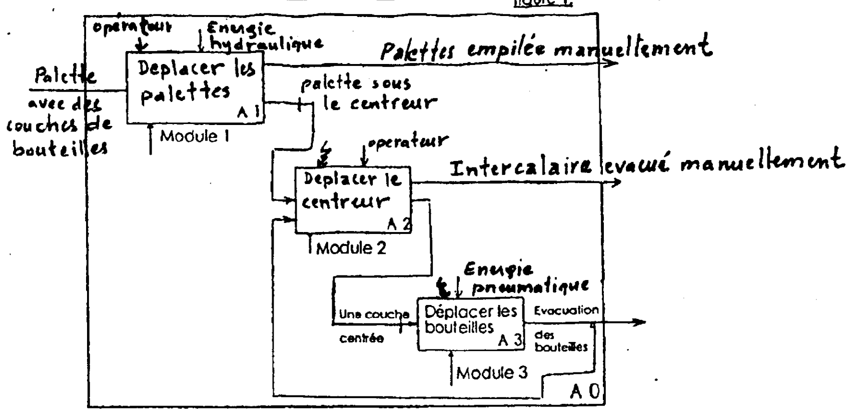
# CORRIGE CNC 2002

## PARTIE I : Etude du système.

**Question I.1 :** le niveau A0 du SADT à completer :

DIAGRAMMES S.A.D.T

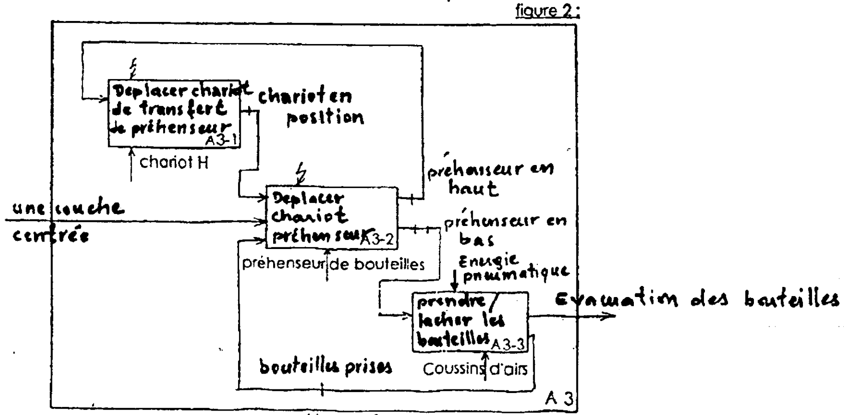
figure 1:



Dépalettiseur

**Question. I.2-** Completer le niveau $A_3$ - SADT du module 3.

figure 2:



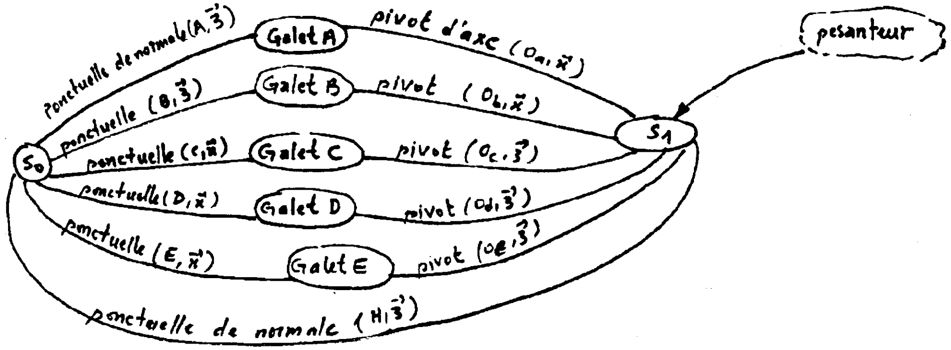
Module 3

## PARTIE II : statique et hyperstatisme.

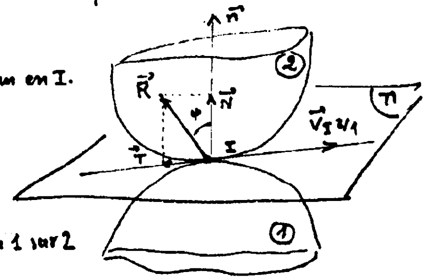
**Question II.1 :** Donner le graphe d'analyse des A.M mises en jeu.



