

**SESSION DE 2008**

---

---

**CONCOURS NATIONAL COMMUN  
D'ADMISSION AUX GRANDES  
ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES**

---

---

**FILIERE : MP et PSI**

**EPREUVE DES SCIENCES INDUSTRIELLES**

**DUREE : 4 HEURES**

**Composition du sujet :**

Le sujet comporte :

- 16 Pages de textes
- 2 Pages d'annexes :
  - Annexe 1 : Vue de la structure interne de l'enrouleuse.
  - Annexe 2 : Schéma de l'enrouleuse.
- 2 Documents réponse :
  - DR1 : Diagrammes SADT niveau A0 (à compléter et à rendre avec la copie).
  - DR2 : Lieu de transfert de Bode en boucle ouverte (à compléter et à rendre avec la copie).

**CALCULATRICE AUTORISEE**

**AUCUN DOCUMENT SUPPLEMENTAIRE N'EST AUTORISE**

Les parties constituant le sujet peuvent être traitées indépendamment, mais il est toute fois conseillé de lire la totalité du sujet avant de composer.

Si au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

## ENROULEUSE DE FIL

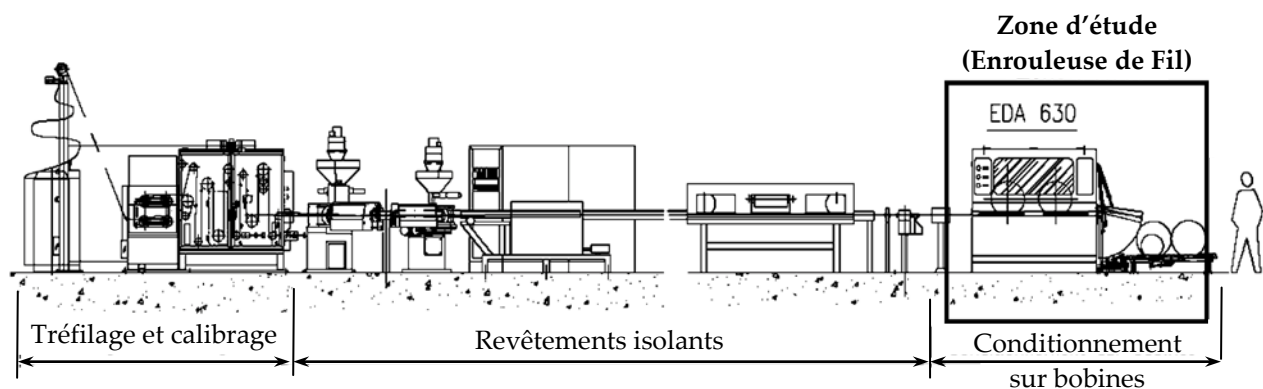
### 1. Mise en situation

La société SETIC est spécialisée dans la conception et la réalisation de machines destinées à la fabrication de câbles hautes performances utilisés dans le domaine des réseaux de transmissions (télécommunication et informatique).

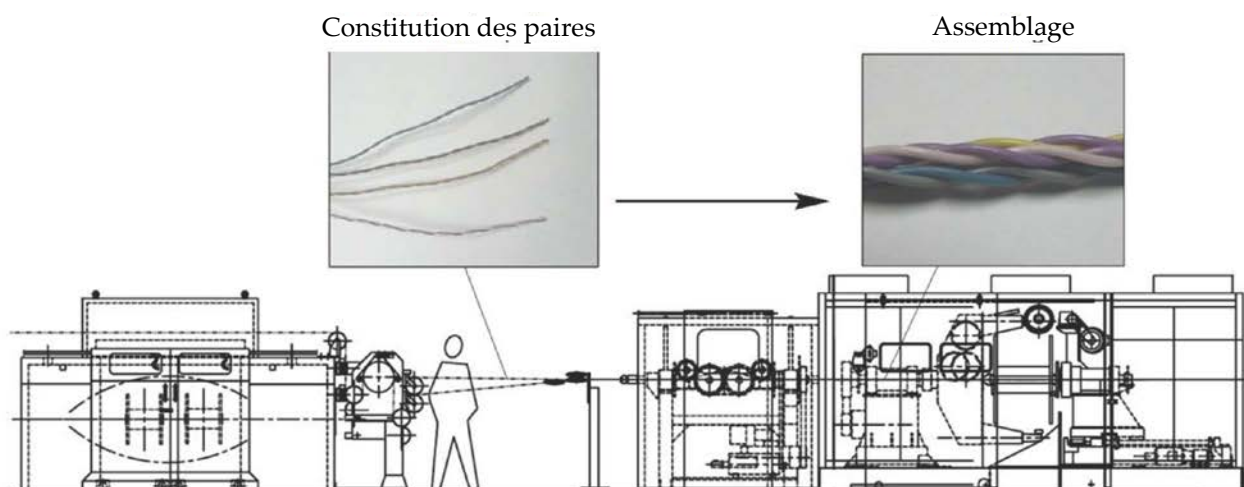
La forte demande sur le marché mondial et une concurrence sévère conduisent au développement de machines de câblerie toujours plus rapides, mais qui doivent rester capables de maîtriser les paramètres fonctionnels du câble.

