
Cohérence de la lumière

Table des matières

1	Cohérence temporelle	2
1.1	Cas d'un doublet λ_1 et λ_2 : doublet jaune du sodium	2
1.2	Raie à profil rectangulaire de largeur $\Delta\nu$	3
2	Cohérence spatiale	4

1 Cohérence temporelle

- La cohérence temporelle consiste à étudier l'influence, sur la figure d'interférence, de la monochromaticité de la source primaire supposée ponctuelle.

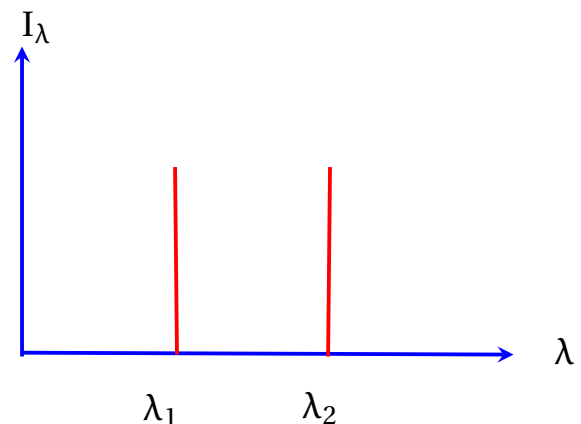
Dans le cas d'une source ponctuelle :

- $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right)$
- si $I_1 = I_2 = I_0$

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right) \right]$$

1.1 Cas d'un doublet λ_1 et λ_2 : doublet jaune du sodium

- I_λ : intensité spectrale de la source
- $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$
- $\lambda_1 \neq \lambda_2$: les deux ondes n'interfèrent pas
- $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$
 $= 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \delta(M)\right) \right] + 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \delta(M)\right) \right]$



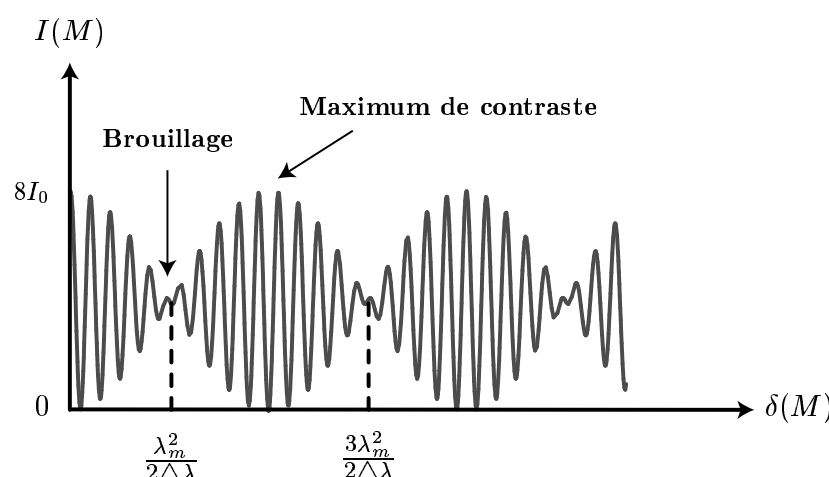
- $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
- $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$; $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$; $\lambda_1 \lambda_2 \approx \lambda_m^2$

$$I(M) = 4I_0 \left[1 + \cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_m} \delta\right) \right]$$

- le contraste de la figure d'interférence dépend de δ

$$C = |V| = \left| \cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta\right) \right|$$

avec V : visibilité des franges d'interférence



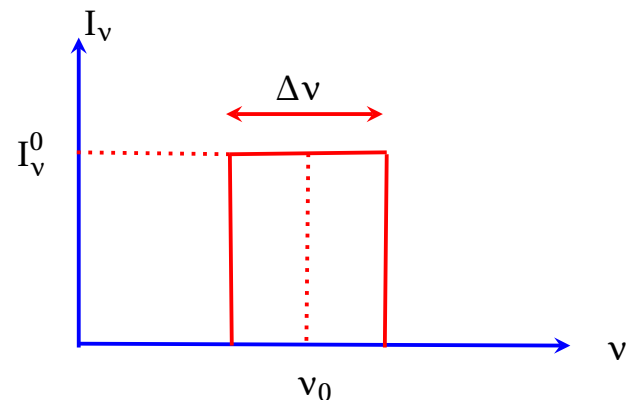
- le maximum de contraste est dû au fait que les deux figures d'interférence données par λ_1 et λ_2 sont en coïncidence
- le brouillage du figure s'explique par le fait que les deux figures sont en anti-coïncidence
- entre deux brouillages successifs

$$\Delta\delta = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

à l'aide de l'interféromètre de Michelson, on peut déterminer $\Delta\lambda$ facilement

