

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

Systèmes Linéaires Continus Invariants

SLCI2 - Linéarisation

Cours



Programme PSI/MP 2022 (LIEN)		
Id	Compétence développée	Connaissances associées
B3-02	Préciser les limites de validité d'un modèle.	Point de fonctionnement. Non-linéarités (courbure, hystérésis, saturation, seuil) et retard pur.
B2-08	Simplifier un modèle.	Linéarisation d'un modèle autour d'un point de fonctionnement. Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : – principe ; – justification ; – limites.

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

Linéarisation autour d'un point de fonctionnement 3

1.I. Introduction..... 3

1.II. Systèmes linéaires et non linéaires 3

1.II.1 Equation différentielle linéaire	3
1.II.1.a Définition.....	3
1.II.1.b Exemples	4
1.II.1.b.i 1° ordre	4
1.II.1.b.ii 2° ordre	4
1.II.1.c Systèmes linéaires et SLCI	4
1.II.2 Equation différentielle non linéaire	5
1.II.2.a Origines des non linéarités.....	5
1.II.2.a.i Produit de variables	5
1.II.2.a.ii Fonctions mathématiques	5
1.II.2.a.iii Problème lié aux SLCI.....	5

1.III. Linéarisation d'un système non linéaire 6

1.III.1 Principe.....	6
1.III.2 Point de fonctionnement	7
1.III.3 Méthodes de linéarisation	7
1.III.3.a Développements limités	7
1.III.3.b Dérivées partielles	8
1.III.4 Etude autour du point de fonctionnement	9
1.III.5 Et le reste du schéma bloc ?	10
1.III.5.a Gains purs.....	10
1.III.5.b Dérivateurs.....	10
1.III.5.c Intégrateurs	11
1.III.5.d Cas d'une saturation	11
1.III.6 Remarques.....	12
1.III.6.a Cas d'une équation différentielle	12
1.III.6.a.i Exemple 1.....	12
1.III.6.a.ii Exemple 2.....	13
1.III.6.b Cas d'un produit de plusieurs variables en entrée	14
1.III.6.c Cas d'une seule variable d'entrée	15
1.III.6.c.i Cas général	15
1.III.6.c.ii Cas particuliers linéaires	16
• Affine	16
• Linéaire	16
1.III.6.d Problèmes à conditions initiales non nulles.....	17

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

1.I. Introduction

Les équations qui régissent nos systèmes ne sont pas toujours linéaires. Lorsqu'elles le sont, nous savons étudier le comportement du système avec tout ce qui a été vu dans les chapitres de SLCI.

Lorsque les systèmes sont non linéaires, nos outils peuvent toujours être utiles pour étudier le comportement du système autour de ce que l'on appelle un point de fonctionnement, autrement dit, un ensemble de paramètres fixés et n'évoluant « pas trop ».

1.II. Systèmes linéaires et non linéaires

1.II.1 Equation différentielle linéaire

1.II.1.a Définition

Une équation différentielle linéaire se met sous la forme suivante :

$$s_0 s(t) + s_1 s'(t) + \dots + s_n s^{(n)}(t) = e_0 e(t) + e_1 e'(t) + \dots + e_m e^{(m)}(t)$$

Avec s_i et e_i des coefficients constants.

On peut alors traduire cette équation sous forme matricielle :

$$K_E E(t) = K_S S(t)$$

Avec :

$$E(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ e'(t) \\ \vdots \\ e^{(m)}(t) \end{bmatrix} ; \quad K_E = [e_0 \quad e_1 \quad \dots \quad e_m]$$

$$S(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ s'(t) \\ \vdots \\ s^{(n)}(t) \end{bmatrix} ; \quad K_S = [s_0 \quad s_1 \quad \dots \quad s_n]$$

Un système d'équations différentielles linéaires est un ensemble d'équations différentielles linéaires.

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.II.1.b Exemples

1.II.1.b.i 1° ordre

$$s(t) + Ts'(t) = Ke(t)$$

$$E(t) = [e(t)] \quad ; \quad K_E = [K] \quad ; \quad S(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ s'(t) \end{bmatrix} \quad ; \quad K_S = [1 \quad T]$$

On a alors :

$$K_E E(t) = [K][e(t)] = Ke(t)$$

$$K_S S(t) = [1 \quad T] \begin{bmatrix} s(t) \\ s'(t) \end{bmatrix} = s(t) + Ts'(t)$$

