Partie IV : optique

Chapitre 2

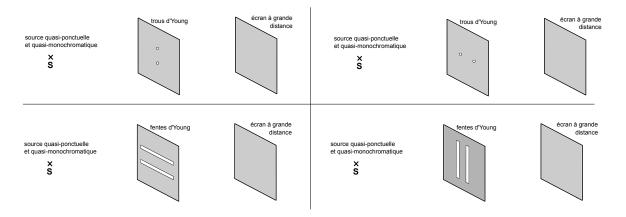
## TD - Interférences à deux ondes

**Remarque :** exercice avec  $\star$  : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des "ce qu'il faut savoir faire")  $| [\bullet \circ \circ ] :$  difficulté des exercices

### I Vrai-faux/qcm



- 1 (V/F) Des phénomènes d'interférences peuvent se produire entre deux ondes, quelle que soit la nature de ces ondes (lumineuse, acoustique, électromagnétique, ...).
- 2 (V/F) Dans le cas de deux ondes acoustiques, il n'y a jamais de problème de cohérence. (Pourquoi?)
- 3 Dessiner l'allure de la figure d'interférence dans chacun des cas ci-dessous :



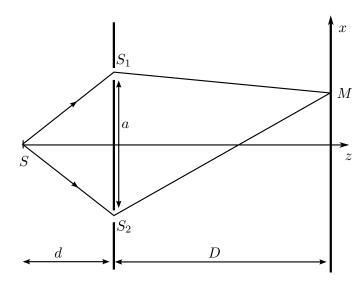
- ${\bf 4}$  Dans l'expérience des fentes d'Young (ou de façon identique, des trous d'Young), comment évolue l'interfrange i
  - lorsque l'on rapproche les deux fentes (ou les deux trous)?
  - lorsque l'on diminue la largeur de chacune des deux fentes (ou le diamètre des trous)?
  - lorsque l'on augmente la longueur d'onde de la lumière incidente?
  - lorsque l'on éloigne l'écran?
- 5 Dans l'expérience des trous d'Young ou des fentes d'Young, qu'est-ce qui détermine l'extension angulaire de la figure d'éclairement sur l'écran? Via quelle formule?
- 6 Si l'expression de l'intensité sur l'écran est  $I(x) = A [1 C \cos(2\pi\alpha x)]$ , quelle est l'expression de l'interfrange?

# II Trous d'Young, montage simple

**★** | [• ○ ○]

On considère le montage simple des trous d'Young. L'écran est à grande distance :  $D \gg x, y, a$ . Le milieu est de l'air d'indice  $\sim 1$ . La source S est supposée monochromatique ( $\lambda_0 = 633\,\mathrm{nm}$  pour un laser rouge He-Ne) et ponctuelle. On utilise des trous de diamètres  $70\,\mu\mathrm{m}$ , d'écartement  $0.30\,\mathrm{mm}$ , avec une distance  $D = 2.0\,\mathrm{m}$ . On suppose l'éclairement dû à  $S_1$  (seul en l'absence de  $S_2$ ) uniforme sur l'écran, d'intensité notée  $I_0$ . De même pour  $S_2$ .

- 1 Quel est le phénomène qui fait que chaque trou agit comme une source secondaire qui émet dans un certain cône angulaire?
  - Donner l'expression puis la valeur de la largeur de la zone éclairée sur l'écran.
- **2 a -** Déterminer l'expression de l'intensité au point M (aussi appelée éclairement).
  - **b** Donner l'expression de l'ordre d'interférence, et de l'interfrange i.
  - ${f c}$  Application numérique pour l'interfrange.
  - **d** Comment est modifié l'interfrange si on place ce montage dans de l'eau d'indice n = 1.33?



# III Mesure de l'indice optique d'un gaz

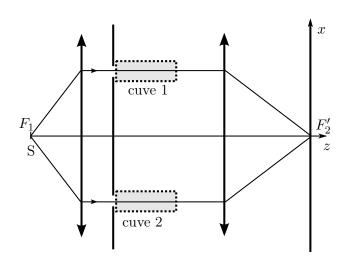
 $[\bullet \circ \circ]$ 

On considère le montage des trous d'Young cicontre. Le milieu est de l'air d'indice  $n_0$ . La source S est supposée monochromatique ( $\lambda_0=633\,\mathrm{nm}$ ) et ponctuelle. Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss. On note  $I_0$  l'intensité émise par chacun des deux trous.

