

# CONCOURS NATIONAL COMMUN

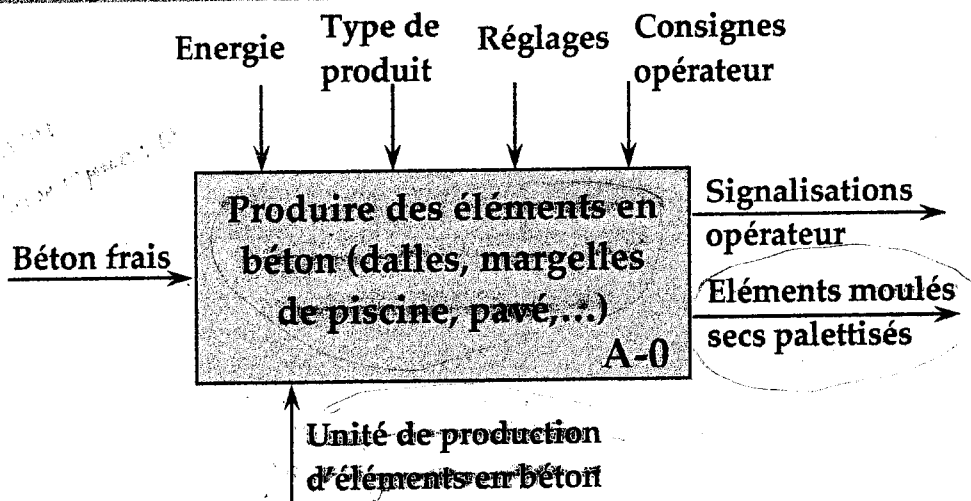
FILIERE MP

SESSION 2007

## ELEMENTS DE CORRIGE DE L'EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

### PARTIE A : ANALYSE FONCTIONNELLE

Question 1 : Par la méthode SADT et à partir de la description faite ci-dessus, recopier sur votre copie et compléter l'actigramme A-0 (figure ci-après) et, sur le document « réponse 1 », compléter le diagramme A0 de l'unité de production des éléments moulés en béton.



Le diagramme A0 → voir DR 1.

### PARTIE B : ETUDE DE LA PRODUCTION

Question 2 : Déterminer la durée du cycle en ce mode de fonctionnement.

$$\text{Temps de cycle} = 180 + 15 + 30 + 45 + 30 + 45 + 60 + 30 + 150 + 15 + 30 + 15 = 645 \text{ s}$$

Question 3 : a) Compléter le graphe de coordination des tâches en mode automatique → voir DR 2

b) Donner la durée d'un cycle pendant la production en mode automatique.

c) En déduire la cadence du système de ce mode fonctionnement automatique.

$$\text{Temps de cycle} = 645 - 180 = 465 \text{ s} \rightarrow \text{cadence} = 3600/465 \approx 62 \text{ plateaux / 8h} \approx 8 \text{ plateaux / h}$$

### PARTIE C ETUDE DE LA TABLE D'INTRODUCTION

#### C.1. Etude d'iso-hyperstaticité

Question 4 : Donner le nom et les torseurs statique et cinématique de la liaison équivalente de la chaîne en série (0, 4, 3).

Ces deux liaisons sont en parallèle  $\Rightarrow \{F(0 \rightarrow 3)\} = \{F(0 \rightarrow 4)\} = \{F(4 \rightarrow 3)\}$

$$\{F(4 \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} X_{43} & L_{43} \\ Y_{43} & M_{43} \\ Z_{43} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \quad \text{et} \quad \{F(0 \rightarrow 4)\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{04} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \quad (\text{car } D \text{ appartient à la normale})$$

$$\{F(0 \rightarrow 3)\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cancel{Z_{03}} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

la liaison équivalente est une ponctuelle de normale  $(D, \vec{z}_0)$

$$\{v_{4/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}$$

Question 5 : Pour l'ensemble du modèle de graphique ci-dessus, la mobilité interne étant  $m_i = 2$

- Justifier la valeur de cette mobilité interne en donnant les mouvements des solides concernés.
- Estimer la mobilité utile  $m_u$ .
- Calculer alors le degré d'hyperstaticité  $h$  du système.
- Quel est l'impact de cette valeur de  $h$  sur la réalisation du système ?

a)  $m_i = 2$  : la translation du plateau 6 suivant  $\vec{z}_0$  et la rotation du galet 4 autour de  $(D, \vec{z}_0)$

b)  $m_u = 2$  : les deux translations dans les deux vérins 1T/1C et 2T/2C ;

La mobilité  $m = m_u + m_i = 4$ ,

c)  $h - m = E_c - I_c \Rightarrow h = m + 6\mu - I_c = 4 + 6 \times 3 - (1 \times 6 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 5) = 1$

Le système est hyperstatique de degré 1.

d) Pour que le système puisse être monté et fonctionner nous devons satisfaire une contrainte dimensionnelle ou géométrique.

Question 6 : a) Que seraient les mobilités utile et interne ainsi que le degré d'hyperstaticité dans ce cas.  
b) Pourquoi alors le constructeur n'a pas gardé cette structure de la table ?

a)  $m_u$  restera égale à 2 : les deux translations dans les deux vérins 1T/1C et 2T/2C

$m_i$  devient 3 : en plus des deux du premier cas on a la rotation de la tige 1T dans son corps 1C.

$\Rightarrow h = m + 6\mu - I_c = 5 + 6 \times 3 - (1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 5) = 0$  le système est isostatique.

b) Pour des raisons de rigidité de la structure.

