Dynamique d'un point matériel dans un référentiel galiléen

Table des matières

L'objectif de la dynamique est de prévoir le mouvement d'un corps dans son environnement . Connaissant l'état mécanique (position ,vitesse) d'un corps à l'instant $t = 0$,on peut déterminer son état mécanique à l'instant t ,ce système est dit déterministe car il évolue de manière prévisible à partir de son état initial .

1 Notion de force

1.1 Définition

> Définition : On définit la force $\overrightarrow{f}$ comme étant tout action capable de provoquer le mouvement ou de modifier le vecteur vitesse d'un point matériel .

- Exemples
  - force gravitationnelle
  - force de frottement

1.2 Classification des forces

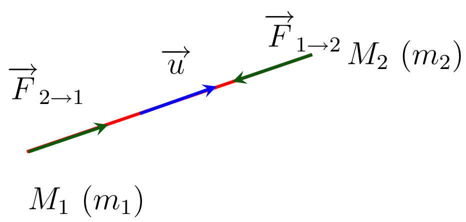
On distingue entre deux types de forces :

- Forces à distance : les deux corps en interaction ne sont pas en contact :
  - force gravitationnelle : entre les masses
  - force électromagnétique : entre les charges
  - force nucleaire : entre les protons et les neutrons
- Forces de contact : les deux corps en interaction sont en contact :
  - tension d'un ressort ou d'un fil
  - réaction du support
  - force de frottement
  - force préssante (thermodynamique)

1.3 Forces usuelles en mécanique

1.3.1 Force gravitationnelle

Considérons deux masses m_1 et m_2 ponctuelles de distance $r = M_1M_2$ et on pose $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{r}}{r}$ vecteur unitaire



- la force gravitationnelle appliquée par m_1 sur m_2

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to 2} = -Gm_1m_2\frac{\overrightarrow{r}}{r^3} = -Gm_1m_2\frac{\overrightarrow{u}}{r^2}}$$

avec $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{M_1M_2}$

- la force gravitationnelle appliquée par m_2 sur m_1

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{2\to1} = -\overrightarrow{F}_{1\to2} = Gm_1m_2\frac{\overrightarrow{u}}{r^2}}$$

$G = 6,672.10^{-11}N.m^{-2}.kg^{-2}$

- poids $\overrightarrow{P}$

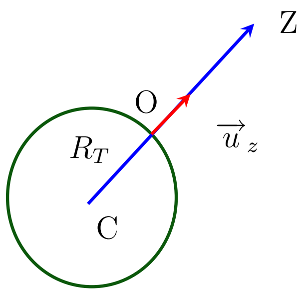
> Définition : le poids $\overrightarrow{P}$ d'une masse m est défini par
>
> $$\boxed{\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}}$$
>
> avec $\overrightarrow{g}$: champ de pesanteur

- le poids s'identifie à la force gravitationnelle exercée par la terre de centre C et de rayon R_T,de masse m_T sur le point matérielle située à une altitude z :

$$\boxed{\overrightarrow{P} = -Gm_Tm\frac{\overrightarrow{u}_z}{(R_T+z)^2} = m\overrightarrow{g}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{g} = -m_T\frac{\overrightarrow{u}_z}{(R_T+z)^2}}$$

- $g = \dfrac{Gm_T}{(R_T+z)^2}$
- au voisinage du sol $z << R_T$



$$\boxed{g \approx \frac{Gm_T}{R_T^2}}$$

$m_T = 6.10^{24}kg$ et $R_T = 6400km$ donc

$$\boxed{g = 9,8m.s^{-2}}$$

- pour les points ou z est non négligeable devant R_T

$$\boxed{g = g_0\frac{R_T^2}{(R_T+z)^2}}$$

$g_0 = \dfrac{Gm_T}{R_T^2} = 9,8m.s^{-2}$

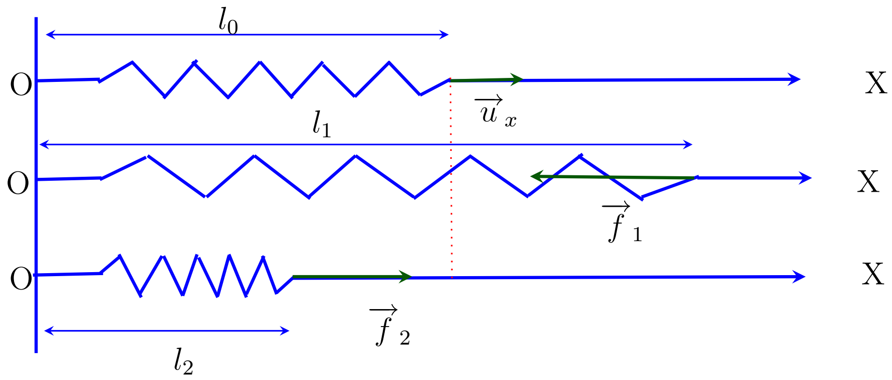
1.3.2 Force de rappel d'un ressort

- Ressort horizontal

Considérons un ressort linéaire de masse négligeable,de longueur au repos l_0 . Une petite variation algébrique $\Delta l = l - l_0$ de la longueur produit une force de rappel élastique uniforme au niveau de ressort .

