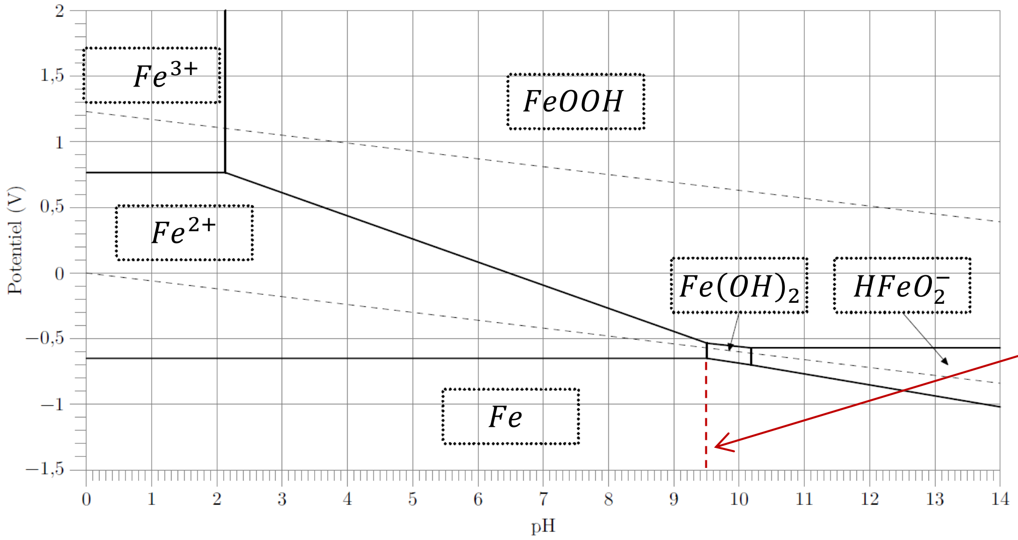
CCS 2 2022

1-3) $E_{Fe^{2+}/Fe} = -0{,}65\ V = E^0_{Fe^{2+}/Fe} + 0{,}03 \log C_{tra} \rightarrow E^0_{Fe^{2+}/Fe} = \mathbf{-0,47\ V}$ (c'est plutôt $-0{,}44\ V$!?)

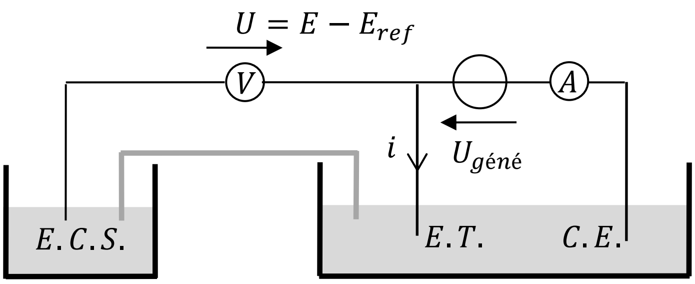
$FeOOH + e^- + 3\ H^+ \rightleftharpoons Fe^{2+} + 2\ H_2O$ → La pente vaut $\mathbf{-0,18\ V.pH^{-1}}$



$K_s = [Fe^{2+}][HO^-]^2$
$= C_{tra}(10^{-4{,}5})^2 = 10^{-15}$
$\rightarrow pK_s = \mathbf{15}$

4) En présence de dioxygène, le fer est corrodé en $FeOOH$: $\mathbf{4\ Fe + 3\ O_2 + 2\ H_2O \rightarrow 4\ FeOOH}$

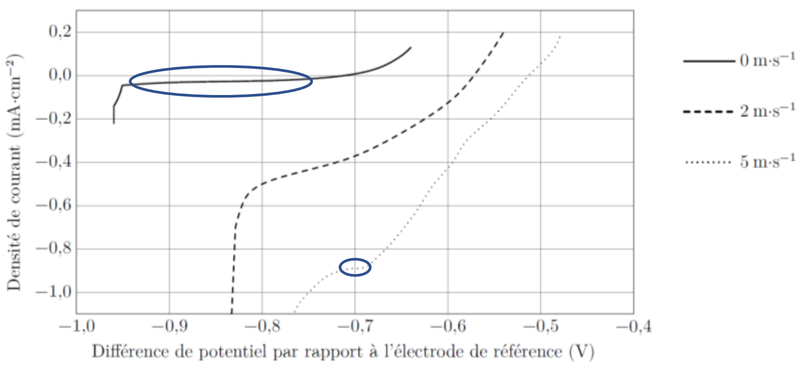
5) Un courant circule entre l'électrode de travail $E.T.$ en acier et la contre électrode $C.E.$ en platine grâce à un générateur. On relève les valeurs de i et U et on en déduit $\mathbf{E = U + 0,25\ (V)}$



