

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

# Systèmes Linéaires Continus Invariants

## SLCI2 - Correction

### TD1

*Robot de Vincennes*



Programme PSI/MP 2022 ( <a href="#">LIEN</a> )		
Id	Compétence développée	Connaissances associées
C1-02	Proposer une démarche de réglage d'un correcteur.	Compensation de pôles, réglage de marges, amortissement, rapidité et bande passante. Application aux correcteurs de type proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.
C2-04	Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur.	Correcteurs proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

## Contexte

Nous décidons de développer un petit robot suspendu à un fil et capable de suivre un groupe de chevaux lors d'une course à Vincennes.



A partir d'une image fixe de la zone de course dans la ligne droite devant les gradins, un programme informatique est capable de repérer la position de chaque cheval. Il en déduit par dérivation la vitesse de chacun. Un opérateur choisi ensuite de suivre l'un des chevaux de la course. Le programme identifie la vitesse du cheval concerné et envoie cette vitesse en consigne au robot.

Lors du mouvement du cheval, on attend du robot qu'il soit capable de suivre le cheval :

- Lors de son accélération en début de course, supposée constante aux environs de  $1 \text{ m/s}^2$ , en ayant au plus une erreur de trainage de  $3 \text{ m/s}$ . Puisque le cheval accélère en l'espace de quelques secondes, le robot prendra quelques mètres de retard qu'il rattrapera ensuite s'il est capable d'avoir un écart statique nul
- Lors de chacun de ses passages devant les gradins où l'on supposera que le cheval a une vitesse constante (environ  $20 \text{ km/h}$  ou  $5,5 \text{ m/s}$ ). On attend alors que le robot le suive à la même vitesse, soit un écart statique nul. Le robot sera donc légèrement en arrière du cheval, le temps d'accélérer jusqu'à obtenir la vitesse du cheval.

On attend du robot une aptitude à avoir atteint la vitesse du cheval en moins de 5 secondes.

Pour des raisons de stabilité de l'image, le robot ne doit pas avoir une réponse trop oscillante. Une étude préliminaire a permis de montrer qu'il faut une marge de phase supérieure à  $70^\circ$ .

Les caractéristiques de l'asservissement attendues sont résumées dans le tableau suivant :

Marge de phase	$\Delta\varphi \geq 70^\circ$
Temps de réponse à 5%	$t_{r5\%} \leq 5 \text{ s}$
Erreur statique en % pour une entrée en échelon	$\varepsilon_s = 0$
Erreur de trainage pour une entrée en rampe unitaire	$ \varepsilon_v  \leq 3 \text{ m.s}^{-1}$

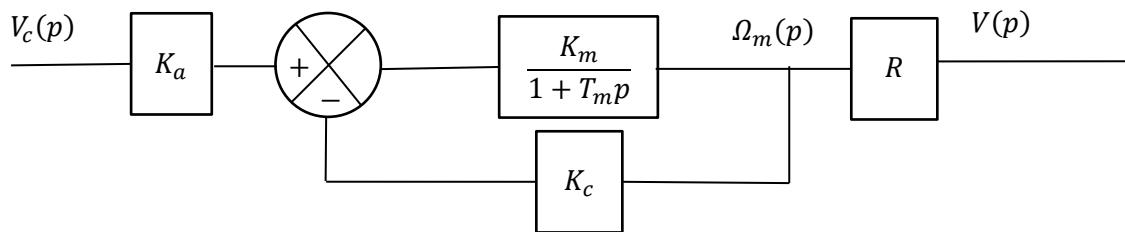
Attention : j'ai inventé ce sujet, et les robots réels ne sont fort probablement pas pilotés de la même manière, n'ont pas les mêmes caractéristiques etc

Remarque : l'asservissement étant en vitesse, quand on parle d'écart statique, c'est sur la consigne d'échelon en vitesse, et « l'écart en vitesse », c'est pour une consigne en rampe en vitesse, soit en accélération !

