

DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

durée: 4 heures

Sujet

Approche d'un projecteur de diapositives.....	2
I. Questions préliminaires.....	2
A. Lentille divergente.....	2
B. Lentille convergente et lentille convergente.....	2
C. Lentille convergente et lentille divergente.....	3
II. Conception d'un projecteur de diapositives.....	4
III. Projecteur de seconde génération.....	5
Observation de deux étoiles.....	7
I. Étude géométrique.....	7
II. Pouvoir séparateur de la lunette dû à la diffraction.....	8
A. Préliminaires.....	8
B. Application : diffraction par la lunette.....	9
1) Observation de l'étoile Ea.....	10
2) Observation de l'étoile Eb.....	10
3) Observation simultanée des deux étoiles.....	11
III. Interférences.....	11
1) Étoile Ea seule.....	11
2) Étoile Eb seule.....	12
3) Étoiles Ea et Eb.....	12
Document réponse projecteur:.....	13

Afin de faciliter le travail du correcteur:

- On indiquera la numérotation des questions
- On passera une ligne entre chaque question
- On encadrera les réponses au rouge

On justifiera toutes les réponses.

Approche d'un projecteur de diapositives

Les questions de ce problème constituent une suite logique et sont donc à traiter dans l'ordre indiqué. Un document réponse est à disposition en fin de sujet.

I. Questions préliminaires

Dans l'ensemble de ce problème, on supposera qu'on se trouve dans les conditions de GAUSS.

A. Lentille divergente

On considère un pinceau lumineux convergent arrivant sur la lentille divergente de la *figure 1*.

1. Sur la *figure 1* du document réponse, tracer le pinceau lumineux au-delà de cette lentille.

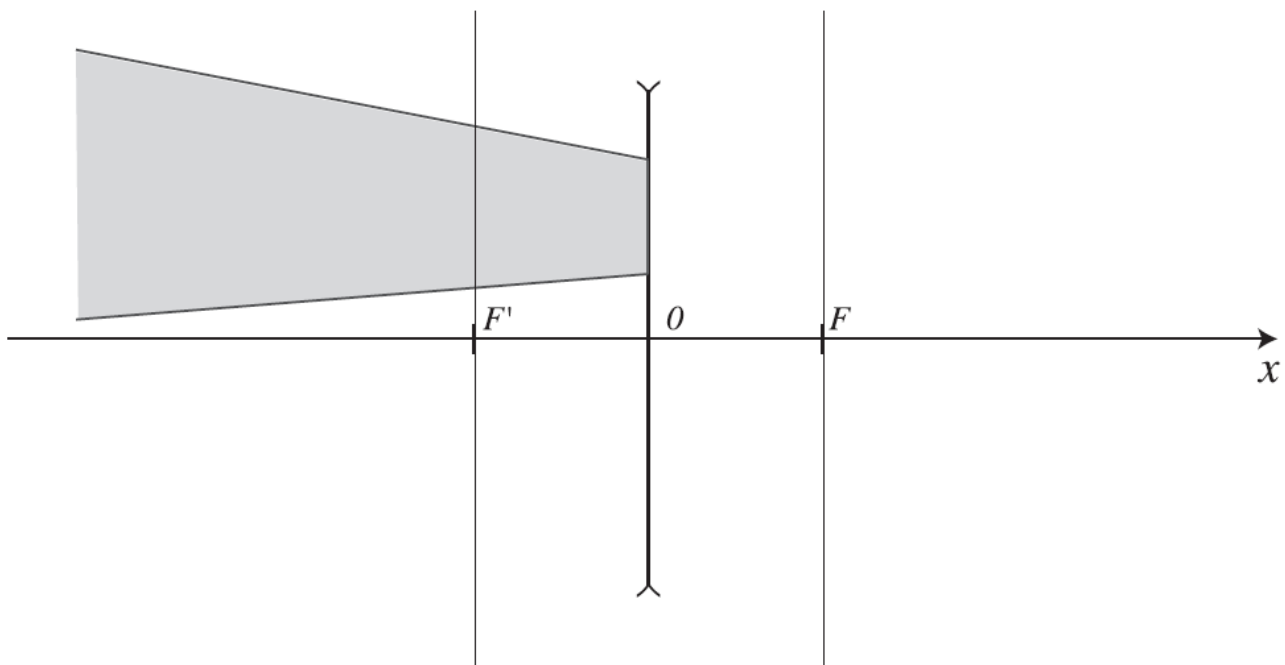


Figure 1: faisceau convergent arrivant sur une lentille divergente

B. Lentille convergente et lentille convergente

On considère un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces convergentes (*C1*) et (*C2*) coaxiales de distance focale respective f'_1 et $f'_2 = \frac{f'_1}{3}$.

2. Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille (*C1*) induise un faisceau parallèle sortant de la lentille (*C2*) ? Argumenter votre réponse.
3. Faire le tracé correspondant sur la *figure 2* du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.

4. Établir l'expression en fonction de f'_1 et de f'_2 du rapport G (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique. Pour l'application numérique, on prendra $f'_1 = 6 \text{ cm}$.

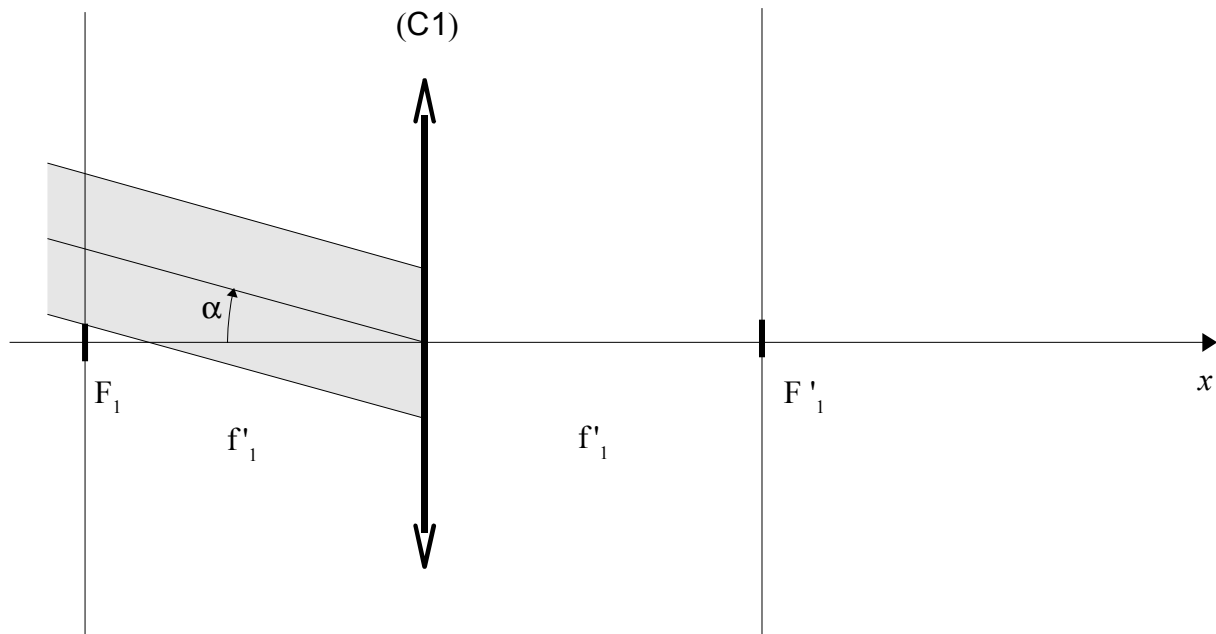


Figure 2: faisceau parallèle arrivant sur deux lentilles convergentes

5. Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G et de α . Commenter le signe.

C. Lentille convergente et lentille divergente

On considère maintenant un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces $(C1)$ et $(D2)$ coaxiales de distance focale respective f'_1 et $f'_2 = -\frac{f'_1}{3}$. La lentille $(C1)$ est convergente et $(D2)$ est divergente.

6. Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille $(C1)$ induise un faisceau parallèle sortant de la lentille $(D2)$? Argumenter votre réponse.
7. Faire le tracé correspondant sur la *figure 3* du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.
8. Établir l'expression en fonction de f'_1 et de f'_2 du rapport G' (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique.
9. Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G' et de α . Commenter le signe.
10. Le faisceau sortant est-il toujours formé de rayons parallèles? (Argumenter).

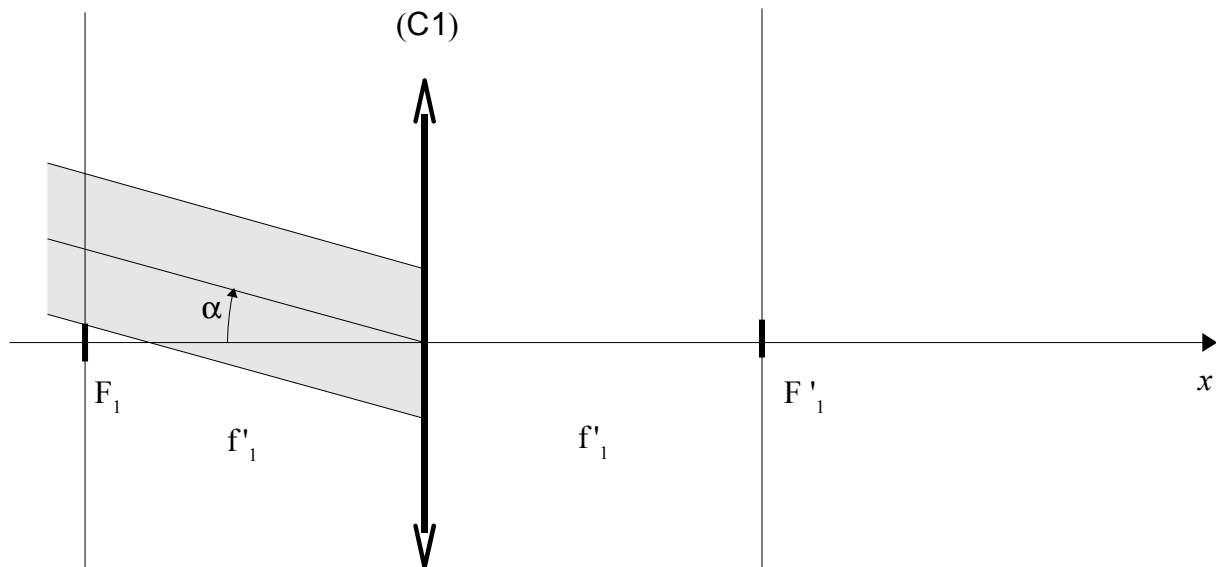


Figure 3: faisceau parallèle arrivant sur une lentille convergente suivie d'une lentille divergente

II. Conception d'un projecteur de diapositives

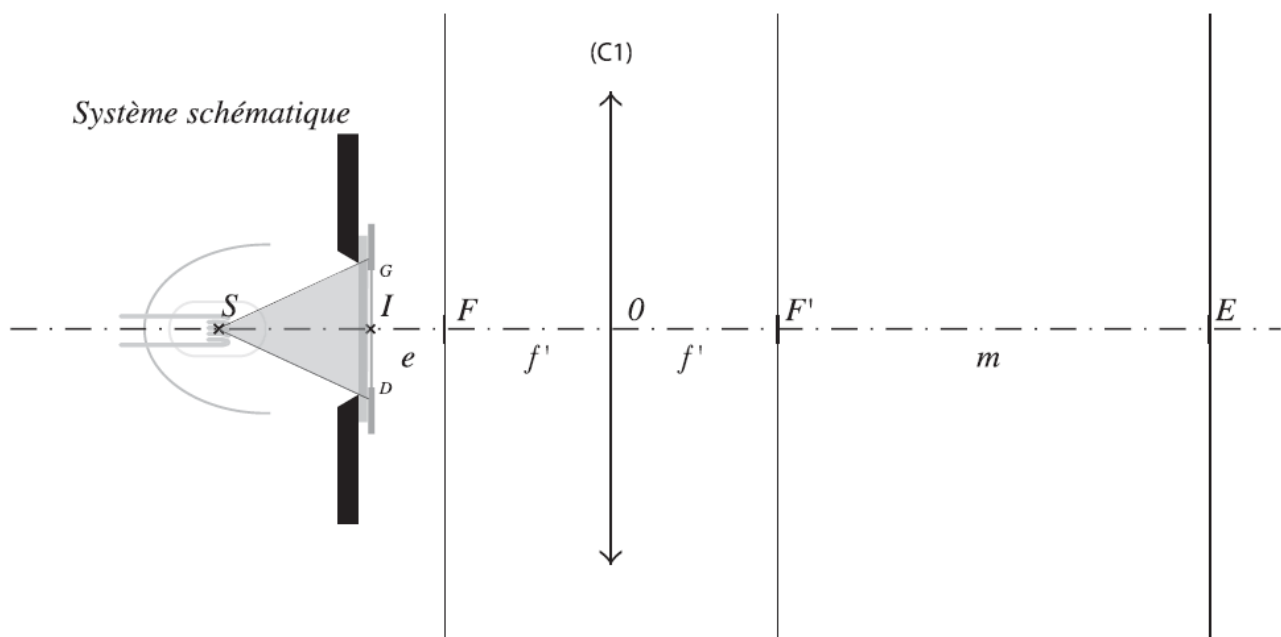


Figure 4: vue du projecteur de diapositives

On cherche à concevoir un projecteur de diapositives (*hauteur* \times *largeur*) : $(24\text{ mm} \times 36\text{ mm})$ permettant d'obtenir une image de $1,20\text{ m}$ de large sur un écran situé en E à $l=3\text{ mètres}$ du centre optique de la lentille mince ($C1$) pour une diapositive horizontale. Dans cette partie du

problème, on notera e la distance \overline{IF} et m la distance $\overline{F'E}$. Comme on peut le voir sur la *figure 4*, on remplacera la source lumineuse réelle (à gauche) par une source ponctuelle située en S .

