CORRIGE CNC 2001

Par: OUAKIDI

B. Partie mécanique

I - Etude géometrique :

Question BI1 - M.q ℓ_i est une suite arithmetique, en deduire L_i la longueur correspondant à i tours en $f^{ct}(i, e, \ell_1)$.

* $\rho_2 = \rho_1 + e$, $\rho_3 = \rho_1 + 2e$, ... $\boxed{\rho_i = \rho_1 + (i-1)e}$

* $L_i = 2\pi \sum_{i=1}^{i} \rho_i = 2\pi \sum (\rho_1 + ie - e)$

$= 2\pi \left(i.\rho_1 - i.e + e \underbrace{\sum_{i=1}^{i} i}_{\frac{i}{2}(1+i)} \right)$

$$\boxed{L_i = 2\pi.i \left(\rho_1 - \frac{e}{2} + \frac{e.i}{2} \right)}$$

Question BI2 - Calculer la longueur L_{EACB} puis L_{BD} (fig 6b).

- $L_{EACB} = EA + AC + CB = f + 2AC$

Or $AC = \frac{h}{\cos\alpha_0}$ $\Rightarrow$ $\boxed{L_{EACB} = f + \frac{2.h}{\cos\alpha_0}}$

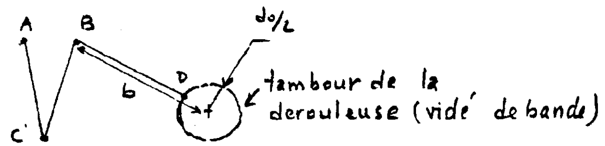
- $\boxed{L_{BD} = BD = \sqrt{b^2 - r_2^2}}$ $d_2 = 2r_2$

Question BI3 - Calculer $L_c = ACBD$ (bande totalement deroulée).

$$L_c = 2AC + BD = \frac{2h}{\cos\alpha_0} + BD$$

Quand la bande est totalement deroulée on aura le schéma suivant. (la bande est sectionnée en A).

$BD = b - \frac{d_0}{2}$



$$\boxed{L_c = \frac{2h}{\cos\alpha_0} + b - \frac{d_0}{2}}$$

Question BI4 donner r_2 en $f^{ct}(\varphi)$ sachant que r_2 varie linéairement et que $r_2 = \frac{D}{2}$ pour $\varphi = 0$
En deduire le moment d'inertie $J_2(\varphi)$ ...

* variation linéaire: $r_2 = k.\varphi + k_0$ (k, k_0 : constantes à determiner)
  - $\varphi = 0$ pour $r_2 = \frac{D}{2}$ $\Rightarrow$ $k_0 = \frac{D_0}{2}$
  - $\varphi = 2\pi$ pour $r_2 = \frac{D}{2} - e$ $\Rightarrow$ $\frac{D}{2} - e = k.2\pi + \frac{D}{2}$

$\Rightarrow k = -\frac{e}{2\pi}$

d'où $\boxed{r_2(\varphi) = -\frac{e}{2\pi}.\varphi + \frac{D}{2}}$

* $J_2(\varphi) = \frac{1}{2} m.r_2^2$ et $m = \rho.\pi.r_2^2.w$

$\Rightarrow J_2(\varphi) = \frac{1}{2}\pi.\rho.w.r_2^4$

$$\boxed{J_2(\varphi) = \frac{1}{2}.\pi.\rho.w.\left(-\frac{e}{2\pi}.\varphi + \frac{D}{2}\right)^4}$$

Question BI5: Calculer l'energie cinetique de la bande en supposant la bande sur la derouleuse comme un cylindre de diamètre d_2.

$$\text{Bande} = \underbrace{(\text{cylindre de diamètre } d_2)}_{1} + \underbrace{(BD) + (BC) + (AC) + (EA) + (EF)}_{2}$$

$E_c = E_{c_1} + E_{c_2}$

$= \frac{1}{2} J_2 . \dot\varphi^2 + E_{c_2}$ ($E_{c_2} = E_c$ des portions BD, BC, AC, EA et EF)

$dE_{c_2} = \frac{1}{2} dm.V^2$

V = vitesse du point materiel de masse dm et d'energie cinetique dE_c. La bande étant supposée inextensible ; V = constante sur la portion 2 = DBCAEF.