Schima d'analyse




**Question II.2.a :** A.M d'un contact ponctuel avec frottement :




- 1 et 2 en contact ponctuel en I
- $\vec{n}$ la normale et $\pi$ le plan tangent commun en I.
- $\vec{V}_{I\in 2/1}$ : vitesse de glissement en I.
- $\vec{R}$ : AM de 1 sur 2
- $\vec{N}$ : effort normale de 1 sur 2
- $\vec{T}$ : " tangentiel (de frottement) de 1 sur 2

$$\{1 \to 2\} = \left\{\begin{matrix}\vec{T}+\vec{N} \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_I \qquad \left\{\begin{matrix}\vec{N} \perp \pi \\ \vec{T} \in \pi\end{matrix}\right.$$

Lois de coulomb:

* si $\vec{V}_{I\in 2/1} \neq \vec{0}$ (mouvement)

$$\vec{T}\cdot\vec{V}_I < 0$$
$$\vec{T}\wedge\vec{V}_I = \vec{0}$$
$$\|\vec{T}\| = f\cdot\|\vec{N}\| = tg\varphi\,\|\vec{N}\|$$

$\left\{\begin{matrix}\varphi : \text{angle de frottement} \\ tg\varphi = f : \text{coefficient de frottement} = \text{costant.}\end{matrix}\right.$

* si $\vec{V}_{I\in 2/1} = \vec{0}$ (repos).

$$\|\vec{T}\| \leqslant f\cdot\|\vec{N}\|$$

**Question II.2.b :** Donner chaque torseur exterieur à S en son point.

$S = \{S_1 + 5\,\text{galets}\}$.

- $\{\bar{S} \to S\} = \{S_0 \to S_1\} + \{\text{pesant} \to S_1\} + \{S_0 \to A\} + \{S_0 \to B\} + \{S_0 \to C\} + \{S_0 \to D\} + \{S_0 \to D\}$

* $\{S_0 \to S_1\} = \left\{\begin{matrix} -F\cos\alpha\,\vec{y} + F\sin\alpha\,\vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_H$

* $\{\text{pesant} \to S_1\} = \left\{\begin{matrix} \vec{P} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} -m_1\, g\, \vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_G$ $\quad m_1$ : masse de $S_1$

* $\{S_0 \to A\} = \left\{\begin{matrix} A(\sin\beta\,\vec{y} + \cos\beta\,\vec{z}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$

* $\{S_0 \to B\} = \left\{\begin{matrix} B(\sin\beta\,\vec{y} + \cos\beta\,\vec{z}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B$

* $\{S_0 \to C\} = \left\{\begin{matrix} C(\cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$

* $\{S_0 \to D\} = \left\{\begin{matrix} D(\cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_D$

* $\{S_0 \to E\} = \left\{\begin{matrix} E(-\cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_E$

<u>Question II.2.C</u> : PFS appliqué à S au point E ; donner les equations:

PFS $\{\bar{S} \to S\}_E = \{0\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{R}(\bar{S} \to S) = \vec{0} \\ \vec{M}_E(\bar{S} \to S) = \vec{0} \end{cases}$$

d'où

$$TRS \to \begin{cases} \underline{C\cos\beta + D\cos\beta - E\cos\beta = 0} \\ \underline{-F\cos\alpha + A\sin\beta + B\sin\beta + C\sin\beta + D\sin\beta + E\sin\beta = 0} \\ \underline{F\sin\alpha - m_1 g + (A+B)\cos\beta = 0} \end{cases}$$

$$TMS \to \vec{EH} \wedge F(\sin\alpha\,\vec{z} - \cos\alpha\,\vec{y}) + \vec{EG} \wedge (-m_1 g\,\vec{z}) + \vec{EA} \wedge A(\sin\beta\,\vec{y} + \cos\beta\,\vec{z}) + \vec{EB} \wedge B(\sin\beta\,\vec{y} + \cos\beta\,\vec{z}) + \vec{EC} \wedge C(\cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) + \vec{ED} \wedge D(\cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} -h_1 \\ h_2 - L_2 \\ L_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F\cos\alpha \\ F\sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -d_1 \\ 0 \\ d_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_1 g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -L_2 \\ L_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ A\sin\beta \\ A\cos\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_2 \\ L_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B\sin\beta \\ B\cos\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} C\cos\beta \\ C\sin\beta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} D\cos\beta \\ D\sin\beta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{+F(L_1\cos\alpha - (h_2 + L_2)\sin\alpha) + A(-L_2\cos\beta - L_1\sin\beta) + B(L_2\cos\beta - L_1\sin\beta) - C.L_3\sin\beta - L_3.D\sin\beta = 0} \\ \underline{+F.h_1\sin\alpha - d_1.m_1 g + C.L_3\cos\beta + D.L_3\cos\beta = 0} \\ \underline{F.h_1\cos\alpha + C.L_2\cos\beta - D.L_2\cos\beta = 0} \end{cases}$$