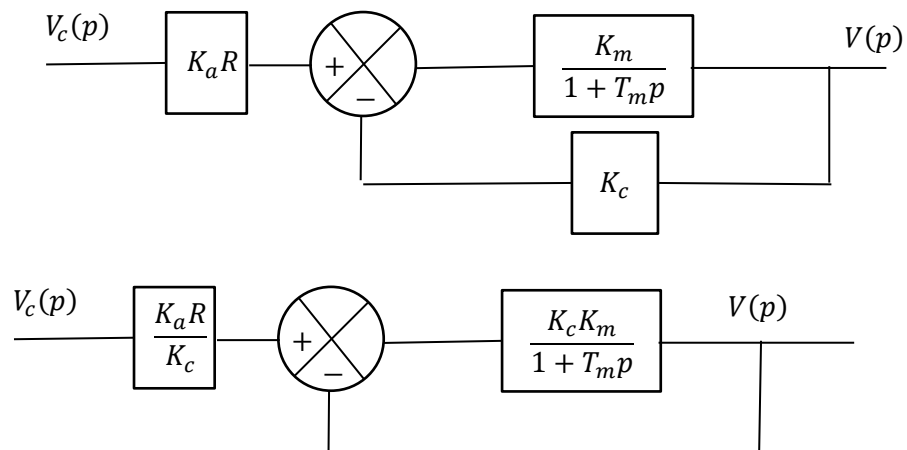
Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

La structure de l'asservissement est la suivante : Une consigne de vitesse  $V_c$  en entrée du système est convertie à l'aide d'un adaptateur de gain  $K_a$  en une tension qui est comparée à la tension renvoyée par un capteur de gain  $K_c$  qui mesure la vitesse de rotation en sortie de l'arbre moteur et lui associe numériquement la valeur de la vitesse du robot en sortie de l'asservissement. L'écart en tension est envoyé au moteur à courant continu, qui génère une vitesse de rotation en sortie. Une roue roule sans glisser sur le fil sur lequel le robot est suspendu. Ainsi, la vitesse du robot est telle que  $V = R\omega_m$ , avec  $R$  le rayon de la roue.

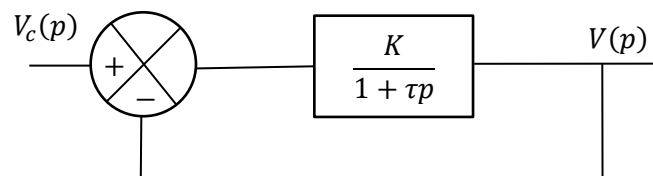
Le schéma bloc de l'asservissement est donc le suivant :



On propose alors la modification de schéma bloc suivante :



On choisit enfin le gain avant comparateur pour qu'écart et erreur soient proportionnels, soit  $K_a = \frac{K_c}{R}$ . On obtient le modèle suivant :



Après avoir choisi le moteur, le capteur et le rayon de la roue, on obtient la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad ; \quad K = 2 \quad ; \quad \tau = 1 \text{ s}$$

Dans toute la suite, on notera  $H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{S(p)}{E(p)}$

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

## *Activités*

Dans tout l'exercice, à la question « Quelles sont les performances du système », on attendra une réponse concernant :

- Stabilité
- Rapidité
- Précision

Les entrées considérées seront unitaires.

Vous pourrez mener vos calculs en parallèle d'une simulation avec le module XCOS de SCILAB.

**Question 1: Rappeler, pour chacune de ces caractéristiques, les critères étudiés.**

## *Système bouclé*

On place le système étudié dans une boucle à retour unitaire.

**Question 2: Donner la forme canonique de la fonction de transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$  et ses coefficients caractéristiques.**

**Question 3: Etudier les 4 performances du cahier des charges pour ce système.**

## *Correction*

On propose d'ajouter au système un correcteur en cascade de fonction de transfert  $C(p)$  et d'identifier son effet sur les performances.

**Question 4: Etablir le schéma bloc du système corrigé.**

**Question 5: Rappeler l'effet des corrections proportionnelle, intégrale et dérivée sur les performances des systèmes asservis.**

## *Application 1 : Correction Proportionnelle*

Dans un premier temps, on utilise un correcteur proportionnel de gain 10.

**Question 6: Donner la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.**

**Question 7: Donner le schéma bloc du système ainsi corrigé.**

**Question 8: Donner la forme canonique de la fonction de transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$  et ses coefficients caractéristiques.**

**Question 9: Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.**

**Question 10: Vérifier que la modification des performances annoncée par ce correcteur est respectée et conclure sur sa capacité à satisfaire le cahier des charges.**

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

## ***Application 2 : Correction Intégrale pure***

Dans un second temps, on utilise un correcteur intégral de gain unitaire.

**Question 11:** Donner la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Question 12:** Donner le schéma bloc du système ainsi corrigé.