$V = V_A = \frac{d_2}{2}.\dot\varphi$

$\int_D^F dE_{c_2} = \frac{1}{2} V^2 \int_D^F dm$

$E_{c_2} = \frac{1}{2}.\frac{d_2^2}{4}.\dot\varphi^2 \left[m_{BD} + m_{BC} + m_{AC} + m_{AE} + m_{EF} \right]$

$= \frac{d_2^2.\dot\varphi^2}{8} \left[\rho.e.w \left(BD + BC + AC + AE + EF \right) \right]$

$E_{c_2} = \rho.e.w.d_2^2.\dot\varphi^2 \times \frac{1}{8}\left(f + \frac{2h}{\cos\alpha_0} + \sqrt{b^2 - r_2^2} + \frac{d_1}{2}.\theta_1 \right)$

$\Rightarrow E_{c_2} = \rho.e.W.\frac{r_2^2}{2}.\dot\varphi^2\left(f + \frac{2h}{\cos\alpha_0} + \sqrt{b^2-r_2^2} + \frac{d_1}{2}.\theta_1\right)$

d'où $\boxed{E_c = \frac{1}{2}\dot\varphi^2\left[J_2 + \rho.e.W.r_2^2\left(f + \frac{2h}{\cos\alpha_0} + \sqrt{b^2-r_2^2} + \frac{d_1}{2}.\theta_1\right)\right]}$

II - Etude cinématique :

Question B.II.1 : pour chaune des durées $t_{a_1}, t_{P_1}, t_{d_1}$ et t_c donner la nature du mouvement de rotation de l'enrouleuse.

t_{a_1} : mvmt de rotation uniformément accéléré.

t_{P_1} : mvmt de rotation uniforme.

t_{d_1} : mvmt de rotation uniformement décéléré.

t_c : pas de mouvement (attente = repos).

Question B.II.2 : Calculer les angles $\theta_{P_1}, \theta_{a_1}$ et θ_{d_1} en $f^{ct}(\omega_{max}, a, t_{P_1})$.

integrale d'une f^{ct} = aire sous la courbe

Or $\omega(t) = \dot\theta(t) \Rightarrow \theta(t) = \int \omega(t).dt$

θ_{a_1} = aire du 1er triangle $(\Delta\theta_{a_1})$

$\theta_{a_1} = \frac{1}{2}.\omega_{max}.t_{a_1}$

$\theta_{P_1} = \omega_{max}.t_{P_1}$ ($\hat{m}$ chose)

$\theta_{d_1} = \frac{1}{2}.\omega_{max}.t_{d_1}$ (")

Or : zone 1 $\Rightarrow \omega_{max} = a\,t_{a_1} \Rightarrow t_{a_1} = \frac{\omega_{max}}{a} = t_{d_1}$

d'où $\boxed{\theta_{P_1} = \omega_{max}.t_{P_1}}$ et $\theta_{a_1} = \frac{\omega_{max}}{2}.t_{a_1} = \frac{\omega_{max}^2}{2.a} = \theta_{d_1}$

$\boxed{\theta_{a_1} = \theta_{d_1} = \frac{\omega_{max}^2}{2.a}}$

Question B.II.3 : Donner t_{P_1} en $f^{ct}(\omega_{max}, a, \theta_1)$, en deduire la condition sur θ_1 pour avoir la loi trapezoïdale au lieu d'une loi triangulaire.

$\theta_1 = \theta_{a_1} + \theta_{P_1} + \theta_{d_1} = \theta_{P_1} - 2.\theta_{d_1}$

$= \omega_{max}\left(t_{P_1} + \frac{\omega_{max}}{a}\right)$

$\Rightarrow \boxed{t_{P_1} = \frac{\theta_1}{\omega_{max}} - \frac{\omega_{max}}{a}}$

Condition pour ne pas avoir une loi triangulaire :

il faut que la durée t_{P_1} soit $\neq 0 \Rightarrow t_{P_1} \neq 0$

$\Rightarrow \boxed{\theta_1 \neq \frac{\omega_{max}^2}{a}}$

Question B.II.4 : M.q: $T_e = t_c + \frac{2.\omega_{max}}{a} + \frac{\theta_1+\theta_2}{\omega_{max}}$. Pour quelle valeur ω_{op} de ω_{max}, la durée $T_e - t_c$ est-elle minimale ? verifier l'application numérique.