11. Quel est le grandissement γ nécessaire ? Commenter le signe.

Dans un premier temps, on utilise le montage de la *figure 4* qui comprend une source lumineuse (que l'on supposera ponctuelle) située en un point S (située sur l'axe optique) située en amont d'un diaphragme et un diffuseur épais. La diapositive sera insérée, centrée en I sur l'axe optique juste devant le diffuseur. L'objectif est constitué d'une lentille convergente de focale $f' = \overline{OF'} = -\overline{OF}$ centrée sur l'axe optique en O .

12. Quel est l'intérêt du diffuseur épais ?

13. Construire sur la figure du document réponse G' et D' les images des points G et D représentant respectivement les bords gauches et droits de la diapositive. Dans quel sens faut-il monter la diapositive ? Justifier votre réponse.

14. Déterminer les expressions de e , m et f' en fonction du grandissement γ et de l . Réaliser l'application numérique pour le grandissement souhaité.

15. On souhaite en plus pouvoir obtenir une image nette par déplacement de l'objectif pour des distances l comprises entre $2m$ et $5m$. Quelles sont les grandissements et largeurs d'images horizontales correspondant à ces deux limites (image nette d'une diapositive horizontale) ? (Formules littérales puis applications numériques).

16. Quelles sont les limites de déplacement de la lentille (CI) entre O_{min} et O_{max} (donner $\overline{IO_{min}}$ et $\overline{IO_{max}}$) (Formule littérale puis applications numériques)? Quelle est la course nécessaire pour l'objectif ?

17. Quel intérêt/inconvénient voyez-vous à utiliser toute la surface de la lentille ?

III. Projecteur de seconde génération

Pour réaliser un projecteur de seconde génération, on interpose une lentille ($C0$) convergente entre la lampe et le diaphragme du montage précédent. Cette lentille est en général épaisse, mais pour les besoins de cet exercice, on supposera qu'elle est mince et qu'on se trouve toujours dans les conditions de GAUSS (cf. *figure 5*). On remplace le diffuseur par un verre parfaitement transparent permettant de séparer thermiquement les deux parties du projecteur. On supposera qu'il est suffisamment fin pour qu'on puisse négliger le décalage de rayons qu'il induit.

18. On a placé la lentille convergente ($C0$) de manière à ce que le pinceau lumineux issu de S englobe **toute la largeur de la diapositive** et se focalise en O , centre optique de la lentille (CI). Sur la *figure 5* du document réponse :

- tracer l'enveloppe « utile » du pinceau lumineux entre S et E (définie par les rayons limites)
- construire les images G' et D' de G et D respectivement (commentaire)
- déterminer graphiquement la position du plan focal image de ($C0$).

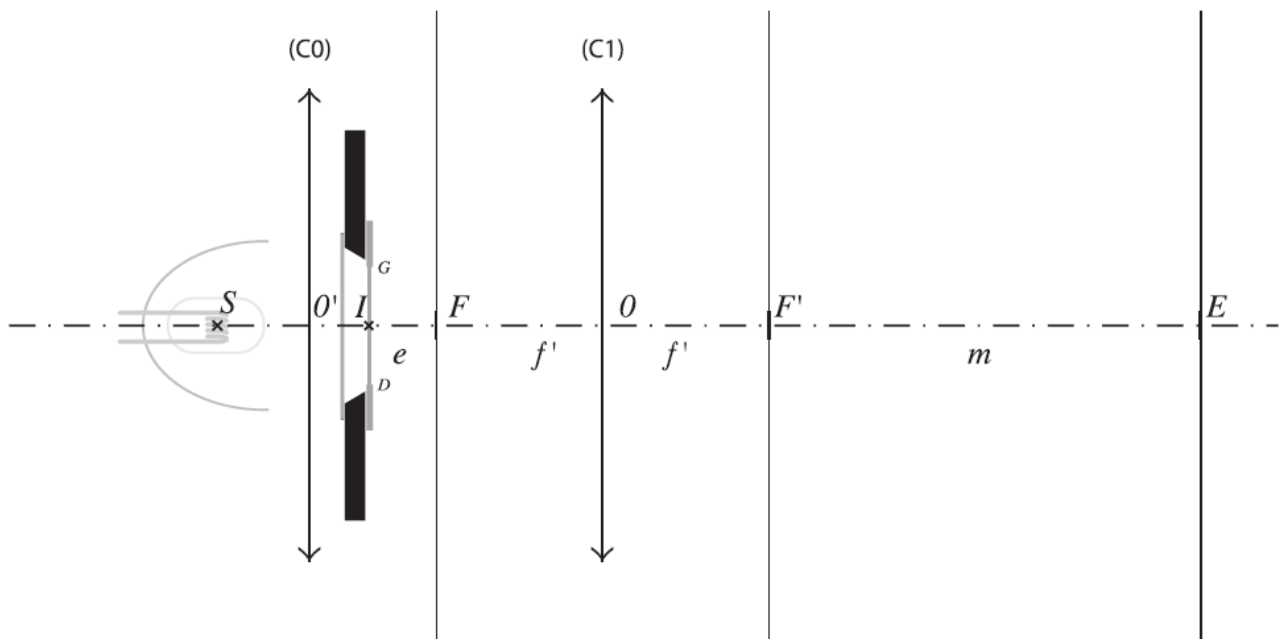


Figure 5: vue du projecteur de diapositives de seconde génération

Pour des raisons d'encombrement, on est contraint de fixer la distance \overline{SI} à $d = 5 \text{ cm}$

19. Donner la relation entre la distance focale image f'_0 de $(C0)$ et $\overline{O'O}$ pour un grandissement transversal associé à $(C0)$ noté γ_0 .
20. On a $\gamma_0 = -4$ si l'appareil est réglé avec une image nette pour la distance $l = 200 \text{ cm}$. En déduire pour cette configuration la valeur de la distance $\overline{SO'}$.
21. Quelle est la valeur de la distance focale de la lentille $(C0)$?
22. Dans le cadre des conditions aux limites imposées pour le réglage de la netteté dans la **partie II**, on a prévu de pouvoir déplacer la lentille $(C1)$ entre O_{\min} et O_{\max} déterminés précédemment. Ceci implique un mouvement conjugué de $(C0)$ entre les positions O'_{\min} et O'_{\max} . Donner les distances $\overline{SO'_{\min}}$ et $\overline{SO'_{\max}}$ correspondantes de manière à toujours respecter les conditions explicitées dans cette **partie III**. (raisonnement littéral puis application numérique)
23. Quelle est la relation entre la course $\Delta SO'$ de la lentille $(C0)$ et la course ΔIO de la lentille $(C1)$? Application numérique.
24. Doit-on toujours mettre la diapositive dans le même sens ? Commenter.
25. Quels sont les avantages à placer $(C1)$ au point conjugué de S par $(C0)$?

Observation de deux étoiles

Ce problème traite de l'observation de deux étoiles E_a et E_b à l'aide d'une lunette astronomique munie d'un détecteur. Les deux étoiles E_a et E_b sont considérées ponctuelles et à l'infini, séparées par une distance angulaire θ , l'étoile E_a étant située dans la direction de l'axe optique de la lunette.

Dans une première partie, on définit la configuration de la lunette utilisée dans les conditions de Gauss et on demande de calculer ses caractéristiques géométriques.

La deuxième partie étudie la tache de diffraction produite par la lunette et évalue la limite de résolution de l'instrument définie comme la plus petite distance angulaire entre deux étoiles décelable.

Enfin, la troisième partie aborde le principe de la mesure de la distance angulaire entre deux étoiles effectuée grâce aux interférences produites par deux fentes placées devant la lunette astronomique.

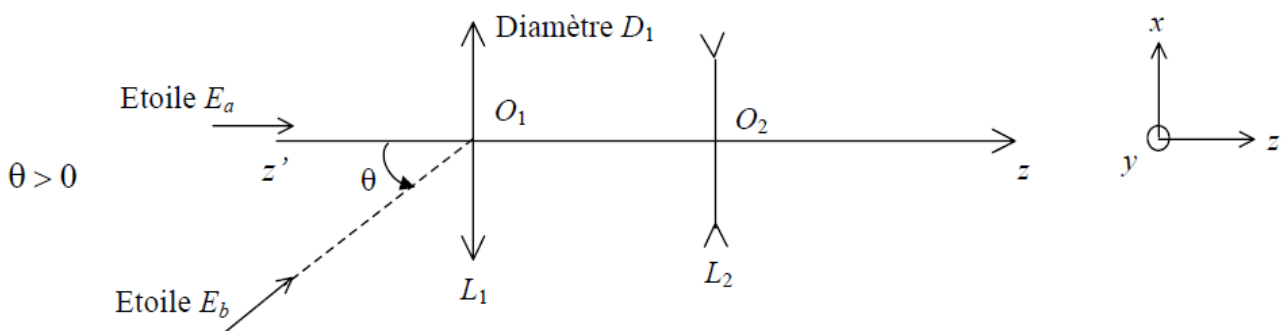
La distance algébrique entre un point M et un point N est notée \overline{MN} .

Un degré est subdivisé en 60 minutes d'arc (de symbole ', prime), elles-mêmes divisées en 60 secondes d'arc (de symbole ", double prime).

I. Étude géométrique

On néglige dans cette partie les effets de la diffraction. On considère une lunette astronomique d'axe optique $z'z$ (*Figure*) constituée d'un objectif assimilé à une lentille mince convergente

L_1 de diamètre $D_1 = 50 \text{ cm}$ et de distance focale image $f'_1 = 7,5 \text{ m}$ associé à une lentille divergente L_2 de distance focale image $f'_2 = -0,025 \text{ m}$. On désigne respectivement par O_1 et O_2 , par F_1 et F'_1 , F_2 et F'_2 , les centres optiques, les foyers objet et image des lentilles L_1 et L_2 .



1. Tracer sur une figure les faisceaux lumineux des ondes 1 et 2, respectivement émises par les étoiles E_a et E_b , parvenant sur la lentille L_1 .
2. On appelle A_1 l'image de l'étoile E_a donnée par la lentille L_1 . De même, B_1 désigne

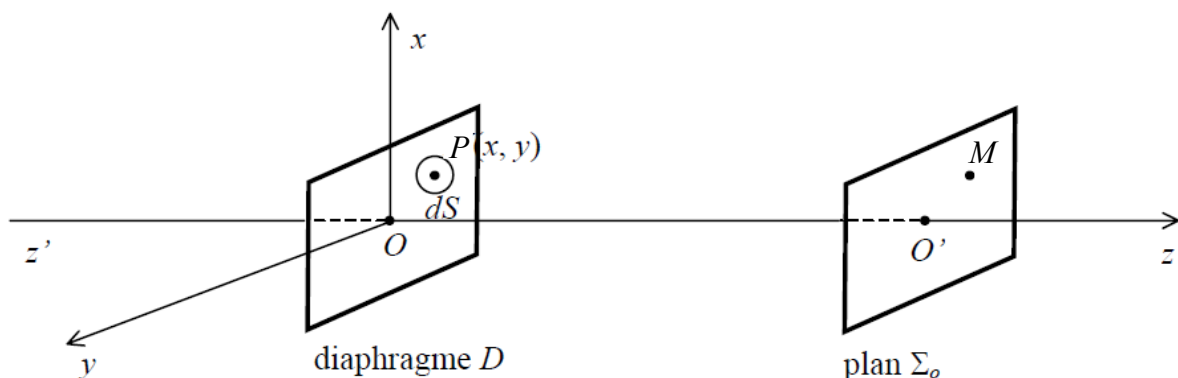
l'image de E_b donnée par L_1 . Dans quel plan se situent A_1 et B_1 ? Donner la distance algébrique $\overline{A_1 B_1}$.

3. La lentille L_2 est placée peu avant le plan où se forment les images A_1 et B_1 . On appelle respectivement A_2 et B_2 , les images de E_a et E_b à travers la lunette. Sachant que $\frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = \gamma$ avec $\gamma = 2$ exprimer (littéralement en fonction des données) puis calculer (numériquement) la distance $\overline{O_2 A_1}$.
4. On définit la distance focale f' de la lunette par la relation $\overline{A_2 B_2} = f' \theta$. Exprimer puis calculer la distance focale f' de la lunette.
5. Exprimer $\overline{A_1 A_2}$. Comment évolue l'encombrement de la lunette par rapport au cas où seule la lentille L_1 existerait? Quel est l'intérêt de la lentille L_2 ?
6. On place dans le plan où se forment les images A_2 et B_2 , une caméra à DTC (Dispositif à Transfert de Charge). Ce récepteur d'images est composé d'une matrice rectangulaire de 768×512 détecteurs élémentaires, appelés pixels, de forme carrée, de côtés $a_1 = 9 \mu m$. On suppose que la lunette est librement orientable. Une image parfaite à travers la lunette d'un point situé à l'infini, produit sur le détecteur un signal donnant une image dont la dimension ne peut être inférieure à la taille d'un pixel.
 - Exprimer et calculer en seconde d'arc, la limite de perception angulaire θ_{min} due au récepteur d'image.
 - Quelle est la plus grande valeur décelable θ_{max} en minute d'arc?