Les deux cuves sont identiques, de longueur  $L = 50 \,\mathrm{cm}$ . Elles sont initialement maintenues sous vide (donc en pratique, sous très basse pression).

Puis on remplie la seconde cuve avec un gaz, dont on veut déterminer l'indice de réfraction  $n_2$ .

1 - Donner l'expression de la différence de marche en  $F'_2$  en fonction de l'indice  $n_1$  du gaz dans la cuve 1, de l'indice  $n_2$  du gaz dans la cuve 2, et de L.



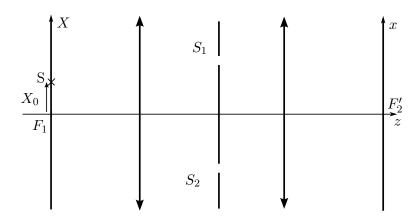
- 2 Que vaut l'ordre d'interférence et l'intensité en  $F_2'$  lorsque les deux cuves sont vides?
- **3 -** On remplie progressivement la seconde cuve d'un gaz d'indice  $n_2$  (de l'air ici), en faisant passer la pression de  $\simeq 0$  bar à 1 bar.
  - $\mathbf{a}$  Comment se comporte l'intensité en  $F_2'$ ?
  - ${\bf b}$  On mesure une succession de K=231 maxima d'intensité. En déduire l'indice optique de l'air.
  - c Quelle est la résolution de cette méthode (plus petite variation d'indice mesurable)?

# IV Trous d'Young avec une source non ponctuelle : cohérence spatiale $[ullet \bullet \circ]$

On considère le montage des trous d'Young ci-contre. Le milieu est de l'air d'indice  $\simeq 1$ .

Les sources S sont supposées monochromatiques de même longueur d'onde (par exemple  $\lambda_0 = 633 \,\mathrm{nm}$ ).

Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss et possèdent la même longueur focale f'. On note  $I_0$  l'intensité émise par chacun des deux trous.

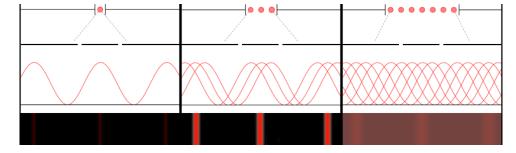


- ${\bf 1}$  On suppose que la source ponctuelle S est décalée de  $X_0$  par rapport à l'axe optique.
  - ${\bf a}$  Donner l'expression de l'éclairement en un point M d'abscisse x sur l'écran.
  - **b** Donner l'expression de l'interfrange.
  - **c** Que peut-on dire de la figure d'interférence par rapport au cas où la source S est en  $X_0 = 0$ ? Tracer sur un graphique l'éclairement sur l'écran dû à la source placée en  $X_0$  et celui dû à la source placée en X = 0.
- **2 -** On suppose maintenant que l'on place en  $F_1$  une source qui n'est plus supposée ponctuelle, mais d'étendue spatiale comprise entre  $-X_0$  et  $+X_0$ .

Dans le modèle des trains d'onde, chaque point de cette source est constitué d'atomes différents émettant des trains d'onde. La source étendue peut donc être modélisée comme une succession de sources ponctuelles *incohérentes*.

- a Que vaut l'intensité totale par rapport aux intensités dues à chaque source ponctuelle?
- **b** Pour ce montage, à partir de quelle taille de source y a-t-il brouillage complet de la figure d'interférence?

Schéma explicatif (les lentilles ne sont pas représentées) avec une, trois, un grand nombre de sources ponctuelles incohérentes.



# V Trous d'Young avec une source non monochromatique : cohérence temporelle [• • •]

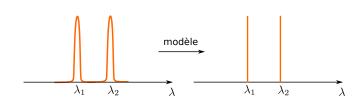
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

On étudie ici l'influence du caractère non monochromatique d'une source, d'abord dans la partie A lorsqu'il n'y a pas une raie monochromatique mais deux, puis dans la partie B lorsqu'il y a une raie non monochromatique.