## C.2. Etude cinématique

Question 7 : a) Déterminer la direction du vecteur vitesse  $\vec{V}(A \in 1/0)$ .  
b) Déterminer le centre instantané de rotation  $I_{30}$  du mouvement de 3 par rapport à 0.  
c) Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(B \in 3/0)$ .  
d) Par composition des vecteurs vitesses au point B, déterminer les vecteurs vitesse  $\vec{V}(B \in 2T/2C)$  et  $\vec{V}(B \in 2C/0)$ .

a) On a :  $\vec{V}(A \in 1/0) \perp \overrightarrow{OA}$  car  $O \equiv CIR$  du mouvement de 1/0

De plus  $\vec{V}(A \in 1/0) = \vec{V}(A \in 3/0)$

b)  $I_{30} = (\perp \vec{V}(D \in 3/0)) \cap (\perp \vec{V}(A \in 3/0))$

Ou bien les trois CIR  $I_{30}$ ,  $I_{31}$  et  $I_{10}$  sont alignés  $\Rightarrow I_{30} \in (I_{10}I_{31}) \Rightarrow I_{30} \in (OA) \Rightarrow I_{30} = (\perp \vec{V}(D \in 3/0)) \cap (OA)$

c)  $\vec{V}(B \in 3/0) \perp \overrightarrow{I_{30}B}$  et par équiprojectivité entre B et D, on obtient le module  $\|\vec{V}(B \in 3/0)\| = 0,406 \text{ m/s}$

d) On a :  $\vec{V}(B \in 3/0) = \vec{V}(B \in 2T/0) = \vec{V}(B \in 2T/2C) + \vec{V}(B \in 2C/0)$

$$\vec{V}(B \in 2T/2C) \text{ porté par } \overline{CB} \quad \text{et} \quad \vec{V}(B \in 2C/0) \perp \overline{CB}$$

$\vec{V}(B \in 3/0)$  étant connu on obtient alors les deux autres vitesses  $\vec{V}(B \in 2T/2C)$  et  $\vec{V}(B \in 2C/0)$ .

Et on a  $\|\vec{V}(B \in 2T/2C)\| \simeq 0,05 \text{ m.s}^{-1}$

### C.3. Etude dynamique

Question 8 : a) Simplifier  $J(G_3, 3)$  en sachant que 3 possède un plan de symétrie matérielle  $(G_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ .

Déterminer en fonction de  $A_3, \alpha_3, B_3, C_3$  et des constantes

b) le torseur cinétique en  $G_3$  du bras 3 dans son mouvement par rapport à 0.

c) l'énergie cinétique du bras 3 dans son mouvement par rapport à 0 :  $T(3/0)$ .

a) le plan  $(G_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$  est plan de symétrie matérielle, donc  $D_3 = E_3 = 0$  :  $J(G_3, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$

b)  $\{C(3/0)\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_c(3/0) \\ \vec{\sigma}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix}$

$\vec{R}_c(3/0) = M_3 \cdot \vec{V}(G_3 \in 3/0) = M_3 (\dot{\lambda}_2 \vec{x}_2 + \lambda_2 \dot{\alpha}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha}_3 (-d\vec{y}_3' + \rho \vec{y}_3))$

$\vec{\sigma}(G_3, 3/0) = [I(G_3, 3)] \cdot \vec{\Omega}(3/0) = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha}_3 \end{pmatrix} = C_3 \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{z}_0$

c)  $2T(3/0) = \{C(3/0)\} \cdot \{V(3/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_c(3/0) \\ \vec{\sigma}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(3/0) \\ \vec{V}(G_3, 3/0) \end{Bmatrix} = M_3 \vec{V}(G_3, 3/0)^2 + \vec{\Omega}(3/0) \cdot \vec{\sigma}(G_3, 3/0)$

$2T(3/0) = M_3 [\dot{\lambda}_2 \vec{x}_2 + \lambda_2 \dot{\alpha}_2 \vec{y}_2 + \dot{\alpha}_3 (-d\vec{y}_3' + \rho \vec{y}_3)]^2 + C_3 \cdot \dot{\alpha}_3^2$   
 $= M_3 [\dot{\lambda}_2^2 + \lambda_2^2 \dot{\alpha}_2^2] + [C_3 + M_3(d^2 + \rho^2 - 2\rho d \cos \varphi)] \dot{\alpha}_3^2$

Question 9 : a) Donner les lois de Coulomb

b) Donner la relation liant les composantes  $X_{06}$  et  $Y_{06}$  de la résultante  $\vec{R}(0 \rightarrow 6)$ .

a) Cours.

b) La vitesse de glissement en un point I du contact entre 6 et 0 est :  $\vec{V}(I \in 4/0) = V \cdot \vec{x}_0$  (avec  $V > 0$ )

$V \cdot \vec{x}_0 \cdot X_{06} \cdot \vec{x}_0 < 0 \Rightarrow V \cdot X_{06} < 0 \Rightarrow X_{06} < 0$

et  $|X_{06}| = f |Y_{06}| \Rightarrow -X_{06} = f \cdot Y_{06} \quad (\text{car } Y_{06} > 0)$

Question 10 : a) Par application du théorème de la résultante dynamique au plateau 6, déterminer  $Y_{06}$  en fonction de  $M_6$  et  $g$ .

b) En déduire  $X_{06}$  en fonction de  $M_6, g$  et  $f$ .

a) TRD projeté sur  $\vec{y}_0$  :  $\vec{R}_d(6/0) \cdot \vec{y}_0 = \vec{R}(\bar{6} \rightarrow 6) \cdot \vec{y}_0 = (\vec{R}(5 \rightarrow 6) + \vec{R}(0 \rightarrow 6) + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow 6)) \cdot \vec{y}_0$   
 $\Rightarrow 0 = 0 + Y_{06} - M_6 g \Rightarrow Y_{06} = M_6 g$

b)  $X_{06} = -f \cdot Y_{06} = -f \cdot M_6 \cdot g$

**Question 11 :** a) Faire le bilan des actions extérieures au système S isolé et déterminer, en les justifiant, les puissances correspondantes.  
 b) Faire le bilan des actions intérieures au système S isolé et déterminer, en les justifiant, les puissances correspondantes.  
 c) Par application du théorème de l'énergie cinétique au système S, déterminer l'effort F du fluide sur la tige 2T du vérin 2 en fonction de  $T(3/0)$ ,  $\lambda_2$  et des constantes.