Le processus de réalisation des câbles se décompose en trois grandes phases :

- La fabrication des fils : opérations de tréfilage et calibrage du fil de cuivre, dépôt par extrusion de diverses couches isolantes, marquage et conditionnement sur bobines (Figure 1).
- La réalisation des éléments fonctionnels internes des câbles : opérations de pairage (assemblage des fils en hélice, par paire), d'assemblage (assemblage en hélice des paires), et de conditionnement sur bobines (Figure 2).
- La réalisation des éléments fonctionnels externes : opérations de blindage, revêtement(s) externe(s), marquage,....



**Figure 1 : ligne de production du fil**



**Figure 2 : ligne de production du câble**

L'étude proposée concerne l'enrouleuse **EDA 630** située en fin de ligne de fabrication du fil, destinée à le stocker sur des bobines (voir figure 1, photo 1 et figure 3).

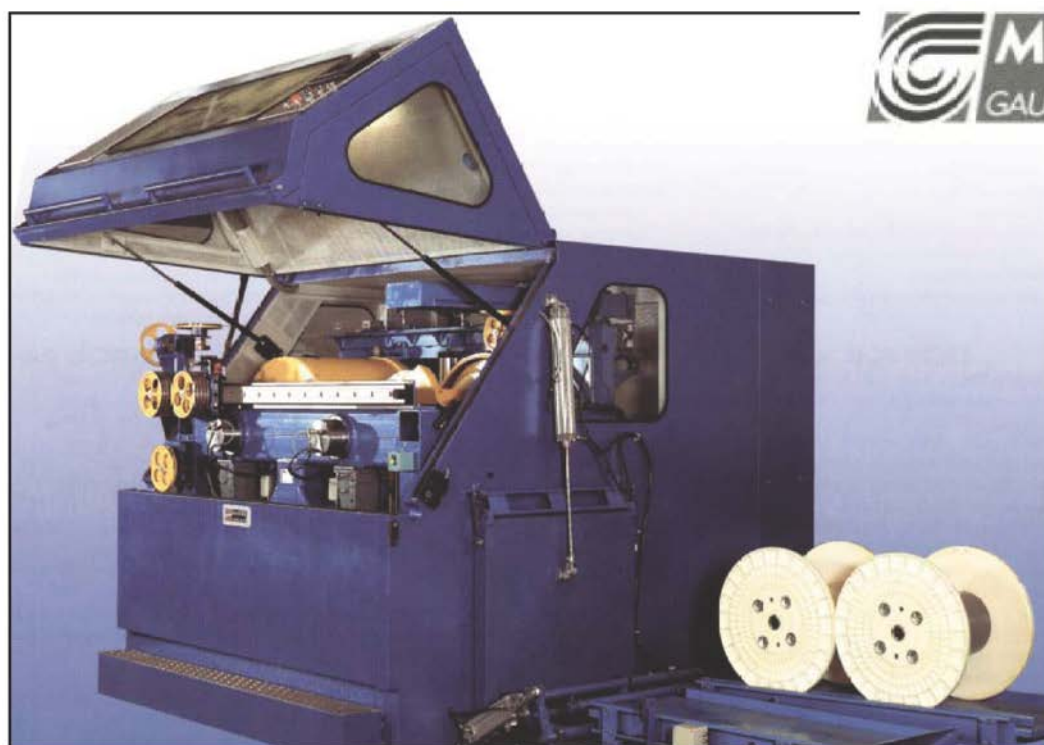


Photo 1

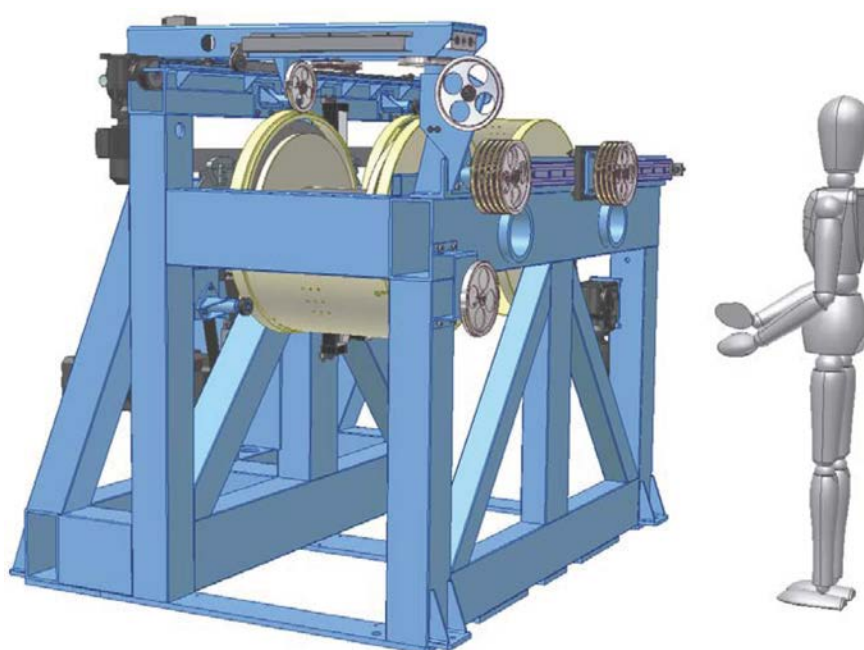


Figure 3 : Structure interne partielle de la machine.