Soit :

$$s(t) + Ts'(t) = Ke(t) \Leftrightarrow K_E E(t) = K_S S(t)$$

1.II.1.b.ii 2° ordre

$$s(t) + \frac{2z}{\omega_0} s'(t) + \frac{1}{\omega_0^2} s''(t) = Ke(t)$$

$$E(t) = [e(t)] \quad ; \quad K_E = [K] \quad ; \quad S(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ s'(t) \\ s''(t) \end{bmatrix} \quad ; \quad K_S = \begin{bmatrix} 1 & \frac{2z}{\omega_0} & \frac{1}{\omega_0^2} \end{bmatrix}$$

Soit :

$$s(t) + \frac{2z}{\omega_0} s'(t) + \frac{1}{\omega_0^2} s''(t) = Ke(t) \Leftrightarrow K_E E(t) = K_S S(t)$$

1.II.1.c Systèmes linéaires et SLCI

A partir du moment où un système est linéaire, il est possible de représenter la relation entrée sortie à l'aide d'une fonction de transfert :

$$s_0 s(t) + s_1 s'(t) + \dots + s_n s^{(n)}(t) = e_0 e(t) + e_1 s'(t) + \dots + e_m e^{(m)}(t)$$

Supposons les conditions initiales nulles afin de simplifier les calculs (sinon présence de 2 fonctions de transfert...)

$$(s_0 + s_1 p + \dots + s_n p^n) S(p) = (e_0 + e_1 p + \dots + e_m p^m) E(p)$$

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{e_0 + e_1 p + \dots + e_m p^m}{s_0 + s_1 p + \dots + s_n p^n}$$

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.II.2 Equation différentielle non linéaire

1.II.2.a Origines des non linéarités

Une équation différentielle non linéaire ne peut pas se mettre sous forme matricielle avec des coefficients constants comme vu précédemment. On trouve généralement deux origines aux non linéarités :

- Produit de variables
- Fonctions mathématiques

1.II.2.a.i *Produit de variables*

La première origine simple de non linéarité est la présence d'un produit de plusieurs variables d'entrée produisant un effet sur la sortie.

Voici un exemple très simple :

$$s(t) = e_1(t)e_2(t)$$

Nous traiterons un exemple de débit de fuite d'un système de régulation de niveau d'eau qui dépend à la fois de la hauteur d'eau dans le réservoir (pression) et de la section du trou de fuite...

1.II.2.a.ii *Fonctions mathématiques*

La seconde origine classique des non linéarités est la présence d'une fonction mathématique (cos, sin, log, exp...) sur une variable d'entrée ou de sortie.

Voici un exemple simple :

$$s(t) = \sqrt{e(t)}$$

1.II.2.a.iii *Problème lié aux SLCI*

Avec un système non linéaire, il n'est plus possible d'exprimer une fonction de transfert liant entrée et sortie dans le domaine de Laplace.

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III. Linéarisation d'un système non linéaire

1.III.1 Principe

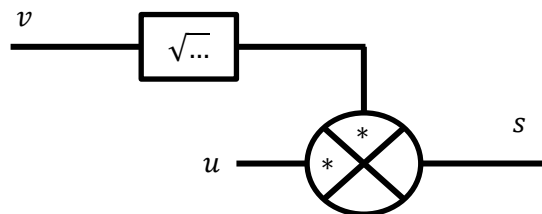
Dès qu'un système est non linéaire, il est possible de le transformer en un système linéaire autour d'un point de fonctionnement.

Nous allons illustrer les méthodes de linéarisation autour d'un point de fonctionnement à l'aide de l'équation suivante :

$$s(t) = u(t)\sqrt{v(t)}$$

Elle cumule le produit de deux variables et une fonction mathématique.

Il n'est pas possible de modéliser et donc simuler ce système en linéaire :



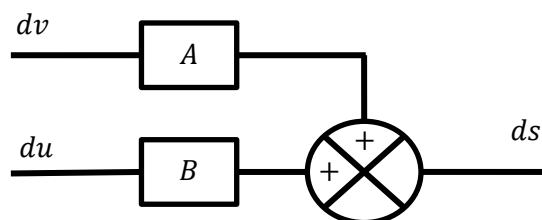
Le principe de la résolution va consister à linéariser le problème en étudiant les évolutions des trois variables u, v et s. On pose :

$$\begin{cases} u(t) = u(0) + du(t) \\ v(t) = v(0) + dv(t) \\ s(t) = s(0) + ds(t) \end{cases}$$

On suppose que les valeurs initiales vérifient le point de fonctionnement : $s(0) = u(0)\sqrt{v(0)}$ (système à l'équilibre).

On propose d'écrire l'évolution de $s(t)$ sous la forme : $ds(t) = Bdu(t) + Adv(t)$

On aura alors :



Pour des évolutions de l'entrée, on obtiendra l'évolution de la sortie. Il sera ensuite aisé de tracer l'évolution de la sortie en écrivant :

$$s(t) = s(0) + ds$$

Avec $s(0)$ connu.