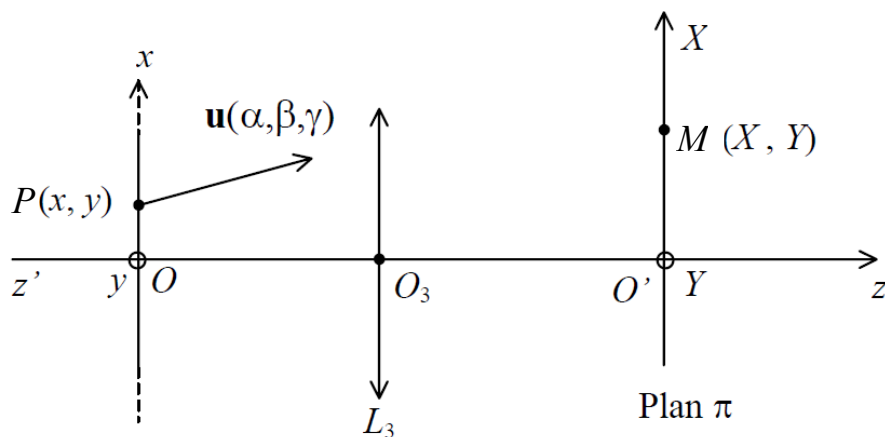
II. Pouvoir séparateur de la lunette dû à la diffraction

A. Préliminaires

On considère une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ éclairant dans le plan xy un diaphragme D de centre O dont la pupille est caractérisée en chaque point $P(x, y)$ par un coefficient de transmission en amplitude complexe $t(x, y)$. On étudie l'éclairement en un point M d'un plan Σ_o dont l'intersection avec l'axe $z'z$ est notée O' (figure).



7. Énoncer le principe de Huygens-Fresnel.
8. On se place dans le cadre de la diffraction à l'infini. Quelles hypothèses doit-on faire sur les distances OP , $O'M$ et OO' ?
9. Afin d'observer la figure de diffraction à l'infini, on place une lentille convergente L_3 de foyer image F'_3 , de distance focale image f'_3 derrière l'ouverture diffractante. On considère les rayons diffractés dans la direction du vecteur unitaire \vec{u} de coordonnées (α, β, γ) (*figure*).
- Dans quel plan π convergent ces rayons ?
 - On associe un système d'axes X, Y à ce plan. Exprimer les coordonnées (X_M, Y_M) du point M où convergent ces rayons en fonction de α , β .



10. Dans le cas d'une onde incidente plane sur le diaphragme D , de direction caractérisée par un vecteur unitaire \vec{u}_i de coordonnées $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$, le principe de Huygens-Fresnel permet d'écrire, en attribuant une phase nulle en M à l'onde qui provient de O , l'amplitude complexe $\underline{A}(M)$ de l'onde au point M , sous la forme :

$$\underline{A}(M) = K_1 \int_D t(x, y) \exp\left(j \frac{2\pi(\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OP}}{\lambda}\right) dS \quad \text{où } K_1 \text{ est une constante, } dS \text{ un élément}$$

de la surface de la pupille entourant P , l'intégrale étant étendue à toute la surface du diaphragme. On déplace le diaphragme D parallèlement à lui-même, dans le même plan, le centre du diaphragme occupant alors une position C . On appelle (d_x, d_y) les coordonnées de C ; l'amplitude en M peut alors s'écrire : $\underline{A}'(M) = \underline{A}(M) \exp j.h(d_x, d_y)$

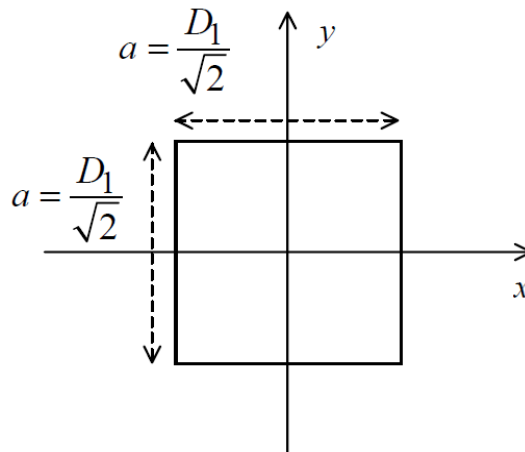
- En utilisant vos connaissances – en vous appuyant éventuellement sur un schéma dans le plan xOz pour le cas particulier d'une fente rectangulaire –, justifier qualitativement ce résultat et prévoir la forme de la fonction $h(d_x, d_y)$ que l'on exprimera comme un produit scalaire de 2 vecteurs à préciser. (On aura intérêt à se demander si le problème travaille en $\exp(j\omega t)$ ou en $\exp(-j\omega t)$).
- Démontrer alors mathématiquement, dans le cas général, le résultat prévu.

B. Application : diffraction par la lunette

On place devant l'objectif L_1 de la lunette un écran comportant une ouverture ayant la forme d'un carré centré en O de côtés parallèles aux axes x et y , de dimension $a = \frac{D_1}{\sqrt{2}}$ (*figure*).

1) *Observation de l'étoile E_a*

On considère l'étoile E_a seule supposée ponctuelle. On utilise un filtre sélectif permettant d'assimiler l'étoile E_a à une source qui émet une onde monochromatique de longueur d'onde λ .



11. Exprimer l'amplitude diffractée $\underline{A}(X_M, Y_M)$ par l'ouverture carrée dans la direction de vecteur unitaire \vec{u} de coordonnées (α, β, γ) , en un point M du plan focal image de l'objectif L_1 .

12. Donner alors l'intensité ou éclairement $I_a(X_M, Y_M)$ en M sous la forme: $I_a(X_M, Y_M) = I_{a, \max} g(X_M) g(Y_M)$. Exprimer et tracer $g(X)$. Donner $I_{a, \max}$ en fonction de K_1 et a .

13. Figure de diffraction:

- Montrer que la figure de diffraction est formée d'une tache centrale brillante entourée de lumière plus faible répartie en franges (pieds de la figure de diffraction). Représenter l'allure de cette figure (tache centrale et pieds) dans le plan XY .
- Où se situe le centre de la figure de diffraction ?
- Quelle est la valeur de X pour laquelle $g(X)$ s'annule pour la première fois ?
- En déduire la largeur de la tache centrale.

14. Comment évolue la figure de diffraction lorsque l'ouverture carrée devient une fente de dimension a_x suivant l'axe x et a_y suivant y , avec $a_y \gg a_x$. Exprimer alors l'amplitude diffractée $\underline{A}(X_M)$ et l'éclairement $I(X_M)$ en un point M de l'axe X .

2) *Observation de l'étoile E_b*

L'étoile E_b située à la distance angulaire θ de l'étoile E_a est observée à l'aide de la lunette toujours munie de l'ouverture carrée de telle façon que l'image géométrique B_1 de E_b à travers l'objectif L_1 se forme sur l'axe F'_1X . L'étoile E_b est également assimilée à une source

lumineuse ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ émettant une onde plane caractérisée par le vecteur unitaire \vec{u}_i de coordonnées $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$.

15. Donner la relation entre $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ et θ .

16. En supposant que seule l'étoile E_b est observée, exprimer l'éclairement $I_b(X_M, Y_M)$ en M .

17. Quel est le centre et l'allure de la tache de diffraction ?

3) Observation simultanée des deux étoiles

Les étoiles E_a et E_b sont observées simultanément et sont d'éclat comparable. E_a et E_b étant deux sources incohérentes, l'éclairement total dans le plan focal image de L_1 est la somme des éclairements dus à chaque étoile seule.

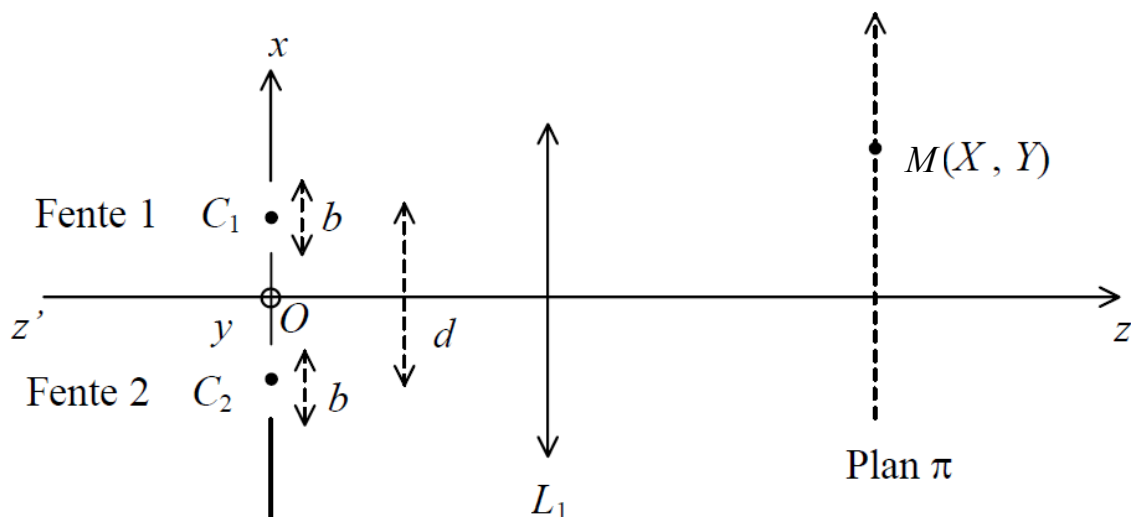
18. Quelle est l'allure de la figure de diffraction ?

19. Sachant que, dans le cas limite, on considère que deux taches de diffraction apparaissent comme séparées lorsque le maximum central de l'une coïncide avec le premier minimum nul de l'autre suivant l'axe X , estimer le plus petit écart angulaire θ_1 décelable (en seconde d'arc) que l'on appelle pouvoir de séparation de la lunette pour la longueur d'onde $\lambda = 0,68 \mu m$.

20. En supposant que L_2 ne limite pas le faisceau, comparer la dimension d'un pixel et la largeur de la tache centrale de diffraction formée sur le détecteur. Conclusion ?

III. Interférences

On place un écran opaque percé de 2 fentes de largeur b suivant x , d'écartement variable d suivant x devant l'objectif de la lunette toujours muni de l'ouverture, de forme carrée, de côté a décrite ci-dessus, avec $a \gg b$. On appelle C_1 et C_2 les centres des deux fentes (figure).



1) Étoile E_a seule

On considère l'onde plane monochromatique de longueur d'onde λ provenant de l'étoile E_a ponctuelle seule et se propageant suivant l'axe $z'z$ en direction de la lunette.

On attribue une phase nulle au point M du plan focal de l'objectif à l'onde issue de l'étoile E_a qui provient de C_1 .

21. Calculer l'amplitude complexe en un point M de l'axe X , notée $\underline{A}'_1(X_M)$ de l'onde diffractée par la fente 1 dans la direction \vec{u} de vecteur unitaire (α, β, γ) .
22. Exprimer l'amplitude en M , notée $\underline{A}'_2(X_M)$ de l'onde diffractée dans la direction \vec{u} par la fente 2 en fonction de $\underline{A}'_1(X_M)$ et d'une fonction que l'on exprimera.
23. Que peut-on dire de la figure de diffraction donnée par chacune des fentes considérées séparément ?
24. Les deux fentes, éclairées par une même onde, se comportent comme des sources cohérentes. L'amplitude complexe en un point M de l'axe X est la somme des amplitudes complexes dues à chaque fente seule.
 - Montrer que l'éclairement en M est donné par: $I_{T,a}(X_M) = 4 I(X_M) g_1(X_M)$, $I(X_M)$ étant l'éclairement diffracté par chaque fente si elle était seule et $g_1(X_M)$ une fonction à préciser.
 - Tracer $I_{T,a}(X_M)$. Montrer que l'on obtient des franges d'interférences « à l'intérieur de la figure de diffraction » . Calculer l'interfrange du phénomène d'interférences.
 - Que se passe-t-il si les fentes sont infiniment fines ?

2) Étoile E_b seule

Le dispositif est le même. L'origine des phases est la même (onde issue de l'étoile E_a qui provient de C_1 en M).

25. Donner l'expression de l'éclairement en M : $I_{T,b}(X_M)$.

3) Étoiles E_a et E_b

On se place maintenant dans l'hypothèse où les fentes sont infiniment fines et on observe à l'aide de la lunette les étoiles voisines E_a et E_b .

26. Donner l'expression de l'éclairement total en M : $I_T(X_M)$
27. On fait varier la distance d . A quelle condition l'éclairement dans le plan π devient-il uniforme (brouillage des franges)? Donner alors la relation entre θ et d . Quelle est la valeur de d qui permet de déceler la distance angulaire θ_2 la plus petite ? Calculer θ_2 pour $\lambda = 0,68 \mu m$.
28. Quelle est dans ce cas la distance dans le plan focal de L_1 entre les centres des figures d'interférences-diffraction données par E_a et E_b ? Comparer à l'interfrange et commenter.
29. Comparer les différentes limites à la mesure de l'angle entre les deux étoiles dues à l'optique géométrique, à la diffraction, à l'utilisation de la technique interférentielle.