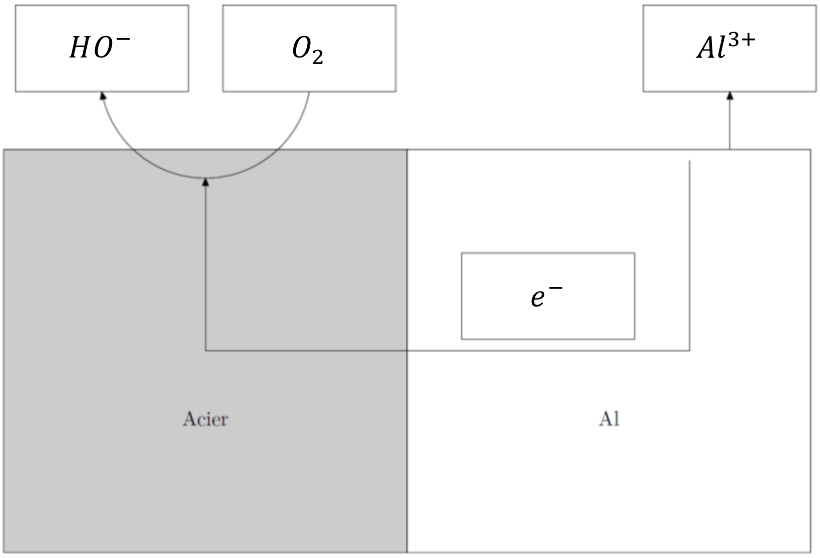
6) En (a), on observe la seule oxydation possible à $E < 0$, celle de l'acier ($\mathbf{Fe \rightleftharpoons Fe^{2+} + 2\ e^-}$)
En (b), on reconnait la réduction du dioxygène en milieu basique ($\mathbf{O_2 + 4\ e^- + 2\ H_2O \rightleftharpoons 4\ HO^-}$)
En (c) se produit la réduction de l'eau en milieu basique ($\mathbf{2\ H_2O + 2\ e^- \rightleftharpoons H_2 + 2\ HO^-}$)

7) A $pH = 8{,}2$, le potentiel de Nernst du couple H^+/H_2 vaut environ $-0{,}5\ V$. Or la d.d.p. entre le début de la réduction et $E_{réf}$ est égale à $-0{,}95\ V \rightarrow E_{red}^{début} = -0{,}7\ V \rightarrow \eta_c^{i=0}(H^+/H_2) = \mathbf{-0,2\ V}$

8 & 9) L'augmentation de la vitesse permet un meilleur renouvellement du milieu réactif aux abords de l'électrode. La limitation du courant due à la consommation du dioxygène est moindre.



10-13) L'acier et l'aluminium étant équipotentiel ($\sim -0{,}74\ V$) on en déduit $j_{corr} \sim \mathbf{1{,}5.10^{-5}\ A.cm^{-2}}$



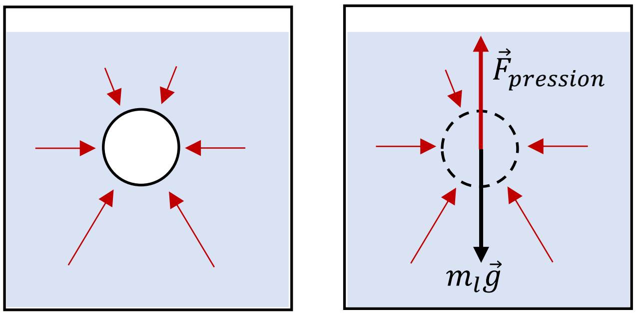
La charge mise en jeu est à la fois $j_{corr}\ S\Delta t$ et $3\mathcal{F}n_{Al} = \frac{3\mathcal{F}\rho_{Al}\, S\Delta e}{M_{Al}}$

$$\rightarrow \frac{\boldsymbol{\Delta e}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \frac{\boldsymbol{j_{corr} M_{Al}}}{\boldsymbol{3\mathcal{F}\rho_{Al}}}$$

En une année, $\boldsymbol{\Delta e = 0{,}16\ mm}$

La corrosion n'étant pas tout à fait uniforme, la densité de courant peut être plus importante en certains points.
De plus, l'écoulement de l'eau autour des bouées augmente la vitesse de réaction :
Par sécurité, la durée de vie est fixée à trois ans.

