

DNS

Sujet

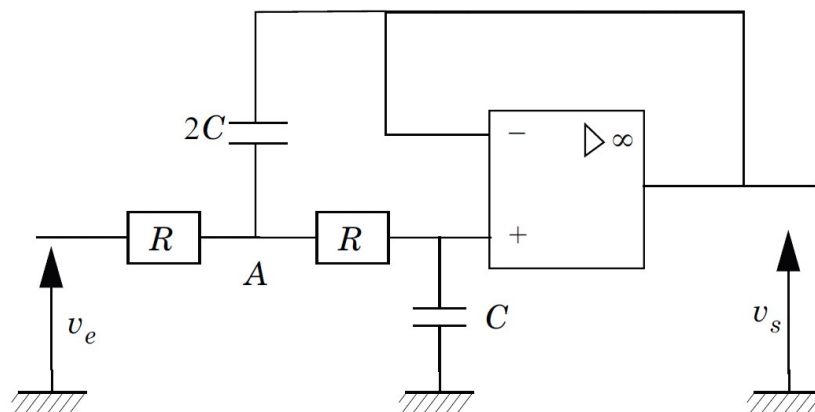
Filtre Modulation Démodulation	1
I. Étude d'un filtre	1
A. Analyse qualitative	2
B. Analyse quantitative	2
C. Diagramme de Bode	2
II. Modulation d'amplitude	2
A. De la nécessité de moduler...	2
B. Signal modulé	3
C. Spectre	4
III. Démodulation synchrone	5

Filtre Modulation Démodulation

Les grandes ondes sont des ondes électromagnétiques appelées AM (ou encore GO ou LW). La fréquence de ces ondes varie de 150 kHz à 300 kHz . Par exemple, la station Europe 1 émet des ondes dont la fréquence caractéristique vaut 185 kHz .

I. Étude d'un filtre

On considère tout d'abord le filtre suivant (figure) où l'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire quelle que soit la fréquence.



La tension d'entrée est fournie par un générateur et s'écrit $v_e(t) = V_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$ où V_{em} est la valeur maximale et ω la pulsation de la tension d'entrée. La tension de sortie sera notée

$v_s(t) = V_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$. L'étude mathématique du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe \underline{v}_e et \underline{v}_s pour ces deux tensions : $\underline{v}_e(t) = V_{em} \exp j(\omega t + \varphi_e)$ et $\underline{v}_s(t) = V_{sm} \exp j(\omega t + \varphi_s)$

A. Analyse qualitative

1. Rappeler ce qu'est un amplificateur idéal fonctionnant en régime linéaire.
2. Comment se comporte un condensateur en basse fréquence $\omega \rightarrow 0^+$? Représenter le circuit en basse fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de v_s en basse fréquence.
3. Comment se comporte un condensateur en haute fréquence $\omega \rightarrow +\infty$? Représenter le circuit en haute fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de v_s en haute fréquence.
4. Dédire de ce qui précède la nature du filtre.

B. Analyse quantitative

5. Montrer que la fonction de transfert complexe $H = \underline{v}_s / \underline{v}_e$ s'écrit :
$$H = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$
. On précisera les expressions de H_0 , λ et ω_0 en fonction de R et C . Vérifier la concordance des résultats de l'étude qualitative avec cette expression de H .
6. Comment s'exprime l'amplitude V_{sm} du signal de sortie v_s en fonction de $|H|$ et de l'amplitude V_{em} du signal d'entrée v_e ? Quelles grandeurs électriques faut-il donc relever expérimentalement pour déterminer $|H|$? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser ?
7. Comment s'exprime la phase φ_s du signal de sortie v_s en fonction de la phase φ de H et de la phase du signal d'entrée φ_e ? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser pour mesurer φ ?

C. Diagramme de Bode

8. Montrer que
$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$$
.
9. Tracer le diagramme de Bode en gain du filtre en précisant les grandeurs portées sur les axes ainsi que les valeurs remarquables de ces grandeurs. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence ainsi que la pulsation de coupure à -3dB .
10. Tracer le diagramme de Bode en phase du filtre. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence. Que vaut la phase φ de H pour $\omega = \omega_0$?

II. Modulation d'amplitude

Il est fréquent qu'un signal se présente sous une forme inadaptée à sa transmission ou à son traitement. La modulation est le procédé permettant de transposer les caractéristiques de ce signal dans des domaines de fréquences où la propagation et le traitement sont possibles. La démodulation est l'opération inverse.

