ &= 1{,}67\ 10^3\ km.h^{-1} \end{aligned}}$$

---

4)

$$\boxed{\Delta E_c = \frac{1}{2} m_F \left(v_0^2 - v_B^2 \right)}$$

---

5)

$$\text{économie} = 1 - \frac{\Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}}$$

$$= 1 - \frac{(v_0^2 - v_{B_2}^2)}{(v_0^2 - v_{B_1}^2)}$$

$$\boxed{\text{économie} = \frac{v_{B_2}^2 - v_{B_1}^2}{v_0^2 - v_{B_1}^2}}$$

A.N.

$$= \frac{0{,}463^2 - 0{,}409^2}{8^2 - 0{,}409^2}$$

$$\boxed{\text{économie} = 0{,}74 \; 10^{-3}}$$

Cette économie est très faible (< 0,1 %)

---

6) La base de Kourou est préférable pour une autre raison. (l'économie précédente est bien faible)

Si on veut lancer un satellite géostationnaire (qui doit donc avoir une latitude constante notamment... et donc une orbite au niveau de l'équateur), la base de Kourou proche de l'équateur est plus intéressante (la correction de trajectoire sera nettement moins coûteuse).

---

7)

$$\vec{F_G}_{1\to 2} = - \frac{G \, m_1 m_2}{r^2} \, \vec{u}_{1\to 2}$$

$$\boxed{\vec{F_G} = - \frac{G \, m_1 m_2 \, \vec{r}}{r^3}}$$

---

8)

(dessin avec $q_1 q_2 > 0$)

$$\overrightarrow{F_E}_{1\to 2} = \frac{q_1\, q_2}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\,\overrightarrow{u}_{1\to 2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{F_E} = \frac{q_1\, q_2\, \overrightarrow{r}}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}}$$

---

9) signe $-$ dans $\overrightarrow{F_G}$ car attraction ($m_1 m_2 > 0$)

signe $+$ dans $\overrightarrow{F_E}$ car répulsion (si $q_1 q_2 > 0$)

---

10)
$$\oiint_S \overrightarrow{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{q_{intérieure}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\oiint_S \overrightarrow{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{\iiint_{V \text{ limité par } S} \rho\, d\tau}{\varepsilon_0}}$$

(flux sortant de $\overrightarrow{E}$ à travers la surface fermée S)

---

11) Les analogies :

$\overrightarrow{F_G} = m\overrightarrow{G} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_E} = q\overrightarrow{E}$

$m \Leftrightarrow q$

$\overrightarrow{G} \Leftrightarrow \overrightarrow{E}$

$-\mathcal{G} \Leftrightarrow \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

donc
$$\boxed{\varepsilon_0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4\pi\mathcal{G}}}$$

Théorème de Gauss gravitationnel :

$$\oiint_S \overrightarrow{G}\,\overrightarrow{dS} = -4\pi\mathcal{G}\, m_{intérieure}$$

$$\boxed{\oiint_S \overrightarrow{G}\,\overrightarrow{dS} = -4\pi\mathcal{G}\iiint_{V \text{ limité par } S} \mu\, d\tau}$$

---

12) Tous les plans diamétraux (contenant O et M) sont des plans de symétrie. $\overrightarrow{G}$ appartient aux plans de symétrie.

$$\boxed{\overrightarrow{G}_{(M)} = G_{(M)}\,\overrightarrow{u_r}}$$

a priori $G(M) = G(r, \theta, \varphi)$

mais le problème est invariant en rotation selon θ et φ.

Finalement :

$$\boxed{\vec{G} = G(r)\ \vec{u_r}}$$

---

13) A l'extérieur $r > R_T$

On applique le théorème de gauss à une sphère de rayon r passant par M

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{G}\ \vec{dS} = -4\pi \mathcal{G} \iiint_V \mu\, d\tau$$

$$G\ 4\pi r^2 = -4\pi\mathcal{G}\ \underbrace{\tfrac{4}{3}\pi R_T^3\ \mu}_{\text{ou } m_T}$$

$$\boxed{\vec{G}_{(r>R_T)} = -\frac{\mathcal{G}\ m_T}{r^2}\ \vec{u_r}}$$

(comme si toute la masse était au centre)

---

14) Par continuité de $\vec{G}$ cette formule est utilisable en R_T

$$\vec{G}_{(r=R_T)} = -\frac{\mathcal{G}\ m_T}{R_T^2}\ \vec{u_r}$$

de module

$$\boxed{g_T = \frac{\mathcal{G}\ m_T}{R_T^2}}$$

A.N.