14) <u>Rappel hors sujet sur le principe d'Archimède</u> : La résultante des forces de pression subie par un corps immergé est la même que celle subie par le fluide déplacé. Or celui-ci serait à l'équilibre donc la poussée d'Archimède a pour norme le poids de fluide déplacé ($m_l g$).



Le solide subit son poids et la poussée d'Archimède.
La projection de la résultante sur l'axe Oz vertical orienté vers le haut est donc $(\boldsymbol{\rho_l - \rho})\boldsymbol{Vg}$

Si $\boldsymbol{\rho_l > \rho}$, le solide flotte. Si $\boldsymbol{\rho_l < \rho}$, le solide coule.

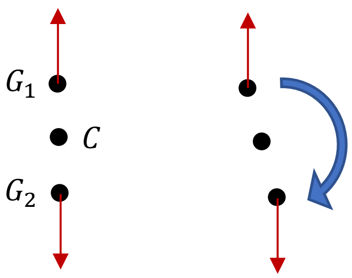
15) Dans $\mathcal{R}$, le fluide déplacé est à l'équilibre sous l'action de trois forces : Son poids, la force d'inertie d'entrainement et la poussée d'Archimède $\vec{F}_{pression}$: $\vec{F}_{pression} = -m_l\vec{g} + m_l\vec{a}_e = \boldsymbol{-m_l\,\underbrace{(\vec{g} - \vec{a}_e)}_{\vec{g}_{apparent}}}$

16) $\boldsymbol{\vec{R} = \big((\rho_1 - \rho_l)V_1 + (\rho_2 - \rho_l)V_2\big)\vec{g}}$ $\qquad \boldsymbol{\vec{\Gamma}_C = (\rho_1 - \rho_l)V_1\overrightarrow{CG_1} \wedge \vec{g} + (\rho_2 - \rho_l)V_2\overrightarrow{CG_2} \wedge \vec{g}}$

17 & 18) $\boldsymbol{(\rho_1 - \rho_l)V_1 + (\rho_2 - \rho_l)V_2 = 0} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{\Gamma}_C = (\rho_2 - \rho_l)V_2\overrightarrow{G_1G_2} \wedge \vec{g}}$

19) **Un dipôle** électrostatique $(\vec{p} = q\overrightarrow{NP})$ plongé dans un champ électrique **uniforme** est une situation analogue à celle étudiée ici. La résultante est nulle et le moment a pour expression $\boldsymbol{\underbrace{q}_{M_m}\ \underbrace{\overrightarrow{NP}}_{G_1G_2} \wedge \underbrace{\vec{E}}_{g}}$

20 & 21) A l'équilibre stable, $M_m\overrightarrow{G_1G_2}$ et $\vec{g}$ sont **colinéaires de même sens** ($M_m > 0$ est rassurant).



Le déplacement de la vis permet **d'ajuster la position de G_2** sous G_1 de sorte que $\overrightarrow{G_1G_2} \wedge \vec{g} = \vec{0}$ à l'équilibre.

22-24) On applique le T.M.C. à Σ_0 en O dans $\mathcal{R}_T$: $m_{eff}l^2\ddot{\theta} = (\rho_l - \rho_0)V_0 g l \sin\theta \underset{\theta \ll 1}{\underbrace{\rightarrow}} \boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{(\rho_0 - \rho_l)V_0 g}{l\, m_{eff}} = 0}$

$\rightarrow \boldsymbol{l_{eff} = \frac{m_{eff}}{m_{app}} l} = (100 + 20 * 99)l \sim 2{,}1.10^3 l \rightarrow \boldsymbol{T_0 \sim 46\, T_{0\,vide}} \left(T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_{eff}}{g}} \text{ et } T_{0\,vide} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$

En effet, un pendule de $400\ m$ a pour période $T \sim 2\pi\sqrt{40} \sim 40\ s$ $\quad l \sim \frac{400}{2{,}1.10^3} \sim \boldsymbol{19\ cm}$ (Cohérent)

25 & 26) $\vec{F}_{pression} = \boldsymbol{-\rho_l V_0(\vec{g} - \vec{a})}$ $\quad \vec{F}_{ie} = \boldsymbol{-\rho_0 V_0 \vec{a}}$ $\quad$ On applique le T.M.C. à Σ_0 en O dans $\mathcal{R}_S$:

$$m_{eff}l^2\ddot{\theta} = (\rho_l - \rho_0)V_0 g l \sin\theta + (\rho_0 - \rho_l)V_0 a(t) l \cos\theta - \beta l^2\dot{\theta} \underset{\theta \ll 1}{\underbrace{\rightarrow}} \boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{\beta}{m_{eff}}\dot{\theta} + \omega_0^2\,\theta = \frac{a(t)}{l_{eff}}}$$