#### A - Source à deux raies monochromatiques

On considère une source dont le spectre est formé de deux raies très rapprochées. On considérera chacune des raies comme monochromatique, et de même intensité.

On prendra les valeurs numériques de la lampe à vapeur de sodium, pour laquelle  $\lambda_1=589.0\,\mathrm{nm},$  et  $\lambda_2=589.6\,\mathrm{nm}.$ 



On souhaite prédire la figure d'interférence produite sur un écran si on utilise le dispositif des trous d'Young simple (pas de lentille, trous espacés de a, écran placé à une distance D des trous, x abscisse sur l'écran).

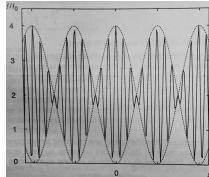
- 1 Qu'est ce qui permet d'affirmer que les ondes issues de la raie 1 et celles issues de la raie 2 ne vont pas interférer entre elles? Quelle conséquence pour les intensités  $I_{\lambda_1}(M)$  due à raie  $\lambda_1$  et  $I_{\lambda_2}(M)$  due à la raie  $\lambda_2$ ?
- 2 On rappelle qu'avec un dispositif des trous d'Young (sans lentille) écartés de a et à distance D de l'écran, l'intensité sur l'écran pour une source de longueur d'onde  $\lambda_0$  est  $I_{\lambda_0}(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\right]$ . Donner l'intensité  $I_{\lambda_1}(x)$  due à la raie  $\lambda_1$  et  $I_{\lambda_2}(x)$  due à la raie  $\lambda_2$ . Donner l'interfrange pour chacune. Lequel est le plus grand?
- **3 a -** En utilisant la formule  $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$ , montrer que l'intensité totale se met sous la forme

$$I(M) = 4I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\overline{\lambda}} \frac{\Delta \lambda}{2\overline{\lambda}} \frac{ax}{D} \right) \cos \left( \frac{2\pi}{\overline{\lambda}} \frac{ax}{D} \right) \right], \tag{1}$$

avec  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  et  $\overline{\lambda}$  la moyenne de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Comme ces deux longueurs d'onde sont proches, on utilisera  $\lambda_1 \lambda_2 \simeq \overline{\lambda}^2$  et  $\lambda_1 + \lambda_2 \simeq 2\overline{\lambda}$ .

**b** - Le tracé de la fonction  $I_{\lambda_1}(x) + I_{\lambda_2}(x)$  (via l'expression 1) est représenté ci-dessous.

Dans l'expression 1 il apparaît deux cosinus, et deux périodes :  $i_1 = \frac{\overline{\lambda}D}{a}$  pour l'un, et  $i_2 = \frac{\overline{\lambda}D}{a} \times \frac{2\overline{\lambda}}{\Delta\lambda}$  pour l'autre. Identifier ces deux périodes sur la figure ci-contre.



 ${\bf c}$  - Décrire la figure d'interférence que l'on doit observer.

Dans le cas du doublet du sodium, combien de franges voit-on entre deux annulations du contraste (c'est-à-dire entre deux nœuds de l'enveloppe)?

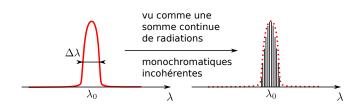
Quel aspect, non pris en compte ici, va rendre très difficile l'observation d'autant de franges?

#### B - Source à spectre continu

On considère maintenant une source émettant une unique raie, mais on ne suppose pas cette raie infiniment fine : elle possède une certaine largeur spectrale  $\Delta\lambda$  (schéma ci-contre).

On utilise un dispositif des trous d'Young identique au précédent (sans lentille).

Expérimentalement, on constate que si la largeur spectrale est trop large, les interférences sont visibles sur une zone de l'écran de plus en plus restreinte.

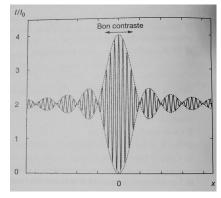


**4 - a -** Que dire de la cohérence de chacune des raies monochromatiques entre elles ? Quelle conséquence sur l'intensité totale ?