**Question 13:** Donner la forme canonique de la fonction de transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$  et ses coefficients caractéristiques.

**Question 14:** Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

**Question 15:** Vérifier que la modification des performances annoncée par ce correcteur est respectée.

*Notez qu'en ayant obtenu les formules littérales dépendant de  $K$  dans cette partie, elles pourront être utilisées directement dans les deux parties suivantes en remplaçant  $K$  par  $aK$  ou  $a'K$ .*

## ***Application 3 : Correction Intégrale 1***

**Question 16:** Déterminer le correcteur à action intégrale  $a/p$  permettant d'obtenir le plus faible temps de réponse à 5%

**Question 17:** Donner les nouveaux coefficients caractéristiques de la fonction de transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$ .

**Question 18:** Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

Le seul critère normalement non respecté est le critère de marge de phase. On se propose de régler différemment le correcteur intégral.

## ***Application 4 : Correction Intégrale 2***

On donne à la page suivante le diagramme de Bode du système avec la correction actuellement réalisée (système le plus rapide).

**Question 19:** Déterminer graphiquement le correcteur à action intégrale  $a'/p$  permettant de respecter le critère de marge de phase en vous aidant des diagrammes de Bode de la page suivante

**Question 20:** Donner les nouveaux coefficients caractéristiques de la fonction de transfert  $\frac{S(p)}{E(p)}$ .

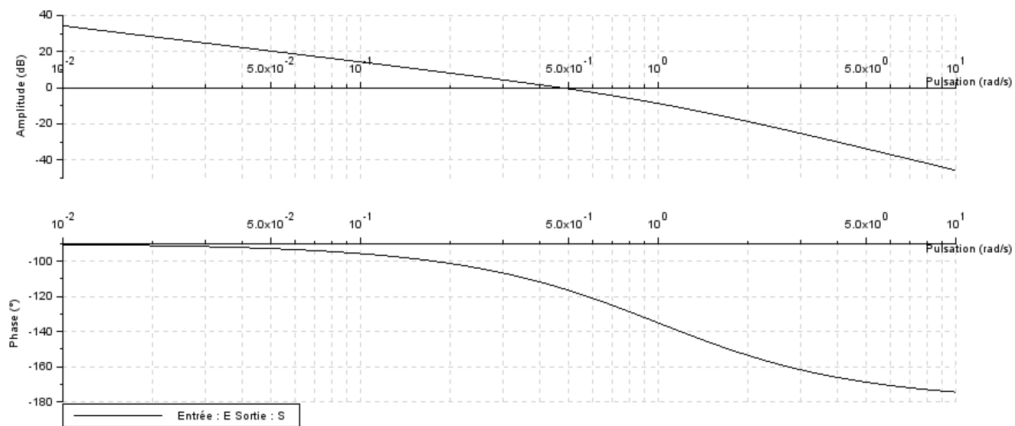
**Question 21:** Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

**POUR LA SUITE : On gardera le correcteur de l'application 3**

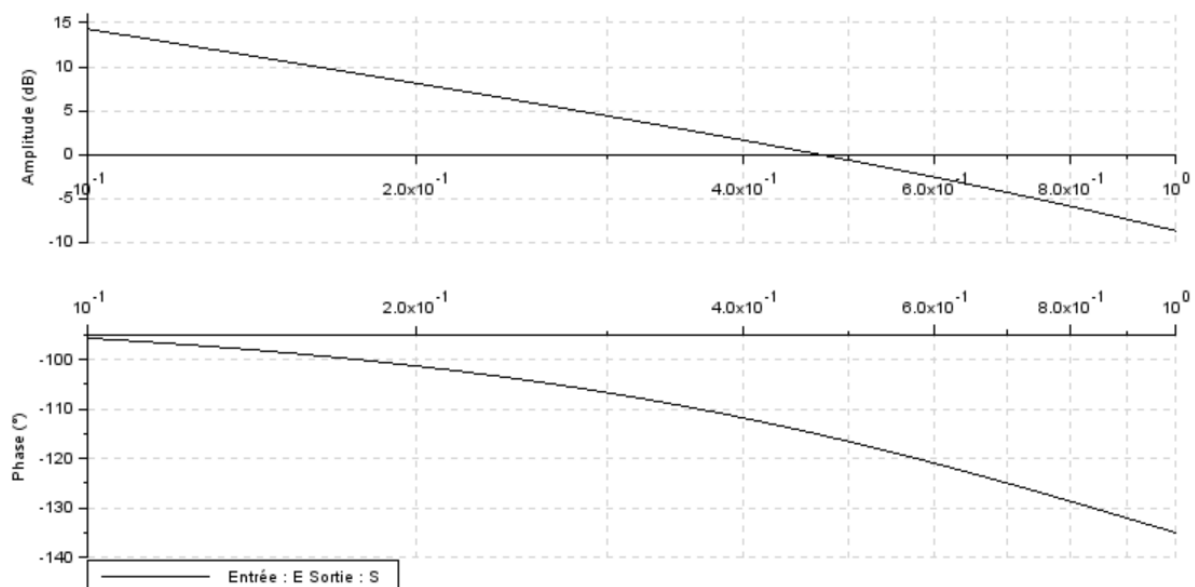
Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

