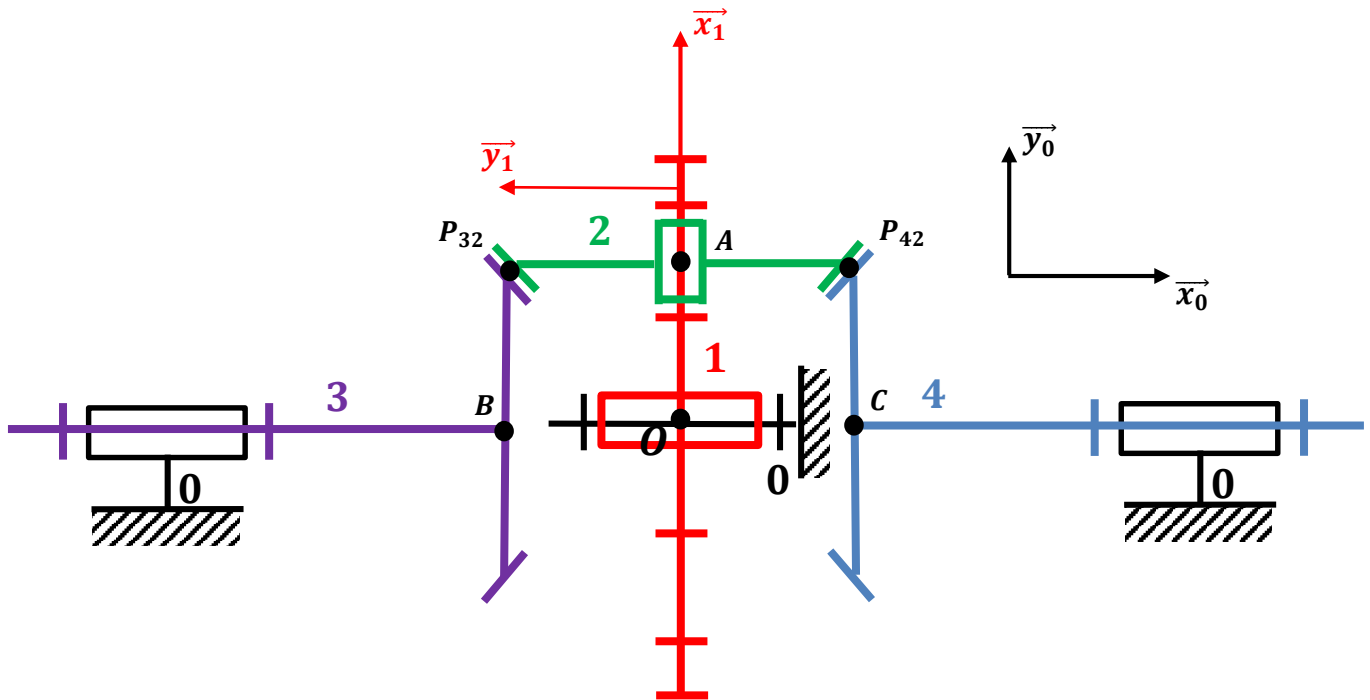


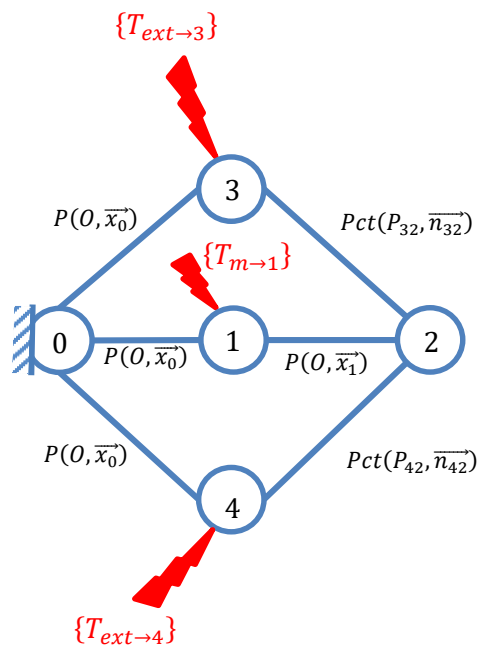
Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

## Différentiel



## Etude Statique

Question 1: Etablir le graphe des liaisons du mécanisme en faisant apparaître les actions extérieures



Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

**Question 2: En isolant un ensemble de solides bien choisi, établir la relation entre les couples  $C_1$ ,  $C_3$  et  $C_4$**