Document réponse projecteur:

NOM: _____

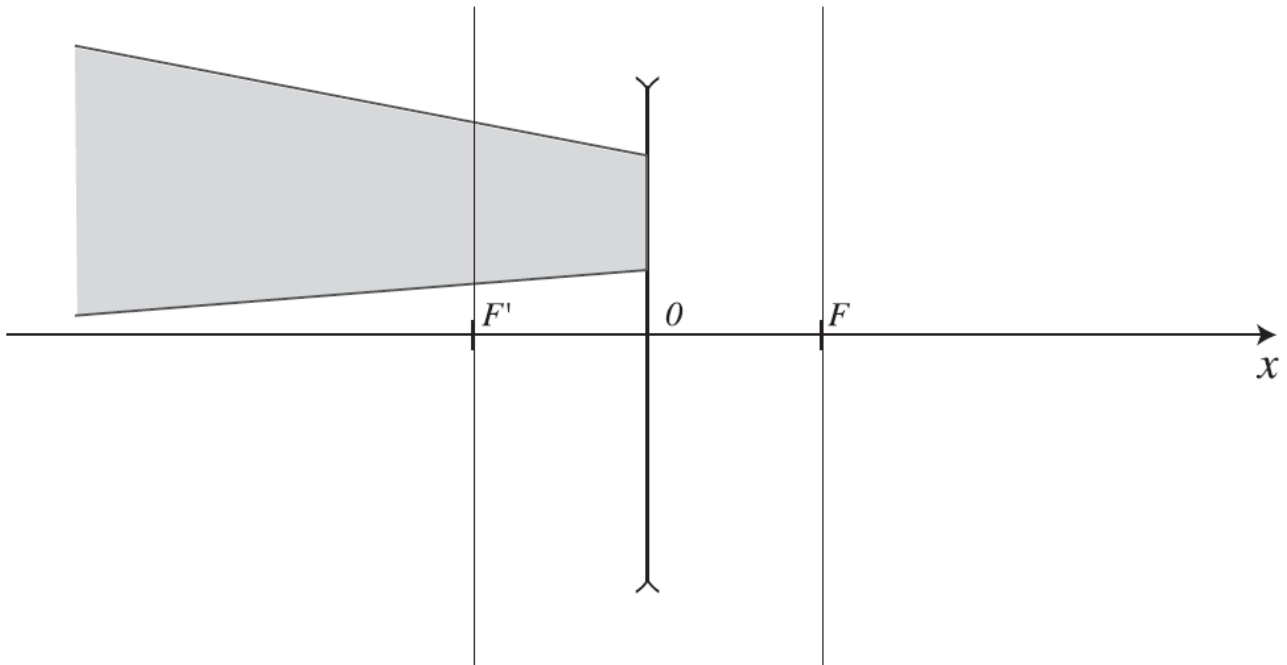


Figure 1: faisceau convergent arrivant sur une lentille divergente

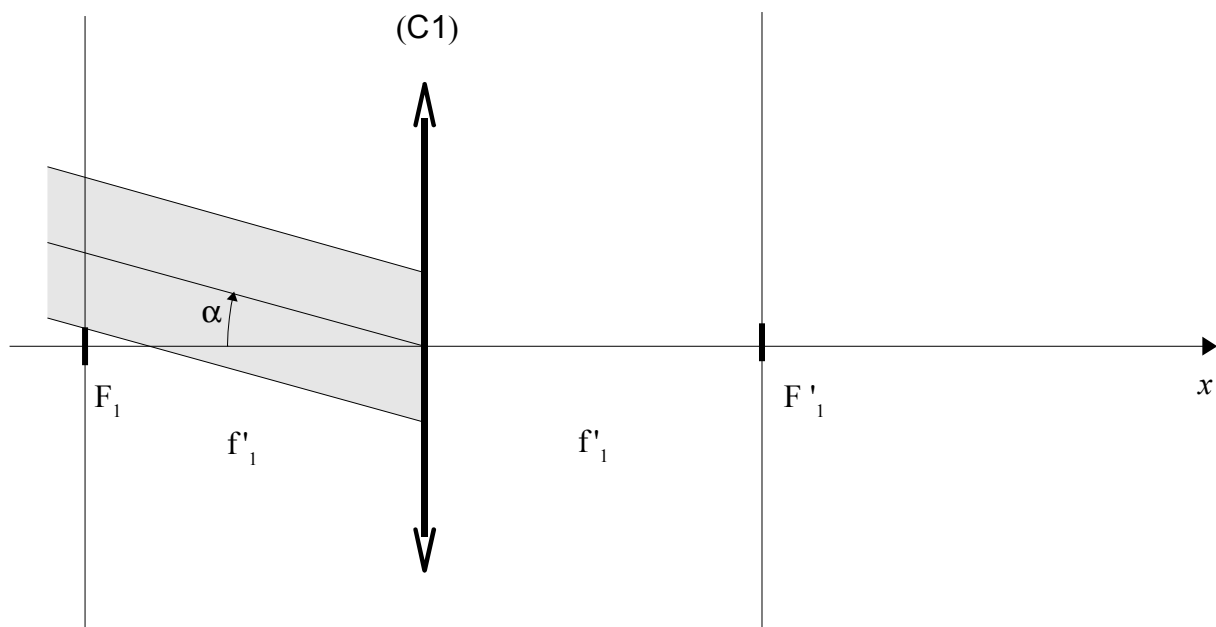


Figure 2: faisceau parallèle arrivant sur deux lentilles convergentes

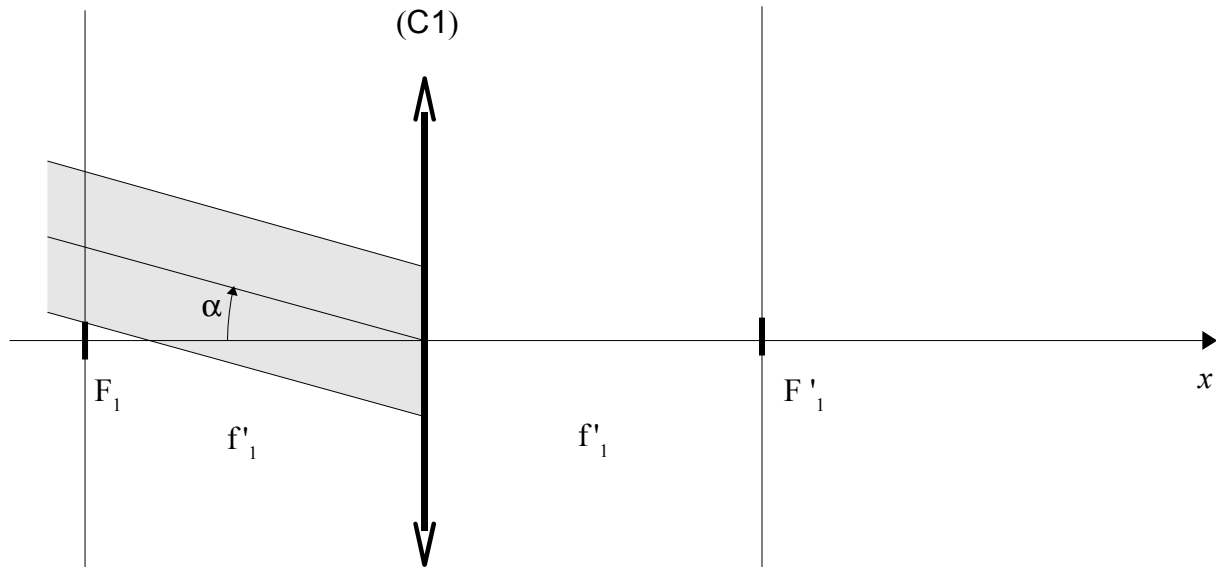


Figure 3: faisceau parallèle arrivant sur une lentille convergente suivie d'une lentille divergente

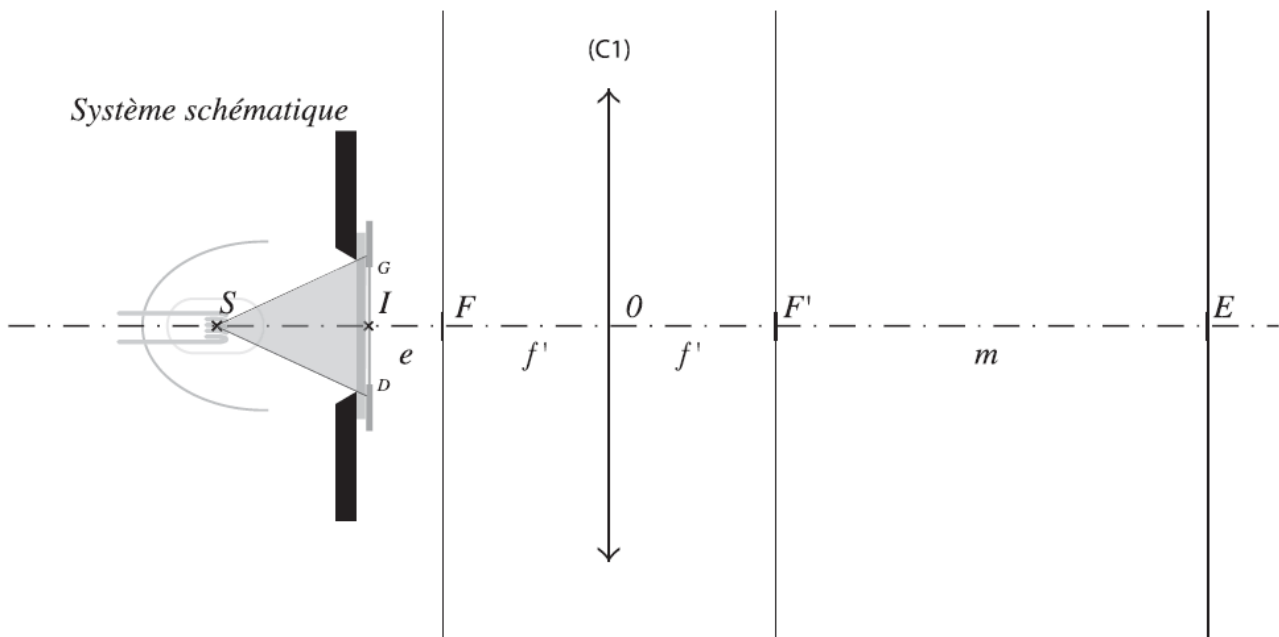


Figure 4: vue du projecteur de diapositives

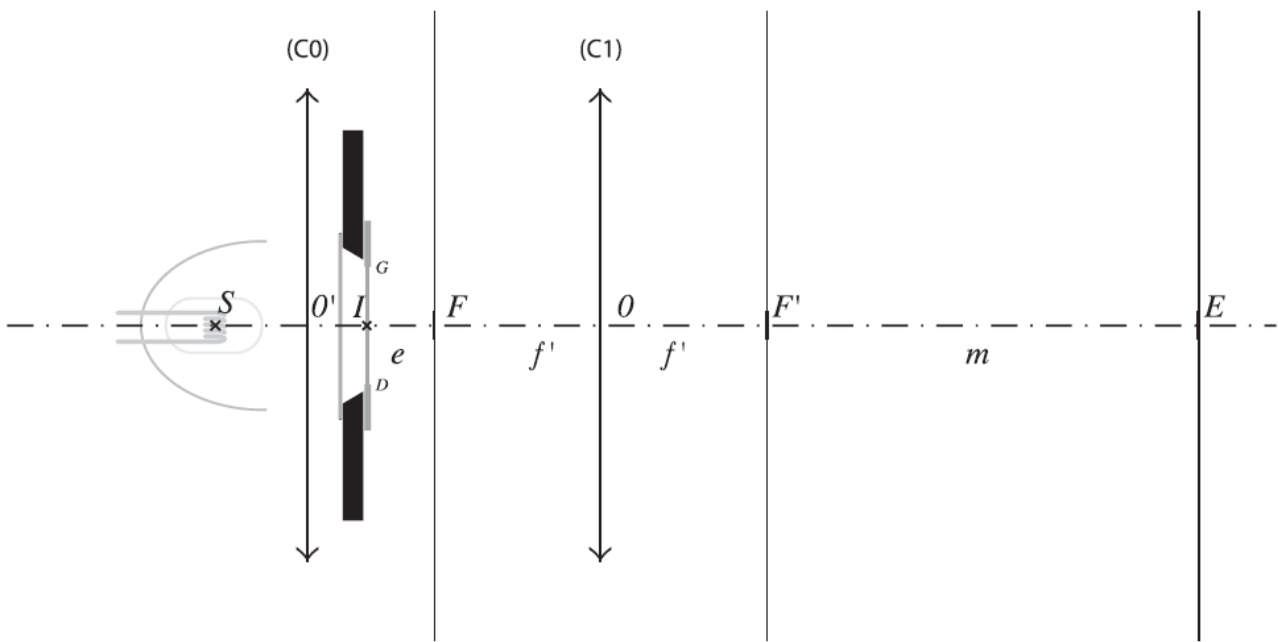
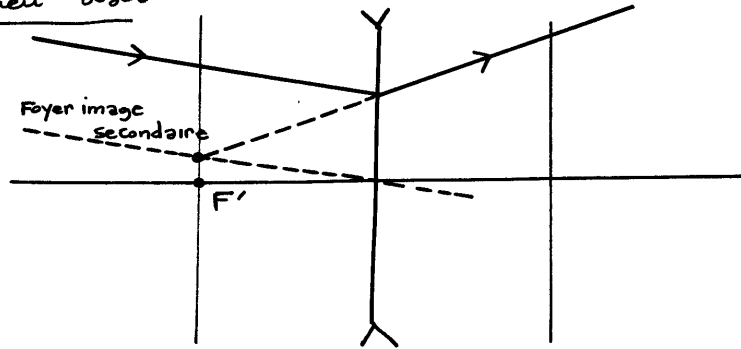