A. De la nécessité de moduler...

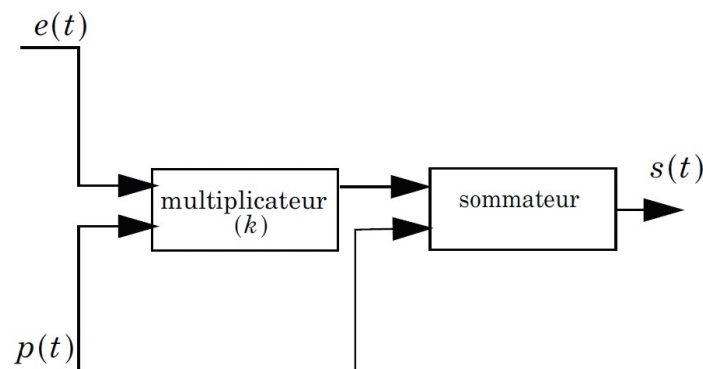
On s'intéresse aux signaux hertziens audio qui s'étalent sur la plage de fréquence $f_{m1}=300\text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2}=4,50\text{ kHz}$. Cette plage est parfaitement audible à notre oreille qui peut percevoir ordinairement des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz . D'autre part, on peut montrer que la réception d'une onde électromagnétique nécessite une antenne dont la dimension caractéristique est une demi longueur d'onde.

11. Quelle devrait être la taille d'une antenne permettant la réception des signaux audio considérés ? Cela vous semble-t-il réalisable ?

12. Pourquoi est-il alors intéressant d'utiliser une autre fréquence ? Commenter l'intérêt de l'utilisation d'une autre fréquence si l'on veut émettre plusieurs ondes radios émanant de plusieurs stations.

B. Signal modulé

Le signal audio à transporter est maintenant appelé signal modulant. Les méthodes de modulation sont élaborées à partir d'une onde sinusoïdale pure, appelée porteuse ou signal porteur. Le résultat de la combinaison de ces deux signaux s'appelle signal modulé. Le signal modulant est noté $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ et le signal porteur $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} t)$ où f_{port} est la fréquence du signal porteur (ou porteuse) et f_m ($\ll f_{port}$) la fréquence du signal modulant. Le signal modulé en amplitude est un signal de la forme : $s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{port} t)$ où m est un réel strictement positif. Ce signal modulé a été obtenu en réalisant les opérations représentées dans le schéma bloc de la figure.



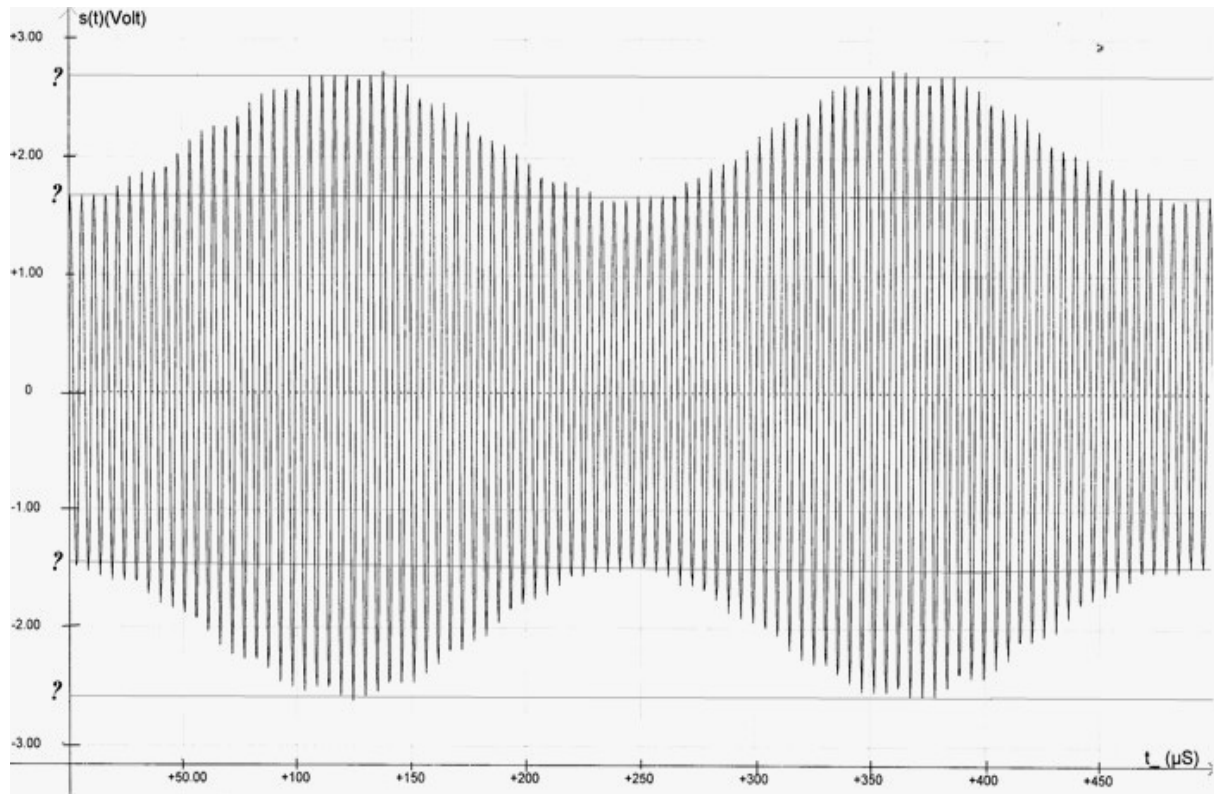
13. Montrer que le schéma de la figure permet effectivement d'obtenir le signal $s(t)$ si l'on pose $m = k A_m$. Dans toute la suite du sujet, on prendra l'indice de modulation $m < 1$.