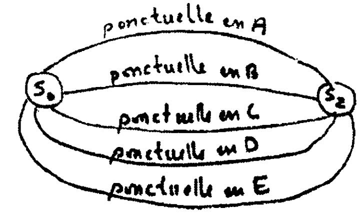


<u>Question II.2.d</u> : peut-on resoudre le problème? justifier

6 equations avec 6 inconnues (A, B, C, D, E et F) donc on peut resoudre le problème, puisque les 6 equations sont independantes (et $\beta$ qui est l'angle de frottement est consideré connu).

<u>Question II.3</u> : Donner la liaison equivalente entre $S_2$ et $S_0$

$S_2 = \{5 \text{ galets}\}$, en deduire le degré d'hyperstatisme.




Liaisons en // $\Rightarrow \{\mathcal{T}_{eq}\} = \sum \{\mathcal{T}_i\}_E$

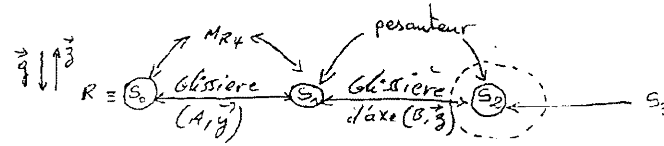
ce qui nous amene aux equations de (II.2.c) en posant $m_1 = 0$, $F = 0$ et $\beta = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_{eq} = C + D - E \\ Y_{eq} = 0 \\ Z_{eq} = A + B \\ L_{eq} = -L_2.A + L_2 B \\ M_{eq} = L_3.C + L_3.D \\ N_{eq} = L_2.C - L_2.D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{eq} : \\ \boxed{\text{Liaison glissière de direction } \vec{y}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A, B, C, D \text{ et } E \text{ sont calculables} \\ \Rightarrow \boxed{h = 0} \end{cases}$$

## <u>PARTIE III</u> - <u>Etude dynamique.</u>

<u>Question III.A</u> :

fig (2).




**Question III A-1-** $\{\bar{S}_2 \to S_2\} = ?$.

$$\{\bar{S}_2 \to S_2\} = \{S_1 \to S_2\}_B + \{p_8 \to S_2\}_{G_2} + \{S_3 \to S_2\}_T .$$

$$\{\bar{S}_2 \to S_2\} = \begin{vmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ 0 & N_{12} \end{vmatrix}_B + \begin{vmatrix} 0 & -d_2 m_2 g \\ 0 & c_2 m_2 g \\ -m_2 g & 0 \end{vmatrix}_B + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -bT \\ T & 0 \end{vmatrix}_B .$$

$$\boxed{\{\bar{S}_2 \to S_2\} = \begin{vmatrix} X_{12} & L_{12} - d_2 m_2 g \\ Y_{12} & M_{12} + c_2 m_2 g - bT \\ T - m_2 g & N_{12} \end{vmatrix}_{B/R}}$$

**Question III A-2-** $\{C\ S_2/R\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 \vec{V}_{G_2/R} \\ \vec{\sigma}(B, 2/R) \end{matrix} \right\}_B$.

- $m_2 \vec{V}_{G_2/R} = m_2 (\dot{y}\vec{y} + \dot{z}\vec{z})$
- $\vec{\sigma}(B, 2/R) = \underbrace{\vec{\sigma}(G_2, 2/R)}_{\vec{0}} + m_2 \vec{V}_{G_2/R} \wedge \vec{G_2 B}$,

$$\vec{\sigma}(B, 2/R) = m_2 (\dot{y}\vec{y} + \dot{z}\vec{z}) \wedge -(c_2\vec{x} + d_2\vec{y}).$$

$$\Rightarrow \boxed{\{C\ S_2/R\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 (\dot{y}\vec{y} + \dot{z}\vec{z}) \\ m_2 (d_2 \dot{z}\vec{x} - c_2 \dot{z}\vec{y} + c_2 \dot{y}\vec{z}) \end{matrix} \right\}_B}$$

**Question III A-3-** $\boxed{\{D, S_2/R\} = \left\{ \begin{matrix} m_2 (\ddot{y}\vec{y} + \ddot{z}\vec{z}) \\ m_2 (d_2 \ddot{z}\vec{x} - c_2 \ddot{z}\vec{y} + c_2 \ddot{y}\vec{z}) \end{matrix} \right\}_B}$

