

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Mécanismes	Résumé

Mécanique

MECA2 - Mécanismes

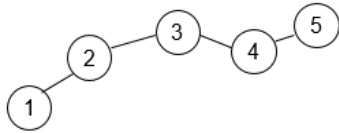
Résumé



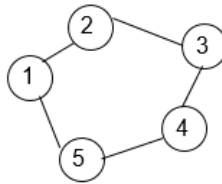
Programme PSI/MP 2022 (LIEN)		
Id	Compétence développée	Connaissances associées
B2-16	Modifier un modèle pour le rendre isostatique.	Mobilité du modèle d'un mécanisme. Hyperstatisme du modèle. Substitution de liaisons.

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Mécanismes	Résumé

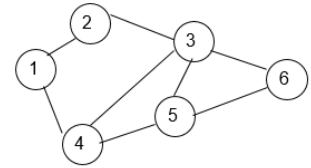
Structure des mécanismes



Chaîne ouverte



Chaîne simple fermée



Chaîne complexe fermée

Nombre cyclomatique

$$\gamma = L - p + 1$$

L liaisons – p pièces dont le bâti

Résolution des mécanismes

Analyser les surfaces en contact
Proposer des liaisons usuelles associées
Poser le schéma cinématique et son paramétrage
Faire le graphe des liaisons

Cinématique

Statique

Faire apparaître l'entrée sur le graphe des liaisons
Poser les torseurs cinématiques des liaisons en leurs points caractéristiques
Déterminer γ et écrire les γ fermetures de chaînes indépendantes

Pour chaque chaîne :

- Choisir le point d'expression des différents torseurs
- Ecrire la fermeture de chaîne
- En déduire deux équations vectorielles en vitesse de rotation et vitesse
- Choisir une base de projection de ces équations
- Projeter afin d'obtenir un système de 6 équations

Regrouper les γ systèmes

Résoudre

Faire apparaître les actions extérieures sur le graphe des liaisons

Poser les torseurs statiques des liaisons en leurs points caractéristiques

Pour les $(p - 1)$ solides :

- Choisir le point d'expression des différents torseurs
- Ecrire le PFS
- En déduire deux équations vectorielles en résultante et moment
- Choisir une base de projection de ces équations
- Projeter afin d'obtenir un système de 6 équations

Regrouper les $(p - 1)$ systèmes

Résoudre

Remarque : La méthode cinématique fait apparaître moins d'équations que la méthode statique et est donc à privilégier dans le cadre d'une détermination de degrés de mobilité et d'hyperstatisme

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Mécanismes	Résumé

Formules d'analyse

Inconnues cinématiques

Liaison i Mécanisme

$$i_c(i) \quad I_c = \sum_{i=1}^L i_c(i)$$

$$i_c(i) + i_s(i) = 6$$

$$I_c + I_s = 6L$$

Inconnues statiques

Liaison i Mécanisme

$$i_s(i) \quad I_s = \sum_{i=1}^L i_s(i)$$

Equations cinématiques

$$E_c = 6\gamma = 6(L - p + 1)$$

Equations statiques

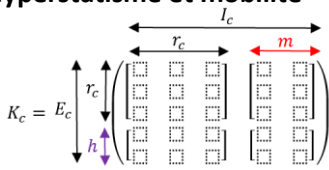
$$E_s = 6(p - 1)$$

Hyperstatisme et mobilité

$$r_c = rg(K_c)$$

$$h = E_c - r_c$$

$$m = I_c - r_c$$



$$h \leq E_c$$

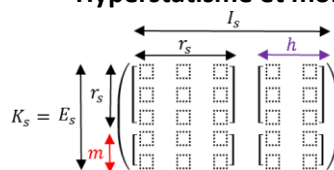
$$m \leq I_c$$

Hyperstatisme et mobilité

$$r_s = rg(K_s)$$

$$h \leq I_s$$

$$m \leq E_s$$



$$h = I_s - r_s$$

$$m = E_s - r_s$$

r_c et r_s peuvent ou non être égaux
 $rg(K_c)$ plus simple que $rg(K_s)$

$$m = m_u + m_i$$

Mnémotechnique : h et I_s
 augmentent ensemble

Formules d'analyse

$$h = m + E_c - I_c$$

Formules d'analyse

$$h = m + I_s - E_s$$

A
Privilégier

Analyse des équations cinématiques

Equation 0 = 0 ou dépendante : $h = h + 1$

Inconnue à fixer : $m = m + 1$

Analyse des équations statiques

Equation 0 = 0 ou dépendante : $m = m + 1$

Inconnue à fixer : $h = h + 1$

Conséquences $h > 0$ - Avantages

Robustesse – Limitation des déformations
 Absence de jeu – Répartition des efforts
 Redondance → Sécurité ?

Remarques

Chaîne ouverte : $h = 0$
 $h < 0$
 Mobilité oubliée ?