Evidemment, les résultats ne seront corrects que si les variations des variables sont faibles, ou si le système linéarisé est presque linéaire dans la réalité...

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.2 Point de fonctionnement

Un point de fonctionnement peut être défini comme un état des variables entrée/sortie qui vérifie l'équation différentielle et autour duquel on va étudier l'influence de petites variations des entrées sur la sortie.

Dans notre cas, le point de fonctionnement sera (s_f, u_f, v_f) tel que : $s_f = u_f \sqrt{v_f}$

1.III.3 Méthodes de linéarisation

1.III.3.a Développements limités

La première idée consiste à poser des variables au point de fonctionnement et de réécrire l'équation non linéaire en ce point de fonctionnement et en un point peu éloigné, puis de faire la différence de ces deux équations.

On écrit toutes les variables sous la forme d'une valeur au point de fonctionnement plus une petite variation :

$$x(t) = x_f + dx(t)$$

$$\begin{cases} s(t) = s_f + ds(t) \\ u(t) = u_f + du(t) \\ v(t) = v_f + dv(t) \end{cases}$$

On remplace alors ces variables définies autour du point de fonctionnement (s_f, u_f, v_f) dans l'équation initiale :

$$s_f + ds(t) = (u_f + du(t)) \sqrt{v_f + dv(t)}$$

On développe dans un premier temps l'expression :

$$s_f + ds(t) = u_f \sqrt{v_f + dv(t)} + du(t) \sqrt{v_f + dv(t)}$$

On utilise ensuite les développements de Taylor des fonctions présentes :

$$f(x + dx) = f(x) + dx f'(x) + o(dx)$$

$$\sqrt{x + dx} = \sqrt{x} + \frac{dx}{2\sqrt{x}} + o(dx)$$

Soit :

$$s_f + ds(t) = u_f \left(\sqrt{v_f} + \frac{dv(t)}{2\sqrt{v_f}} \right) + du(t) \left(\sqrt{v_f} + \frac{dv(t)}{2\sqrt{v_f}} \right)$$

$$s_f + ds(t) = u_f \sqrt{v_f} + u_f \frac{dv(t)}{2\sqrt{v_f}} + \sqrt{v_f} du(t) + \frac{dv(t) du(t)}{2\sqrt{v_f}}$$

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

On néglige alors les termes en $dv(t)du(t)$: $s_f + ds(t) = u_f\sqrt{v_f} + u_f \frac{dv(t)}{2\sqrt{v_f}} + \sqrt{v_f}du(t)$

Enfin, comme les variables au point de fonctionnement vérifient l'équation, on a : $s_f = u_f\sqrt{v_f}$

On retranche les deux équations et on obtient : $ds(t) = \frac{u_f}{2\sqrt{v_f}}dv(t) + \sqrt{v_f}du(t)$

$$ds(t) = Adv(t) + Bdu(t) \quad ; \quad \begin{cases} A = \frac{u_f}{2\sqrt{v_f}} \\ B = \sqrt{v_f} \end{cases}$$

1.III.3.b Dérivées partielles

La seconde méthode consiste à écrire des dérivées partielles.

En effet, en se plaçant au point de fonctionnement (s_f, u_f, v_f) , on a :

$$ds(t) = \frac{\partial s(t)}{\partial u} du(t) + \frac{\partial s(t)}{\partial v} dv(t)$$

$$ds(t) = Bdu(t) + Adv(t) \quad ; \quad \begin{cases} A = \left(\frac{\partial s(t)}{\partial v} \right)_{u_f, v_f} \\ B = \left(\frac{\partial s(t)}{\partial u} \right)_{u_f, v_f} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\partial s(t)}{\partial v} \right)_{u_f, v_f} = \left(\frac{\partial (u(t)\sqrt{v(t)})}{\partial v} \right)_{u_f, v_f} = u_f \left(\frac{\partial (\sqrt{v(t)})}{\partial v} \right)_{u_f, v_f} = \left(\frac{u_f}{2\sqrt{v(t)}} \right)_{u_f, v_f} = \frac{u_f}{2\sqrt{v_f}}$$

$$\left(\frac{\partial s(t)}{\partial u} \right)_{u_f, v_f} = \sqrt{v_f} \frac{\partial u(t)}{\partial u} = \sqrt{v_f}$$

$$\begin{cases} A = \frac{u_f}{2\sqrt{v_f}} \\ B = \sqrt{v_f} \end{cases}$$

Remarques : Pour aider à la compréhension de la notation « au point de fonctionnement » $()_{u_f, v_f}$