On isole l'ensemble 1 + 2 + 3 + 4, on applique le TMS en projection sur l'axe  $\vec{x}_0$  :

$$\{T_{ext \rightarrow 4}\} + \{T_{ext \rightarrow 4}\} + \{T_{m \rightarrow 1}\} = \{0\}$$

$$C_3 + C_4 + C_1 = 0$$

**Question 3: En isolant le solide 2, montrer que  $F_{32z} = F_{42z}$**

On isole le solide 2 et on applique le TMS en projection sur l'axe  $\vec{x}_1$  :

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{32}) \cdot \vec{x}_1 + \vec{M}_A(\vec{F}_{42}) \cdot \vec{x}_1 = 0$$

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{32}) = \vec{M}_{P_{32}}(\vec{F}_{32}) + \vec{AP}_{32} \wedge \vec{F}_{32} = \vec{AP}_{32} \wedge \vec{F}_{32} = \begin{pmatrix} 0 \\ R_2 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} F_{32x} \\ F_{32y} \\ F_{32z} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} R_2 F_{32z} \\ 0 \\ -R_2 F_{32x} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{32}) \cdot \vec{x}_1 = R_2 F_{32z}$$

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{42}) = \vec{M}_{P_{42}}(\vec{F}_{42}) + \vec{AP}_{42} \wedge \vec{F}_{42} = \vec{AP}_{42} \wedge \vec{F}_{42} = \begin{pmatrix} 0 \\ -R_2 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} F_{42x} \\ F_{42y} \\ F_{42z} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} -R_2 F_{42z} \\ 0 \\ R_2 F_{42x} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{M}_A(\vec{F}_{42}) \cdot \vec{x}_1 = -R_2 F_{42z}$$

$$R_2 F_{32z} - R_2 F_{42z} = 0$$

$$F_{32z} = F_{42z}$$

**Question 4: En isolant successivement les solides 3 et 4, montrer que  $C_3 = C_4$**

On isole le solide 3 et on applique le TMS en projection sur l'axe  $\vec{x}_0 = \vec{y}_1$  :

$$\vec{M}_B(\vec{F}_{23}) \cdot \vec{x}_0 + C_3 = 0$$

$$\vec{M}_B(\vec{F}_{23}) = \vec{M}_{P_{32}}(\vec{F}_{23}) + \vec{BP}_{32} \wedge \vec{F}_{23} = \vec{BP}_{32} \wedge \vec{F}_{23} = \begin{pmatrix} R_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} F_{23x} \\ F_{23y} \\ F_{23z} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -R_3 F_{23z} \\ R_3 F_{23y} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{M}_B(\vec{F}_{23}) \cdot \vec{x}_0 = -R_3 F_{23z}$$

$$-R_3 F_{23z} + C_3 = 0$$

$$C_3 = R_3 F_{23z}$$

On isole le solide 4 et on applique le TMS en projection sur l'axe  $\vec{x}_0 = \vec{y}_1$  :

$$\vec{M}_C(\vec{F}_{24}) \cdot \vec{x}_0 + C_4 = 0$$

$$\vec{M}_C(\vec{F}_{24}) = \vec{M}_{P_{42}}(\vec{F}_{24}) + \vec{CP}_{42} \wedge \vec{F}_{24} = \vec{CP}_{42} \wedge \vec{F}_{24} = \begin{pmatrix} R_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} F_{24x} \\ F_{24y} \\ F_{24z} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -R_3 F_{24z} \\ R_3 F_{24y} \end{pmatrix}^{\mathcal{B}_1}$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

$$\overrightarrow{M_C}(\overrightarrow{F_{24}}) \cdot \overrightarrow{x_0} = -R_3 F_{24z}$$

$$-R_3 F_{24z} + C_4 = 0$$

$$C_4 = R_3 F_{24z}$$

On a montré que :

$$F_{32z} = F_{42z}$$

$$F_{23z} = F_{24z}$$

On a donc :

$$C_3 = C_4$$

Le couple transmis par chaque roue dans un différentiel est identique.

**Question 5: En déduire l'expression de  $C_3$  et  $C_4$  en fonction de  $C_1$**

$$C_3 + C_4 + C_1 = 0$$

$$C_3 = C_4$$

$$2C_3 = -C_1$$

$$C_3 = C_4 = -\frac{C_1}{2}$$

**Question 6: Qu'en est-il du couple transmis à la seconde roue ?**

$$C_4 = 0 \Rightarrow C_3 = 0$$

La seconde roue ne reçoit plus de couple, elle ne peut plus avancer.

Remarque : en réalité, le couple est presque nul :

$$C_4 = \varepsilon \Rightarrow C_3 = \varepsilon$$

La roue qui adhère transmet ce couple, qui en réalité ne vainc pas les frottements qui s'opposent au mouvement du véhicule...