## II. Enrouleuse de Fil :

### PARTIE A : ANALYSE FONCTIONNELLE

Le fil est constitué d'un conducteur en cuivre enrobé dans un isolant. Il est de section circulaire. Son diamètre est fonction de l'utilisation finale et peut varier entre 0,5 et 3 mm. Il est stocké par enroulement sur des bobines.

Les annexes 1 et 2 définissent l'architecture d'ensemble de l'enrouleuse et les mécanismes assurant les différents mouvements.

L'ensemble de l'enrouleur est constitué de quatre parties :

- ✓ Mécanisme élévateur + broche,
- ✓ Mécanisme de trancannage,
- ✓ Système de régulation- stockage,
- ✓ Partie commande gérant l'ensemble.

L'enroulement est réalisé sous forme de nappes (couches) hélicoïdales à spires jointives, obtenues en combinant deux mouvements :

**- La rotation de la bobine autour de son axe.**

(La mise en position de la bobine et son maintien; sont réalisés par la broche constitué de deux sous ensembles coaxiaux, nommés poupée et contre poupées, par analogie avec les machines-outils. La bobine est amenée verticalement vers la broche grâce à un mécanisme élévateur).

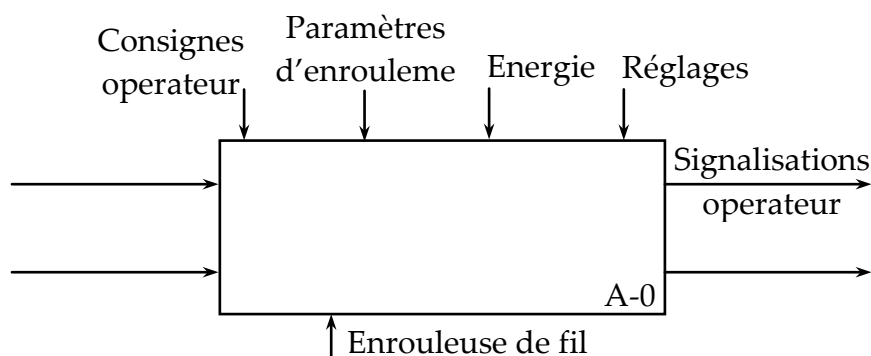
**- Le déplacement axial du fil, réalisé par un mécanisme dit de « trancannage ».**

