

Dernière mise à jour	Informatique	Claire GAUDY - Denis DEFAUCHY
09/12/2021	4 - Algorithmes dichotomiques	TD 4-2 - Exponentiation rapide

# Informatique

## 4

# Algorithmes dichotomiques

***TD 4-2***

***Exponentiation rapide***

Dernière mise à jour	Informatique	Claire GAUDY - Denis DEFAUCHY
09/12/2021	4 - Algorithmes dichotomiques	TD 4-2 - Exponentiation rapide

## Exercice 1: Exponentiation rapide

On note  $\lfloor n/2 \rfloor$  la partie entière de  $n/2$ . Soient les 3 fonctions suivantes permettant toutes de calculer  $a^n, n \in \mathbb{N}$  :

- Exp(a,n) renvoie le calcul de puissance de Python :  $a^n = a ** n$
- Expi1(a,n) réalise un calcul itératif en exploitant :  $a^k = a^{k-1} * a$
- Expi2(a,n) réalise un calcul itératif en exploitant :  $a^n = \begin{cases} (a^{n/2})^2 & \text{si } n \text{ est pair} \\ (a^{n/2})^2 * a & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$

Remarques importantes :

- Aucune des 3 fonctions ne doit utiliser les autres
- La commande `**` ne doit être utilisée QUE dans Exp
- La fonction Expi2 ne doit réaliser aucune opération du type  $a^k = a^{k-1} * a$

**Question 1: Ecrire la fonction Exp**

**Question 2: Ecrire la fonction itérative Expi1**

Pour la fonction suivante, prenons quelques exemples :

$a^{15} = (a^7)^2 * a$ $a^7 = (a^3)^2 * a$ $a^3 = (a^1)^2 * a$ $a^1 = (a^0)^2 * a$	$a^{15} = (((((a^0)^2 * a)^2 * a)^2 * a)^2 * a)^2 * a$ $a^{15} = (a^8 * a^4 * a^2 * a)$
$a^{10} = (a^5)^2 * 1$ $a^5 = (a^2)^2 * a$ $a^2 = (a^1)^2 * 1$ $a^1 = (a^0)^2 * a$	$a^{10} = (((a^0)^2 * a)^2 * 1)^2 * a$ $a^{10} = (a^8 * a^2)$
$a^8 = (a^4)^2 * 1$ $a^4 = (a^2)^2 * 1$ $a^2 = (a^1)^2 * 1$ $a^1 = (a^0)^2 * a$	$a^8 = (((a^0)^2 * 1)^2 * 1)^2 * 1$ $a^8 = a^8$

On obtient donc  $a^n$  par un produit de puissances  $a^{2^k}, k \in \mathbb{N}$ , dépendant de la parité de  $n$  à chaque étape 😊

**Question 3: Ecrire la fonction itérative Expi2**

**Question 4: Déterminer la complexité en temps de vos fonctions**

**Question 5: Ajoutez à votre code ce qu'il faut pour déterminer le temps de calcul de chaque fonction avec `time.perf_counter()`**

**Question 6: Comparer les temps d'exécution de vos fonctions Expi1 et Expi2 par rapport à la fonction Exp. Que remarquez-vous ?**

La fonction `Expi2(a, n)` est la fonction d'exponentiation rapide, version itérative.