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -k(l-l_0)\overrightarrow{u}}$$

- k : constante de raideur du ressort
- $\Delta l = l - l_0$: allongement algébrique du ressort



- traction du ressort $l_1 > l_0$

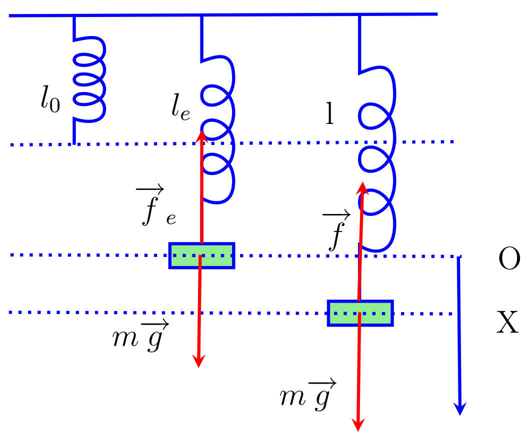
$$\boxed{\overrightarrow{f}_1 = -k(l_1 - l_0)\overrightarrow{u}_x}$$

- compression du ressort $l_2 < l_0$

$$\boxed{\overrightarrow{f}_2 = -k(l_2 - l_0)\overrightarrow{u}_x}$$

Conclusion : la force de rappel a tendance de ramener le ressort vers son état de repos

▶ Ressort verical



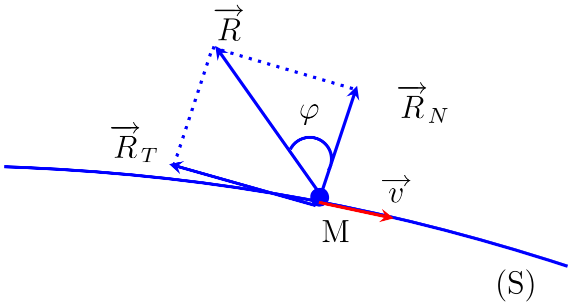
- l_0 : longueur du ressort vide
- l_e : longueur du ressort à l'équilibre
- à l'équilibre
  $0 = m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{f}_e$ avec $\overrightarrow{f}_e = -k(l_e - l_0)\overrightarrow{u}_x$

$$\boxed{l_e = l_0 + \frac{mg}{k}}$$

- hors équilibre
  $l = l_e + X$ donc la **résultante des forces** $\overrightarrow{F}$ appliquée sur la masse m
  $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{f} = m\overrightarrow{g} - k(l_e - l_0)\overrightarrow{u}_x - kX\overrightarrow{u}_x$

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -kX\overrightarrow{u}_x}$$

1.3.3 Force de contact entre un point matériel et un solide



les actions de contact sont régies par les lois de Coulomb : on distingue entre deux cas

- Absence de glissement
  la composante tangentielle $\overrightarrow{R}_T$ et la composante normale $\overrightarrow{R}_N$ sont reliées par la relation

$$\boxed{||\overrightarrow{R}_T|| \leqslant f_0||\overrightarrow{R}_N||}$$

  f_0 : coefficient statique de frottement
  l'angle des frottements φ est défini par

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{R_T}{R_N}}$$

- glissement du point matériel sur (S)
  la composante tangentielle $\overrightarrow{R}_T$ et la composante normale $\overrightarrow{R}_N$ sont reliées par la relation

$$\boxed{||\overrightarrow{R}_T|| = f||\overrightarrow{R}_N||}$$

  $f \approx f_0$ coefficient de frotement dynamique

Conclusion

- condition de contact : $R_N > 0$
- pas de contact : $R_N = 0$
- absence des frottements : $R_T = 0 \Rightarrow \overrightarrow{R} = \overrightarrow{R}_N \Rightarrow \overrightarrow{R}$ est orthogonal à la surface

1.3.4 Force de frottement fluide

On distingue entre deux cas

- solide à faible vitesse en translation $\overrightarrow{v}$ (modéle linéaire)

$$\boxed{\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}}$$

  avec $\alpha = cte$

- solide en translation à grande vitesse $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{u}$ (modéle quadratique)

$$\boxed{\overrightarrow{f} = -k\Sigma.v^2\overrightarrow{u}}$$

  Σ : section du solide
  $k = cte$

2 Lois de Newton

2.1 Principe d'inertie (1^{er} loi de Newton)

Enoncé : Il existe une classe de référentiels,appelés référentiels galiléens par rapport aux quels un point matériel isolé mécaniquement est soit au repos soit en mouvement rectiligne uniforme .

- point matériel isolé mécaniquement : ne soumis à aucune force
- point matériel pseudo-isolé mécaniquement : la résultante des forces appliquées à ce point est nulle

  référentiel galiléen : un référentiel est galiléen si le principe d'inertie est valable dans ce référentiel .

- Référentiel de Copernic : son origine est le centre du système solaire,et les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes . il s'agit d'un bon référentiel galiléen .
- Référentiel terrestre : référentiel lié à la surface de la terre . Ce référentiel n'est pas galiléen ,mais si la durée de l'expérience est trés faible par rapport à la période de la terre on peut le considérer comme galiléen .
- référentiel géocentrique : son centre est le centre de la terre et les axes sont parallèle à ceux de Copernic . Ce référentiel n'est pas galiléen ,mais dans l'hypothèse précédente il se comporte comme galiléen .
- tout référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est aussi galiléen .

2.2 Principe fondamental de la dynamique (2^d loi de Newton)

Enoncé : Par rapport à un référentiel galiléen R,le mouvement d'un point matériel de masse m soumis à une résultante de force $\overrightarrow{F}$ satisfait à la relation :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}}$$

$\overrightarrow{a}$: accélération du point matériel

2.3 Loi des actions réciproques (3^{em}loi de Newton)

Soient deux points matériels M_1 et M_2 dont les forces d'interactions réciproques sont notées $\overrightarrow{f}_{1\to 2}$ (exercée par M_1 sur M_2) et $\overrightarrow{f}_{2\to 1}$ (exercée par M_2 sur M_1) .

Enoncé :

- les forces réciproques sont opposées : $\overrightarrow{f}_{2\to 1} = -\overrightarrow{f}_{1\to 2}$
- les forces réciproques sont portées par la droite passant par M_1 et M_2