a) Puissances ext. :

- $P(0 \rightarrow 1/0) = P(0 \rightarrow 2/0) = 0$  liaisons parfaites entre le système isolé et le bâti
- $P(0 \rightarrow 4/0) = \vec{R}(0 \rightarrow 4) \cdot \vec{V}(E \in 4/0) = 0$  liaison non parfaite mais roulement sans glissement
- $P(0 \rightarrow 6/0) = \vec{R}(0 \rightarrow 6) \cdot \vec{V}(E \in 6/0) = (X_{06} \cdot \vec{x}_0 + Y_{06} \cdot \vec{y}_0) \cdot (\dot{x} \vec{x}) = -f \cdot M_6 \cdot g \cdot \dot{x}$

b) Puissances int. :

- $P(2C \leftrightarrow 2T) = P(2T \leftrightarrow 3) = P(1 \leftrightarrow 3) = P(3 \leftrightarrow 4) = P(4 \leftrightarrow 5) = P(5 \leftrightarrow 6) = 0$  liaisons parfaites
- $P(2C \xrightarrow{\text{fluide}} 2T) = \vec{R}(\text{fluide} \rightarrow 2T) \cdot \vec{V}(B \in 2T/2C) = (F \cdot \vec{x}_2) \cdot (\dot{\lambda}_2 \cdot \vec{x}_2) = F \cdot \dot{\lambda}_2$

c) TEC :  $\frac{dT(S/0)}{dt} = \frac{dT(3+6/0)}{dt} = P_{\text{ext}} + P_{\text{int}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ M_3 [\dot{\lambda}_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \dot{\alpha}_2^2] + [I_3 + M_3(d^2 + \rho^2 - 2\rho d \cos \varphi)] \dot{\alpha}_3^2 + M_6 \dot{x}^2 \right\} = -f M_6 g \dot{x} + F \dot{\lambda}_2$$

$$\Rightarrow F = M_6(fg + \ddot{x}) \dot{x} / \dot{\lambda}_2 + \frac{1}{2\dot{\lambda}_2} \cdot \frac{d}{dt} \{ T(3/0) \}$$

## PARTIE D ASSERVISSEMENT DU DEPLACEMENT DE LA TABLE

**Question 12 :** Expliquer de manière qualitative le fonctionnement de l'ensemble quand le tiroir du distributeur se déplace d'une certaine quantité z.

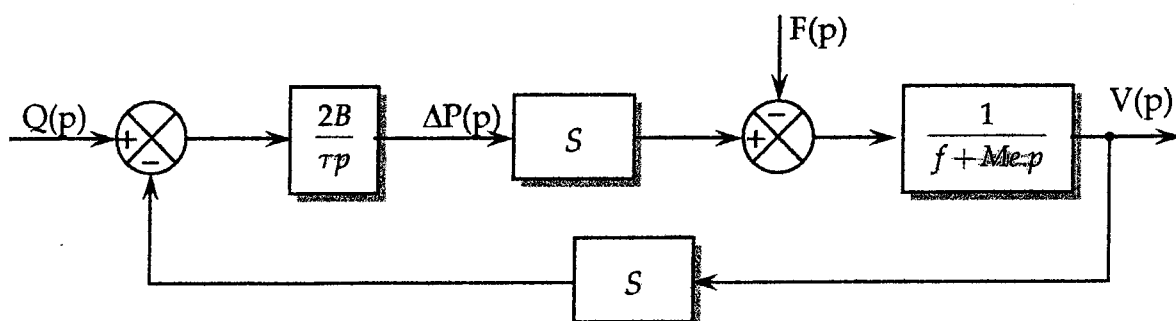
Si le tiroir du distributeur se déplace d'une quantité z dans le sens positif (vers la droite), la chambre B va être en communication avec le refoulement via la conduite C<sub>2</sub> et par suite la pression dans cette chambre va baisser. D'autre part, la chambre A va communiquer avec la pression de service P<sub>s</sub> via la conduite C<sub>1</sub>, la pression dans cette chambre va, alors, augmenter.

le piston du vérin va se déplacer vers la droite d'une quantité x ce qui déplacera le corps du distributeur et aura comme effet de fermer les orifices de la pression P<sub>s</sub> et du refoulement. Le système se stabilise lorsque x = z.

Etablissement de la fonction de transfert {vérin + charge}

**Question 13 :** Ecrire les équations (3) et (4) dans le domaine de Laplace, en formulant l(es) hypothèse(s) nécessaire(s), et compléter le schéma bloc de la figure 4.

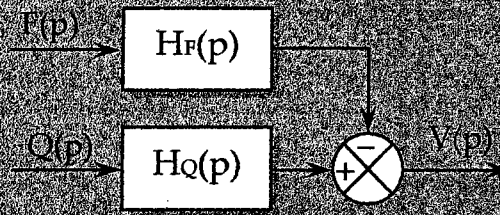
$$Q(p) = S \cdot V(p) + \frac{\tau}{2B} \cdot p \cdot \Delta P(p) \quad \text{et} \quad M_e \cdot p \cdot V(p) = S \cdot \Delta P(p) - f \cdot V(p) - F(p)$$





## Question 14.

- a) Simplifier le schéma bloc précédent sous la forme ci-contre.