On a réalisé en laboratoire l'enregistrement d'un signal modulé. Le résultat est donné sur la figure suivante.

14. Expliquer en quoi ce signal représente correctement un signal modulé $s(t)$ dans le cas où $m < 1$.

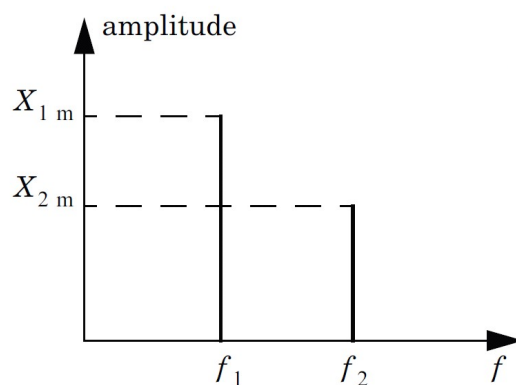
15. Préciser (cf figure) les valeurs des fréquences f_{port} et f_m , déterminer la valeur de m .

16. Réécrire le signal $s(t)$ en le linéarisant (c'est-à-dire en le mettant sous la forme d'une somme de cosinus). Quelles fréquences contient ce signal ?



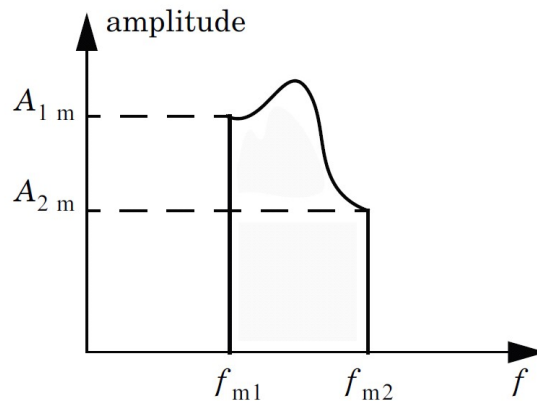
C. Spectre

On rappelle que le spectre d'un signal désigne la représentation de l'amplitude des signaux sinusoïdaux qu'il contient en fonction de leur fréquence respective. Exemple: le spectre de $v(t) = X_{1m} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + X_{2m} \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$ avec $X_{1m} > X_{2m}$ et $f_1 < f_2$ est donné sur la figure.



17. Représenter l'allure du spectre de $s(t)$.

On envoie dans la pratique un signal modulant audio, somme de signaux sinusoïdaux qui encomrent la plage de fréquence $f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}$. La porteuse utilisée est celle émise par la station Europe 1 soit $f_{port} = 185 \text{ kHz}$. Le spectre du signal audio modulant est représenté sur la figure.