(Ce mécanisme a pour fonction de réaliser un enroulement hélicoïdal régulier du fil sur la bobine, par un déplacement axial du fil proportionnel à la rotation de la bobine. La liaison du chariot (5) par rapport au Bâti (0) permet au mécanisme de trancannage de s'adapter par rapport à la variation du diamètre de la bobine lors des enroulements).

Le système de régulation – stockage de fil nommé « pantin » installé en amont de la bobine d'enroulement est constitué d'une réserve de fil passant sur un ensemble de poulies de même diamètres (moufles fixes et mobile). Ce système contrôle en continu la tension du fil, ainsi que la fréquence de rotation de la bobine, de façon à s'adapter à la vitesse d'entrée du fil sur l'enrouleuse, imposée par le poste de production qui la précède.

La réserve de fil sur le pantin est suffisante pour effectuer le changement de bobine sans interrompre le fonctionnement de la ligne de production.

**Question 1 :** Recopier sur votre copie et compléter le diagramme S.A.D.T. de niveau A-0 (figure ci-dessous), et sur le document réponse 1, compléter le diagramme S.A.D.T. de niveau A0 relatif à l'enrouleuse du fil.



## PARTIE B : CHARGEMENT DE LA BOBINE VIDE

La mise en place de la bobine vide sur l'enrouleuse est réalisée par un mécanisme élévateur qui déplace verticalement la bobine jusqu'à ce que son axe soit sensiblement aligné avec celui de la broche, puis fixée de façon automatique sur cette dernière. Il revient ensuite à sa position initiale.

Ce mécanisme élévateur (voir figure 4) est constitué d'un bâti (0), de deux colonnes de guidage (1) et (1') et d'une broche (2) supportant la bobine (3).