Conséquences $h > 0$ - Inconvénients

Montage difficile – Usure – Dissipations
 Calcul des efforts ? – Contraintes au repos
 Fabrication précise (cotations) → Coût

Rendre un mécanisme isostatique si $h > 0$

Ajouter h DDL sans ajouter de mobilité : Modification
 de liaisons – Ajout de liaisons et de pièces

Pour faire avec un mécanisme hyperstatique

Permettre un réglage au montage
 Réaliser des pièces précises (cotation)

Mécanismes plans

$$E_c^{2D} = 3\gamma$$

Glissière	Axe contenu dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y})	$I_c^{2D} = 1$	$I_s^{2D} = 2$
Pivot	Axe \vec{z}	$I_c^{2D} = 1$	$I_s^{2D} = 2$
Ponctuelle	Normale dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y})	$I_c^{2D} = 2$	$I_s^{2D} = 1$

$$E_s^{2D} = 3(p - 1)$$

$$i_c^{2D} + i_s^{2D} = 3$$

$$I_c^{2D} + I_s^{2D} = 3L$$

Pour une chaîne fermée plane : $h^{3D} = 3 + h^{2D} \Rightarrow h^{3D} \geq 3$

Attention aux problèmes d'interprétation de h^{3D} dans les mécanismes plans présentant une ponctuelle

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Mécanismes	Résumé

Liaisons équivalentes

Choix du point et de la base

Objectif : obtenir la forme canonique du torseur de la liaison recherchée composé d'inconnues indépendantes

Dans l'idéal : pressentir la liaison recherchée et se placer en un point de son lieu d'invariance (minimisation du moment) et dans une base permettant d'obtenir sa forme canonique

En pratique : Rester sur les lieux et bases d'invariance des torseurs de la liaison recherchée

h=0

Méthode cinématique

Calculer h

Liaisons en série

Liaisons en parallèle

Exprimer les n torseurs cinématiques des liaisons

$$\{\mathcal{V}_{n/1}\} = \{\mathcal{V}_{n/n-1}\} + \{\mathcal{V}_{n-1/n-2}\} + \dots + \{\mathcal{V}_{2/1}\}$$

Exprimer les n torseurs cinématiques des liaisons en différenciant leur notation : $\{\mathcal{V}_{2/1}^1\}, \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} \dots \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$

Poser le torseur générique de la liaison équivalente $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ comportant les 6 inconnues.

$$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^1\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} = \dots = \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$$

Exprimer $\{\mathcal{V}_{n/1}\}$ en fonction de ses inconnues cinématiques indépendantes non nulles.

Identifier la liaison équivalente

h=0

Méthode statique

Calculer h

Liaisons en série

Liaisons en parallèle

Exprimer les n torseurs statiques des liaisons

Poser le torseur générique de la liaison équivalente $\{\mathcal{T}_{n/1}\}$ comportant les 6 inconnues.

Le PFS donne :

$$\{\mathcal{T}_{n/1}\} = \{\mathcal{T}_{n/n-1}\} = \{\mathcal{T}_{n-1/n-2}\} = \dots = \{\mathcal{T}_{2/1}\}$$

Exprimer les n torseurs statiques de chaque liaison en différenciant leur notation : $\{\mathcal{T}_{2/1}^1\}, \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} \dots \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$

Le PFS donne :

$$\{\mathcal{T}_{2/1}\} = \{\mathcal{T}_{2/1}^1\} + \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} + \dots + \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$$

Exprimer $\{\mathcal{T}_{n/1}\}$ en fonction de ses inconnues statiques indépendantes non nulles.

Identifier la liaison équivalente

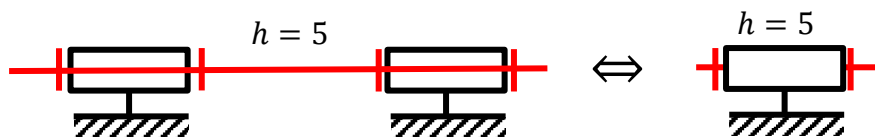
Des inconnues du torseur équivalent sont liées ?



Un changement de base et/ou de point peut permettre de reconnaître la liaison équivalente

Liaisons en parallèle - Hyperstatisme

Il faut calculer h sur le système avant de remplacer un ensemble de liaisons par une liaison équivalente car l'ensemble de plusieurs liaisons en parallèle peut être hyperstatique et le mécanisme étudié possède donc le/les degré(s) d'hyperstatisme liés à cette liaison



Obtenir le système statique revient à écrire : $\{\mathcal{T}_{eq}\} = \{0\}$

Obtenir le système cinématique revient à réaliser la démarche de liaison équivalente statique : $\{\mathcal{V}_{10}^1\} + \{\mathcal{V}_{01}^2\} = \{0\} \Leftrightarrow \{\mathcal{V}_{10}^1\} = \{\mathcal{V}_{10}^2\}$

Bilan – Liaisons équivalentes

	Liaisons en série	Liaisons en parallèle
Cinématique	$\{\mathcal{V}_{n/1}\} = \{\mathcal{V}_{n/n-1}\} + \{\mathcal{V}_{n-1/n-2}\} + \dots + \{\mathcal{V}_{2/1}\}$	$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^1\} = \{\mathcal{V}_{2/1}^2\} = \dots = \{\mathcal{V}_{2/1}^n\}$
Statique	$\{\mathcal{T}_{n/1}\} = \{\mathcal{T}_{n/n-1}\} = \{\mathcal{T}_{n-1/n-2}\} = \dots = \{\mathcal{T}_{1/1}\}$	$\{\mathcal{T}_{2/1}\} = \{\mathcal{T}_{2/1}^1\} + \{\mathcal{T}_{2/1}^2\} + \dots + \{\mathcal{T}_{2/1}^n\}$

	S	P
C	+	=
S	=	+