- Sur un exemple simple, imaginons la fonction $y(t) = f(x(t)) = ax(t)^2$ que l'on souhaite linéariser en $x(t_0) = x_f$, on cherche alors K tel que $dy(t) = Kdx(t)$ avec $K = \left(\frac{\partial y(t)}{\partial x} \right)_{x_f} = \left(\frac{\partial f(x(t))}{\partial x} \right)_{x_f}$, ce n'est autre que $f'(x_f) = 2ax_f$ avec $f'(x) = \frac{\partial f(x(t))}{\partial x} = 2ax$
- On peut aussi voir les choses ainsi : Dans notre exemple, on peut écrire $s(t) = u(t)\sqrt{v(t)} = f(u(t), v(t))$. Alors, $A = \frac{\partial f}{\partial v}(u_f, v_f)$ et $B = \frac{\partial f}{\partial u}(u_f, v_f)$

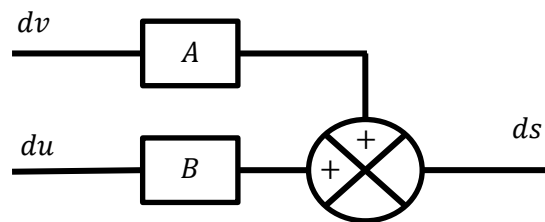
Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.4 Etude autour du point de fonctionnement

On obtient une équation différentielle linéaire à coefficients « constants » en un point de fonctionnement.

$$ds(t) = Adv(t) + Bdu(t) \quad ; \quad \begin{cases} A = \frac{u_f}{2\sqrt{v_f}} \\ B = \sqrt{v_f} \end{cases}$$

On peut modéliser le système à l'aide de schémas blocs autour du point de fonctionnement :



On remarquera que les conditions initiales sont nulles. On veillera à interpréter les résultats comme des variations autour du point de fonctionnement.

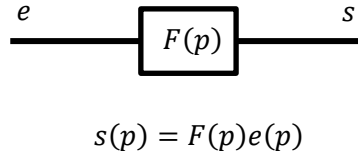
Il faudra alors étudier le système pour tous les points de fonctionnement existant afin de caractériser complètement son comportement. On veillera, autour de chaque point de fonctionnement, à vérifier que les évolutions de toutes les variables « dx » sont « assez faibles » pour que les résultats soient cohérents.

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.5 Et le reste du schéma bloc ?

Nous allons montrer très simplement que le reste du schéma bloc reste inchangé ☺, en abordant les blocs de gains purs et intégrateurs (on supposera que cela s'étend aux autres FT).

Soit une FT quelconque :



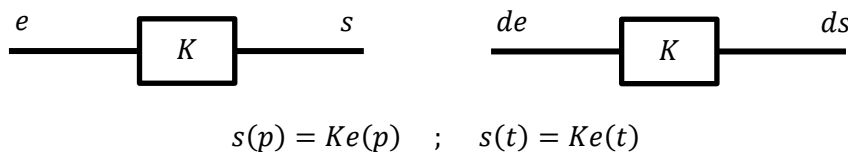
On pose :

$$e(t) = e_0 + de(t) \quad ; \quad s(t) = s_0 + ds(t)$$

On supposera toujours que le système est stabilisé pour étudier un point de fonctionnement, autrement dit :

$$\forall t \leq 0, de(t) = ds(t) = 0, \begin{cases} e(t) = e_0 \\ s(t) = s_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d^n e(t)}{dt^n} = 0 \\ \frac{d^n s(t)}{dt^n} = 0 \end{cases}$$

1.III.5.a Gains purs



Donc :

$$s(t) + ds(t) = K(e(t) + de(t)) = Ke(t) + Kde(t)$$

Soit :

$$ds(t) = Kde(t) \quad ; \quad ds(p) = Kde(p)$$

1.III.5.b Dérivateurs

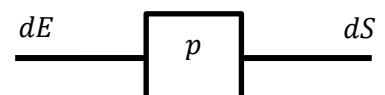
$$s(p) = pE(p) \quad ; \quad s(t) = \frac{de(t)}{dt}$$

$$s_0 + ds(t) = \frac{d(e_0 + de(t))}{dt} = \frac{d(de(t))}{dt}$$

Il reste à utiliser le fait que le système est à l'équilibre au départ au point de fonctionnement, soit :

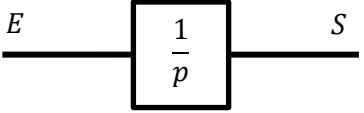
$$s(0) = s_0 = \frac{de(0)}{dt} = 0 \Rightarrow ds(t) = \frac{d(de(t))}{dt} \Rightarrow dS(p) = p dE(p)$$

Cela est donc vrai car les dérivées initiales sont nulles.



Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.5.c Intégrateurs

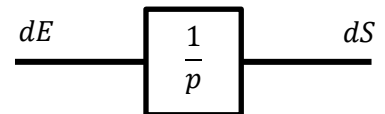
$$s(p) = \frac{E(p)}{p} \Leftrightarrow E(p) = pS(p) \quad ; \quad e(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$


$$e_0 + de(t) = \frac{d(s_0 + ds(t))}{dt} = \frac{d(ds(t))}{dt}$$

Il reste à utiliser le fait que le système est à l'équilibre au départ au point de fonctionnement, soit :

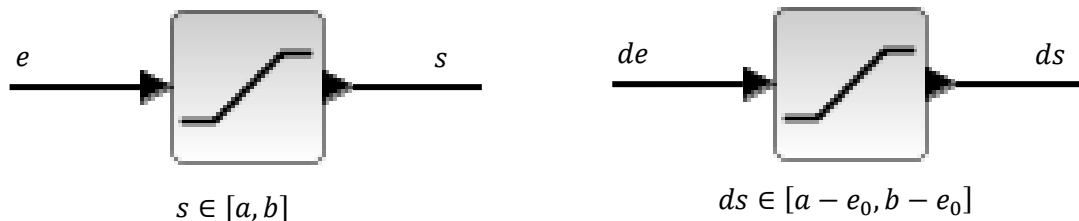
$$e(0) = e_0 = \frac{ds(0)}{dt} = 0 \Rightarrow de(t) = \frac{d(ds(t))}{dt} \Rightarrow dE(p) = p dS(p) \Rightarrow dS(p) = \frac{1}{p} dE(p)$$

Cela est donc vrai car les dérivées initiales sont nulles.



1.III.5.d Cas d'une saturation

Traisons spécifiquement le cas d'une saturation quand on réalise une linéarisation autour d'un point de fonctionnement, puisque nous la rencontrerons en TD. Si par exemple l'entrée est limitée à l'intervalle $[0,10]$ par l'intermédiaire d'une saturation, et si le point de fonctionnement est défini pour $e_0 = 2$, la variation de e depuis le point de fonctionnement devra se trouver dans l'intervalle $[-2,8]$.



Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6 Remarques

1.III.6.a Cas d'une équation différentielle

1.III.6.a.i Exemple 1

Soit l'équation :

$$\frac{ds(t)}{dt} = u(t)v(t)$$

La linéarisation se réalise de la même manière que dans l'exemple précédent en posant :

$$\begin{cases} u(t) = u_f + du(t) \\ v(t) = v_f + dv(t) \\ s'(t) = s'_f + ds'(t) \end{cases}$$

Au point de fonctionnement, on a :

$$s'_f = u_f v_f$$

L'équation différentielle s'écrit :

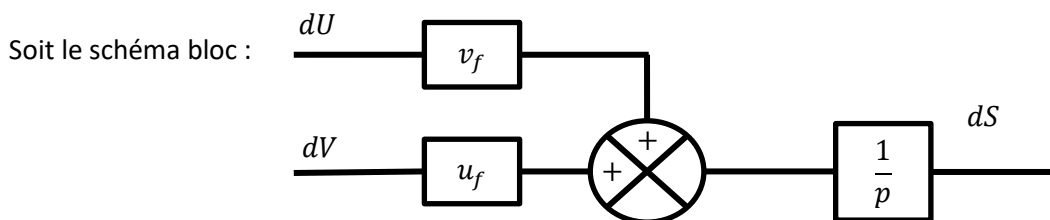
$$s'_f + ds'(t) = (u_f + du(t)) * (v_f + dv(t)) = \dots = u_f v_f + u_f dv(t) + v_f du(t) + \cancel{du(t)dv(t)}$$

On obtient alors :

$$ds'(t) = u_f dv(t) + v_f du(t)$$

Soit dans le domaine de Laplace :

$$pdS(p) = u_f dV(p) + v_f dU(p) \quad ; \quad dS(p) = \frac{1}{p} [u_f dV(p) + v_f dU(p)]$$



Dernière mise à jour	SLC12	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6.a.ii *Exemple 2*

Soit l'équation :

$$s(t) = \frac{du(t)}{dt} v(t)$$

La linéarisation se réalise de la même manière que dans l'exemple précédent en posant :

$$\begin{cases} s(t) = s_f + ds(t) \\ u'(t) = u'_f + du'(t) \\ v(t) = v_f + dv(t) \end{cases}$$