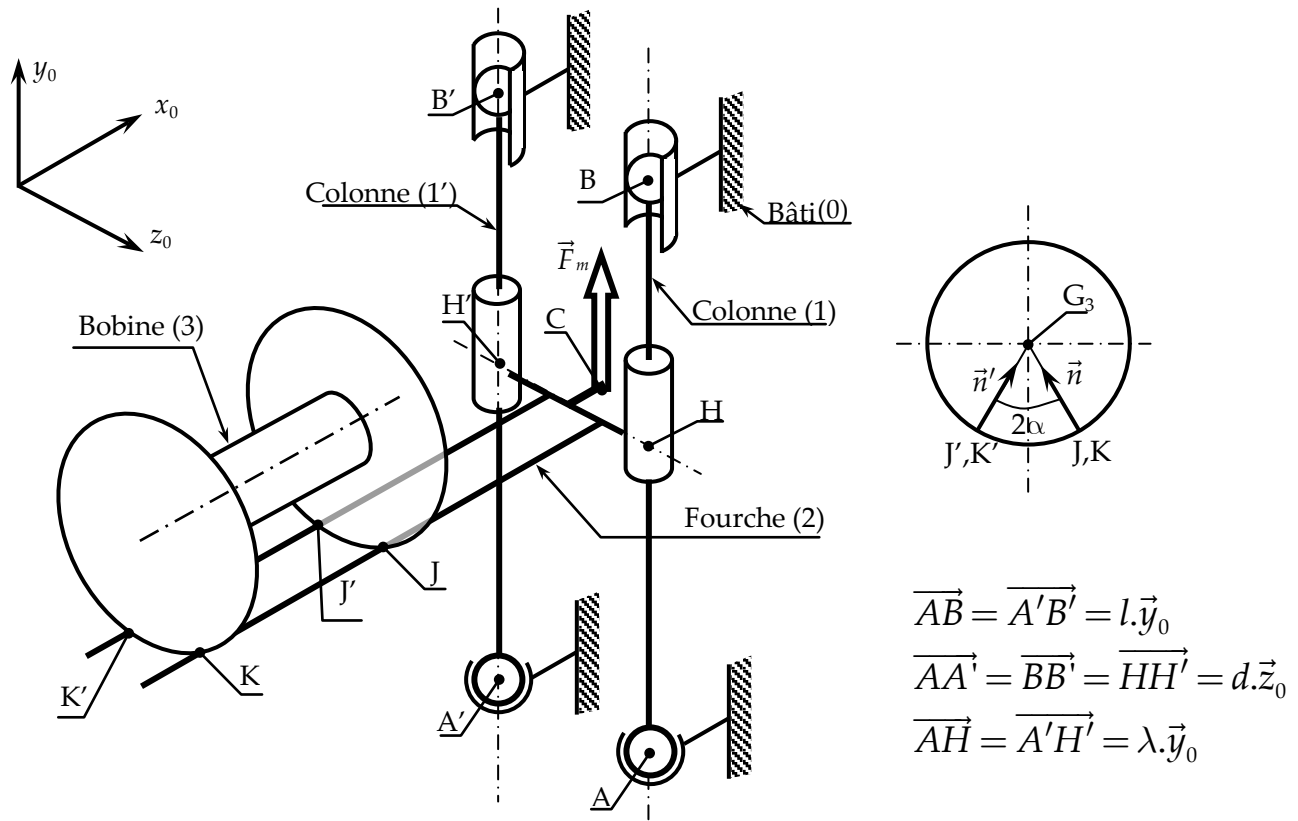
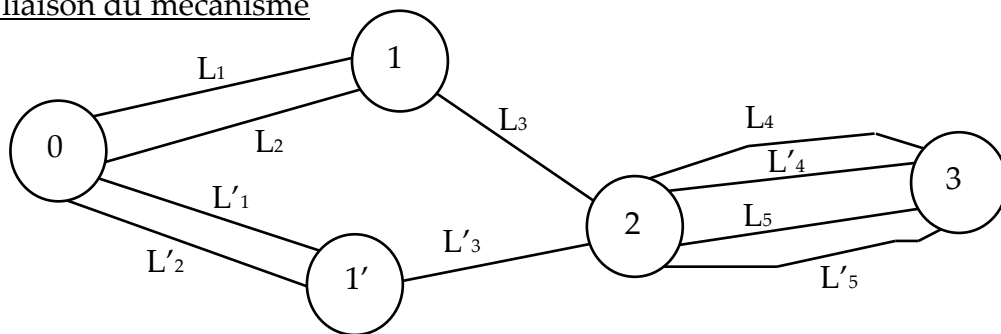


Figure 2 : Schéma cinématique du mécanisme élévateur+bobine

Graphe de liaison du mécanisme



L <sub>1</sub> : Sphérique de centre A	L' <sub>1</sub> : Sphérique de centre A'
L <sub>2</sub> : Sphère cylindre d'axe (B, $\vec{y}_0$ )	L' <sub>2</sub> : Sphère cylindre d'axe (B', $\vec{y}_0$ )
L <sub>3</sub> : Pivot glissant d'axe (A, $\vec{y}_0$ )	L' <sub>3</sub> : Pivot glissant d'axe (A', $\vec{y}_0$ )
L <sub>4</sub> : Ponctuelle de normale (J, $\vec{n}$ )	L' <sub>4</sub> : Ponctuelle de normale (J', $\vec{n}'$ )
L <sub>5</sub> : Ponctuelle de normale (K, $\vec{n}$ )	L' <sub>5</sub> : Ponctuelle de normale (K', $\vec{n}'$ )

- Question 2:** a) On considère l'ensemble du mécanisme de la figure 4 : Donner la (les) mobilité(s) utile(s)  $m_u$  et interne(s)  $m_i$ , en précisant les mouvements concernés. Calculer le degré d'hyperstatisme  $h$  du mécanisme par une approche globale.
- b) On considère la chaîne en parallèle entre (0) et (1) : Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente. Quel est son degré d'hyperstatisme  $h_1$ .
- c) On considère la chaîne en série (0, 1, 2) : Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente de cette chaîne.
- d) Donner alors, sans calcul, la liaison équivalente entre la fourche (2) et le bâti (0), puis calculer son degré d'hyperstatisme  $h_2$ .
- e) Donner, sans calcul, la liaison équivalente entre la fourche (2) et la bobine (3), puis calculer son degré d'hyperstatisme  $h_3$ . Ce résultat est-il prévisible ? Justifier.