Figure 5: vue du projecteur de diapositives de seconde génération

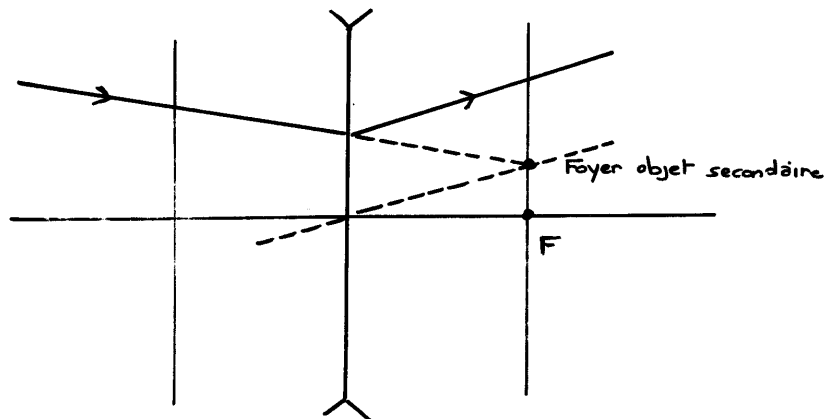
Réponses

Projecteur de diapositives

- 1) deux méthodes pour tracer la marche d'un rayon quelconque
 - le voir comme faisant partie d'un faisceau parallèle dans le milieu objet



- le voir comme faisant partie d'un faisceau parallèle dans le milieu image



En adoptant, par exemple, la première méthode :

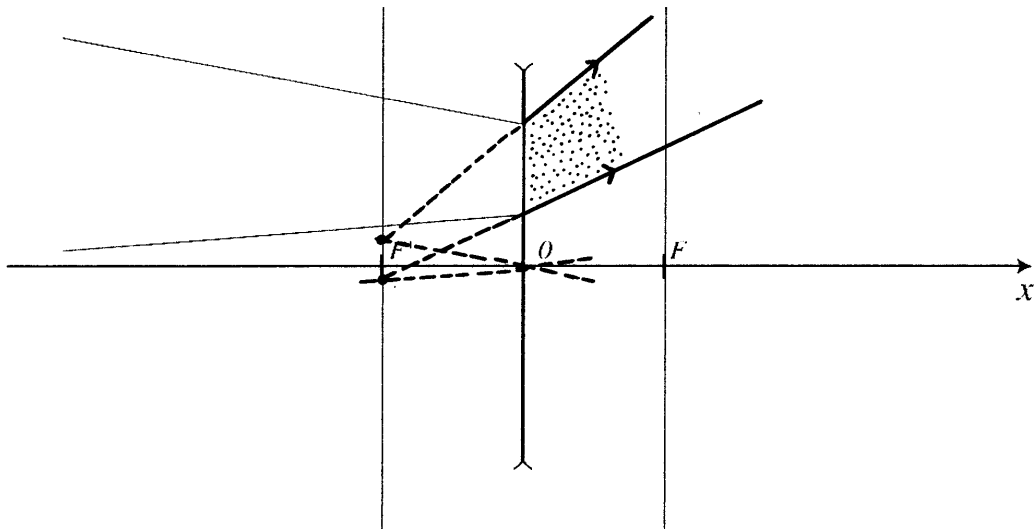
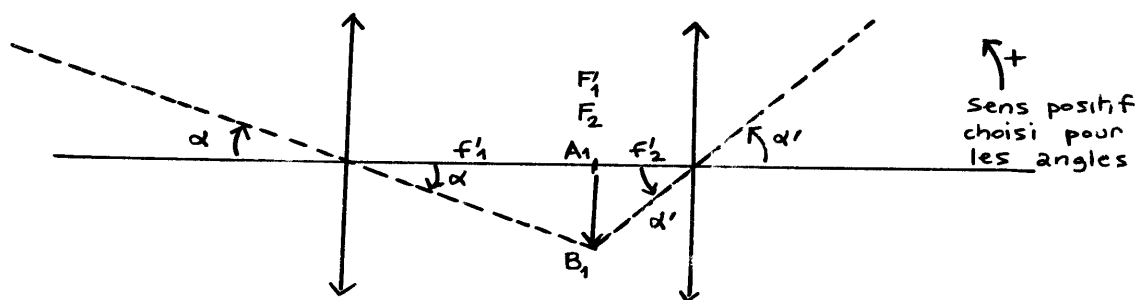


Figure 1: faisceau convergent arrivant sur une lentille divergente

- 2)
- | | | |
|---|----------------------|--|
| objet
à l'infini | $\xrightarrow{(C1)}$ | image dans
le plan focal
image contenant
F'_1 |
| objet dans
le plan focal
objet contenant
F_2 | $\xrightarrow{(C2)}$ | image
à l'infini |

Les deux lentilles doivent avoir même axe optique.
Il faut que $F'_1 = F_2$

- 3) Il faut surtout tracer les rayons passant par O_1 et O_2



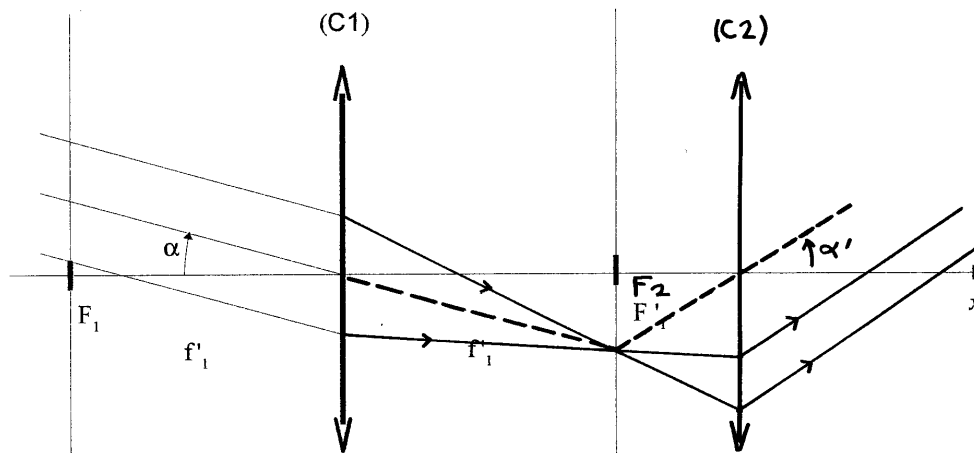
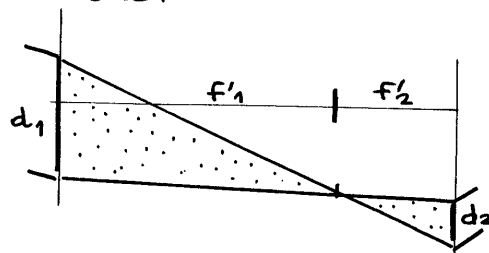


Figure 2: faisceau parallèle arrivant sur deux lentilles convergentes

- 4) La largeur des faisceaux est (sans doute) considérée selon y, perpendiculairement à x .



dans les triangles (cf homothétie)

$$\frac{d_2}{d_1} = \left| \frac{f'_2}{f'_1} \right|$$

donc

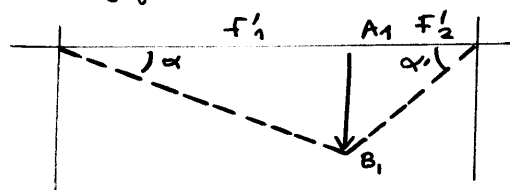
$$G = \frac{f'_2}{f'_1}$$

avec $f'_2 = f'_1/3 > 0$

A.N.

$$G = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

- 5) En considérant la figure vue en 3)



$$\overline{A_1 B_1} < 0$$

$$\alpha < 0$$

$$\alpha' > 0$$

les angles étant "petits" :

$$\alpha = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_1}$$

$$\alpha' = \frac{-\overline{A_1 B_1}}{f'_2}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{1}{G}$$

A.N.

$$\alpha' = - 3 \alpha$$

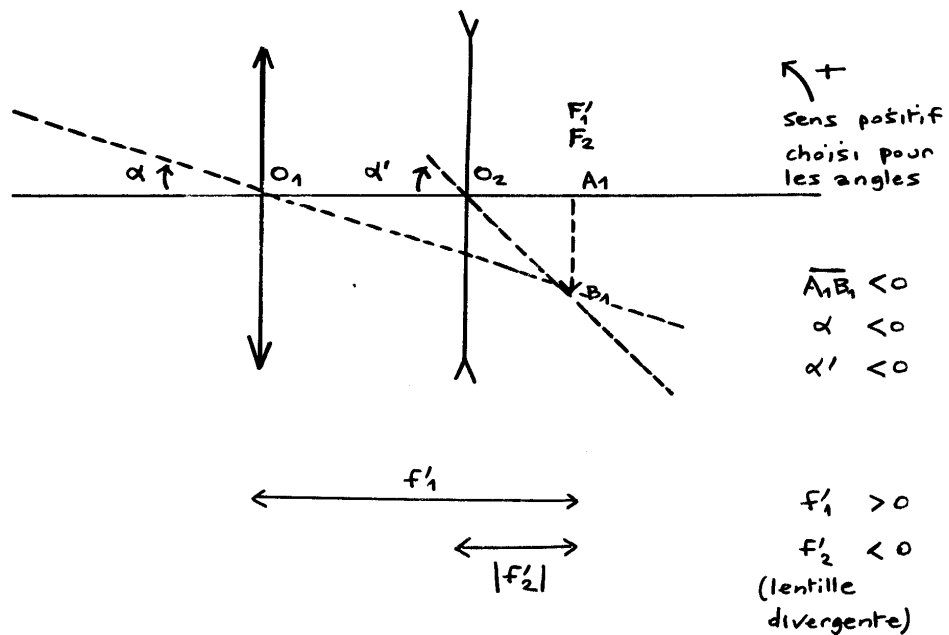
à la sortie, le faisceau parallèle est incliné "à l'envers"
d'où le signe négatif.

6) Le raisonnement est rigoureusement le même qu'en 3)

$$F'_1 = F_2$$

mais ici F_2 pour une lentille divergente se trouve derrière
la lentille divergente.

7) Il faut surtout tracer les rayons passant par O_1 et O_2



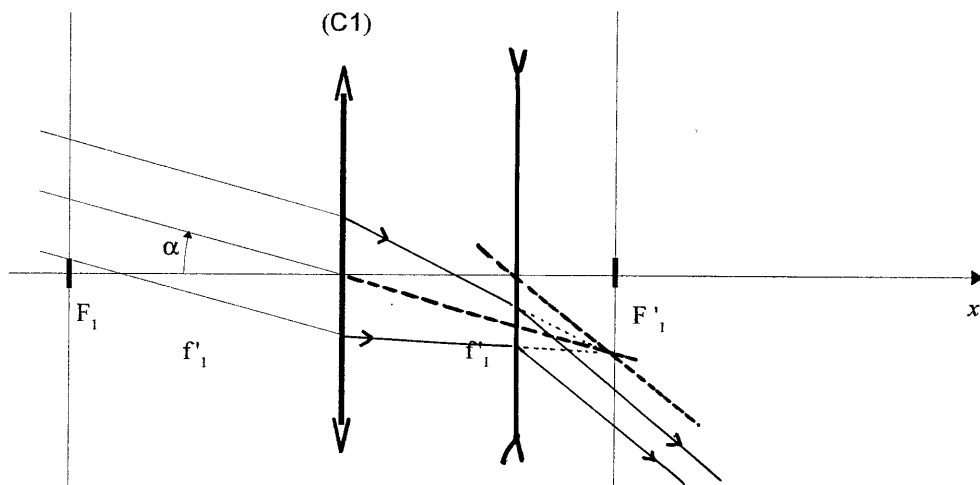
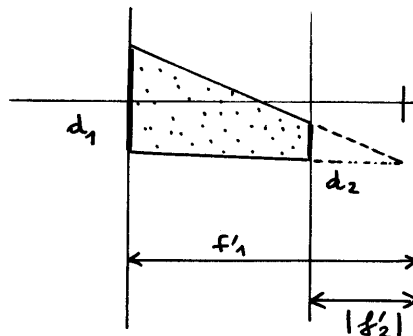


Figure 3: faisceau parallèle arrivant sur une lentille convergente suivie d'une lentille divergente

8)



dans les triangles (cf homothétie)

$$\frac{d_2}{d_1} = \left| \frac{f'_2}{f'_1} \right|$$

donc

$$G' = - \frac{f'_2}{f'_1}$$

avec $f'_2 = - \frac{f'_1}{3} < 0$

A.N.

$$G' = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

9) En considérant la figure vue en 7), les angles étant "petits" :

$$\alpha = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_1}$$

$$\alpha' = - \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$\boxed{\frac{\alpha'}{\alpha} = - \frac{1}{G'}}$$

$$\text{A.N.} \quad \boxed{\alpha' = 3\alpha}$$

à la sortie, le faisceau parallèle est incliné dans le même sens d'où le signe positif obtenu.

- 10) Pour que le faisceau de sortie soit parallèle, il faut que le faisceau d'entrée le soit aussi.
(le système est alors afocal)

- 11) Dans le cas d'une lentille convergente avec objet réel et image réelle, le grandissement est négatif car l'image est inversée.

Donc
$$\gamma = - \frac{1,20}{0,036}$$

$$\boxed{\gamma = - \frac{100}{3} \approx -33,3}$$

- 12) Le diffuseur "diffuse" la lumière de la source ponctuelle sur la diapo pour que la diapo soit éclairée le plus uniformément possible.