$$= \frac{4{,}0\ 10^{14}}{(6{,}38\ 10^6)^2}$$

$$\boxed{g_T = 9{,}83\ \text{m s}^{-2}}$$

---

15) Force sur la fusée

$$\vec{F} = m_F\ \vec{G}$$

$$= -\frac{\mathcal{G}\ m_T\ m_F}{r^2}\ \vec{u_r} \qquad \vec{u_r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\boxed{\vec{F} = -\mathcal{G}\frac{m_T\ m_F\ \vec{TM}}{r^3}}$$

16)
$$\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ E_{P0}$$

Ici avec $\overrightarrow{F} = F(r)\ \overrightarrow{u_r}$, on obtient :

$$\frac{-G m_T m_F}{r^2} = -\frac{dE_{P0}}{dr}$$

$$\boxed{E_{P_0} = -\frac{G m_T m_F}{r}}$$

(la constante d' intégration est choisie nulle)

---

17) • On écrit le théorème du moment cinétique, en T, fixe dans $\mathcal{R}_G$ galiléen, pour la fusée ponctuelle

$$\frac{d\overrightarrow{\sigma}}{dt}(T) = \underbrace{\overrightarrow{m}_F(T)}_{\text{nul}}$$

(force centrale qui passe par T)

$$\overrightarrow{\sigma}(T) = \text{cste}\ \overrightarrow{\sigma_0}$$

$$\boxed{\underbrace{\overrightarrow{r}}_{\overrightarrow{TM}} \wedge m\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\sigma_0}}$$

<u>M appartient donc au plan passant par T, perpendiculaire à $\overrightarrow{\sigma}$</u>

• On sait que la trajectoire est une <u>conique</u>

---

18) Principe fondamental :

$$-\frac{\mathcal{G}\ m_T\ m_F}{r^2}\ \overrightarrow{u_r} = m_F\ \overrightarrow{a}$$

$$/\overrightarrow{u_r} \qquad -\frac{\mathcal{G}\ m_T\ m_F}{r^2} = -m_F\ \frac{v_0^2}{r}$$

$$/\overrightarrow{u_\theta} \qquad 0 = m_F\ \frac{dv_0}{dt}$$

donc

$$\boxed{v_0^2 = \frac{\mathcal{G}\ m_T}{r}}$$

$$\frac{1}{2}\ m_F v_0^2 = \frac{\mathcal{G}\ m_T\ m_F}{2r}$$

$$\boxed{E_{c_0} = \frac{\mathcal{G}\ m_T\ m_F}{2r}}$$

$$\boxed{E_{C_0} = -\frac{E_{P0}}{2}}$$

---

19)
$$T_0 = \frac{2\pi r}{v_0}$$
$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\mathcal{G} m_T / r}$$
$$\boxed{\frac{T_0^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G} m_T}}$$

Il s'agit de la troisième loi de Kepler.

---

20) Pour $r = R_T$
$$v_0 = \sqrt{\frac{\mathcal{G} m_T}{R_T}}$$
$$= \sqrt{\frac{4{,}0\ 10^{14}}{6{,}38\ 10^6}}$$
$$\boxed{v_0 = 7{,}92\ \text{km s}^{-1}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R_T{}^3}{\mathcal{G} m_T}}$$
$$= 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}38\ 10^6)^3}{4{,}0\ 10^{14}}}$$
$$= 5063\ \text{s}$$
$$\boxed{T_0 = 1\ \text{h}\ 24\ \text{min}}$$

---

21) On a vu
$$E_{C_0} = -\frac{E_{P_0}}{2}$$

donc
$$E_{m_0} = E_{C_0} + E_{P_0}$$
$$= -\frac{E_{P_0}}{2} + E_{P_0}$$
$$= \frac{E_{P_0}}{2}$$

$$\boxed{E_{m_0} = -\frac{\mathcal{G} m_T m_F}{2r}}$$
$$(K = \mathcal{G} m_T m_F)$$

---

22) En utilisant 21)

$$\boxed{E_{m1} = -\frac{\mathcal{G}\, m_T\, m_F}{d_{TL}}}$$

23)

$$\Delta E_c = \Delta E_m$$

$$\frac{1}{2} m_F v_1^2 - E_{c0} = -\frac{\mathcal{G}\, m_T\, m_F}{d_{TL}} - (-E_{c0})$$

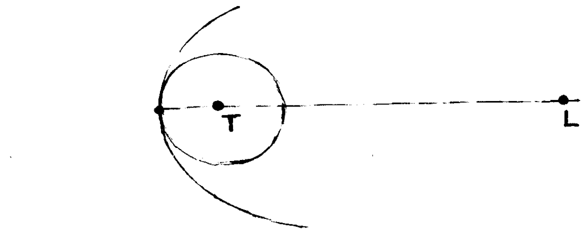
$$\frac{1}{2} m_F v_1^2 = -\frac{\mathcal{G}\, m_T\, m_F}{d_{TL}} + m_F v_0^2$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2\left(v_0^2 - \frac{\mathcal{G}\, m_T}{d_{TL}}\right)}}$$

A.N. $$= \sqrt{2\left((8.10^3)^2 - \frac{4{,}0\ 10^{14}}{3{,}8\ 10^8}\right)}$$

$$\boxed{v_1 = 11{,}2\ \text{km.s}^{-1}}$$

24)



La terre se trouve à l'un des foyers
L'endroit où l'on allume le moteur correspond au périgée de l'ellipse d'axe TL, puisque l'on ne modifie pas la direction de la vitesse.