On pourrait, en intégrant sur toute les raies monochromatiques, obtenir une expression de l'intensité sur l'écran.

Cette expression est tracée ci-contre.

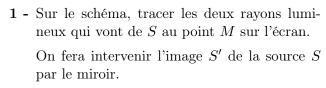
Mais nous allons plutôt raisonner en utilisant le modèle des trains d'onde. On peut se référer à la figure 5 de la fiche de début de chapitre.

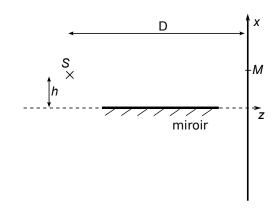


- 5 a Donner, en fonction de  $\Delta \lambda$  et de  $\lambda_0$ , la largeur spectrale  $\Delta \nu$  de la source. En déduire la durée, puis la longueur  $l_c$  des trains d'onde émis.
  - b Les interférences n'ont plus lieu si ce sont des trains d'onde différents arrivent en M sur l'écran. Il n'y a donc pas interférence si la différence de marche en M est supérieure à  $l_c$ . Montrer alors qu'il n'y a interférence que sur une zone restreinte de l'écran, dont on donnera la largeur  $\Delta x$  en fonction de  $\Delta \nu$  et d'autres paramètres. Ceci permet-il de retrouver le résultat de l'expérience (l'étendue de la zone d'interférence diminue si  $\Delta \nu$  augmente)?

# VI Miroir de Lloyd

Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en une source (quasi-ponctuelle, quasi-monochromatique  $\lambda_0$ ), un miroir plan, et un écran.





- 2 Expliquer alors pourquoi on s'attend à avoir des interférences du type "à deux ondes" sur
- ${\bf 3}$  l'écran. On souhaite obtenir l'expression de l'éclairement I(M) sur l'écran.

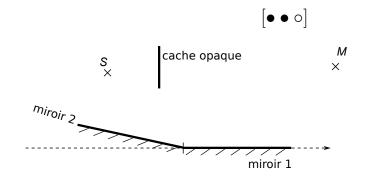
On indique qu'une réflexion sur un miroir ajoute un déphasage de  $\pi$  de l'onde, ce qui se traduit par l'ajout de  $\lambda_0/2$  au chemin optique.

- a Montrer que la différence de marche entre les deux rayons interférant en M s'écrit  $\delta_M = SM S'M \frac{\lambda_0}{2}$ .
- **b** En déduire l'expression de l'éclairement I(M) sur l'écran en fonction de SM S'M. On supposera que l'intensité des deux rayons est la même, que l'on note  $I_0$ . Quel sera l'allure de la figure d'interférence? (franges rectilignes ou circulaires? dans quel sens?)
- ${\bf c}$  Donner l'expression de l'éclairement sur l'écran en fonction de x et y. Quelle est l'expression de l'interfrange ?
- 4 Faire apparaître, par une construction géométrique, la zone de l'écran où on verra des interférences.

### VII Miroirs de Fresnel

Les miroirs de Fresnel sont encore un autre dispositif permettant d'obtenir des interférences à deux ondes. Il est représenté ci-dessous, et comprend une source (quasi-ponctuelle, quasi-monochromatique  $\lambda_0$ ), un écran, et deux miroirs formant un angle  $\alpha$  (qui en pratique est très petit).

1 - Sur le schéma, tracer les deux rayons lumineux qui vont de S au point M sur l'écran. On fera intervenir les images  $S_1$  et  $S_2$  de la source S par chacun des miroirs.



- 2 Expliquer alors pourquoi on s'attend à avoir des interférences du type "à deux ondes" sur l'écran.
- 3 Quel sera l'allure de la figure d'interférence? (franges rectilignes ou circulaires? dans quel sens?)
- 4 Montrer que la différence de marche entre les deux rayons interférant en M s'écrit  $\delta_M = S_1 M S_2 M$ . En déduire l'expression de l'éclairement I(M) sur l'écran en fonction de  $S_1 M S_2 M$ .