CNC 2002
Page 5/10

**Question III-A-4-** P.F.D à $S_2$ en B.

$$\Rightarrow \{\bar{S}_2 \to S_2\} = \{D\ S_2/R\}.$$

TRD: $/\vec{x}$ : $X_{12} = 0$
$/\vec{y}$ : $Y_{12} = m_2 \ddot{y}$
$/\vec{z}$ : $T - m_2 g = m_2 \ddot{z}$

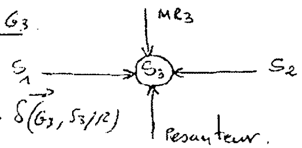
TMD: $/\vec{x}$ : $L_{12} - m_2 g\, d_2 = m_2 d_2 \ddot{z}$
$/\vec{y}$ : $M_{12} - bT + m_2 g\, c_2 = -m_2 c_2 \ddot{z}$
$/\vec{z}$ : $N_{12} = m_2 c_2 \ddot{y}$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} X_{12} &= 0 \\ Y_{12} &= m_2 \ddot{y} \\ T &= m_2(\ddot{z} + g) \\ L_{12} &= m_2 d_2 (\ddot{z} + g) \\ M_{12} &= m_2 (b - c_2)(\ddot{z} + g) \\ N_{12} &= m_2 c_2 \ddot{y} \end{aligned}}$$

III B. fig (1).

**Question III B-1-** P.F.D à $S_3$ en $G_3$.




$\| \vec{x} \cdot \vec{M}(G_3, \{\bar{S}_3 \to S_3\}) = \vec{x} \cdot \vec{\delta}(G_3, S_3/R)$

$\cdot) \ \vec{x} \cdot \vec{M}(G_3, \{\bar{S}_3 \to S_3\}) = C_{m_3} + r_3 T$

$\cdot) \ \vec{x} \cdot \vec{\delta}(G_3, S_3/R) = \frac{d}{dt}\left(\vec{x} \cdot \bar{\bar{I}}(G_3, S_3) \cdot \vec{x}\, \dot{\theta}_3\right) = A_3 \cdot \ddot{\theta}_3$.

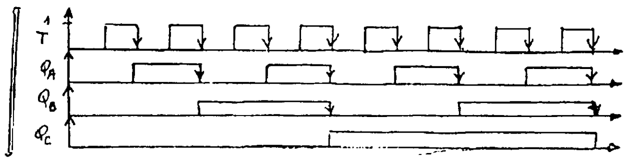
$$\Rightarrow \boxed{A_3 \ddot{\theta}_3 = C_{m_3} + r_3 T}$$

**Question III B-2-** $\boxed{C_{m_3} = A_3 \ddot{\theta}_3 - r_3 m_2 (\ddot{z} + g)}$.

Partie IV

**Question IV-1-** Chronogramme :

CNC 2002
Page 6/10



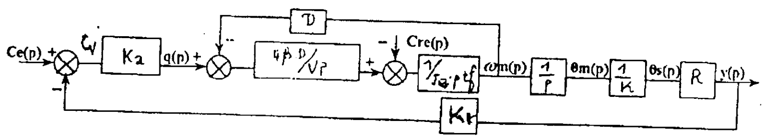

**Question IV-2-** à $t=0$ ; $Q_A = Q_B = Q_C = 0$ ; les changements des sorties se font sur front descendant des horloges. Le compteur commence de 0 jusqu'à $6\,(011)_2$, en passant à $7\,(111)_2$, le compteur se remet à 0.

## Partie V : Asservissement.

**Question V 1-** Transformée de Laplace :

- $Q(p) = D.\Omega_m(p) + \frac{V}{4\beta}.p.\Delta P(p)$ ; $J_e.p.\Omega_m(p) = D.\Delta P(p) - f\Omega_m(p) - C_{re}(p)$
- $Q(p) = K_a\,C_V(p)$.
- $\theta_m(p) = K\,\theta_s(p)$
- $Y_r(p) = Y(p).K_r$
- $Y(p) = R.\theta_s(p)$
- $C_V(p) = C_e(p) - Y_r(p)$.