25) La durée du transfert correspond à la moitié de la période de l'ellipse.

$$t_1 = \frac{T}{2}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{\pi\, d_{TL}^{3/2}}{2\sqrt{2 . \mathcal{G}\, m_T}}}$$

A.N. $$= \frac{\pi\,(3{,}8\ 10^8)^{1,5}}{2 . (2 . 4 . 10^{14})^{0,5}}$$

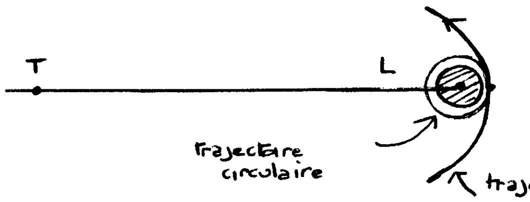
$$\boxed{t_1 = 411\ 10^3\ s}$$

$= 114,3 \text{ h}$

$$\boxed{t_1 = 4 \text{ jours } 18 \text{h}}$$

---

26)



---

27) Il faut freiner pour passer sur une trajectoire intérieure à l'ellipse initiale valable au voisinage de la lune (en négligeant ici l'attraction terrestre)

(si on accélère, on prend la tangente vers l'extérieur ...)

remarque :

E_m passe de $-\frac{K'}{2a}$ de l'ellipse initiale à $-\frac{K'}{2r}$ du cercle final

donc E_m diminue.

Il faut freiner

---

28)

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}\, m_L}{R_L}}}$$

A.N. $= \sqrt{\frac{4{,}9\ 10^{12}}{1{,}74\ 10^{6}}}$

$$\boxed{v_2 = 1{,}7 \text{ km s}^{-1}}$$

---

29)

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{\mathcal{G}\, m_L / R_L^2}{\mathcal{G}\, m_T / R_T^2}$$

$$\boxed{\frac{g_L}{g_T} = \frac{m_L}{m_T}\left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2}$$

A.N. $$\frac{g_L}{g_T} = \frac{4{,}9\ 10^{12}}{4{,}0\ 10^{14}} \left(\frac{6{,}38\ 10^3}{1{,}74\ 10^3}\right)^2$$

$$\boxed{\frac{g_L}{g_T} = 0{,}165 \simeq \frac{1}{6}}$$

$$\boxed{g_L = 1{,}62\ m\,s^{-2}}$$

---

30) La détente de l'athlète lui permet d'atteindre un niveau supérieur d'énergie potentielle mgh.
Donc, en comparant détente terrestre et lunaire :

$$m\,g_L\,h_L = m\,g_T\,h_T$$

$$\boxed{h_L = \frac{g_T}{g_L}\,h_T}$$

A.N. $$= 6 \times 1$$

$$\boxed{h_L = 6\ m}$$

---

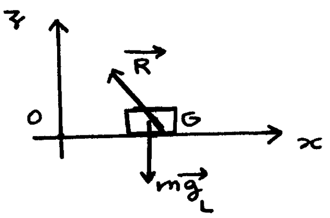
31) $$z(x) = A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$\boxed{z(t) = A \cos\left(\underbrace{\frac{2\pi v}{\lambda}}_{\omega}\, t\right)}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}}$$

---

32)



Le référentiel de la lune étant supposé galiléen pendant une durée assez courte :

$$\vec{R} + m\vec{g}_L = m \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$$

$/\overrightarrow{u_x}$ $\quad T = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ $(=0)$

$/\overrightarrow{u_z}$ $\quad N - m g_L = m\dfrac{d^2z}{dt^2}$

(avec si contact $z_G = z_{sol}$ + cote)

$$\boxed{N = m\left(g_L - \omega^2 A\cos\omega t\right)}$$

N devant être positif ou nul

$$g_L \geq A\,\omega^2\cos\omega t$$

dans le cas le plus défavorable :

$$g_L \geq A\,\omega^2$$

$$\boxed{A \leq \frac{g_L}{\omega^2}}$$

---

33) A.N.

$$A_{max} = \frac{g_L\,\lambda^2}{4\pi^2 v^2}$$

$$= \frac{1{,}62\ 1^2}{4\pi^2\left(\frac{14000}{3600}\right)^2}$$

$$\boxed{A_{max} = 2{,}7\ \text{mm}}$$

C'est très petit : il faut rouler très lentement si on ne veut pas que le véhicule décolle.