Voici ci-dessous le diagramme de Bode du système avec le correcteur optimisé déterminé dans cette application :

$$C(p) = \frac{0,26}{p}$$



On zoom sur la partie intéressante ;)



### ***Bilan des corrections abordées***

**Question 22: Comparer les résultats précédents dans le tableau ci-dessous**

	Bouclé	Proportionnel	Intégral pur	Intégral 1	Intégral 2
$C(p)$					
$\Delta\varphi$					
$t_{r5\%}$					
$\varepsilon_s$					
$\varepsilon_v$					
$\omega_{c0}$					

**Question 23: Rappeler la fonction de transfert du correcteur retenu actuellement**

Dernière mise à jour	SLCI2	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

## ***Correction de la phase***

On ajoute un correcteur à avance de phase au système corrigé dans l'application 3.

**Question 24: Proposer le correcteur  $A(p)$  basé sur les formules du cours permettant de répondre à tous les critères du cahier des charges.**

*Ce correcteur est tombé dans le sujet Mines ponts PSI 2022 Q20&21*

### ***Pour aller plus loin, avec XCOS***

**Question 25: Déterminer la marge de phase réellement obtenue avec ce correcteur et expliquer l'origine d'une éventuelle de la différence**

Remarque : Pour la suite, il serait bien de programmer  $a$  et  $T$  dans le contexte de manière à pouvoir modifier simplement la **marge de phase souhaitée**

**Question 26: Etudier la marge de phase obtenue lorsque l'on demande une remontée de phase de  $50^\circ$**

**Question 27: En procédant par itérations, tracer la marge de phase obtenue en fonction de la marge souhaitée puis la remontée de phase obtenue en fonction de la remontée de phase souhaitée pour une marge souhaitée de  $70$  à  $110^\circ$**

Remarque : sans réfléchir, on s'attendrait à trouver une droite d'équation  $y = x...$

**Question 28: Décrire et justifier le comportement obtenu (on pourra utiliser l'option Param. variation dans CPGE-Analyse pour tracer les différents diagrammes de Bode du système corrigé pour des marges souhaitées de  $70$  à  $110^\circ$ )**

**Question 29: Conclure sur les options simples à disposition pour essayer d'obtenir une marge de phase souhaitée**

**Question 30: Finalement, proposer un correcteur complet (intégrale et avance de phase) pour lequel la marge de phase obtenue est exactement égale à  $70^\circ$  et qui permette de satisfaire à tous les critères du cahier des charges**

**Question 31: Discuter des nouvelles performances obtenues**

### ***Nouveau correcteur à avance de phase***

Pour éviter ces problèmes de décalage de la pulsation de coupure à  $0\text{db}$ , on propose le correcteur complet suivant, permettant en théorie (si  $\omega_{c_0}$  ne changeait pas) d'obtenir la marge de phase souhaitée (vous devriez avoir trouvé ces valeurs dans la partie « Correction de la phase ») :

$$C(p) = k \frac{0,261 + 2,32p}{p \cdot 1 + 1,92p}$$

Remarque :  $a$  et  $aT$  sont arrondis, on n'aura peut-être pas exactement la marge souhaitée, mais pas loin...

