

Dernière mise à jour	Informatique	Claire GAUDY - Denis DEFAUCHY
20/01/2022	5 - Fonction récursives	TD 5-2 - Exponentiation rapide

# Informatique

## 5

# Fonctions récursives

***TD 5-2***

***Exponentiation rapide***

Dernière mise à jour	Informatique	Claire GAUDY - Denis DEFAUCHY
20/01/2022	5 - Fonction récursives	TD 5-2 - Exponentiation rapide

## Exercice 1: Exponentiation rapide

Nous avons dans un TD précédent réalisé l'algorithme d'exponentiation rapide itératif. Nous allons maintenant nous intéresser cet algorithme programmé de façon récursive.

On note  $\lfloor n/2 \rfloor$  la partie entière de  $n/2$ . Soient les 4 fonctions suivantes permettant toutes de calculer  $a^n, n \in \mathbb{N}$  :

- $\text{Exp}(a,n)$  renvoie le calcul de puissance de Python :  $a^n = a ** n$
- $\text{Expr1}(a,n)$  s'appelle une fois au rang  $n-1$  en exploitant que :  $a^n = a^{n-1} * a$
- $\text{Expr2}(a,n)$  s'appelle deux fois en exploitant que :  $a^n = a^{\lfloor n/2 \rfloor} a^{n-\lfloor n/2 \rfloor}$
- $\text{Expr3}(a,n)$  s'appelle une fois au rang  $\lfloor n/2 \rfloor$  en exploitant en plus que

$$n - \lfloor n/2 \rfloor = \begin{cases} \lfloor n/2 \rfloor & \text{si } n \text{ pair} \\ \lfloor n/2 \rfloor + 1 & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$$

### Question 1: Ecrire la fonction Exp

Pour toutes la suite, interdiction d'utiliser `**`

### Question 2: Ecrire la fonction récursive Expr1

**Question 3: Ecrire la fonction récursive Expr2. Expliquer pourquoi cette fonction ne fonctionne pas en ne traitant que le cas de base  $n=0$**

### Question 4: Ecrire la fonction récursive Expr3

Remarque : vérifiez bien que la fonction  $\text{Exp1}$  appelle bien  $\text{Exp1}$ , idem pour la 2 avec  $\text{Exp2}$  et pour la 3 avec  $\text{Exp3}$  !

**Question 5: Ajoutez à votre code ce qu'il faut pour déterminer le nombre d'exécutions de chaque fonction, ainsi que le temps de calcul associé avec `time.perf_counter()`**

On calculera dans la suite  $2^{986}$  (limite de la pile d'exécution).

**Question 6: Comparez les nombres d'itérations de chaque fonction Expr1, Expr2 et Expr3**

**Question 7: Comparer les temps d'exécution de toutes vos fonctions Expr par rapport à la fonction Exp. Que remarquez-vous ?**

Remarque : pour répondre à cette question, on pourra afficher dans la console les rapports  $T1/T$ ,  $T2/T$  et  $T3/T$  où  $T$  est le temps d'exécution de  $\text{exp}$  et les «  $T_i$  » les temps d'exécution des fonctions  $\text{expri}$

La fonction  $\text{Expr3}(a,n)$  est la fonction d'exponentiation rapide, version récursive.