- 13) On fait la construction avec 3 rayons pour D' et 3 rayons pour G'

(en fait il suffirait de deux rayons pour un point et d'un seul pour l'autre dans la mesure où G' et D' sont dans le même plan)

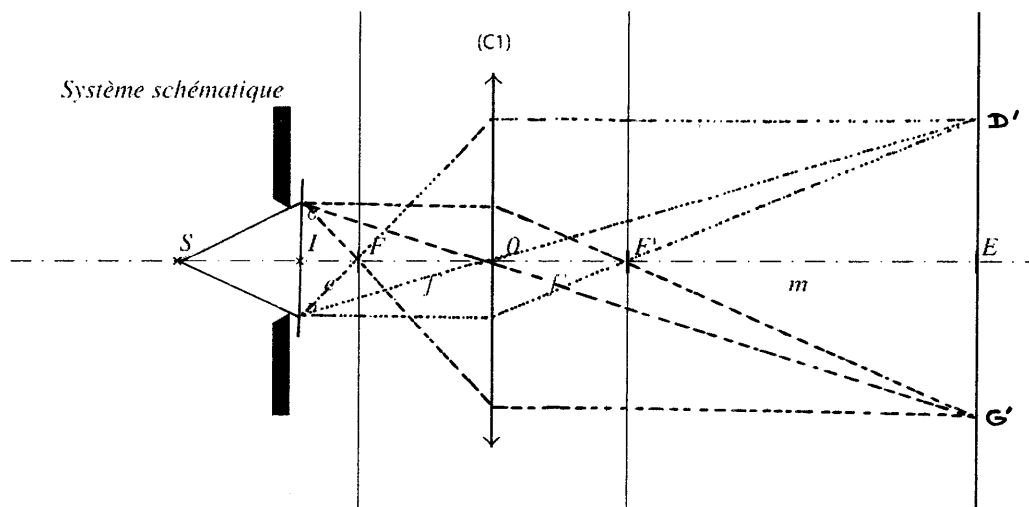


Figure 4: vue du projecteur de diapositives

L' image est inversée .

Il faut donc mettre la diapo en inversant

droite \leftrightarrow gauche
haut \leftrightarrow bas

mais aussi



diapo vue
de S

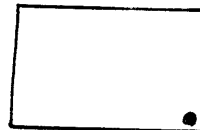


image vue
de S

14) $\left\{ \begin{array}{ll} \text{position de l'objet} & \overline{FI} = -e \quad (< 0) \\ \text{position de l'image} & \overline{F'E} = m \quad (> 0) \\ \text{Focales} & \overline{OF'} = -\overline{OF} = f' \end{array} \right.$

On connaît $l = \overline{OE}$ et γ

Le repérage de l'objet et de l'image étant par rapport aux foyers, les formules de Newton (qu'on sait retrouver rapidement par construction) s'appliquent.

$$\rightarrow \gamma = -\frac{f}{g} = -\frac{g'}{f'}$$

$$= \frac{f'}{-e} = -\frac{m}{f'}$$

donc

$$\boxed{e = -\frac{f'}{\gamma}}$$

$$\boxed{m = -\gamma f'}$$

\rightarrow on sait aussi que

$$l = \overline{OF'} + \overline{F'E}$$

$$\boxed{l = f' + m}$$

finalement :

$$l = f' - \gamma f' \quad \text{donc}$$

$$\boxed{f' = \frac{l}{1-\gamma}}$$

$$\boxed{m = \frac{-\gamma l}{1-\gamma}}$$

$$\boxed{e = \frac{l}{-\gamma(1-\gamma)}}$$

$$\text{A.N. } f' = \frac{3}{1 + \frac{100}{3}} = \underline{8,74 \text{ cm}}$$

$$m = \frac{\frac{100}{3} \times 3}{1 + \frac{100}{3}} = \underline{2,91 \text{ m}}$$

$$e = \frac{3}{\frac{100}{3}(1 + \frac{100}{3})} = \underline{2,62 \text{ mm}}$$

remarque : bien entendu, on pouvait résoudre aussi en utilisant les formules de Descartes.

$$p = -f' - e$$

$$p' = f' + m$$

avec

$$\gamma = \frac{p'}{p}$$

$$\text{et } -\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \frac{p'}{p} \\ -\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{d'où } p = \frac{f'(1-\gamma)}{\gamma} \\ \text{ou } p = -e - f' \end{array}$$

on retrouve

$$\boxed{e = -\frac{f'}{\gamma}}$$

... etc

- 15) On change l , on connaît f' , on cherche γ
On a vu

$$f' = \frac{l}{1-\gamma}$$

$$(-\gamma) = \frac{l}{f'} - 1$$

l (m)	$(-\gamma)$	largeur image $(-\gamma) \times 36 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$
2	21,9	0,79
3	33,3	1,20
5	56,2	2,02

- 16) on cherche \overline{IO} c'est à dire $(-p) = f' + e$
 $= f' - \frac{f'}{\gamma}$

$$\overline{IO} = \frac{l f'}{l - f'}$$

l (m)	\overline{IO} (cm)
2	9,14 $\leftarrow \overline{IO}_{\max}$
3	9,00
5	8,89 $\leftarrow \overline{IO}_{\min}$

Course pour l'objet :

$$9,14 - 8,89 \text{ cm}$$

soit :

$$2,44 \text{ mm}$$

- 17) Si on utilise toute la surface de la lentille, on
gagne en luminosité
mais la lentille ne travaille plus dans les conditions des
Gauss : perte de netteté (et existence d'aberrations)

18)

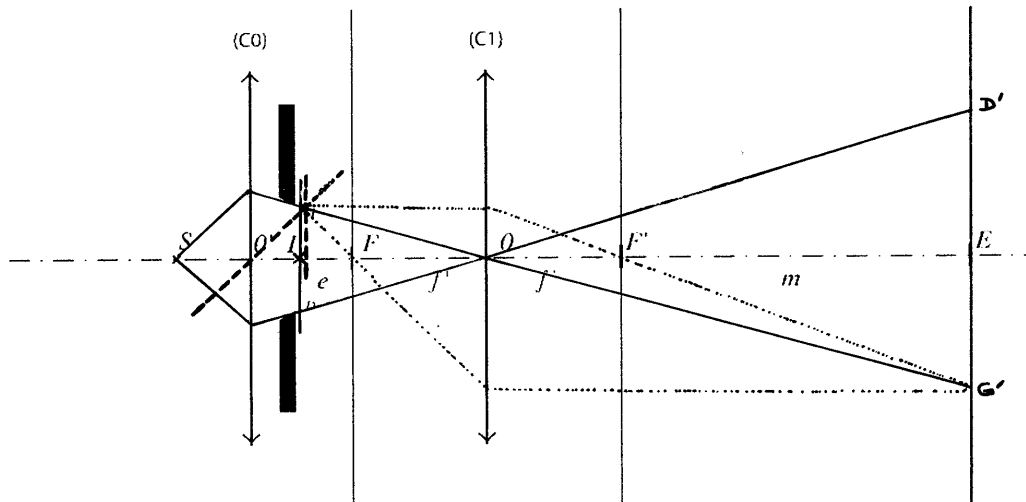
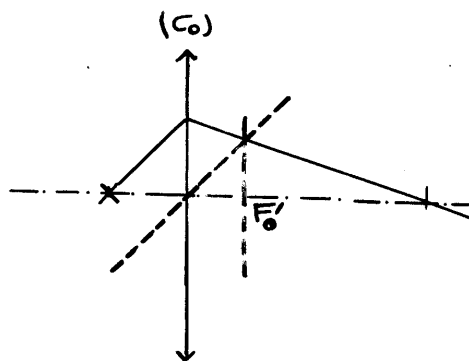


Figure 5: vue du projecteur de diapositives de seconde génération

→ Seul le dispositif d'éclairage de la diapo a été modifié.
 Il n'y a pas de modification pour D' et G'
 (voir construction de G' avec 3 rayons)

→



La construction de F'_0 montre que la diapo se trouve
quasiment dans le plan focal image de (C_0)

19)

objet S $\xrightarrow{(C_0)}$ image O

on veut une relation entre f'_0 , $P'_0 = \overline{O'O}$, x_0
 on écrit donc les formules de Descartes.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{P_o} + \frac{1}{P'_o} &= \frac{1}{f'_o} \\ \gamma_o &= \frac{P'_o}{P_o} \end{aligned} \right\} \text{ donc on a :}$$

$$-\frac{\gamma_o}{P'_o} + \frac{1}{P'_o} = \frac{1}{f'_o}$$

$$\boxed{f'_o = \frac{\overline{o'o}}{1 - \gamma_o}}$$

20) On s'intéresse ici à (C1). On sait $P'_1 = l = 2 \text{ m}$, on connaît $f' = 8,74 \text{ cm}$, on peut donc trouver $P_1 = \overline{OI}$. Ceci a déjà été fait dans le problème en 15) cf \overline{IO}_{\max}

$$\overline{IO} = \frac{l f'}{l - f'} = 9,14 \text{ cm}$$

on a $\overline{SI} = d = 5 \text{ cm}$

donc $\overline{SO} = \overline{SI} + \overline{IO}$

$$\boxed{\overline{SO} = d + \frac{l f'}{l - f'} = 14,14 \text{ cm}}$$

On s'intéresse alors à (C0). On connaît la distance $\overline{SO} = D$ entre objet et image. On connaît le grandissement γ_o et on cherche $-P_o = \overline{SO}'$

relations: $\left| \begin{aligned} \gamma_o &= \frac{P'_o}{P_o} \\ D &= P'_o - P_o \quad (\text{cf } P_o < 0) \end{aligned} \right.$

donc $-P_o = \frac{D}{1 - \gamma_o}$

$$\boxed{\overline{SO}' = \frac{\overline{SO}}{1 - \gamma_o} = 2,83 \text{ cm}}$$

21) On utilise la formule déjà démontrée en 19)

$$f'_o = \frac{\overline{o'o}}{1 - \gamma_o}$$

$$f'_0 = \frac{\overline{SO} - \overline{SO}'}{1 - \gamma_0}$$

$$= \frac{14,14 - 2,83}{1 - (-4)}$$

$$f'_0 = 2,26 \text{ cm}$$

22) Les données :

- O est l'image de S par (C_0)
- \overline{SI} est fixé
- O', O, E bougent.

On s'intéresse à (C_0)

relations :

$$D = P'_0 - P_0$$

$$-\frac{1}{P_0} + \frac{1}{P'_0} = \frac{1}{f'_0}$$

(γ_0 change)

donc P_0 vérifie

$$P_0 (D + P_0) = -D f'_0$$

$$\overline{SO}' (\overline{SO} - \overline{SO}') = \overline{SO} f'_0$$

on résolvant l'équation du second degré :

$$\overline{SO}' = \frac{\overline{SO}}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f'_0}{\overline{SO}}} \right)$$

(effectivement, si la distance objet-image est fixée, il y a pour $D > 4f'_0$ deux possibilités - cf méthode de Bessel -

On doit garder la solution pour laquelle $\overline{SO}' < d$.

(ce sera la plus petite)

$$\overline{SO}' = \frac{\overline{SO}}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4f'_0}{\overline{SO}}} \right)$$

avec

$$\overline{SO} = d + \frac{2f'_0}{1 - f'_0}$$

l (m)	$\overline{IO} = \frac{lf'}{l-f'}$ (cm)	$\overline{SO} = d + \frac{lf'}{l-f'}$ (cm)	$\overline{SO}' = \frac{\overline{SO}}{2} (1 - \sqrt{1 - \frac{4f'}{\overline{SO}}})$ cm
2	$\overline{IO}_{\max} = 9,14$	$\overline{SO}_{\max} = 14,14$	$\overline{SO}'_{\min} = 2,8274$ (cf 20)
5	$\overline{IO}_{\min} = 8,89$	$\overline{SO}_{\min} = 13,89$	$\overline{SO}'_{\max} = 2,8442$

23)

Pour $\Delta l = 5 - 2 = +3 \text{ m}$

$$\Delta \overline{IO} = 8,89 - 9,14 = \underline{-0,25 \text{ cm}}$$

$$\Delta \overline{SO}' = 2,8442 - 2,8274 = \underline{+0,017 \text{ cm}}$$

(environ 15 fois plus petit
mais de sens contraire)

Remarque

Un calcul de variation permet d'obtenir directement le résultat puisque \overline{IO} , \overline{SO} , \overline{SO}' varient "peu".
On part plutôt de l'équation du second degré vue en 22)

$$\overline{SO}' (\overline{SO} - \overline{SO}') = \overline{SO} f'$$

$$\ln \overline{SO}' + \ln (\overline{SO} - \overline{SO}') = \ln \overline{SO} + \ln f'$$

$$\frac{d\overline{SO}'}{\overline{SO}'} + \frac{d(\overline{SO} - \overline{SO}')}{(\overline{SO} - \overline{SO}')} = \frac{d\overline{SO}}{\overline{SO}}$$

$$d\overline{SO}' \left(\frac{1}{\overline{SO}'} - \frac{1}{\overline{SO} - \overline{SO}'} \right) = d\overline{SO} \left(\frac{1}{\overline{SO}} - \frac{1}{\overline{SO} - \overline{SO}'} \right)$$

$$d\overline{SO}' \left(\frac{\overline{SO} - 2\overline{SO}'}{\overline{SO}' (\overline{SO} - \overline{SO}')} \right) = d\overline{SO} \left(\frac{-\overline{SO}'}{\overline{SO} (\overline{SO} - \overline{SO}')} \right)$$

$$\boxed{d\overline{SO}' = -d\overline{SO} \frac{\overline{SO}'^2}{\overline{SO} (\overline{SO} - 2\overline{SO}')}} \quad$$