27 & 28) $\boldsymbol{\underline{\theta}_m = \frac{a_0/l_{eff}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\omega_0/Q}} \rightarrow \boldsymbol{\underline{H} = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/(\omega_0 Q)}}$ **Filtre passe-bas d'ordre 2**

29) L'équation serait $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = \frac{a(t)}{l} \rightarrow \boldsymbol{\underline{H}_1 = \frac{1}{1 - l\omega^2/g}}$

30) $|\underline{H}| < |\underline{H}_1| \rightarrow$ La stabilisation permet de **diminuer l'inclinaison** et d'**éviter la résonnance** qui existerait au voisinage de $1\ Hz$. A $0{,}03\ Hz$, l'atténuation vaut $-20\ dB \rightarrow |\underline{H}| = \frac{1}{10} \rightarrow |\underline{\theta}_m| = \frac{a_0}{10g} = \boldsymbol{0{,}6}\,°$

31) Le filtre **C** convient car c'est **un passe-bas** d'ordre 2. Le filtre A (Pont de Wien) est un passe-bande ne laissant pas passer les basses fréquences et le C est un coupe-bande laissant passer les hautes fréquences.

32) Notant U' la tension aux bornes du premier condensateur, on a $U' = \frac{U/R + U_S/R}{2/R + jC\omega} = \frac{U + U_S}{2 + jRC\omega}$ (Millman) et $U_s = \frac{U'/jC\omega}{1/jC\omega + R} = \frac{U'}{1 + jRC\omega}$ (Diviseur de tension) $\quad$ On en déduit $\boldsymbol{\underline{H}_F = \frac{1}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2}}$

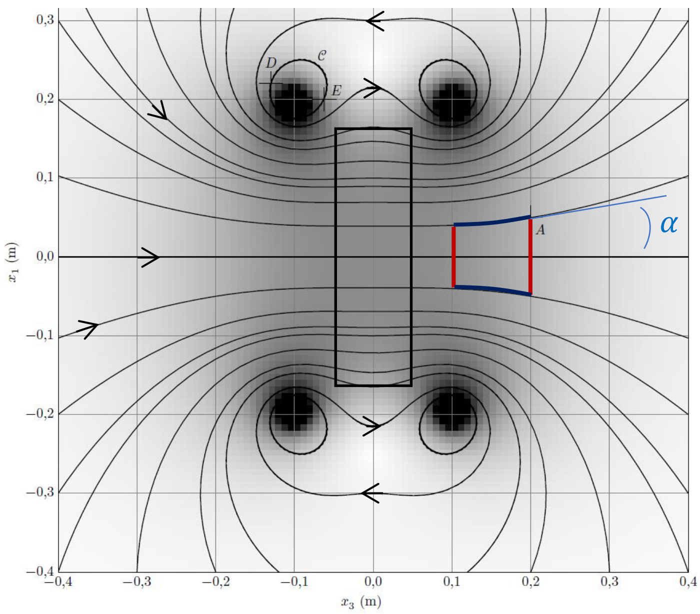
33) La pulsation de coupure étant voisine de $\frac{1}{RC}$ $\left(\frac{1}{RC}\sqrt{\frac{-7+\sqrt{53}}{2}}\text{ exactement !}\right)$
on choisit $\boldsymbol{RC = 6.10^{-2}\ \Omega.F} \leftarrow \boldsymbol{R = 60\ k\Omega}$ et $\boldsymbol{C = 1\ \mu F}$ conviendraient.

34) On peut concevoir un filtre numérique passe-bas d'ordre 1 s'appuyant sur l'équation différentielle $\frac{dU_s}{dt} + \frac{U_s}{\tau} = \frac{U}{\tau}$ Ainsi, d'après la méthode d'Euler, $\boldsymbol{U_{s,k+1} = U_{s,k} + \frac{T_e}{\tau}(U_k - U_{s,k})}$ avec $T_e = \frac{1}{f_e} = 98\ ms$
La suite consiste à écrire un code Python ou à utiliser un logiciel de calcul type *LATIS PRO*.
Afin d'obtenir un filtrage de qualité, il faudrait que $\boldsymbol{T_e \ll \tau \sim \frac{1}{2\pi} \sim 160\ ms}$ car la fréquence de coupure du filtre doit être de l'ordre de $1\ Hz$: Ce n'est pas le cas, la fréquence d'échantillonnage semble trop faible …