- b) Montrer que les transmittances  $H_F(p)$  et  $H_Q(p)$  peuvent s'écrire sous la forme

$$H_Q(p) = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2} \quad \text{et} \quad H_F(p) = \frac{Dp}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2}$$

Et identifier les termes  $C$ ,  $D$  et  $r_h$  (appelée raideur hydraulique)

$$a) H_Q(p) = \frac{V(p)}{Q(p)} \Big|_{F(p)=0} = \frac{\frac{2B}{\tau p} \cdot S \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}}{1 + \frac{2B}{\tau p} \cdot S^2 \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}} = \frac{2BS}{\tau p(f + Me \cdot p) + 2BS^2} = \frac{2BS}{2BS^2 + \tau f p + \tau Me \cdot p^2}$$

$$H_F(p) = \frac{V(p)}{F(p)} \Big|_{Q(p)=0} = \frac{\frac{1}{f + Me \cdot p}}{1 + \frac{2B}{\tau p} \cdot S^2 \cdot \frac{1}{f + Me \cdot p}} = \frac{\tau p}{\tau p(f + Me \cdot p) + 2BS^2} = \frac{\tau p}{2BS^2 + \tau f p + \tau Me \cdot p^2}$$

$$b) H_Q(p) = \frac{2BS}{2BS^2 + \tau f \cdot p + \tau Me \cdot p^2} = \frac{1/S}{1 + \frac{\tau f}{2BS^2} p + \frac{\tau Me}{2BS^2} p^2} = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2}$$

$$\text{avec } C = \frac{1}{S} \text{ et } D = \frac{1}{r_h} = \frac{\tau}{2BS^2}$$

$$r_h = \frac{2BS^2}{\tau}$$

Question 15. a) Écrire les transmittances  $H_F(p)$  et  $H_Q(p)$  sous leurs formes canoniques et donner les expressions littérales des gains statiques  $K_Q$  et  $K_F$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_n$  et le facteur d'amortissement  $\xi$ .

b) Faire l'application numérique, conclure.

$$a) H_Q(p) = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2} = \frac{K_Q}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad K_Q = C, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{r_h}{Me}} \text{ et } \xi = \frac{1}{2} \frac{f}{\sqrt{Me \cdot r_h}}$$

$$H_F(p) = \frac{Dp}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2} = \frac{K_F p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \quad K_F = D$$

b)  $K_Q = 100$ ,  $\omega_n = 90 \text{ rad/sec}$  et  $\xi = 0,3$  coefficient d'amortissement faible

On désire tracer la réponse indicielle du vérin, en l'absence de l'effort perturbateur ( $F(p) = 0$ ), pour une entrée échelon de valeur  $Q_0 = 60 \text{ l/min} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

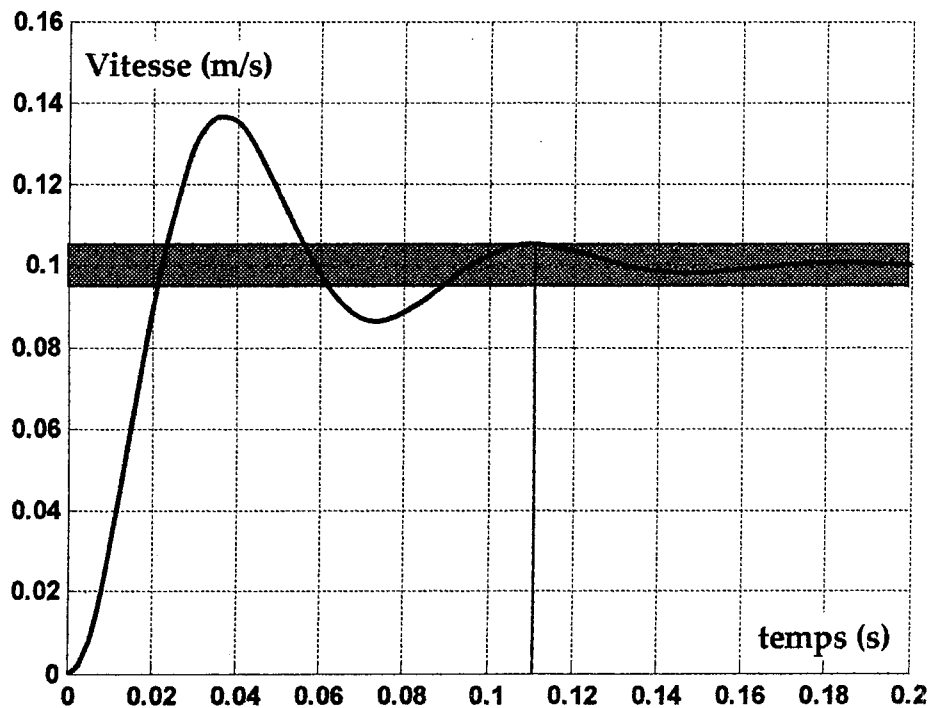
- Question 16 :**
- Tracer le lieu de la vitesse  $V(t)$  en précisant ses valeurs particulières.
  - A partir de l'abaque fourni sur la figure 6, déterminer le temps de réponse à 5% du système.

a) La valeur en régime permanent  $V(\infty) = 0,1 \text{ m/s}$

La pente à l'origine est horizontale

La réponse indicielle est pseudo-périodique de pseudo-période  $T_p = 2\pi/85,85 = 0,073 \text{ s}$

Le premier dépassement :  $D_1 = K_Q \cdot Q_0 \cdot e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0,1 \cdot e^{-0,3\pi/\sqrt{1-0,3^2}} = 0,037 \text{ m.s}^{-1}$



- b) Sur l'abaque la valeur du temps de réponse n'est pas précise pour la valeur 0,3 de  $\xi$   
On prélève pour  $\xi = 0,3 \Rightarrow t_{r,5\%} \cdot \omega_n = 8 \text{ à } 10 \Rightarrow t_{r,5\%} \in [0,089, 0,11] \text{ s}$

### Etablissement de la boucle d'asservissement de position

**Question 17 :** Justifier le terme  $1/p$  entre  $V(p)$  et  $X(p)$

Le terme  $1/p$  provient de l'intégration naturelle lors du passage de la vitesse à la position.