* $T_e = 2t_{a_1} + t_{P_1} + t_c + 2t_{a_2} + t_{P_2}$

$= \frac{2\omega_{max}}{a} + \frac{\theta_1}{\omega_{max}} - \frac{\omega_{max}}{a} + t_c + \frac{2\omega_{max}}{a} + \frac{\theta_2}{\omega_{max}} - \frac{\omega_{max}}{a}$

$\boxed{T_e = t_c + \frac{2\omega_{max}}{a} + \frac{\theta_1+\theta_2}{\omega_{max}}}$

* $T_e - t_c = \frac{2\omega_{max}}{a} + \frac{\theta_1+\theta_2}{\omega_{max}}$ a et θ_1 fixes)

$\frac{d}{d\omega_{max}}(T_e - T_c) = \frac{2}{a} - (\theta_1+\theta_2).\frac{1}{\omega_{max}^2}$ qui admet un extremum si elle est nulle

$\Rightarrow \frac{2}{a} - \frac{\theta_1+\theta_2}{\omega_{op}^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_{op} = \sqrt{\frac{a}{2}(\theta_1+\theta_2)}}$

* AN.

- Enroulement monotour $\to$ 1 tour $\Rightarrow \theta_1+\theta_2 = 2\pi$ (cdcf fig4, page 10)

  θ_1 : enroulement avant la coupe

  θ_2 : " aprés decoupage de la bande

- $\gamma_{max} = \dot\omega_{max}.R_{tamb} \Rightarrow$ γ : accelerat. lineaire m/s^2

  $= a.R_{tambour}$ $a = \dot\omega$: accelerat. angulaire (rd/s^2)

  $\Rightarrow a = \frac{\gamma_{max}}{R_t} = \frac{3}{0,3} = 10\ rd/s^2$

  $\omega_{op} = \sqrt{10\pi} = 5,6\ rd/s$

- durée d'enroulement $= T_e - t_c = \frac{2.\omega_{op}}{a} + \frac{2\pi}{\omega_{op}} = 2,24\ s$

le cahier des charge (fig4 page 10) donne t_c : durée de coupe $\leq 0,5\ s$; et

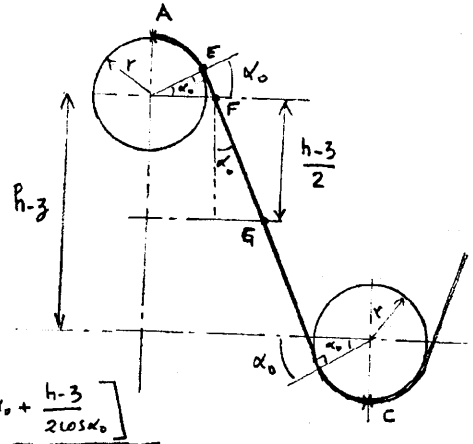
T_e : durée enroulement + coupe $\leq 3\ s$

d'où $T_e - t_c = 2,24 < 3 - 0,5 = 2,5\ s$

le cdcf (cahier des charge est satisfait.

Question B.I.5 : longueur L_{ACB} ? avec $\alpha = \alpha_0$

M.q : $\frac{dz}{dt} = \frac{1}{2}(r_1 . \omega_1 - r_2 . \omega_2) . \cos\alpha_0$.



* $L_{ACB} = 2 L_{AC}$

$L_{AC} = 2 L_{AG}$

$L_{AG} = \underbrace{\overset{\frown}{AE}}_{= r(\frac{\pi}{2} - \alpha_0)} + \underbrace{EF}_{= r \operatorname{tg}\alpha_0} + \underbrace{FG}_{= \frac{h-z}{2\cos\alpha_0}}$

d'où

$L_{ACB} = 4 L_{AG} = 4 \left[r(\frac{\pi}{2} - \alpha_0) + r\operatorname{tg}\alpha_0 + \frac{h-z}{2\cos\alpha_0} \right]$

$$\boxed{L_{ACB} = 4 \left[r(\frac{\pi}{2} - \alpha_0) + r\operatorname{tg}\alpha_0 + \frac{h-z}{2\cos\alpha_0} \right]}$$

* $\boxed{dL_B = r_2 d\theta_2 = r_2 \omega_2 . dt}$ $\qquad \boxed{dL_A = r_1 \omega_1 . dt}$

* $dL_{ACB} = d\left(-\frac{2 . z}{\cos\alpha_0}\right) = -\frac{2}{\cos\alpha_0} dz$

$dL_{ACB} = dL_B - dL_A \Rightarrow -\frac{2}{\cos\alpha_0} . dz = r_2 \omega_2 dt - r_1 \omega_1 dt$.