Au point de fonctionnement, on a :

$$s_f = u'_f v_f$$

L'équation différentielle s'écrit :

$$s_f + ds(t) = (u'_f + du'(t)) * (v_f + dv(t)) = \dots = u'_f v_f + u'_f dv(t) + v_f du'(t) + du'(t) dv(t)$$

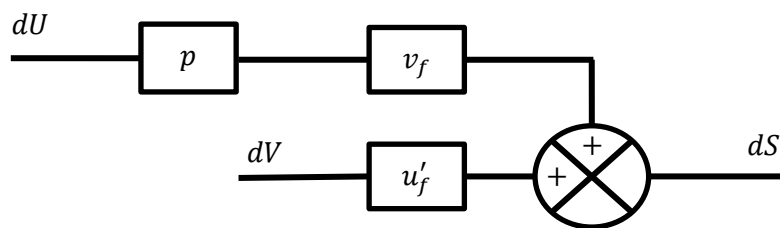
On obtient alors :

$$ds(t) = u'_f dv(t) + v_f du'(t)$$

Soit dans le domaine de Laplace :

$$dS(p) = u'_f dV(p) + v_f p dU(p)$$

Soit le schéma bloc :

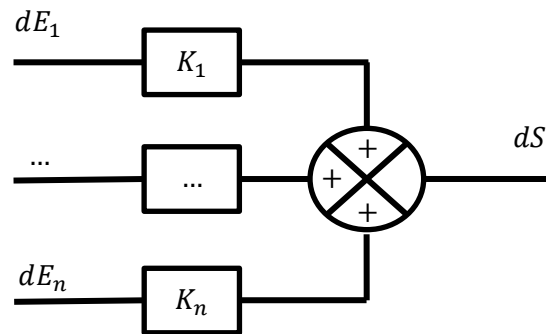


Dernière mise à jour	SLC12	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6.b Cas d'un produit de plusieurs variables en entrée

$$s(t) = \prod e_i(t)$$

Comme nous venons de le montrer dans l'exemple du cours, on doit obligatoirement linéariser le système autour d'un point de fonctionnement $P_f(e_f^1, e_f^2, \dots, e_f^n, s_f)$ tel que :



$$K_i = \left(\frac{\partial s(t)}{\partial e_i} \right)_{P_f}$$

On a alors :

$$\begin{cases} e_f^i(t) = e_f^i + de_i(t) \quad \forall i \in [1, n] \\ s_f(t) = s_f + ds(t) \end{cases}$$

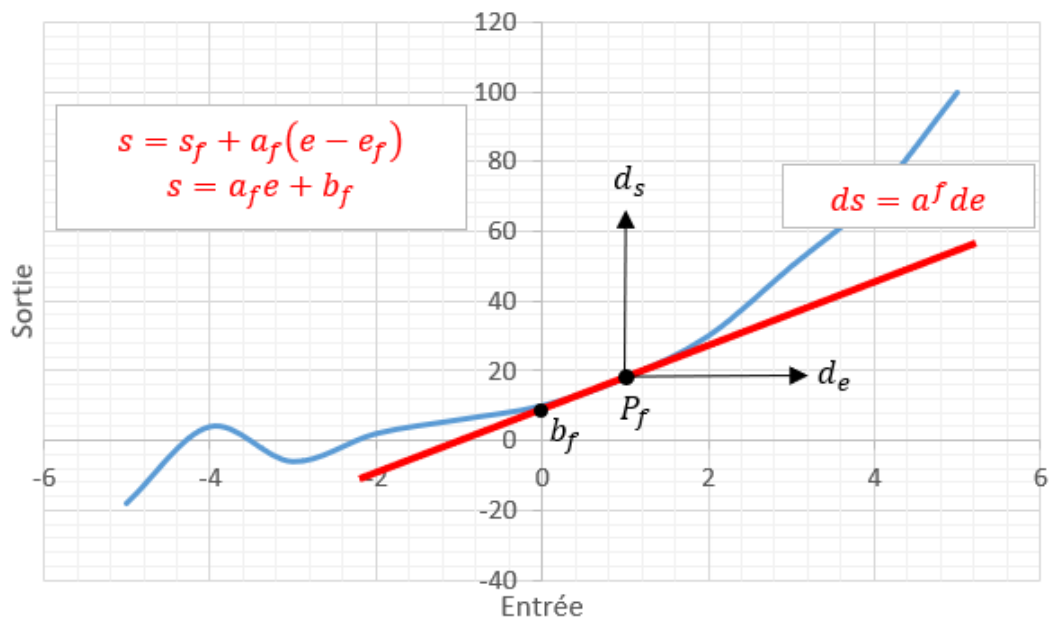
Dernière mise à jour	SLC12	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6.c Cas d'une seule variable d'entrée

1.III.6.c.i Cas général

Lorsqu'il y a une seule variable d'entrée, on peut approcher simplement le système en utilisant l'équation de la droite tangente à la courbe au point étudié.