35) D'après le critère de Shannon-Nyquist, le spectre obtenu n'a de sens qu'entre $\boldsymbol{0}$ et $\boldsymbol{1{,}28\ Hz}$

36 & 37) La distribution $\mathcal{D}$ est **invariante par rotation** selon θ → La norme de $\vec{B}$ ne dépend pas de θ.
Le plan de la figure est un plan d'anti symétrie pour $\mathcal{D}$ → $\boldsymbol{\vec{B}(r,x_3) = B_r(r,x_3)\,\vec{u}_r + B_3(r,x_3)\,\vec{u}_3}$
Tous les plans contenant l'axe $(\Omega,\vec{u}_3)$ sont des plans d'anti symétrie pour $\mathcal{D}$ → $\boldsymbol{\vec{B}(0,x_3) = B_{axe}(x_3)\,\vec{u}_3}$
Le plan $(\Omega,\vec{u}_1,\vec{u}_2)$ est un plan de symétrie pour $\mathcal{D}$ → $\boldsymbol{\vec{B}(r,0) = B(r,0)\,\vec{u}_3}$

La conservation du flux de $\vec{B}$ le long d'un tube de champ a pour origine "$\boldsymbol{div\,\vec{B} = 0}$". Sur la figure D, on remarque que la norme de $\vec{B}$ **diminue** lorsque les lignes de champ **s'éloignent** les unes des autres.



Entre $x_3 = 10\ cm$ et $x_3 = 20\ cm$, le rayon du tube de champ dessiné ci-contre est passé de $4{,}0\ cm$ à $5{,}0\ cm$, alors que le champ magnétique (quasi uniforme sur chaque section) a évolué de $4{,}2\ \mu T$ à $2{,}7\ \mu T$.

On évalue ainsi $\Phi_{\vec{B}}(x_3 = 10\ cm) = \boldsymbol{2,1.10^{-8}\ Wb}$
et $\Phi_{\vec{B}}(x_3 = 20\ cm) = \boldsymbol{2,1.10^{-8}\ Wb}$

On constate bien la conservation du flux.

38) On applique le théorème d'Ampère le long de $\mathcal{C}$ en négligeant la circulation de $\vec{B}$ là où il est faible et en considérant sa norme B constante là où il est intense : $0{,}12B \sim \mu_0 N_1 i_1$ → $\boldsymbol{B \sim 10\ \mu T}$

39) $\boldsymbol{B_3(A) \sim 2,7\ \mu T}$ $\boldsymbol{B_r(A) \sim 0,45\ \mu T}$ C'est cohérent avec l'inclinaison faible $\left(\alpha \sim \frac{0{,}45}{2{,}7} \sim 0{,}17\ rad\right)$

40) $\frac{1}{r}\frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_3}{\partial x_3} = 0$ Au voisinage de l'axe, $B_3(r,x_3) \sim B_{axe}(x_3)$ donc $\frac{\partial(rB_r)}{\partial r} \sim -\,r\frac{dB_{axe}}{dx_3}$
→ $B_r(r,x_3) \sim -\frac{r}{2}\frac{dB_{axe}}{dx_3} + \frac{cste}{r}$ Or $B_r(0,x_3) = 0$ donc la constante est nulle → $\boldsymbol{B_r(r,x_3) \sim -\frac{r}{2}\frac{dB_{axe}}{dx_3}}$

41) En A, on évalue $\frac{dB_{axe}}{dx_3} \sim -\frac{5.10^{-7}}{2{,}5.10^{-2}} \sim -\,2.10^{-5}\ T.m^{-1}$ → $B_r(A) \sim \frac{5.10^{-2}}{2} * 2.10^{-5} = \boldsymbol{0,5\ \mu T}$ **OK !**

42 & 43) $\boldsymbol{\mu = 4,5\ \mu T.A^{-1}}$ $4{,}05\ T < B_3(r_{max}, x_3 = 5\ cm) < 4{,}95\ T$ → $\boldsymbol{r_{max} \sim 17\ cm}$

44 & 45) $\boldsymbol{M = \frac{\Phi_{1\to 2}}{i_1} = -\mu N_1 N_2 \pi R_2^2 \sin\varphi}$ $\boldsymbol{u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}}$ $\boldsymbol{u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}}$

46 & 47) $\boldsymbol{i_2 = 0}$ → $\boldsymbol{Mu_1 = L_1 u_2}$ $\boldsymbol{|M| = 0,12\ mH}$ → $\boldsymbol{\varphi = 20\,°}$