En divisant par dt on a. $\boxed{\frac{dz}{dt} = (r_1 \omega_1 - r_2 \omega_2) . \frac{\cos\alpha_0}{2}}$

III - Etude dynamique.

Question B.III.1 : Donner l'equation differentielle du m^{vt} du tambour en ω_1.

* T.E.C appliqué au tambour seul

$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}(J_1 . \omega_1^2)\right] = + C_{mR} . \omega_1 - T_1 . V$

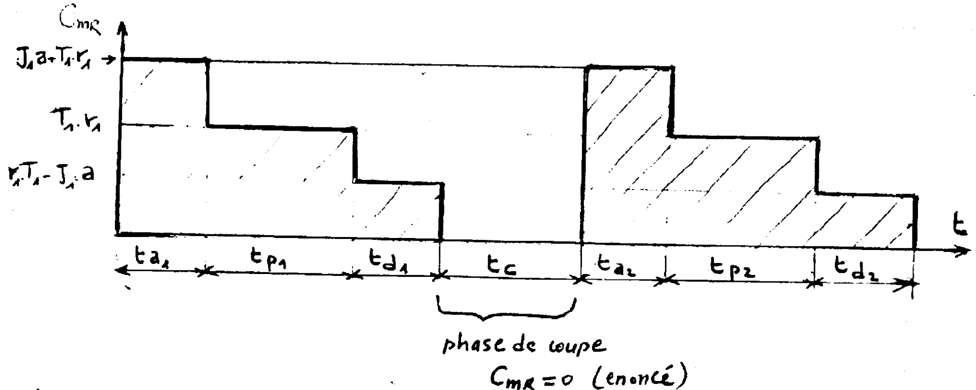
$V = r_1 . \omega_1$.

d'où $J_1 . \omega_1 . \dot{\omega}_1 + C_{mR} . \omega_1 + T_1 . r_1 . \omega_1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{J_1 . \dot{\omega}_1 - C_{mR} + T_1 . r_1 = 0}$

* $C_{mR} = J_1 \dot{\omega}_1 + T_1 . r_1$ $\qquad$ avec $\dot{\omega}_1 = a$

$C_{mR} = J_1 . a + T_1 r_1$.



* $\mathcal{P}^m_{maxi} = C_{mR_{maxi}} . \omega_{maxi} = (J_1 . a + T_1 . r_1) . \omega_{maxi}$

Question B.III.2 :

B.III.2.a : Calculer le moment d'inertie J_{e_1} et le couple résistant C_R.

Soit Σ : ensemble (arbre moteur, reducteur, tambour).

$T(\Sigma/o) = \frac{1}{2} J_{m_1} . \omega_{m_1}^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2$ $\qquad$ avec $\lambda_1 = \frac{\omega_{m_1}}{\omega_1}$

$= \frac{1}{2}\left(J_{m_1} + \frac{J_1}{\lambda_1^2}\right)\omega_{m_1}^2 = \frac{1}{2} J_{e_1} . \omega_m^2$

$\Rightarrow \boxed{J_{e_1} = J_{m_1} + \frac{J_1}{\lambda_1^2}}$

$\mathcal{P}(\bar{\Sigma} \to \Sigma) + \mathcal{P}(\text{int } \Sigma) = C_{m_1} . \omega_{m_1} - T_1 . r_1 \omega_1 = \omega_{m_1}\left(C_{m_1} - \underbrace{T_1 . \frac{r_1}{\lambda_1}}_{C_R}\right)$

$$\boxed{C_R = T_1 . \frac{r_1}{\lambda_1}}$$

B.III.2.b : Que devient l'equation de m^{vt} de l'enrouleuse ?

T.E.C à Σ $\qquad \frac{dT_\Sigma}{dt} = \mathcal{P}(\bar{\Sigma} \to \Sigma) + \mathcal{P}(\text{int})$

$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(J_{e_1} . \omega_{m_1}^2\right) = \omega_{m_1}(C_{m_1} - C_R)$

$\Rightarrow \boxed{J_{e_1} . \dot{\omega}_{m_1} = C_{m_1} - T_1 . \frac{r_1}{\lambda_1}}$

Question B.III.3 : le moment d'inertie de la poulie est négligé, Mq: $T_1 = T_2$.