18. Représenter le spectre du signal modulé $s(t)$.

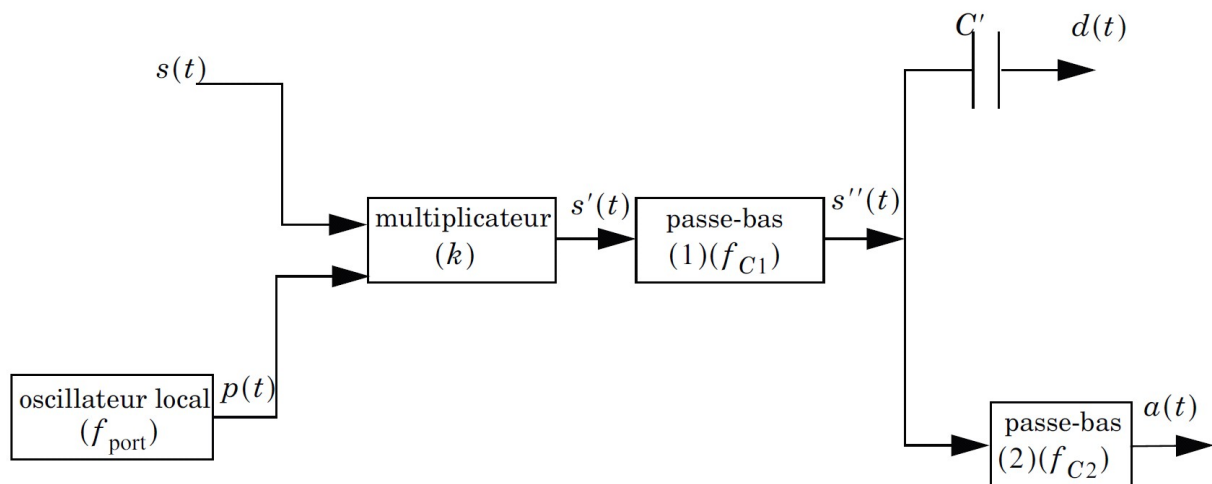
19. Quelle est la bande passante d'un filtre nécessaire à la transmission intégrale du signal $s(t)$ au niveau d'une antenne ? Quelle est la nature de ce filtre ?

20. Montrer l'intérêt de la modulation ainsi réalisée.

III. Démodulation synchrone

On considère à nouveau un signal modulé noté $s(t) = A_p[1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{port} t)$.

On admet que l'on dispose à la réception du signal modulé d'un oscillateur local synchrone délivrant le signal $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{port} t)$ identique au signal porteur utilisé à l'émission. La figure ci-dessous représente le principe de fonctionnement du circuit de démodulation situé après l'antenne réceptrice.



21. Donner l'expression du signal $s'(t)$ obtenu à la sortie du multiplicateur. Le linéariser et représenter le spectre de ce signal.

Le filtre passe-bas 1 a une fréquence de coupure f_{C1} telle que $f_m < f_{C1} < f_{port}$ et le filtre passe-bas 2 une fréquence de coupure $f_{C2} < f_m$. On considérera dans un premier temps que les filtres sont parfaits. C'est-à-dire que chaque filtre admet un gain $|H|=1$ pour des fréquences inférieures à sa fréquence de coupure et un gain nul pour toute fréquence supérieure à sa fréquence

de coupure.

22. Exprimer le signal $s''(t)$.

23. On souhaite, uniquement pour cette question, utiliser le filtre étudié dans la première partie pour réaliser le filtre 1. Le cahier des charges impose une atténuation de 80 dB pour les signaux de fréquences $2f_{\text{port}}$ par rapport aux signaux continus. Calculer ω_0 et R lorsque $C = 1,00\text{ nF}$ et $f_{\text{port}} = 185\text{ kHz}$.

24. Le signal $s''(t)$ est appliqué entre la masse et une borne d'un condensateur de capacité C' . Le signal obtenu entre la masse et l'autre borne du condensateur est noté $d(t)$. À quoi sert ce condensateur de capacité C' représenté sur le schéma bloc ? Donner alors l'expression du signal $d(t)$.

25. Exprimer le signal $a(t)$ obtenu à la sortie du filtre 2.

26. Montrer finalement que l'analyse des signaux $a(t)$ et $d(t)$ permet de reconstituer le signal modulant $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$.

Réponses

1) amplificateur en régime linéaire :

$$v_s = \mu E$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 tension gain tension
 sortie différentielle d'entrée
 $E = v_+ - v_-$

Si l'ampli est idéale \rightarrow le gain μ est infini donc

$$E = v_+ - v_- = 0$$

\rightarrow la résistance d'entrée est infinie donc les courants d'entrée sont nuls :

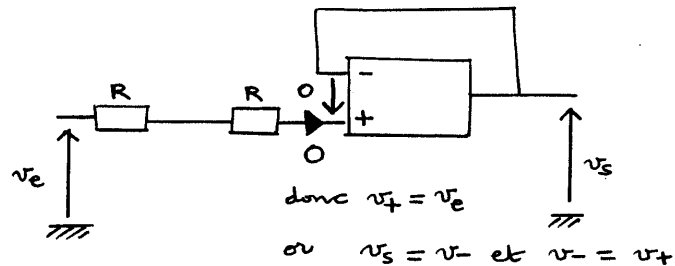
$$i_+ = i_- = 0$$

\rightarrow la résistance de sortie est nulle d'où v_s indépendant de la charge

2)

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

$Z \rightarrow \infty$ si $\omega \rightarrow 0$
 le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert

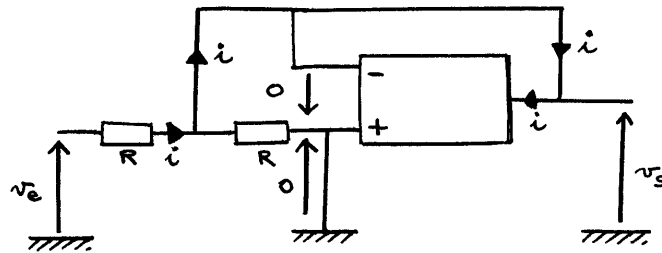


$$v_s \rightarrow v_e \text{ si } \omega \rightarrow 0$$

3)

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

$Z \rightarrow 0$ si $\omega \rightarrow \infty$
 le condensateur se comporte comme un interrupteur fermé



$$v_+ = 0 \quad (\text{cf. entrée } + \text{ reliée à la masse})$$

$$v_- = v_+ = 0 \quad (\text{cf. } \varepsilon = 0)$$

$$v_s = v_- = 0$$

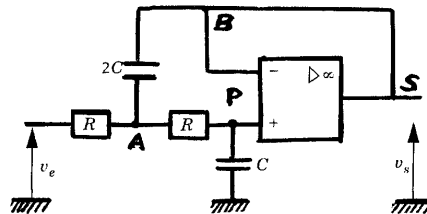
$$v_s \rightarrow 0 \quad \text{si } \omega \rightarrow \infty$$

(le circuit parcouru par le courant $i = \frac{v_e}{R}$ est représenté sur la figure)

4)

Le filtre est donc passe-bas.

5)



— à l'entrée + (nœud P), on peut écrire la loi des diviseurs de tension à vide :

(on pourrait aussi écrire le théorème de Millman)

$$v_+ = v_A \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R}$$

$$v_+ = v_A \frac{1}{1 + jRC\omega} \quad (1)$$

— au nœud A, on écrit le théorème de Millman

$$\underline{V}_A = \frac{\underline{V}_e \frac{1}{R} + \underline{V}_+ \frac{1}{R} + \underline{V}_S j2C\omega}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + j2C\omega} \quad (2)$$

— on a introduit : \underline{V}_e , \underline{V}_S , \underline{V}_A précédemment.

on a exprimé \underline{V}_+ en fonction de ces potentiels.

Il faut encore exprimer \underline{V}_- en fonction de ces potentiels.

$$\underline{V}_- = \underline{V}_S \quad (3)$$

remarque :

On aurait pu vouloir écrire la loi des nœuds
— en termes de potentiels — en B.

Ce qui donnait

$$(\underbrace{\underline{V}_A - \underline{V}_B}_{\underline{V}_-}) j2C\omega + 0 + \frac{(\underline{V}_S - \underbrace{\underline{V}_B}_{\substack{\text{Z}_{BS} \\ \rightarrow 0}})}{j2C\omega} = 0$$

il faut donc $(\underline{V}_S - \underline{V}_B) = 0$ soit $\underline{V}_B = \underline{V}_S$
 \uparrow
 \underline{V}_-

linéarité :

$$\underline{V}_+ = \underline{V}_-$$

finallement, on réécrit (2)

$$\begin{aligned} \underline{V}_S (1 + jRC\omega) &= \frac{\underline{V}_e + \underline{V}_S + \underline{V}_S j2RC\omega}{2 + j2RC\omega} \\ 2 \underline{V}_S (1 + jRC\omega)^2 &= \underline{V}_e + \underline{V}_S (1 + j2RC\omega) \\ \underline{V}_S (2 + 4jRC\omega - 2R^2C^2\omega^2) &= \underline{V}_e + \underline{V}_S (1 + j2RC\omega) \\ \underline{V}_S (1 + 2jRC\omega - 2R^2C^2\omega^2) &= \underline{V}_e \\ \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} &= \frac{1}{1 + 2jRC\omega - 2R^2C^2\omega^2} \end{aligned}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - 2R^2C^2\omega^2}$$

on pose :

$$H_0 = 1$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = 2 R^2 C^2$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2} R C}$$

$$\frac{\lambda}{\omega_0} = R C$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

finalement :
$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$

On vérifie bien que

$$\text{si } \omega \rightarrow 0 \quad \underline{H} \rightarrow H_0 = 1$$

$$\text{si } \omega \rightarrow \infty \quad \underline{H} \rightarrow 0$$

(cf "passe-bas")

6)

$$V_{sm} = |\underline{H}| V_{em}$$

Avec un oscillo numérique, on mesure les grandeurs crête-à-crête (peak to peak) :

$$\begin{aligned} 2V_{sm} &= V_{scc} \\ 2V_{em} &= V_{ecc} \end{aligned}$$

7)

$$\underline{v_s} = \underline{H} \underline{v_e}$$

on écrit la relation entre les arguments :

$$(\omega t + \varphi_s) = \varphi + (\omega t + \varphi_e)$$

$$\varphi_s = \varphi + \varphi_e$$

(ici un φ positif traduit une avance puisque l'on travaille en $\omega t + \varphi$)