1.2 Raie à profil rectangulaire de largeur $\Delta\nu$

- l'intensité spectrale de la source ponctuelle : $I_\nu = \frac{dI_0}{d\nu}$
- $\Delta\nu \ll \nu_0$

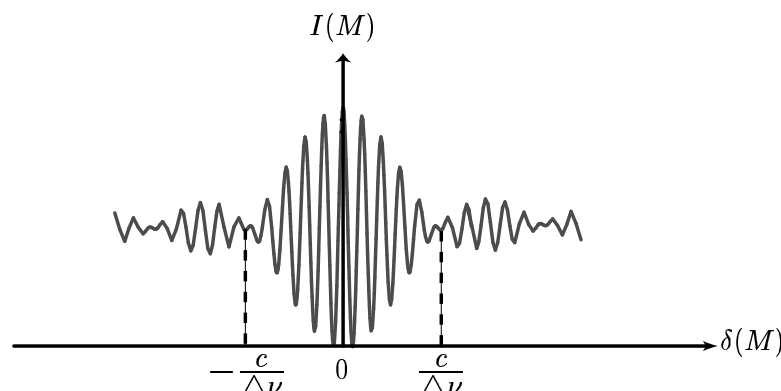


- l'intensité élémentaire : $dI(M) = 2dI_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c}\delta\right) \right] = 2I_\nu \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c}\delta\right) \right] d\nu$
- $I(M) = 2I_\nu^0 \int_{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c}\delta\right) \right] d\nu$
- $\text{sinc}\left(\frac{\pi\Delta\nu}{c}\delta\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi\Delta\nu}{c}\delta\right)}{\frac{\pi\Delta\nu}{c}\delta}$: fonction sinus cardinal

$$I(M) = 2I_\nu^0 \Delta\nu \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi\Delta\nu}{c}\delta\right) \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c}\delta\right) \right]$$

- le contraste de la figure d'interférence

$$C = \left| \text{sinc}\left(\frac{\pi\Delta\nu}{c}\delta\right) \right|$$



- **Conclusion** : Pour que le contraste de la figure d'interférence soit bon il est nécessaire que : $\delta(M) < l_c = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu}$, ou l_c représente la longueur de cohérence temporelle.

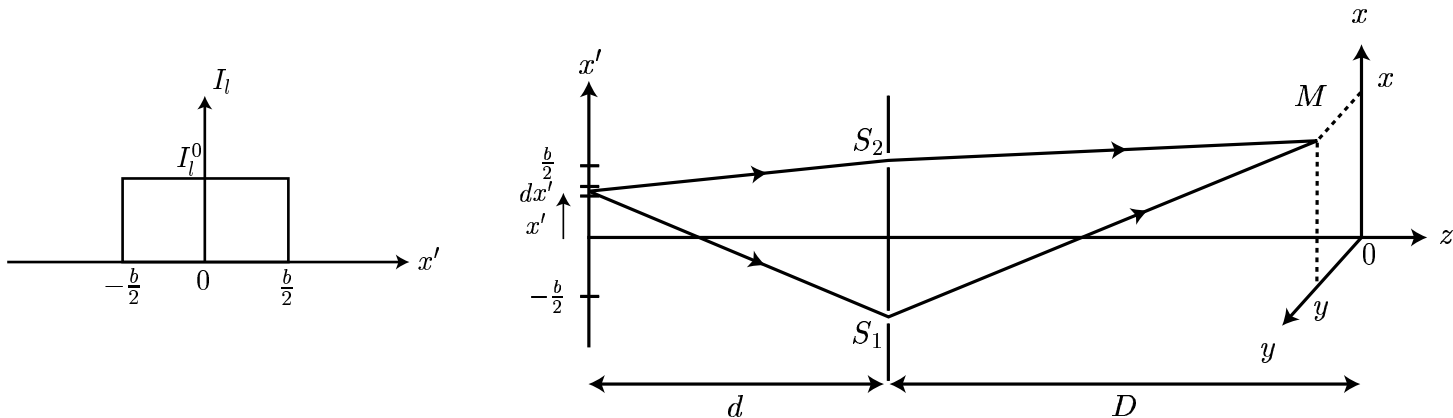
2 Cohérence spatiale

La cohérence spatiale consiste à étudier l'influence, sur la figure d'interférence, de l'étendue de la source supposée monochromatique