**Question V 2-**



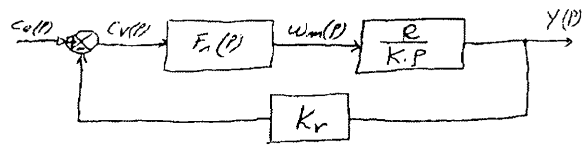

CNC 2002
Page 7/10

**Question V 3-** $\omega_m(p) = C_V(p).K_a.\dfrac{4\beta D}{4\beta D^2 + fVp + J_e V.p^2} = C_V(p).F_1(p)$.

**Question V 4-** On a : $\boxed{F_1(p) = \dfrac{K_a/D}{1 + \frac{fV}{4\beta D^2}.p + \frac{J_e V}{4\beta D^2}p^2}}$.

Avec : $K_1 = \dfrac{K_a}{D}$ ; $\omega_{n_1} = 2D\sqrt{\dfrac{\beta}{J_e V}}$ ; $z_1 = \dfrac{f}{4D}\sqrt{\dfrac{V}{J_e.\beta}}$

**Question V 5-** schéma avec $F_1(p)$ :




**Question V 6-**

a- $\varepsilon(p)$ ?

$$\boxed{\varepsilon(p) = C_e(p).\frac{1}{1 + F_1(p)\,\frac{R K_r}{K.p}}}.$$

b- $\boxed{\varepsilon_S = 0}$, car présence d'une intégration dans la boucle ouverte.

$\varepsilon_t = \dfrac{1}{K_0}$ ; $K_0$ : Gain statique de la boucle ouverte sans intégration.

ici $K_0 = \dfrac{K_1 R K_r}{K}$

d'où $\boxed{\varepsilon_t = \dfrac{K}{K_1.R.K_r}}$.

CNC 2002
Page 8/10

**Question V 7.a :** Réponse indicielle du moteur est la plus rapide sans dépassement (système de 2ème ordre) ⇒ $\xi = 1$ ⇒ Pôles double (pour le numérateur).
C.à.d dénominateur de $F_1(p)$ :
d'où le modèle compte tenu de la courbe :

$$H_{bo}(p) = \frac{K}{p(1+Tp)^2} ;$$

Avec : $K = 30$ ; $T = 2 \cdot 10^{-3}\,s$ ⇒ $\boxed{H_{bo}(p) = \frac{30}{p(1+0{,}002p)^2}}$

**Question V 7 b :** $\boxed{MP = 90°}$ ; $\boxed{MG = 30\,dB}$

**Question V 7 c :** $MP_1 = 45°$ ⇒ $\boxed{A_{dB} = 24\,dB}$ ⇒ $\boxed{MG_z = 6\,dB}$

**Partie VI.** Grafcet :

**Question A.**

A1 : Le nombre de palettes à traiter / heure est :
$10300 \div (143 \times 6) = 12$ palettes / heure.

A2 : La durée d'un cycle pour une palette est 5 mn.

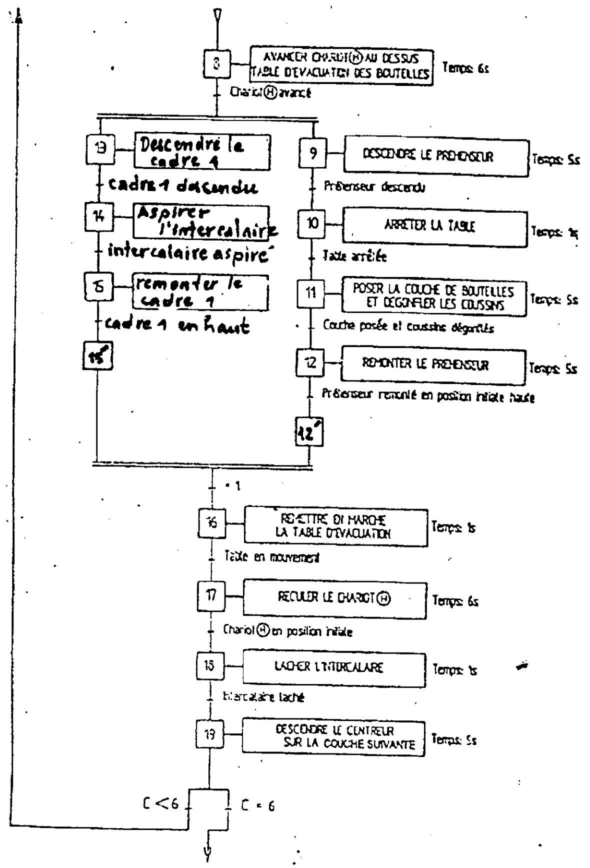
A3 : Le temps à gagner / palette est 1 mn.

A4 : Le temps passé par l'opérateur pour l'arrêt de la machine et l'évacuation des intercalaires est remplacé par l'augmentation de la cadence. (Remarque : la cadence peut être augmentée encore grâce à la minute gagnée)



**Question VI-B :**

GRAFCET à compléter




Document 10