**Question 18 :**

#### Etude de la précision

- Considérant que  $E$  est nulle, quelle est l'écart statique  $E_s$  en réponse à un échelon de consigne  $x_c(t)$  de niveau  $X_0$ ?
- Partant d'un système à l'équilibre où la position  $x_s(t)$  est égale à la consigne  $X_0$ , on applique un échelon de force  $F(t)$  d'amplitude  $F_0$ . Montrer qu'en régime permanent, la variation de  $x(t)$  consécutive à l'application de  $F_0$  est nulle.
- Conclure sur la satisfaction du cahier de charges en terme de précision.

- a) L'écart statique vis-à-vis de la consigne  $\varepsilon_s = 0$  (présence d'une intégration dans la boucle ouverte)  
 b) L'écart statique vis-à-vis de la perturbation  $\varepsilon_{\text{Spert}}$  est aussi nul. En effet :

$$\varepsilon_{\text{pert}}(p) = \frac{F(p) \cdot H_F(p) \cdot k/p}{1 + \frac{K_S K_D H_Q(p) k}{p}} = \frac{kF(p) \frac{K_F}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2}}{1 + kK_S K_D \frac{K_Q}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2\right)}} = \frac{pk \frac{F_0}{p} K_F}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2\right) + kK_S K_D K_Q}$$

$$\varepsilon_{\text{Spert}} = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \varepsilon_{\text{Spert}}(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{pkK_F F_0}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2\right) + kK_S K_D K_Q} = 0$$

- c) Le cahier de charges est satisfait en terme de précision statique

**Question 19 :** Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{\text{BO}}(p)$ , donner son ordre, sa classe et ses caractéristiques.

$$H_{\text{BO}}(p) = kK_S K_D H_Q(p)/p = \frac{kK_S K_D K_Q}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2\right)} = \frac{K_{\text{BO}}}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2\right)}$$

Elle est d'ordre 3, de classe 1 et de gain statique  $K_{\text{BO}} = kK_S K_D K_Q$

**Question 20 :** a) Justifier la forme des diagrammes de gain et de phase

b) tracer sur le même lieu de transfert les diagrammes asymptotiques de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte en précisant les pulsations de cassure et les pentes.

- a)  $H_{\text{BO}}$  est de classe 1 et donc aux basses fréquences la pente du diagramme des gains est de pente [-1] et celui des phases de valeur  $-90^\circ$ .

$H_{\text{BO}}$  est d'ordre 3 et donc aux hautes fréquences la pente du diagramme des gains est de pente [-3] et celui des phases de valeur  $-270^\circ$ .

$\xi = 0,3$  donc existence de la surtension.

Pulsation de cassure  $\omega = \omega_n$  et on sait que  $\varphi(\omega_n) = -90^\circ - 90^\circ = -180^\circ \rightarrow \omega_n = 90 \text{ rad.s}^{-1}$

b) Voir DR.

**Question 21 :** Donner les marges de phase et de gain, sont-elles conformes aux spécifications du cahier de charges ?

- Marge de phase  $M_\varphi \cong 90^\circ$

- Marge de gain  $MG \cong 42 \text{ dB}$

Ces marges dépassent largement celles spécifiées par le cahier de charges.

### Correction proportionnelle

**Question 22 :** En exploitant le lieu de transfert de Bode de la figure 2 du document réponse 3,

a) Déterminer la valeur  $K_{c1}$  de  $K_c$  pour régler la marge de gain à 12 dB. Que devient la marge de phase pour cette valeur de  $K_c$  ?

b) Déterminer la valeur  $K_{c2}$  de  $K_c$  pour régler la marge de phase à  $45^\circ$ . Que devient la marge de gain pour cette valeur de  $K_c$  ?

c) Conclure sur l'aptitude de la correction proportionnelle à satisfaire les exigences du cahier de charges en terme marges de stabilité.

- a)  $MG = 12\text{dB} \Rightarrow |H_{BO}(j\omega_0)|_{dB} = -12\text{dB}$  avec  $\arg(H_{BO}(j\omega_0)) = -180^\circ$  on translate donc le diagramme des gains de :  $42 - 12 = 30\text{dB} = 20\log K_{C1} \Rightarrow K_{C1} = 10^{30/20}$   $K_{C1} = 31,6$   
 $\Rightarrow$   $M\varphi \simeq 84^\circ$

- b)  $M\varphi = 45^\circ \Rightarrow \varphi(\omega'_{c0}) = -135^\circ \Rightarrow \omega'_{c0} \simeq 66\text{ rad/s}$  il faut donc traduire le diagramme des gains de  $40\text{dB} = 20\log K_{C2} \Rightarrow K_{C2} \simeq 10^{40/20}$   $K_{C2} \simeq 100$   $\Rightarrow$   $MG \simeq 42 - 40 = 2\text{dB}$

- c) On remarque que la correction proportionnelle n'est pas en mesure de satisfaire les marges de stabilité. En effet, si l'on règle le gain pour satisfaire la marge de gain la marge de phase n'est pas satisfaisante et dans le cas contraire si on règle le gain pour avoir la marge de phase acceptable la marge de gain devient presque nulle.

### Correction à retour de pression

On désire avoir une réponse indicielle la plus rapide mais sans dépassement de l'ensemble « vérin + charge », non perturbé et non asservi, à une entrée échelon de débit.

Question 23 : Lequel des paramètres de  $H_o(p)$  faut-il fixer ? Et sur quelle valeur ?