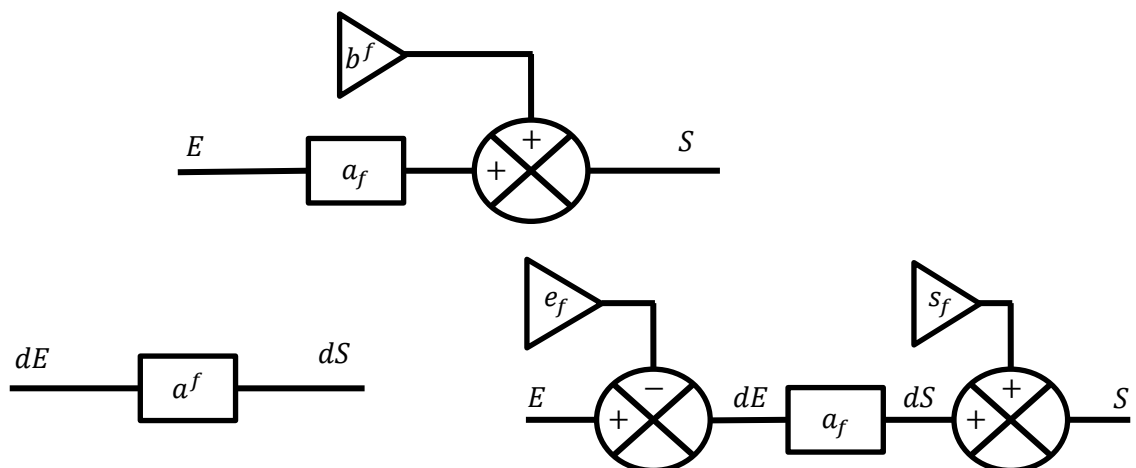
Soit l'exemple suivant :



La tangente en P_f à la courbe a une équation $y_f = a^f x + b^f$. Etudions la solution autour d'un point de fonctionnement quelconque $P_f(e_f, s_f)$ avec :

$$\begin{cases} e(t) = e_f + de(t) \\ s(t) = s_f + ds(t) \end{cases}$$

Linéarisons le système autour de P_f : $ds(t) = \frac{\partial s(t)}{\partial e} de(t) = a^f de(t)$. On peut alors proposer les modèles suivants (a_f et b_f dépendant du point de fonctionnement) :

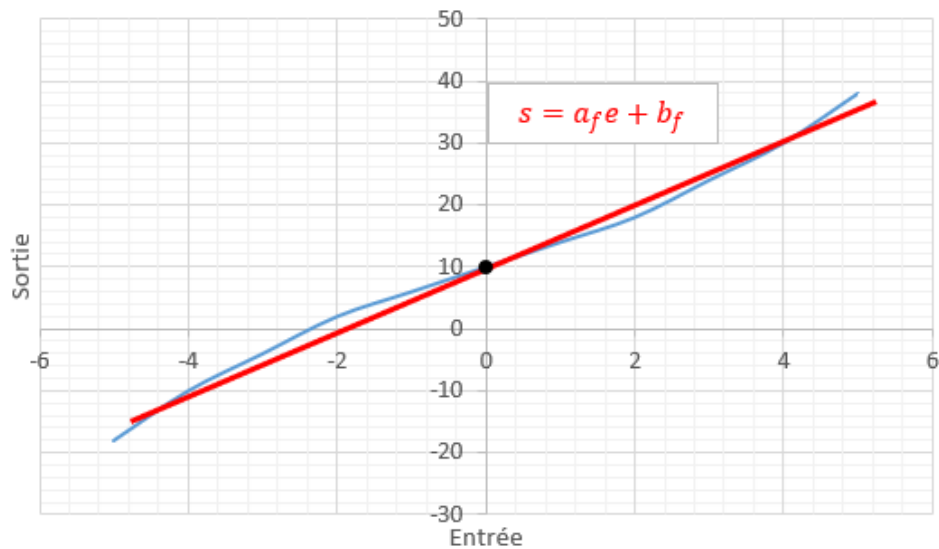


Ces modèle étant réalistes tant que $de(t)$ et $ds(t)$ sont « assez petits ».