* TMD à la poulie de ϕd en projection sur $(O,\vec{x})$

$$(T_1 - T_2) . \frac{d}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{T_1 = T_2}$$

* M.q: $T_1 = \frac{m.g}{2\cos\alpha_0} + \frac{m}{4}\left(r_1 . \frac{\dot{\omega}_{m1}}{\lambda_1} - r_2 . \frac{\dot{\omega}_{m2}}{\lambda_2}\right)$

T.R.D à Σ_1 = (poulie + contre poids). de masse m en proj $/\vec{z}$

$$m\, \vec{z} . \vec{\Gamma}_{G/0} = \ddot{z} . m = -m g + T_1 \cos\alpha_0 + T_2 \cos\alpha_0$$

avec $\dot{z} = (r_1 \omega_1 - r_2 \omega_2) \frac{\cos\alpha_0}{2}$ (Question B.II.5)

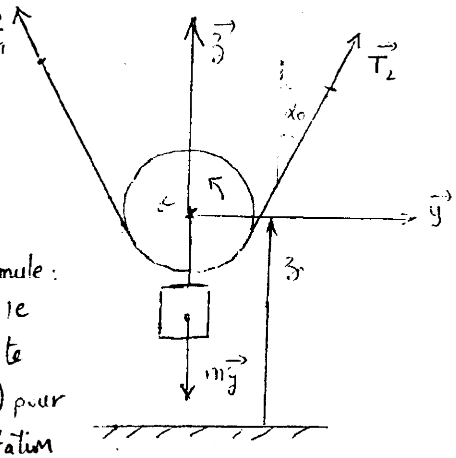
$$\ddot{z} = (r_1 \dot{\omega}_1 - r_2 \dot{\omega}_2) . \frac{\cos\alpha_0}{2}$$

d'où $m(r_1 \dot{\omega}_1 - r_2 \dot{\omega}_2) . \frac{\cos\alpha_0}{2} = -mg + T_1 (2\cos\alpha_0)$

$$\boxed{T_1 = \frac{m.g}{2\cos\alpha_0} + \frac{m}{4}\left(r_1 \dot{\omega}_1 - r_2 \dot{\omega}_2\right)}$$

avec $\frac{\omega_{m1}}{\omega_1} = \lambda_1$ et $\frac{\omega_{m2}}{\omega_2} = \lambda_2$

d'où $T_1 = \frac{m.g}{2\cos\alpha_0} + \frac{m}{4}\left(r_1 . \frac{\dot{\omega}_{m1}}{\lambda_1} - r_2 \frac{\dot{\omega}_{m2}}{\lambda_2}\right)$ CQFD



d'après cette formule : si T_1 augmente, le moteur m_2 augmente de vitesse ($\dot{\omega}_{m_2} \nearrow$) pour compenser l'augmentation de T_1.

C- Partie Automatique.

Question C.I.1 : objectifs des modes d'asservissement de l'enrouleuse et la derouleuse?

* Pour l'enrouleuse : on desire avoir une precision sur la coupe de la bande et sur la longueur enroulée sur le tambour (1) (car on ne veut pas de recouvrement)

→ C'est un asservissement de position (θ_1).

* Pour la derouleuse : on desire avoir une tension constante sur la bande (eviter la traction de la bande). c'est un asservissement de vitesse $\dot{\omega}_{m_2}$ d'apres la question precedente -

Question C.I.2 : avec la relation de (Q- B.III.3) donner $H_0(P)$, $H_1(P)$ et $H_2(P)$

On a : $T_1 = \frac{mg}{2\cos\alpha_0} + \frac{m}{4}\left(r_1 . \frac{\dot{\omega}_{m1}}{\lambda_1} - r_2 . \frac{\dot{\omega}_{m2}}{\lambda_2}\right)$ (Quest. B.III.3)

à la fig.12 : diagramme fonctionnel.

on a : $T_1(P) = \frac{mg}{P.\cos\alpha_0} + \frac{m.P}{4}\left(r_1 . \frac{\Omega_{m1}(P)}{\lambda_1} - r_2 \frac{\Omega_{m2}(P)}{\lambda_2}\right)$

* $\boxed{H_0(P) = 1/P}$
* $\boxed{H_1(P) = \frac{m.r_1}{4\lambda_1} . P}$
* $\boxed{H_2(P) = \frac{m.r_2}{4\lambda_2} . P}$

Question C.I.3 : $H_3(P)$, $H_4(P)$, $H_5(P)$, $H_6(P)$ et $H_7(P)$. (fig 13) et (B.III.2)

* (Q: B.III.2) → $Je_1 . \dot{\omega}_{m_1} = C_{m_1} - T_1 . \frac{r_1}{\lambda_1}$

d'où : $C_{m_1}(P) - \frac{r_1}{\lambda_1} T_1(P) = Je_1 . P . \Omega_{m_1}(P)$

$$\rightarrow \boxed{H_7(P) = \frac{r_1}{\lambda_1}} \quad \text{et} \quad \boxed{H_6(P) = \frac{1}{Je_1 . P}}$$

* equation du moteur à C.C. (M_1).