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

## ***Etude cinématique***

**Question 7: En appliquant une démarche identique au cas du train épicycloïdal, déterminer la relation liant  $\omega_{1/0}$ ,  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$**

On se place dans un repère lié au boîtier porte satellites 1 :

Attention, Willis ne fonctionne plus en termes de signes car engrenages coniques :

$$\frac{\omega_{4/1}}{\omega_{3/1}} = -\frac{Z_3 Z_2}{Z_2 Z_4} = -\frac{Z_3}{Z_4} = -\frac{R_3}{R_4} = -1$$

Remarque : les 3 roues dentées ont forcément le même module car la roue 2 doit engrainer avec chacune d'elles.

$$\begin{aligned}\frac{\omega_{4/1}}{\omega_{3/1}} &= -1 \\ \frac{\omega_{4/0} - \omega_{1/0}}{\omega_{3/0} - \omega_{1/0}} &= -1 \\ \omega_{4/0} - \omega_{1/0} &= -\omega_{3/0} + \omega_{1/0} \\ \omega_{4/0} - \omega_{1/0} + \omega_{3/0} - \omega_{1/0} &= 0 \\ \omega_{4/0} - 2\omega_{1/0} + \omega_{3/0} &= 0\end{aligned}$$

Lorsqu'une roue patine, l'autre ne transmet plus de couple, elle ne tourne donc plus.

**Question 8: Que vaut chaque vitesse  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$**

$$\begin{aligned}\omega_{4/0} - 2\omega_{1/0} + \omega_{3/0} &= 0 \\ \omega_{3/0} &= \omega_{4/0} \\ 2\omega_{4/0} - 2\omega_{1/0} &= 0 \\ \omega_{4/0} &= \omega_{3/0} = \omega_{1/0}\end{aligned}$$

Les deux roues et le boîtier de différentiel tournent à la même vitesse.

**Question 9: Que vaut  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$**

$$\begin{aligned}\omega_{4/0} - 2\omega_{1/0} + \omega_{3/0} &= 0 \\ \omega_{4/0} - 2\omega_{1/0} &= 0 \\ \omega_{4/0} &= 2\omega_{1/0}\end{aligned}$$

La roue qui patine tourne deux fois plus vite que le boîtier de différentiel. Au moment où ça patine, on voit donc la roue tourner deux fois plus vite que lorsque les 2 roues étaient entraînées.

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

**Question 10: Exprimer  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$  et  $\omega_{2/1}$**

Attention, Willis ne fonctionne plus en termes de signes car engrenages coniques :

$$\frac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}} = \frac{Z_2}{Z_3} = k \quad ; \quad \frac{\omega_{4/1}}{\omega_{2/1}} = -\frac{Z_2}{Z_4} = -k$$

$$\begin{cases} \omega_{3/1} = k\omega_{2/1} \\ \omega_{4/1} = -k\omega_{2/1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{3/0} + \omega_{0/1} = k\omega_{2/1} \\ \omega_{4/0} + \omega_{0/1} = -k\omega_{2/1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{3/0} = \omega_{1/0} + k\omega_{2/1} \\ \omega_{4/0} = \omega_{1/0} - k\omega_{2/1} \end{cases}$$

**Question 11: Compte tenu de ce résultat, que peut-on dire du rôle du satellite 2**

Le satellite 2 permet d'avoir des vitesses de rotation différentes pour chaque roue.

### ***Blocage du différentiel***

**Question 12: Que vaut  $\omega_{2/1}$  dans le cas du blocage du différentiel**

$$\omega_{3/0} = \omega_{1/0} + k\omega_{2/1}$$

$$0 = k\omega_{2/1}$$

$$\omega_{2/1} = 0$$

Le satellite ne tourne plus autour de son axe par rapport au boîtier.

**Question 13: Que vaut  $\omega_{4/0}$  dans le cas du blocage du différentiel**

$$\omega_{4/0} = \omega_{1/0} - k\omega_{2/1} = \omega_{1/0}$$

On a donc :

$$\omega_{3/0} = \omega_{4/0} = \omega_{1/0}$$

**Question 14: Quel est donc le comportement de la roue qui adhère ?**

Les deux roues ont la même vitesse. On entraîne la roue qui adhère.

**Question 15: Que vaut  $C_4$**

$$C_4 = 0$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	Statique	TD6 - Correction

**Question 16: Que vaut le couple  $C_3$  transmis à la roue qui adhère ?**

Le bilan des couples sur 1U2U3U4 reste le même :

$$C_1 + C_3 + C_4 = 0$$

Il n'y a plus de relations entre  $C_3$  et  $C_4$  car ce n'est plus un train épicycloïdal

Finalement :

$$C_1 + C_3 = 0$$

$$C_3 = -C_1$$

On transmet à la roue le couple moteur intégralement.