On peut déterminer directement φ avec un oscillo numérique

8)

$$|H| = \frac{|H_0|}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\lambda^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$$

$$|H| = \frac{|H_0|}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}\right) + (4\lambda^2 - 2) \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$$

avec $H_0 = 1$ et $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$$

9)

$$G_{dB} = 20 \log |H|$$

$$G_{dB} = -10 \log \left(1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}\right)$$

 $\omega \rightarrow 0$ asymptote

$$G_{dB} = 0$$

 $\omega \rightarrow \infty$ asymptote

$$G_{dB} = -10 \log \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$$

$$G_{dB} = -40 \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

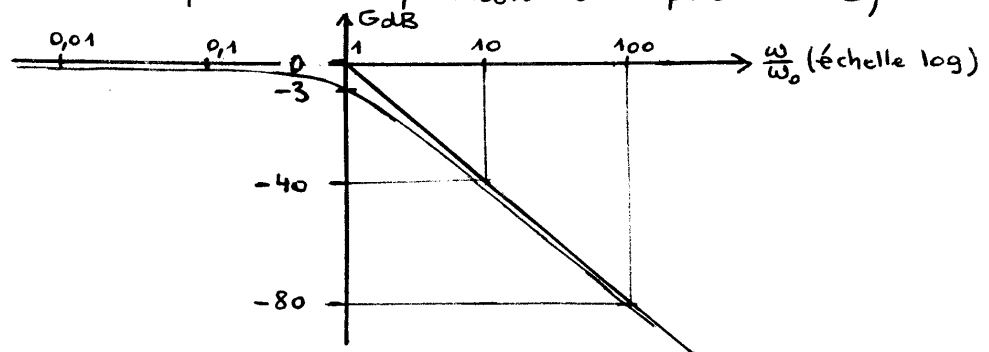
(pente de -40 dB/décade)

 $\omega = \omega_0$

$$G_{dB} = -10 \log 2$$

$$= -3,0 \text{ dB}$$

(on remarquera que, dans le cas particulier $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ω_0 correspond à la pulsation de coupure à -3dB)



10) On peut déterminer φ

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\gamma \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$\gamma \xrightarrow{\text{positif}} 1$
 $\searrow \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{1}{j(\sqrt{2} \frac{\omega}{\omega_0} + j(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1))}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} - \arg(\sqrt{2} \frac{\omega}{\omega_0} + j(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1))$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{\sqrt{2} \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$\omega \rightarrow 0$ asymptote

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = 0$$

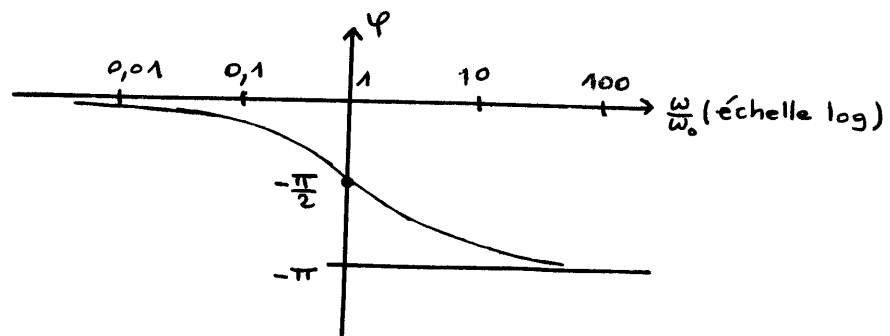
$\omega \rightarrow \infty$ asymptote

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = -\pi$$

$\omega = \omega_0$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$



11)

$$f_{m1} = 300 \text{ Hz}$$

$$f_{m2} = 4500 \text{ Hz}$$

$$\text{Taille de l'antenne : } \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$$

$$\frac{\lambda_1}{2} = 500 \text{ km}$$

$$\frac{\lambda_2}{2} = 33 \text{ km}$$

La taille de l'antenne est de plusieurs dizaines de km.
Ce qui est irréalisable.

12)

Pour que la taille de l'antenne soit plus raisonnable, il faut travailler avec des fréquences plus élevées.

Il serait intéressant aussi que chaque radio possède "sa fréquence" (sa bande de fréquences) ce qui permettrait de choisir la station écoutée.

Pour cela, il est évident que la bande de fréquence d'une radio ne peut être entre 300 Hz et 4500 Hz comme pour les autres radios.