$U_1(P) = R_1 . I_1(P) + L_1 . P . I_1(P) + E_1(P) \rightarrow \boxed{H_3(P) = \frac{1}{R_1 + L_1 . P}}$

$E_1(P) = k_1 . \Omega_{m_1}(P) \rightarrow \boxed{H_5(P) = K_1}$

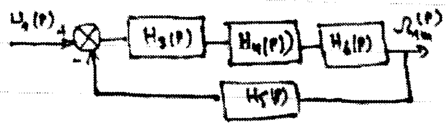
$C_{m_1}(P) = k_1 . I_1(P) \rightarrow \boxed{H_4(P) = K_1}$

Question C.I.4 : Ecrire $\Omega_{m_1}(P) = A(P).U_1(P) + B(P).T_1(P)$

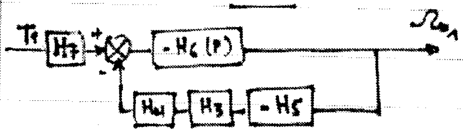
la stabilité vis à vis de la perturbation T_1 et de U_1 sont-elles equivalentes?

$$\Omega_{m_1}(P) = \underset{T_1=0}{A(P)}.U_1(P) + \underset{U_1=0}{B(P)}.T_1(P)$$

$T_1 = 0$



$U_1 = 0$



$$A(P) = \frac{H_3.H_4.H_6}{1 + H_3.H_4.H_5.H_6} = \frac{\frac{K_1}{J_{e_1}.P(R_1+L_1.P)}}{1 + \frac{K_1^2}{J_{e_1}.P(R_1+L_1.P)}}$$

$$\boxed{A(P) = \frac{K_1}{J_{e_1}.P(R_1+L_1.P) + K_1^2}}$$

$$B(P) = \frac{-H_6.H_7}{1 + H_3.H_4.H_5.H_6} = \frac{-\frac{r_1}{\lambda_1.J_{e_1}.P}}{1 + \frac{K_1^2}{J_{e_1}.P(R_1+L_1.P)}}$$

$$\boxed{B(P) = \frac{-\frac{r_1}{\lambda_1}(R_1+L_1.P)}{J_{e_1}.P(R_1+L_1P) + K_1^2}}$$

$A(P)$ et $B(P)$ ont le $\hat{m}$ polynôme caracteristique, elles ont les $\hat{m}$ pôles donc : stabilités equivalentes.

Question C.I.5: proposer un modele pour $G(P)$ (fig 14b), $M\varphi$? et MG?

Le lieu de la figure 14b (Bode) represente un système de 2^{eme} ordre avec integrateur car :
* la phase est tangente à $-90°$ aux basses frequences et ($-20dB/dec$)
* la phase est tangente à $-180°$ aux hautes frequences (et $-40 dB/dec$).

$$\Rightarrow G(P) = \frac{k}{P(1+\tau.P)}$$

$$\begin{cases} |G(j\omega)| = \dfrac{k}{\omega\sqrt{1+\tau^2.\omega^2}} \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = 20\log k - 20\log\omega - 10\log(1+\tau^2.\omega^2) = Gain_{dB} \\ \arg(G(j\omega)) = -90° - \mathrm{arctg}\,\tau\omega = \varphi° \end{cases}$$

- pour $\varphi = -135° \rightarrow \omega = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$ courbe $\boxed{\tau = \frac{1}{3} = 0{,}33\,s}$
- pour $\omega = 1\,rd/s \rightarrow Gain_{dB} = k_{dB} - 10\log(1+\tau^2) \Rightarrow$ courbe
  $20\log k - 10\log(1+\tau^2) \simeq 9$

$$\Rightarrow 20\log k \simeq 9 + 10\log\left(1+\frac{1}{3^2}\right) = 9 + 10\log\left(\frac{10}{3}\right) = 9 + 5{,}2287 \simeq 14{,}228$$