► Cas des trous de Young avec une fente

Considérons le dispositif des trous de Young avec une fente source de largeur b

- l'intensité par unité de longueur $I_l = \frac{dI_0}{dx'}$
- la fente éclaire les deux trous de Young

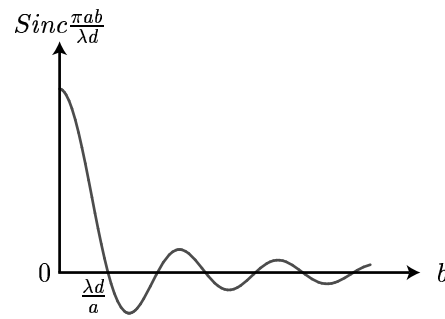


- $dI = 2dI_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)\right) \right] = 2I_l dx' \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)\right) \right]$
- $\delta(M) = \frac{ax'}{d} + \frac{ax}{D}$
- $I = 2I_l^0 \int_{-b/2}^{b/2} \left[1 + \cos\left(\frac{2a\pi}{\lambda} \left(\frac{x'}{d} + \frac{x}{D} \right) \right) \right] dx'$
 $= 2I_l^0 \left[b + \frac{\lambda d}{2\pi a} \left\{ \sin \frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{D} + \frac{b}{2d} \right) - \sin \frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{x}{D} - \frac{b}{2d} \right) \right\} \right]$
- $\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \sin B \cos A$

$$I(M) = 2I_l^0 b \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{ax}{D}\right) \right]$$

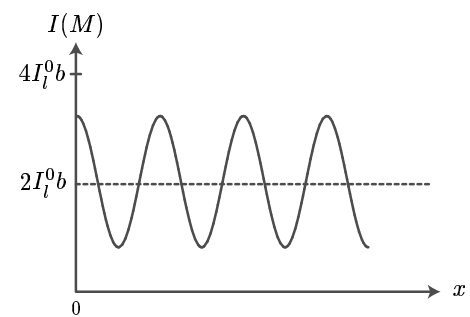
- le contraste de la figure d'interférence

$$C = \left| \text{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right) \right|$$



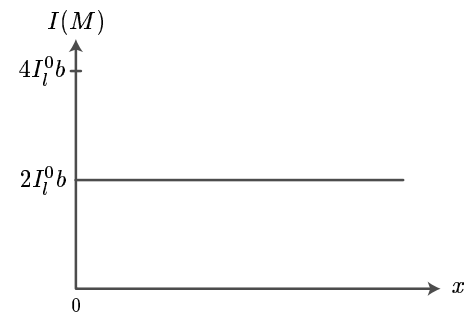
► Cas n°1 : $0 < b < b_s = \frac{\lambda d}{a}$

- la visibilité : $V = \text{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right) > 0$
- le contraste de la figure d'interférence est maximale pour les valeurs de b tendant vers zéro
- lorsque la largeur de la source augmente (b augmente), le contraste de la figure diminue



► Cas n°2 : $b = b_s = \frac{\lambda d}{a}$

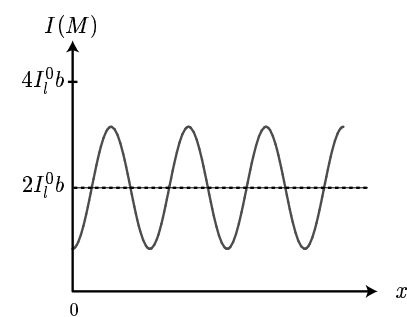
- la visibilité : $V = \text{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right) = 0$
- $I(M) = 2I_l^0 b$ est constante, l'écran est donc uniformément éclairé
- la longueur de cohérence spatiale est définie par



$$b_s = \frac{\lambda d}{a}$$

► Cas n°3 : $b_s < b < 2b_s$

- la visibilité : $V = \text{sinc}\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right) < 0$
- il y a inversion de contraste : une frange brillante du 1^{er} cas devient sombre dans le 3^{ème} cas et inversement
- le contraste de la figure d'interférence diminue



- Dans le cas d'une source primaire ponctuelle, les interférences sont non localisées
- Dans le cas d'une source primaire non ponctuelle (étendue) les interférences sont localisées