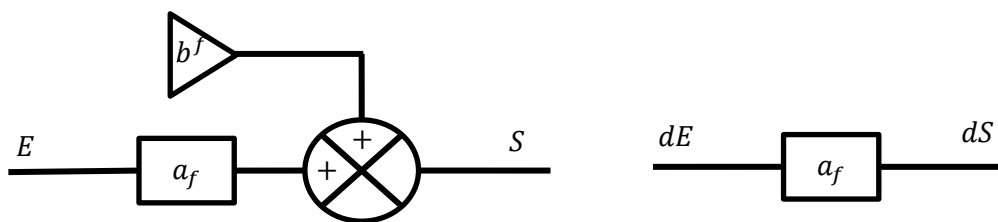
Dernière mise à jour	SLC12	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6.c.ii Cas particuliers linéaires

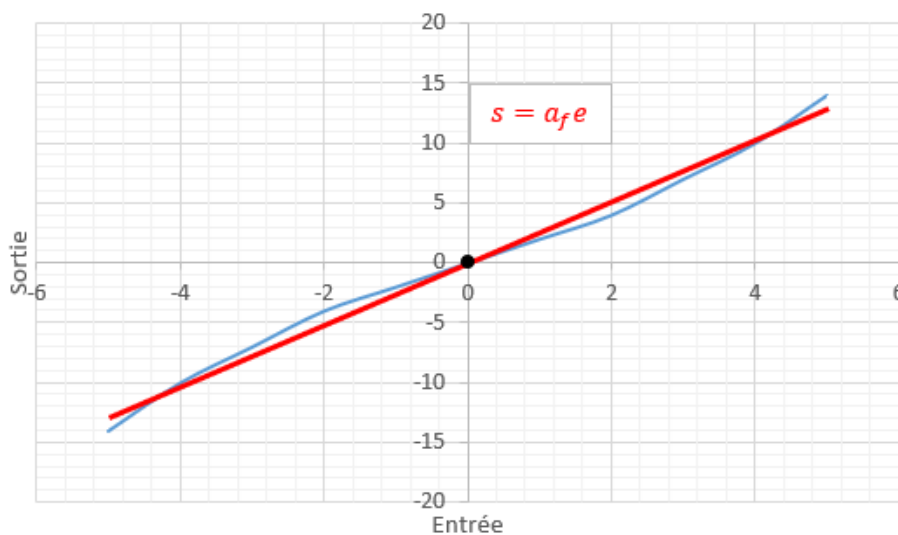
• Affine



On peut proposer les modèles suivants, valable sur toute la plage d'utilisation du système :



• Linéaire



Dans ce cas, b est nul. On a, sur toute la plage d'utilisation :



Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
11/10/2022	Linéarisation – Réduction	Cours

1.III.6.d Problèmes à conditions initiales non nulles

Lorsqu'un système présente une ou plusieurs intégrations et/ou dérivations, il est nécessaire de connaître les conditions initiales pour travailler dans le domaine de Laplace.

Par convention, les conditions initiales d'un schéma bloc sont nulles, ce qui nous permet de représenter un intégrateur par la seule présence d'une fonction $\frac{1}{p}$ et un dérivateur par p .

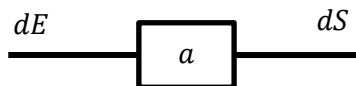
En effet, ne vous êtes-vous jamais posé la question de ce $f(0^+)$ dans la formule $\mathcal{L}(f'(t)) = pF(p) - f(0^+)$. On ne le met jamais dans un schéma bloc car on suppose qu'il est nul... On a alors $\mathcal{L}(f'(t)) = pF(p)$...

Dans le cas de problèmes aux conditions initiales non nulles, il est très simple de se ramener à un problème à conditions initiales nulles en utilisant les principes de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. En effet, prenons par exemple un système d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$. A l'instant initial, $e(0) = E_0$ et $s(0) = S_0$.

Il suffit de linéariser le problème autour du point initial :

$$\begin{cases} e(t) = E_0 + de(t) \\ s(t) = S_0 + ds(t) \end{cases}$$

En supposant par exemple que la relation entrée/sortie soit linéaire $s(t) = a * e(t) + b$, on étudie alors le schéma bloc suivant :



Avec des conditions initiales nulles : $de(0) = ds(0) = 0$

Il faudra simplement ne pas oublier qu'une entrée échelon de dE se traduit par une consigne réelle $E_0 + dE$ et que si la sortie tend vers dS , alors la sortie réelle tend vers $S_0 + dS$.

Ceci s'étend à tout problème car on peut approcher un comportement quelconque par un comportement linéaire localement, tant qu'ensuite les variations ne sont pas trop importantes.