Sur le coefficient d'amortissement  $\xi^*$  et il faut le fixer sur la valeur  $\xi^* = 1$ .

Question 24 : a) Déterminer la valeur de  $K_c$  pour régler la marge de gain  $MG$  à 13 dB.

b) On donne  $|H_{BO}^*(j\omega)|_{dB} = 0\text{ dB}$  pour  $\omega = \omega_n = 20,64\text{ rad/s}$

Que devient la marge de phase  $M\varphi$  pour cette valeur de  $K_c$  ?

c) Conclure sur la satisfaction du cahier de charges en terme de marge de stabilité et sur l'intérêt du « retour de pression » effectué.

- a) Soit  $\omega_0 / \varphi(\omega_0) = -180^\circ \Rightarrow \omega_0 = \omega_n^* = 54\text{ rad/s}$

$$MG = -|H_{BO}^*(j\omega_0)|_{dB} = 13\text{ dB} \Rightarrow |H_{BO}^*(j\omega_0)| = 10^{-13/20} \Rightarrow \frac{10.K_c}{\omega_0 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2}} = 0,22$$

$$K_c = 0,022 \cdot \omega_0 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_0}{\omega_n^*}\right)^2} = 0,022 \cdot \omega_n^* \cdot 2\xi^* = 0,022 \cdot 54 \cdot 2 = 2,37$$
  $K_c = 2,37$

- b) Soit  $\omega_{c0} / |H_{BO}^*(j\omega_{c0})|_{dB} = 0\text{ dB} \Rightarrow |H_{BO}^*(j\omega_{c0})| = 1 \Rightarrow \frac{10.K_c}{\omega_{c0} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2}} = 1$

$$\Rightarrow \omega_{c0}^2 \left[ \left(1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi^* \frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 \right] - (10.K_c)^2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^6 + (4\xi^{*2} - 2) \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^4 + \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 - \left(\frac{10.K_c}{\omega_n^*}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^6 + 2 \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^4 + \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n^*}\right)^2 - 0,192 = 0 \Rightarrow \omega_{c0} = 20,64\text{ rad/s}$$



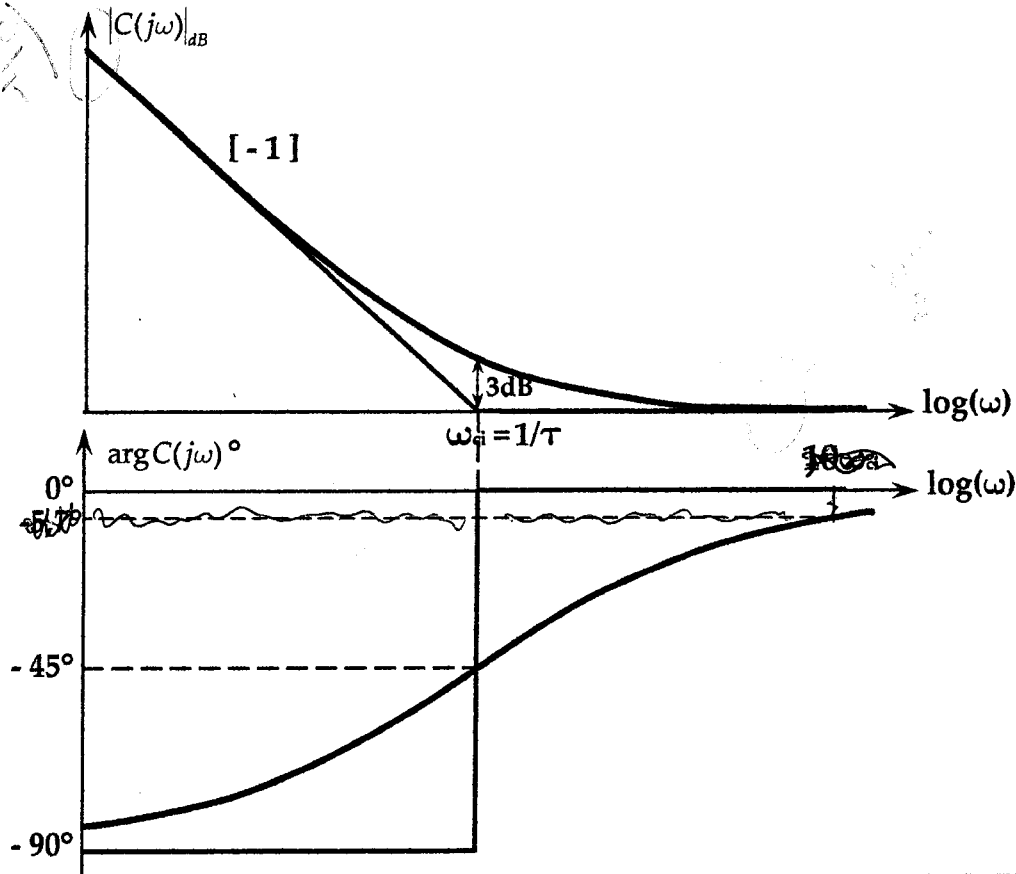
$$M\varphi = \arg(H_{BO}^*(j\omega_{c0})) + 180^\circ = -90^\circ - \arctan \frac{2\xi^* \frac{\omega_{c0}}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega_{c0}}{\omega_n}\right)^2} = 90^\circ - \arctan \frac{2 \cdot \frac{20,64}{54}}{1 - \left(\frac{20,64}{54}\right)^2} = 90^\circ - 41,8$$

$$M\varphi = 48,2^\circ$$

c) Les marges de stabilité : de gain et de phase sont satisfaisantes.

**Correction proportionnelle- intégrale (P.I.)**

**Question 25 :** Tracer le lieu de transfert de Bode (diagramme asymptotique et tracé réel) de  $C(p)$  en y indiquant les différentes valeurs remarquables.