$$\Rightarrow k \simeq 10^{14{,}23/20} = 5{,}14 \qquad \boxed{k \simeq 5{,}14}$$

$$\Rightarrow \boxed{G(P) \simeq \frac{5{,}14}{P\left(1+\frac{P}{3}\right)}}$$

* marge de gain $MG = +\infty$
* marge de phase $M\varphi \simeq 55{,}71°$

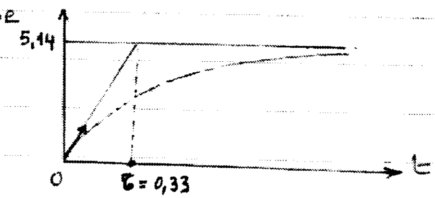
Question C.I.6 : decomposer en elements simples $G(P) = \frac{\theta_1(P)}{U_1(P)}$, en deduire la rponse impulsionnelle.

$$G(P) = \frac{k}{P(1+\tau P)} = k\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P+\frac{1}{\tau}}\right) = 5{,}14\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P+3}\right)$$

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{G(P)} \longrightarrow \theta(t)$$

$$\boxed{\theta(t) = g(t) = 5{,}14\left(1 - e^{-3t}\right)}$$

la reponse impulsionnelle de $G(P)$ est la reponse indicielle du 1^{er} ordre $\frac{k}{1+\tau P} \longrightarrow$ courbe



Question C.I.7 : Calculer la FTBF $H(P) = \frac{\theta_1(P)}{\theta_c(P)}$, ses caracteristiques.

$$H(P) = \frac{G(P)}{1+G(P)} \quad (K_p = 1) \quad \text{(et fig 14a)}.$$

$\boxed{⚠ \text{ distinguer } k \text{ et } K}$

$$= \frac{k}{k + P(1+\tau P)} = \frac{1}{1 + \frac{P}{k} + \frac{\tau P^2}{k}} = \frac{K}{1 + \frac{2.z}{\omega_n}P + \frac{P^2}{\omega_n^2}}$$

$$H(P) = \frac{1}{1 + \frac{P}{5{,}14} + \frac{P^2}{15{,}42}} = \frac{K}{1 + \frac{2.z}{\omega_n}.P + \frac{P^2}{\omega_n^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 1}, \quad \omega_n = \sqrt{k/\tau} = \sqrt{15{,}42} \Rightarrow \boxed{\omega_n = 3{,}92\ rd/s}$$

$$z = \frac{\omega_n}{2k} \Rightarrow \boxed{z = 0{,}39}$$

Question C.I.8 : Calculer ε_S (erreur statique) et ε_T (de traînage).

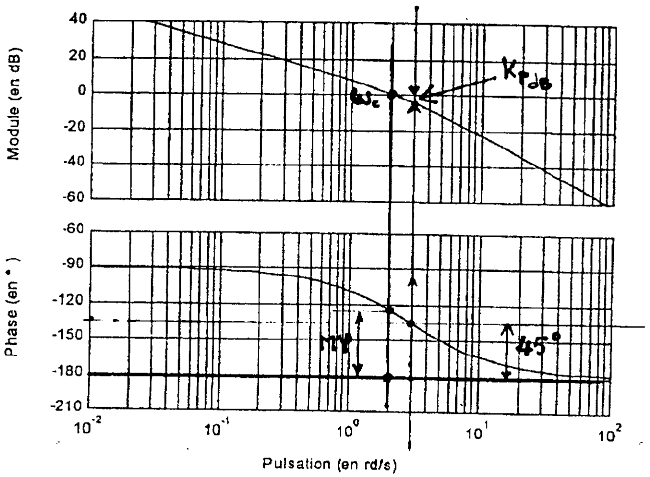
* $\boxed{\varepsilon_S = 0}$ car il y a une intégration dans la B.O.
* $\varepsilon_T = \frac{V_0}{k_{BO}}$ → (entrée rampe $= V_0 t = t$) résultat du cours : $\frac{V_0}{k_{BO}}$ (ou redémontrer)

$= \frac{1}{k} = \frac{1}{5,14} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_T = 0,2}$

Question C.I.9 : K_p ? pour avoir $M\varphi = 45°$ en déduire ε'_S et ε'_T

Remarque : K_p peut être retrouvé à partir de la courbe fig 14b, ou par calcul, ce qui ne changera pas les résultats, puisque les erreurs graphiques de l'identification de $G(P)$ à Q.C.I.5 sont tjrs là.