**Question 32: Proposer un réglage de  $k$  afin d'obtenir exactement la marge de phase souhaitée**

**Question 33: Discuter des nouvelles performances obtenues (temps de réponse à faire avec XCOS)**

*Ce correcteur est tombé dans le sujet Mines ponts PSI 2019 Q26-27*

Dernière mise à jour	SLC12	Denis DEFAUCHY
28/09/2022	Correction	TD1 - Sujet

## Correcteur PI

Dans cette dernière partie, on oublie les correcteurs proposés précédemment, et on cherche à proposer un correcteur PI sur la FTBO :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

**Question 34:** Rappeler la fonction de transfert de ce correcteur en fonction de  $K_i$  et  $T_i$

**Question 35:** Proposer le temps  $T_i$  du correcteur par compensation de pôles

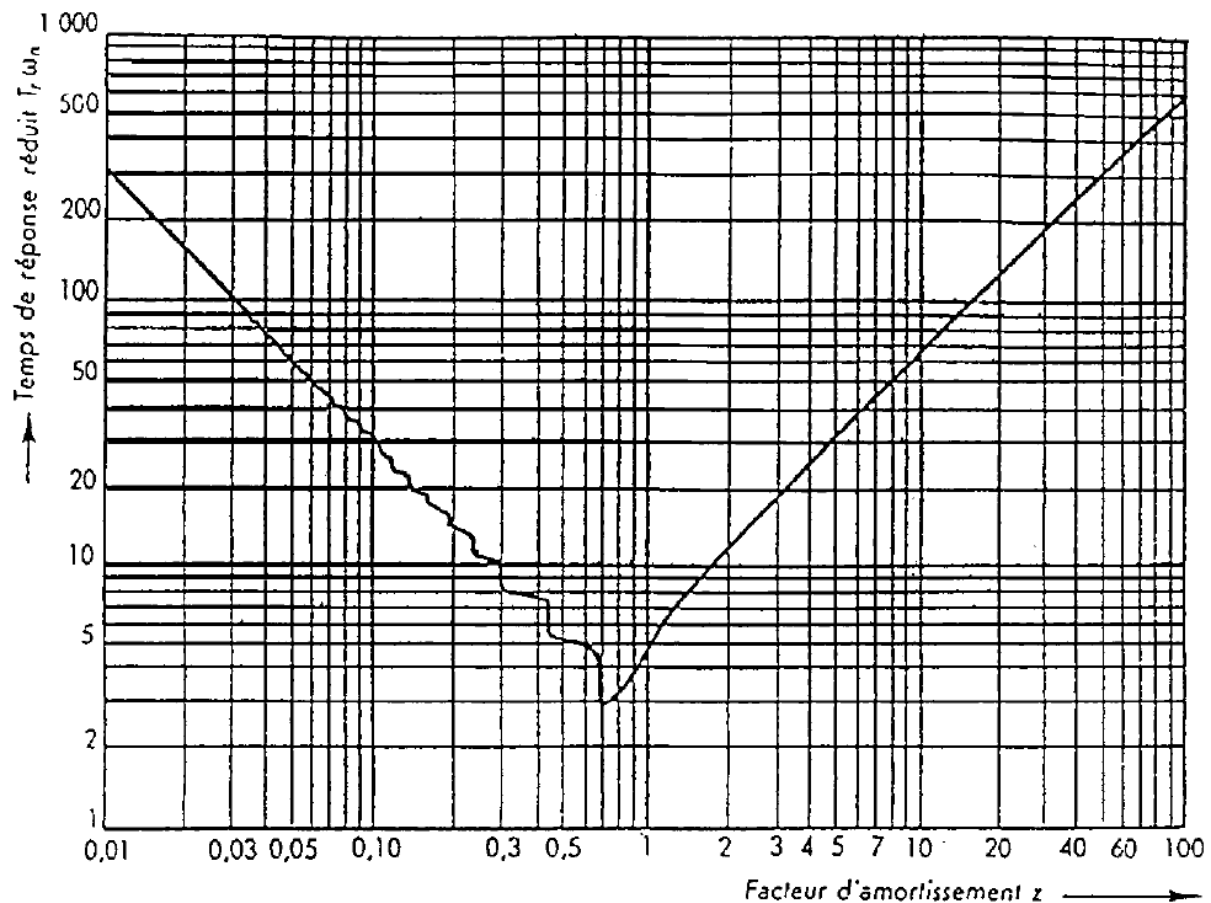
**Question 36:** Proposer un réglage  $K_i$  de afin de répondre au cahier des charges

**Question 37:** Donner la fonction de transfert numérique du correcteur utilisé

Vous remarquerez que l'on peut obtenir la rapidité que l'on souhaite, quel que soit le critère.

**Question 38:** Préciser ce qui limite sur  $K_i$  dans la réalité

## Annexe



Abaque  $T_r \cdot \omega_n = f(\xi)$