**Question 26 :** Quel est l'intérêt d'un tel correcteur en regard des performances précision, rapidité et stabilité.

Ce correcteur permet d'améliorer la précision et la rapidité tout en préservant la stabilité.

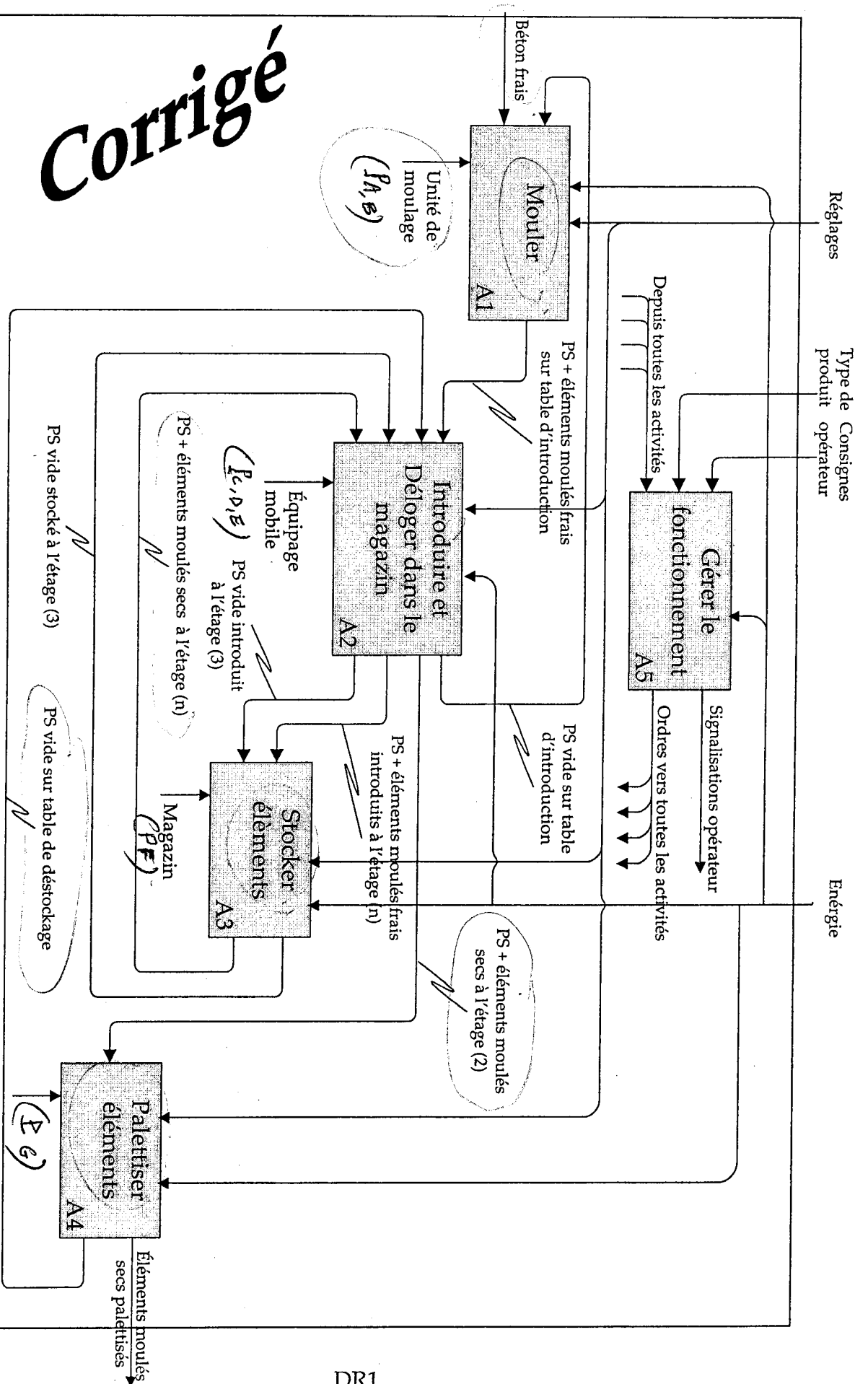
**Question 27 :** Prélèveur sur la figure 10, les marges de phase et de gain et vérifiez si leurs valeurs sont satisfaisantes en regard du cahier de charges.

La figure donne  $M\varphi = 42^\circ$  et  $MG = 13\text{dB}$ , ces valeurs sont satisfaisantes en regard du cahier de charges.

Fin.