13)

$$s(t) = p(t) + k e(t) p(t)$$

$$= p(t) (1 + k e(t))$$

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t) \left(1 + \underbrace{k A_m}_{m} \cos(2\pi f_m t)\right)$$

$$\text{avec } m < 1$$

$$f_m \ll f_{\text{port}}$$

14) L'enveloppe du haut correspond à

$$A_p (1 + m \cos 2\pi f_m t) \begin{cases} \text{max} : A_p (1 + m) \\ \text{min} : A_p (1 - m) \end{cases} \quad (> 0)$$

L'enveloppe du bas correspond à

$$-A_p (1 + m \cos 2\pi f_m t) \begin{cases} \text{entre} & -A_p (1 + m) \\ & -A_p (1 - m) \end{cases} \quad (< 0)$$

15) Les fréquences:

- pour la porteuse :

$$94 \text{ périodes pour } \frac{15,1 \text{ cm}}{13,6 \text{ cm}} \times 450 \text{ ns}$$

$$f_{\text{port}} = 188 \text{ kHz} \quad \simeq 185 \text{ kHz}$$

- pour le signal modulant

2 périodes pour la même durée

$$f_{\text{mod}} = 4 \text{ kHz}$$

Les amplitudes

On a fait des mesures crête-à-crête

$$2 A_p (1+m) = \frac{8,2 \text{ cm}}{9,3 \text{ cm}} \times 6 \text{ V}$$

$$2 A_p (1+m) = 5,3 \text{ V}$$

$$2 A_p (1-m) = \frac{4,8 \text{ cm}}{9,3 \text{ cm}} \times 6 \text{ V}$$

$$2 A_p (1-m) = 3,1 \text{ V}$$

La valeur de m

$$\frac{1+m}{1-m} = 1,71$$

$$m = 0,26$$

16)

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t) + m A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t) \cos(2\pi f_m t)$$

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t) + \frac{m A_p}{2} \cos[2\pi(f_{\text{port}} + f_m) t] + \frac{m A_p}{2} \cos[2\pi(f_{\text{port}} - f_m) t]$$

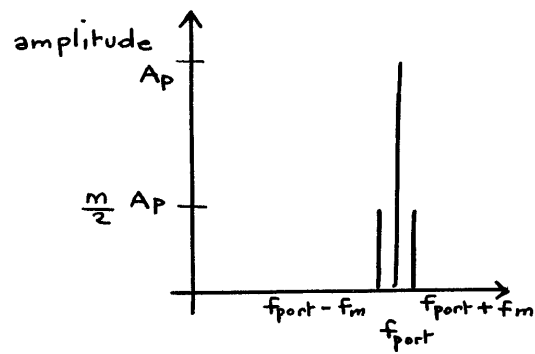
fréquences :

$$f_{\text{port}}$$

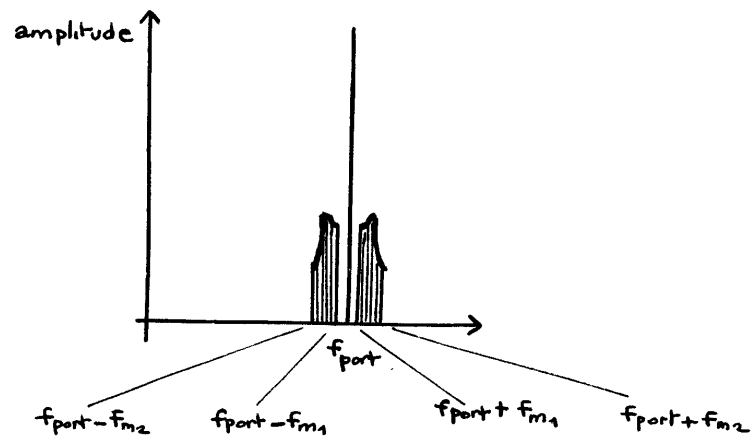
$$f_{\text{port}} - f_m$$

$$f_{\text{port}} + f_m$$

17)



18)



19) Il faut laisser passer :

$$f_{port} - f_{m2} \leq f \leq f_{port} + f_{m2}$$

soit une bande passante de $2f_{m2}$
centrée sur f_{port}

B.P. de 9 kHz
centrée sur $f_{port} = 185 \text{ kHz}$

filtre passe-bande

20)

1) la dimension de l'antenne est alors

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{2} &= \frac{c}{2f} \\ &= \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 185 \cdot 10^3} \\ &= 810 \text{ m} \end{aligned}$$

(encore grand)