* K_p graphiquement :



$K_{p_{dB}} \simeq 4$

$\Rightarrow K_p \simeq 10^{\frac{4}{20}} = 1,58$

$\boxed{K_p = 1,58}$

* K_p par calcul

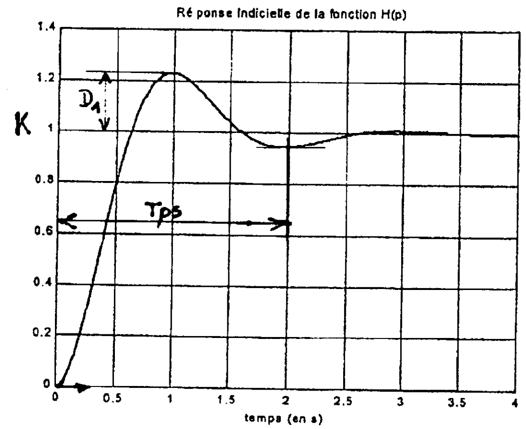
$$\begin{cases} M\varphi = 180° + \arg G(j\omega_c) = 45° \\ |G(j\omega_c)| = 1 \end{cases} \quad \Bigg| \quad G(P) = \frac{K_p \cdot 5,14}{P\left(1+\frac{P}{3}\right)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \operatorname{artg} \frac{\omega_c}{3} = 45° \Rightarrow \omega_c = 3 \text{ rd/s} \\ 20\log K_p + 20\log 5,14 - 20\log \omega_c - 10\log\left(1+\frac{\omega_c^2}{9}\right) = 0 \rightarrow K_p = \dots \end{cases}$$

On prends $\boxed{K_p = 1,58}$

* $\varepsilon_S = 0$ (l'intégrateur est tjrs là, ds la B.O).
* $\varepsilon_T = \frac{1}{k_{BO}} = \frac{1}{5,14 \times 1,58} = 0,123$ $\boxed{\varepsilon_T = 0,123}$

Question C.I.10 - Courbe fig 15, identification.



Cette courbe représente un système (réponse indicielle) d'ordre supérieur à 1, car la tangente à l'origine est horizontale.

Si on l'assimile à un 2ème ordre :

* $d = \frac{D_1}{K} = 0,23 = e^{\frac{-\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} \Rightarrow z = 0,42$
* $T_{ps} = \text{pseudo-période} = \frac{2\pi}{\omega_{ps}} = 2\,s$

$= \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-z^2}} \Rightarrow \omega_n = 3,46 \text{ rd/s}$

* $K = 1$

$$\Rightarrow H(P) = \frac{K}{1 + \frac{2 z}{\omega_n} P + \frac{P^2}{\omega_n^2}}$$

$$H(P) = \frac{1}{1 + 0,24\,P + 0,08\,P^2}$$

Question C.I.11 :

L'augmentation de K_p diminue la marge de phase, et améliore la précision de vitesse ($\varepsilon_T \searrow$)

augmenter k_{BO} induit ds le cas général :

- diminution (dégradation) de la stabilité
- amélioration de la précision
- " de la rapidité

D - PARTIE MODELISATION PAR GRAFCET

Question D.I.1 : donner les 5 règles du grafcet.

Règle 1 : la situation initiale caractérise le comportement initial, elle correspond aux étapes actives au début ou au repos.

Règle 2 : le franchissement d'une transition se fait si
- la transition est validée
- la réceptivité associée est vraie

Règle 3 : le franchissement d'une transition entraîne immédiatement : - l'activation de toutes les étapes immédiatement suivantes

- La désactivation de toutes les etapes immidiatement précédentes.

Régle 4 : plusieurs transitions simultanément franchissables sont simultanement franchies.

Regle 5 : si une étape doit être activée et desactivée en m̂ temps, alors elle reste active.

Question D.I.2 :

les etapes qui seront active aprés l'etape 8 et si $\overline{m_{ep}} \cdot a_p = 1$ sont :

- étape 8
- étape 1.

Question D.I.3 :

durée du cycle : 5,3 s

Question . D.I.4 :

les etapes 1 et 10 sont actives et $ap = 0$: alors :

- si $(m_{ep} = 1)$ m enveloppes sont dejá produites alors, la machine s'arretera à la stiuation (0,1) -> étapes 0 et 1.
- si $(\overline{m_{ep}} = 1)$ m enveloppes ne sont pas encore produites, alors la machine continuera . jusqu'à l'etape (8) et s'arretera.