A.N. à partir de la situation $l=2\text{m}$

$$= -(-0,25) \frac{2,83^2}{14,14 (14,14 - 2 \times 2,83)}$$

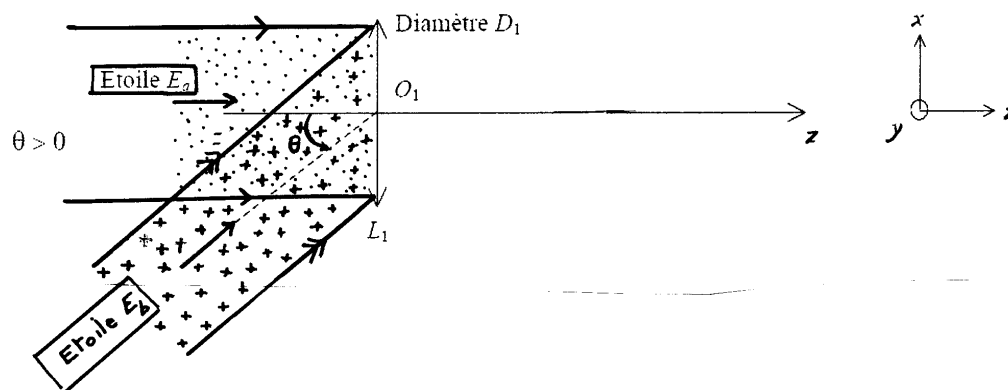
$$= +0,017 \text{ cm}$$

- 24) Aucun changement dans la façon de placer la diapo
(c'est uniquement le dispositif d'éclairage de la diapo
qui a été modifié)
-

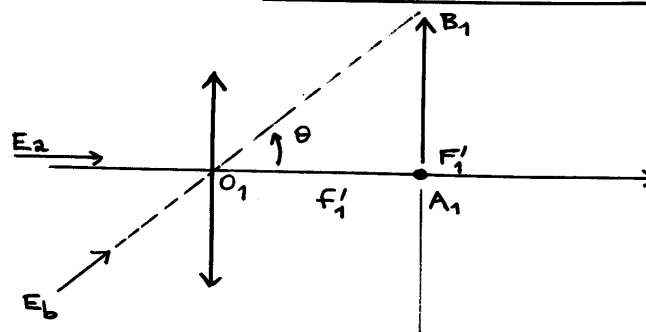
- 25) Les rayons passent donc dans C_1 au voisinage du
centre optique : les conditions de Gauss sont mieux
respectées qu'auparavant.
-

Observation de deux étoiles

- 1) Les étoiles étant à l'infini, les faisceaux sont parallèles (ou cylindriques)



- 2) A_1 et B_1 sont dans le plan focal image de L_1



avec

$$\overline{A_1 B_1} = f_1' \tan \theta$$

$$\overline{A_1 B_1} = f_1' \theta$$

(rayons paraxiaux)

- 3) $A_1 B_1 \xrightarrow{(L_2)} A_2 B_2$

$$\text{avec } \gamma = \frac{\overline{O_2 A_2}}{\overline{O_2 A_1}}$$

$$\text{et } -\frac{1}{\overline{O_2 A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2 A_2}} = \frac{1}{f_2'}$$

d'où

$$\overline{O_2 A_1} = - \frac{f'_2 (\gamma - 1)}{\gamma}$$

$$\text{A.N.} \quad = - \frac{-0,025 (2-1)}{2}$$

$$\overline{O_2 A_1} = 0,0125 \text{ m}$$

4)

$$\begin{aligned} \overline{A_2 B_2} &= \gamma \overline{A_1 B_1} \\ &= \gamma f'_1 \theta \end{aligned}$$

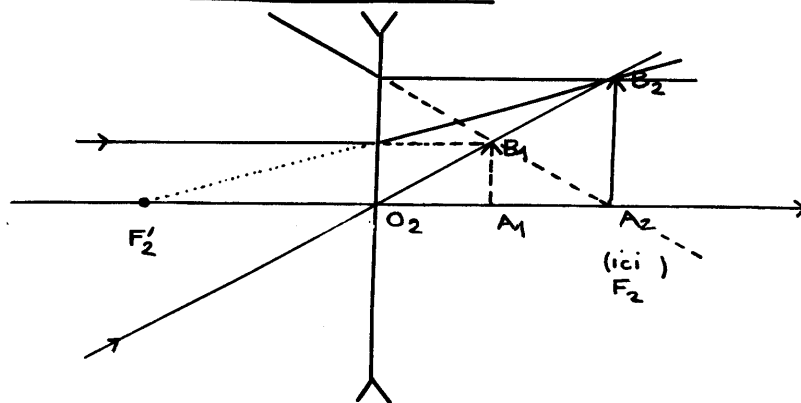
d'où

$$f' = \gamma f'_1$$

A.N.

$$f' = 15 \text{ m}$$

5)



$$\begin{aligned} \overline{A_1 A_2} &= \overline{O_2 A_2} - \overline{O_2 A_1} \\ &= \gamma \overline{O_2 A_1} - \overline{O_2 A_1} \end{aligned}$$

$$\overline{A_1 A_2} = - \frac{f'_2 (\gamma - 1)^2}{\gamma}$$

$$\text{A.N.} \quad = - \frac{-0,025 (2-1)^2}{2}$$

$$\overline{A_1 A_2} = 0,0125 \text{ m}$$

L'encombrement augmente de 1,25 cm sur 7,5 m.

L'image est double donc meilleure résolution.

on aurait pu remplacer L1 par une lentille de
focale double, alors l'encombrement aurait augmenté de 7,5 m!

6) - limite de perception (correspondant à 1 pixel)

$$\theta_{\min} = \frac{a_1}{f'}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} \quad &= \frac{9 \cdot 10^{-6}}{15} \\ &= \underline{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad}} \end{aligned}$$

soit :

$$\frac{6,0 \cdot 10^{-7} \times 180 \times 60 \times 60}{\pi}$$

$$\theta_{\min} = 0,124''$$

- la plus grande valeur décelable est selon la diagonale de dimension $\sqrt{(768)^2 + (512)^2}$ $\frac{a_1}{a_1}$
923 $\frac{a_1}{a_1}$

$$\theta_{\max} = 923 \theta_{\min}$$

$$= 114,23''$$

$$\theta_{\max} = 1' 54'' \quad (1,90')$$

7) Principe de Huygens - Fresnel

Tout point atteint par l'onde se comporte comme une source secondaire émettant une onde sphérique

d'amplitude proportionnelle à la surface dS de la source secondaire et à l'amplitude de l'onde incidente

Ces ondelettes réémises sont cohérentes et interfèrent entre elles.

- 8) on suppose OP "petit" (sinon pas de diffraction)
on suppose OO' "grand" (cf: diffraction à l'infini)
on suppose O'M "petit" (la diffraction s'effectue au voisinage

de l'image donnée par l'optique géométrique)

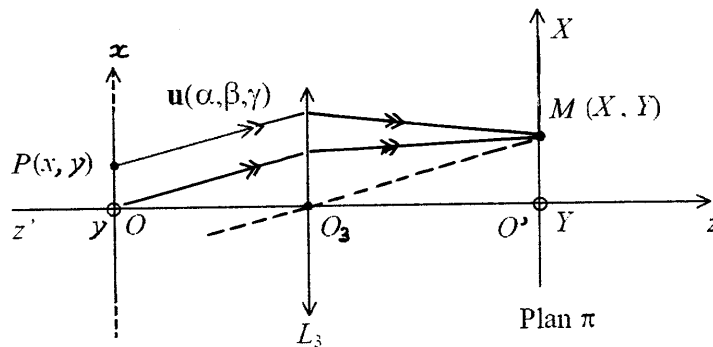
On écrit donc

$$\begin{array}{l} OP \ll OO' \\ O'M \ll OO' \end{array}$$

Alors, l'ondelette étant sphérique, il intervient $\frac{1}{PM}$ et on fera dans l'intégrale :

$$\frac{1}{PM} \simeq \frac{1}{OO'} = \text{cste}$$

g)



Les rayons diffractés dans la direction \vec{u} convergent dans le plan focal image π de L_3 en un point M tel que $\vec{O_3M} = \|\vec{O_3M}\| \vec{u}$

$$\vec{u} = \frac{\vec{O_3M}}{\|\vec{O_3M}\|} \quad \text{avec} \quad \vec{O_3M} \begin{vmatrix} X_M \\ Y_M \\ F'_3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{u} \begin{vmatrix} X_M / \sqrt{X_M^2 + Y_M^2 + F_3'^2} = \alpha \\ Y_M / \sqrt{} = \beta \\ F'_3 / \sqrt{} = \delta \end{vmatrix}$$

on est en optique paraxiale donc

$$\begin{array}{l} \alpha \approx \frac{X_M}{F'_3} \\ \beta \approx \frac{Y_M}{F'_3} \end{array}$$

19

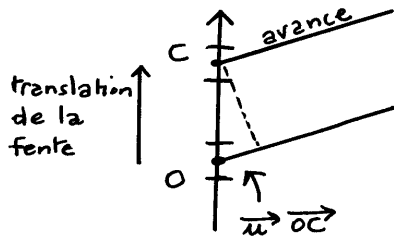
→ Le problème travaille en $\exp j(\varphi - \omega t)$

$$\varphi = \frac{2\pi(\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OP}}{\lambda}$$

est le retard de l'onde passant par P par rapport à celle passant par O

(cf chemin de P à M : $\vec{u} \cdot \vec{PM} = \vec{u} \cdot \vec{OM} - \vec{u} \cdot \vec{OP}$ comme dans la formule proposée ,

→ En étudiant le cas d'une fente rectangulaire en incidence normale :



on sait qu'il faut considérer le rayon milieu. En C, il y a avance donc ici

$$\underline{A'}(M) = \underline{A}(M) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{OC}$$

(avance)

et dans le cas général, on prévoit :

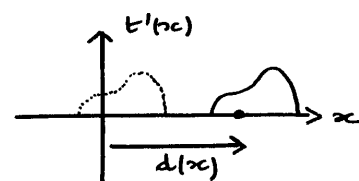
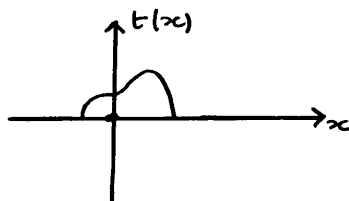
$$\underline{A'}(M) = \underline{A}(M) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OC}$$

→ La démonstration mathématique (incidence quelconque, diaphragme D de forme quelconque)

$$\underline{A}(M) = K_1 \iint_{\text{plan D}} \underline{t}(x, y) \exp j \frac{2\pi(\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OP}}{\lambda} dS \quad \vec{OP} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\underline{A'}(M) = K_1 \iint_{\text{plan D}} \underline{t'}(x, y) \exp j \frac{2\pi(\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OP}}{\lambda} dS$$

on illustre par un dessin \underline{t} et $\underline{t'}$ en les supposant (pour le dessin) réels et fonction de x uniquement.



on a $\boxed{t'(x, y) = t(x - d_x, y - d_y)}$

$$\underline{A'(M)} = K_1 \iint_{\text{plan D}} t(x - d_x, y - d_y) \exp \frac{j 2\pi (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2)}{\lambda} dx dy$$

changement de variable

$$\begin{aligned} x' &= x - d_x & \text{donc} & & x &= x' + d_x \\ y' &= y - d_y & & & y &= y' + d_y \end{aligned}$$

$$\underline{A'(M)} = K_1 \iint_{\text{plan}} t(x', y') \exp \frac{j 2\pi (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot [(x' + d_x)\vec{e}_1 + (y' + d_y)\vec{e}_2]}{\lambda} dx' dy'$$

$$= \exp \frac{j 2\pi (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot (d_x\vec{e}_1 + d_y\vec{e}_2)}{\lambda}$$

$\underline{A(M)}$

↑
expression de départ
avec $\begin{cases} x \rightarrow x' \\ y \rightarrow y' \end{cases}$

$\exp \frac{j 2\pi (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OC}}{\lambda}$
que l'on peut écrire
 $\exp \frac{j 2\pi (\vec{u}_i - \vec{u}) \cdot \vec{OC}}{\lambda}$

11) En incidence normale $\vec{u}_i \cdot \vec{OM} = 0$

$$\begin{aligned} \underline{A(M)} &= K_1 \iint t(x, y) \exp -j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y) dx dy \\ &= K_1 \int_{x=-a/2}^{a/2} \exp -j \frac{2\pi}{\lambda} \alpha x dx \int_{y=-a/2}^{a/2} \exp -j \frac{2\pi}{\lambda} \beta y dy \end{aligned}$$

$$\underline{A(\alpha, \beta)} = K_1 a^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi \alpha a}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi \beta a}{\lambda}\right)$$

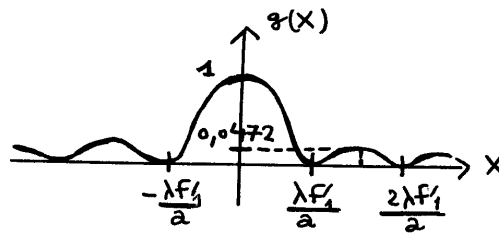
$$\boxed{\underline{A(x_n, y_n)} = K_1 a^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi x_n a}{\lambda f_1}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi y_n a}{\lambda f_1}\right)}$$