# DOCUMENT-REPONSE 1

**Corrigé**

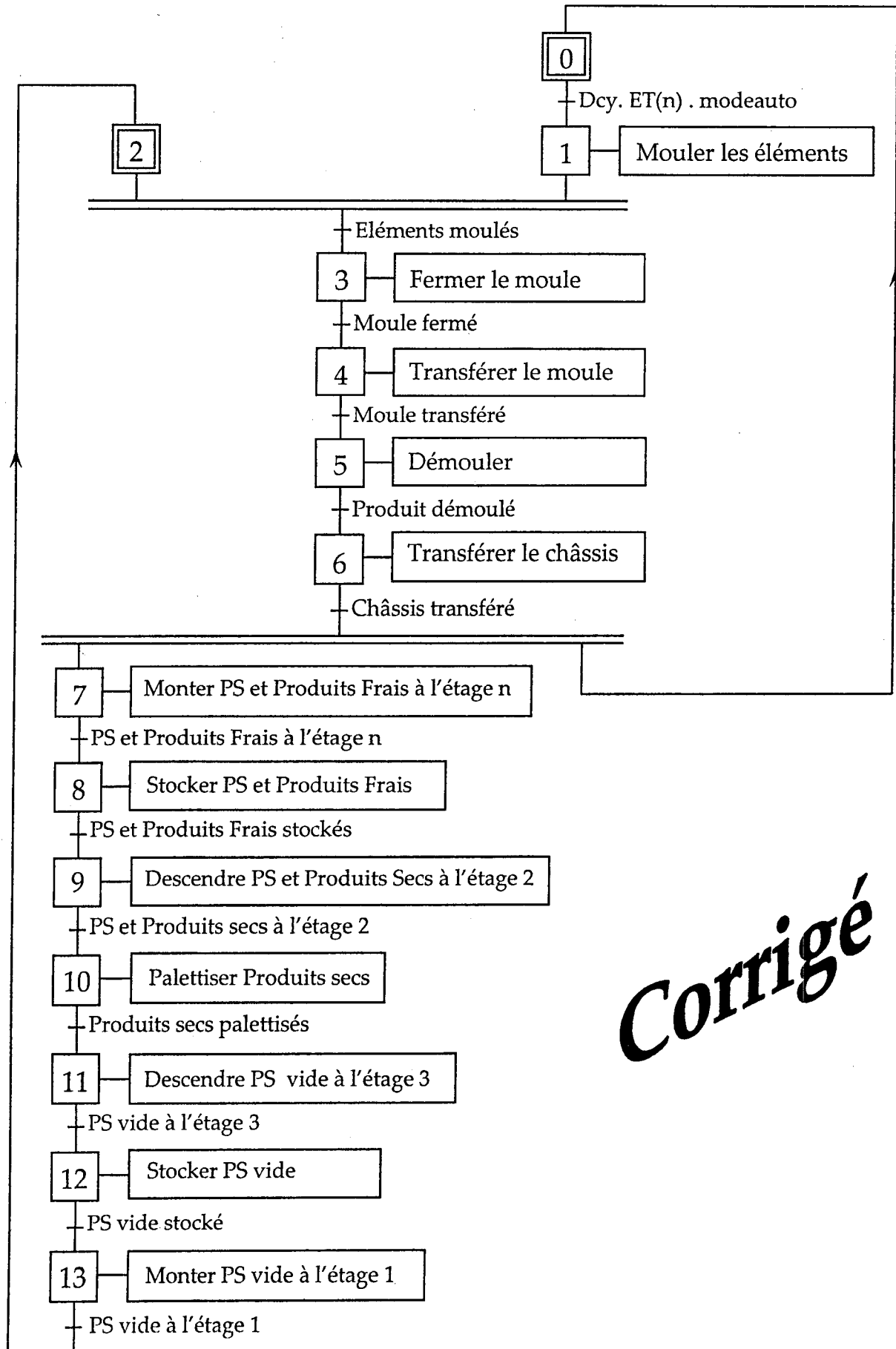


Produire des éléments en béton (dalles, margelles de piscine, pavés,...)

A0

## DOCUMENT-REPONSE 2

Grafctet de coordination des tâches en production normale, en mode automatique



**Corrigé**

# DOCUMENT-REPONSE 3

Figure 1 : Cinématique graphique

Echelle : 3 mm  $\rightarrow$  0,01 m/s

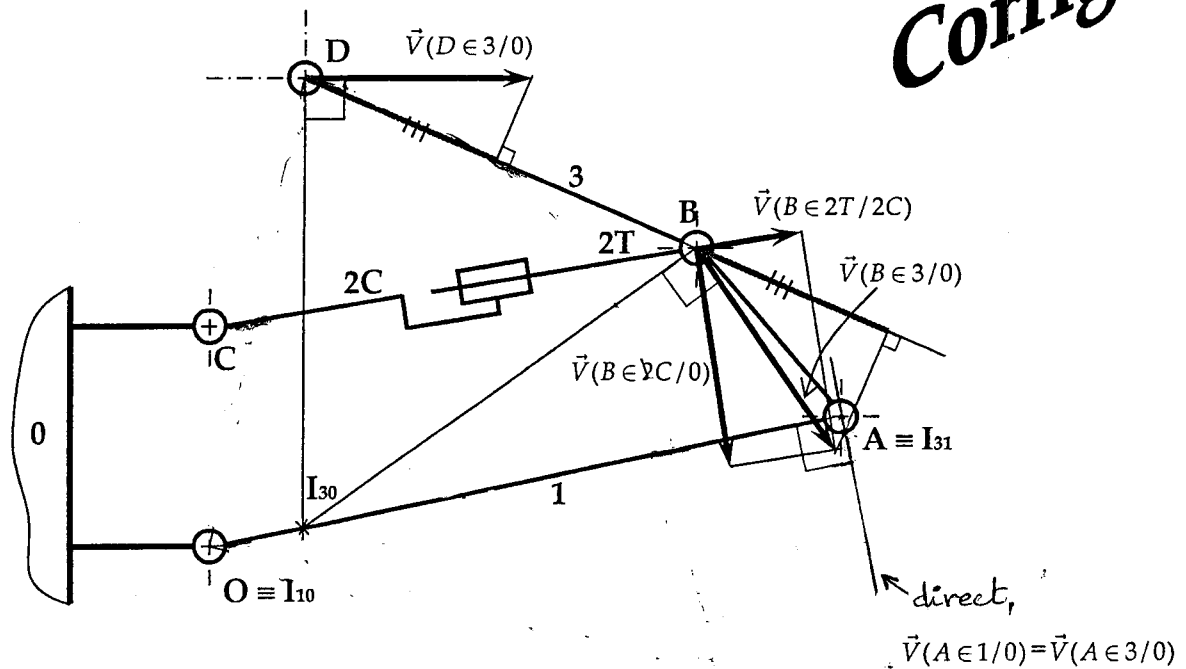


Figure 2 : Lieu de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$