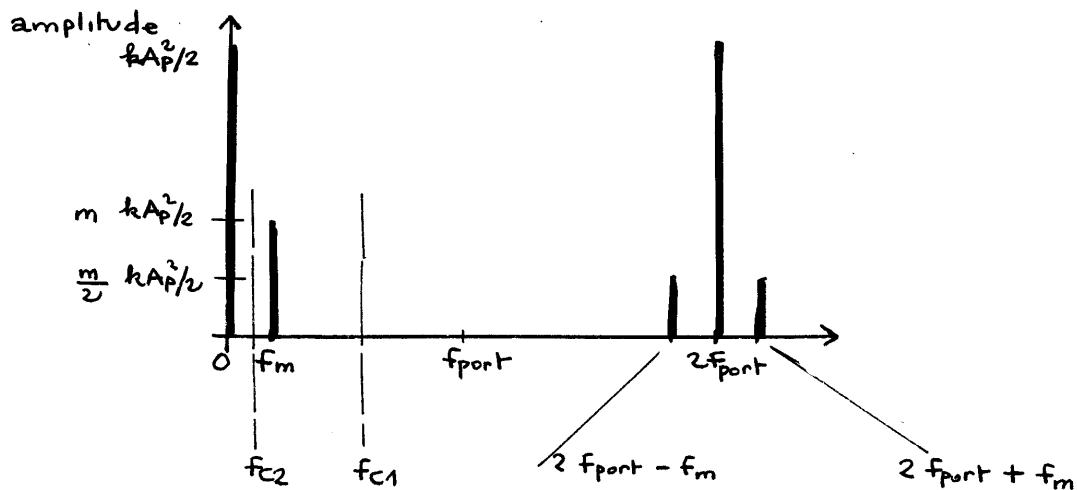
2) Chaque station devra avoir une fréquence de porteuse différente.

Deux fréquences de porteuse doivent différer d'au moins 9 kHz.

21)

$$\begin{aligned} s'(t) &= k s(t) p(t) \\ &= k A_p^2 (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \underbrace{\cos^2(2\pi f_{\text{port}} t)}_{\frac{1 + \cos(2\pi 2f_{\text{port}} t)}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s'(t) &= \frac{k A_p^2}{2} + \frac{k A_p^2 m \cos(2\pi f_m t)}{2} \\ &\quad + \frac{k A_p^2}{2} \cos(2\pi 2f_{\text{port}} t) \\ &\quad + \frac{k A_p^2}{2} \frac{m}{2} \cos(2\pi (2f_{\text{port}} - f_m) t) \\ &\quad + \frac{k A_p^2}{2} \frac{m}{2} \cos(2\pi (2f_{\text{port}} + f_m) t) \end{aligned}$$



22)

$$s''(t) = \frac{k A_p^2}{2} + \frac{k A_p^2}{2} m \cos(2\pi f_m t)$$

23)

Remarque

On doit résoudre

$$G_{dB} = -10 \log \left(1 + \underbrace{\frac{(2\omega_{port})^4}{\omega_0^4}}_{\gg 1} \right) = -80$$

soit avec approximation

$$G_{dB} = -10 \log \left(\frac{2\omega_{port}}{\omega_0} \right)^4 = -80$$

ce qui revient à faire comme si la courbe correspondait à l'asymptote

$$\log \frac{(2\omega_{port})}{\omega_0} = 2$$

finalement :

$$\omega_0 \approx \frac{1}{100} (2\omega_{port})$$

On sait que la pente de l'asymptote est de -40 dB/décade .
Il faut donc (environ) deux décades pour une atténuation de 80 dB.

$$\omega_0 = \frac{1}{100} (2\omega_{port})$$

$$\text{A.N.} \quad = \frac{1}{100} 2 \times 2\pi 185 \cdot 10^3$$

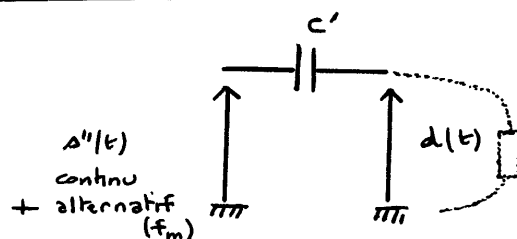
$$\omega_0 = 23,3 \cdot 10^3 \text{ rad. s}^{-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} RC} = 23,3 \cdot 10^3$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{2} 23,3 \cdot 10^3} \frac{1}{10^{-9}}$$

$$R = 30,4 \text{ k}\Omega$$

24)



Le condensateur C' ne laisse pas passer le courant continu.
On récupère en $d(t)$ la partie alternative.

$$d(t) = \frac{k A_p^2}{2} m \cos(2\pi f_m t)$$

Remarque :

on peut aussi voir ce "filtre" comme
un passe haut avec R infini

25)

$$a(t) = \frac{k A_p^2}{2}$$

26) Il suffit alors de savoir réaliser : $\frac{d(t)}{a(t)}$

On récupère $m \cos(2\pi f_m t)$.

↑
 $k A_m$

on peut en déduire $A_m \cos(2\pi f_m t)$.