12) $\underline{I_a(x_n, y_n)} = K_1^2 a^4 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x_n a}{\lambda f_1}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi y_n a}{\lambda f_1}\right)$

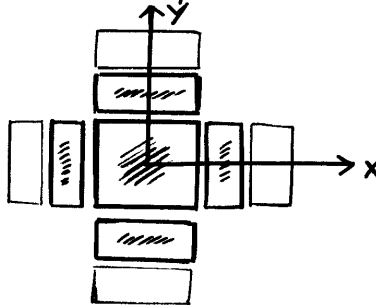
$$\boxed{\underline{I_a(x_n, y_n)} = I_{a, \max} \quad g(x_n) \quad g(y_n)}$$

$$I_{a, \max} = K_1^2 a^4$$

$$g(x) = \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x a}{\lambda f_1}\right)$$



13) → Le produit $g(x) g(y)$ montre qu'il y aura une frange brillante carrée et des pieds



→ La figure est centrée en $x=0$ $y=0$ (donc sur l'image géométrique de l'étoile E_2 en A_1)

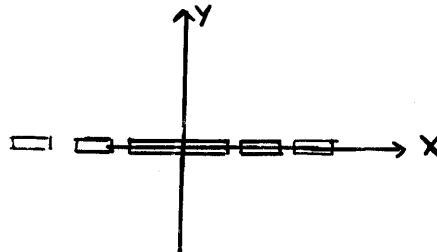
→ $\text{sinc}(\pi u)$ s'annule la première fois pour $u=1$
donc ici annulation $x = \frac{\lambda F'_1}{a}$

→ La tâche centrale est un carré.

$$\text{carré de côté: } \frac{2\lambda F'_1}{a}$$

$$\text{ou } \frac{2\sqrt{2}\lambda F'_1}{D}$$

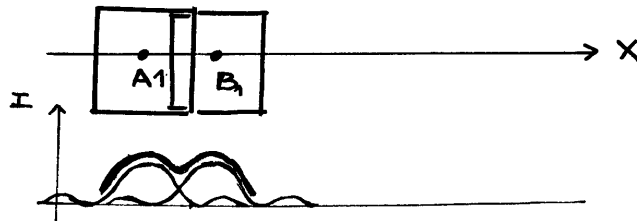
14) Si $a_y \gg a_x$, la diffraction a lieu uniquement selon x . Donc A est quasi nulle pour $y_M \neq 0$



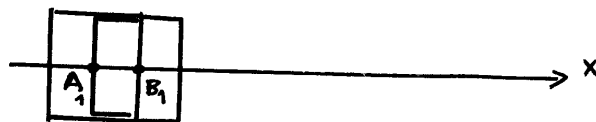
- 18) Les sources E_a et E_b sont incohérentes, on doit sommer les intensités.

La figure dépend de l'écartement des deux tâches :
il peut y avoir, ou non, recouvrement. Dans ce cas,
on ne verra pas la présence de deux étoiles.

19)



(on admet que) les deux
étoiles sont décelables



(on admet que) cette situation
est le cas limite

Les deux étoiles sont décelables si

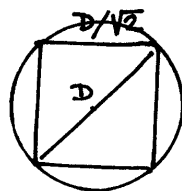
$$X_{B1} > \Delta X$$

demi largeur de
la tâche centrale

$$f_1' \theta > \frac{\lambda f_1'}{a}$$

$$\theta > \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

on passe (de manière approchée) au vrai diaphragme circulaire



$$a = \frac{D}{\sqrt{2}}$$

$$\theta_1 = \frac{\lambda \sqrt{2}}{D}$$

A.N.
$$= \frac{968 \cdot 10^{-6} \sqrt{2}}{0,5}$$

$$= 1,92 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 0,397''$$

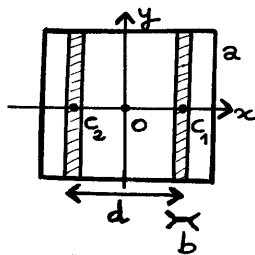
20) On a déjà calculé que 1 pixel correspondait à $\theta_{\min} = 0,124''$

La tache de diffraction correspond à $2\theta_1$ soit en pixels:

$$\text{largeur tache de diffraction} = 6,4 \text{ pixels}$$

La diffraction causée par la dimension finie de l'objectif ($D = 50 \text{ cm}$) limite donc sérieusement la résolution puisque la tache de diffraction s'étend sur 7 pixels de la caméra DTC

21) Le diaphragme est désormais constitué de deux fentes



avec $a \gg b$.

L'origine de l'axe des x reste en O

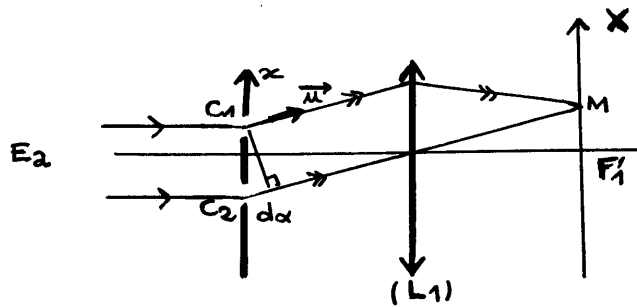
Mais l'origine des phases est choisie pour le rayon C_1M provenant de l'étoile E_a .

En se basant sur 14)

$$\underline{A}'_1(x_M, y_M=0) = K_1 a b \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi x_M b}{\lambda F'_1}\right)$$

(donc pas de terme de phase, vu l'origine choisie)

22)



Pour la fente 2, il y aura un déphasage retard en $\left(\frac{2\pi}{\lambda} d \alpha\right)$.

avec $\alpha = \frac{x_M}{F'_1}$

On va ici utiliser le résultat vu en 10)

$$\underline{A}'_1(M) = \underline{A}(M) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_2 - \vec{u}) \cdot \vec{OC}$$

Ici :

$$\underline{A}'_2(x_M, y_M=0) = \underline{A}'_1 \exp -j \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{C_1 C_2}$$

$$\begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \underline{A}'_1 \exp j \frac{2\pi}{\lambda} \alpha d$$

$$\underline{A}'_2 = \underline{A}'_1 \exp j \frac{2\pi x_M d}{\lambda F'_1}$$

23) \underline{A}'_2 et \underline{A}'_1 ne diffèrent que par un terme de phase.

les deux figures de diffraction $\underline{A}'_2 \underline{A}'_2^*$ et $\underline{A}'_1 \underline{A}'_1^*$ sont donc les mêmes.

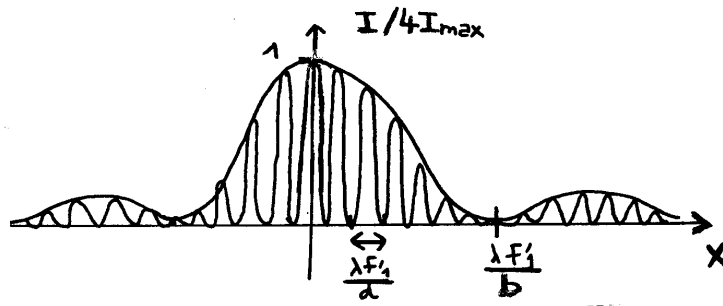
24) Les deux ondes A_1 et A_2 étant cohérentes, on a

$$\begin{aligned} \rightarrow \underline{A}_{\text{total}} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 \\ &= K_1 a b \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi X_M b}{\lambda F_1}\right) \left(1 + \exp j \frac{2\pi X_M d}{\lambda F_1}\right) \\ &= K_1 a b \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi X_M b}{\lambda F_1}\right) \exp\left(j \frac{\pi X_M d}{\lambda F_1}\right) 2 \cos\left(\frac{\pi X_M d}{\lambda F_1}\right) \end{aligned}$$

$$I_{T,2} = \underline{A} \underline{A}^*$$

$$I_{T,2} = \underbrace{4 K_1^2 a^2 b^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi X_M b}{\lambda F_1}\right)}_{\substack{I_{\max} \\ \text{cf diffraction pour} \\ \text{une fente}}} \underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi X_M d}{\lambda F_1}\right)}_{\substack{g_1(X_M) \\ \text{cf interférences} \\ 1 + \cos\left(\frac{2\pi X_M d}{\lambda F_1}\right) \\ \text{ou } \frac{2}{2}}}$$

→



L'interfrange (des phénomènes d'interférences) est la période de $\cos^2\left(\frac{\pi X_M d}{\lambda F_1}\right)$

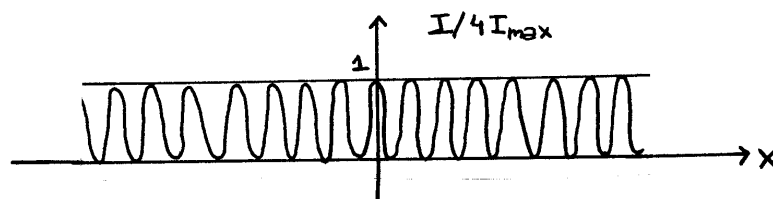
donc

$$i = \frac{\lambda F_1}{d}$$

→ Si les fentes sont infiniment fines ($b \rightarrow 0$) le premier minimum de $\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi X_M b}{\lambda F_1}\right)$ soit $\frac{\lambda F_1}{b}$ tend vers l'infini.

Les fentes diffractent uniformément.

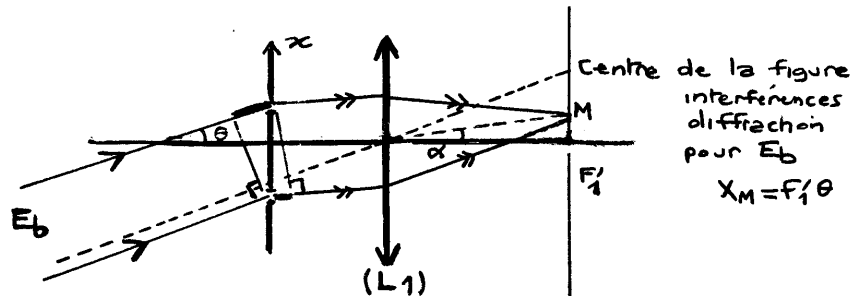
Il ne reste que le phénomène d'interférences.



25) Pour E_b idem sauf $\frac{X_M}{F_1} \rightarrow \frac{X_M}{F_1} - \theta$

Le centre de la figure (de diffraction et d'interférences) ne se trouve plus en $X_M = 0$ mais en $X_M = F_1 \theta$.

$$I_{T,b} = 4 K_1^2 a^2 b^2 \text{sinc}^2 \frac{\pi b}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \theta \right) \cos^2 \frac{\pi d}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \theta \right)$$



26) La diffraction est considérée comme uniforme ($\text{sinc}^2 = 1$)

$$I_{T,a} = 2 I_{\max} \left(1 + \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \frac{X_M}{F_1} \right) \quad \text{cf 24)}$$

$$I_{T,b} = 2 I_{\max} \left(1 + \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \theta \right) \right) \quad \text{cf 25)}$$

(Les intensités sont dues uniquement aux interférences)

les deux étoiles étant des sources incohérentes, on somme les intensités :

$$I_T = I_{T,a} + I_{T,b}$$

$$= 4 I_{\max} + 2 I_{\max} \left(\cos \frac{2\pi d}{\lambda} \frac{X_M}{F_1} + \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \theta \right) \right)$$

$$2 \cos \frac{\pi d \theta}{\lambda} \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \frac{\theta}{2} \right)$$

$$I_T = 4 I_{\max} \left(1 + \underbrace{\cos \frac{\pi d \theta}{\lambda}}_{\gamma} \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \left(\frac{X_M}{F_1} - \frac{\theta}{2} \right) \right)$$

27) Il y a brouillage des franges si $\gamma = \cos \frac{\pi d \theta}{\lambda} = 0$

dans ce cas $I_T = 4 I_{\max} \quad \forall X_M$

soit
$$\frac{\pi d \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + m\pi$$

 $(m \in \mathbb{Z})$

$$\theta = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d}$$

θ est le plus petit pour $m = 0$
 pour $d = d_{\max} = a$
 (cf dispositif décrit dans le problème)

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{2a}$$

A.N.

$$\theta_{\min} = \frac{0,68 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,5/\sqrt{2}}$$

$$= 9,62 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$$

$$\theta_{\min} = 0,198''$$

28) Ecart $\Delta X_{\text{centre}} = \theta_{\min} f'_1$

$$= \frac{1}{2} \frac{f'_1 \lambda}{a}$$

$$\Delta X = \frac{i}{2}$$

i désignant l'interfrange.

Les deux systèmes d'interférences sont décalés de $\frac{i}{2}$ donc ils se "contredisent" et la visibilité devient nulle.

remarque

ordres d'interférence :

$$P_a = \frac{d X}{f'_1} \frac{1}{\lambda} \quad (\text{cf } \delta/\lambda)$$

$$P_b = d \left(\frac{X}{f'_1} - \theta \right) \frac{1}{\lambda} \quad (\text{cf } \delta/\lambda)$$

les interférences s'annulent pour

$$P_a - P_b = \frac{1}{2} + m$$

$$\theta \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{2} + m$$

$$\theta = \left(\frac{1}{2} + m \right) \frac{\lambda}{d}$$

29)	optique géométrique	$\theta_{\min} = 0,12''$	(1 pixel)
	tâches diffraction	$\theta_{\min} = 0,40''$	(4 pixels)
	interférences	$\theta_{\min} = 0,20''$	(2 pixels)

La diffraction impose une limite à la séparation de l'ordre de 4 pixels mais grâce à la technique interférentielle, cette limite est réduite à 2 pixels.