## PARTIE C : ENROULEMENT DU FIL

### 1. Etat de la bobine

La figure 5 montre l'aspect de la bobine pendant la phase d'enroulement. On admet que chaque nappe de fil comporte le même nombre de spires.

L'étude qui suit sera réalisée pour un fil de diamètre  $d = 2 \text{ mm}$  enroulé sur une bobine de diamètre extérieur  $D_{\text{ext}} = 630 \text{ mm}$ , diamètre intérieur  $D_{\text{int}} = 250 \text{ mm}$  et de longueur de nappe  $h = 400 \text{ mm}$  (voir figure 5).

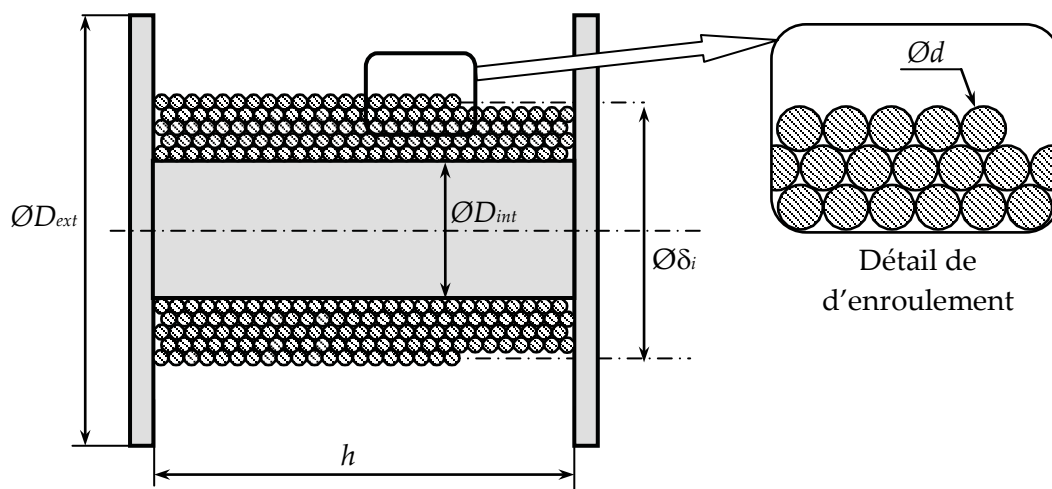


Figure 5 : Aspect de la bobine pendant la phase d'enroulement

Dans cette étude, on suppose que la vitesse d'entrée du fil (inextensible) sur le poste d'enroulement (enrouleuse) est constante, égale à sa valeur nominale  $V_0 = 2000 \text{ m/min}$ .

**Question 3 :** Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de :

- a) Le nombre de tours  $n$  nécessaire à la réalisation d'une nappe de fil sur la bobine.
- b) Le diamètre d'enroulement  $\delta_i$  du fil sur la  $i^{\text{ème}}$  nappe, On supposera que :  $1 \leq i \leq 100$  (valeur numérique pour  $N=100$ ).
- c) La longueur  $L_N$  de fil stocké sur la bobine pour un nombre de nappes enroulées  $N$  (valeur numérique pour  $N = 100$ ).
- d) La durée  $T_N$  nécessaire à la réalisation du bobinage de cette longueur  $L_N$  de fil.

e) Les valeurs mini et maxi de la vitesse de rotation  $\omega_B$  de la bobine par rapport au bâti, au cours du cycle d'enroulement de la longueur  $L_N$ .

## 2. Mécanisme d'entraînement de la bobine :

La figure 6 montre le schéma cinématique de la solution retenue pour assurer :

- le guidage en rotation de la bobine et son entraînement par un moteur électrique au niveau de la poupée, au moyen d'une transmission par poulies et courroie ;
- le freinage de la bobine (frein à disque à commande pneumatique) pendant un arrêt d'urgence.

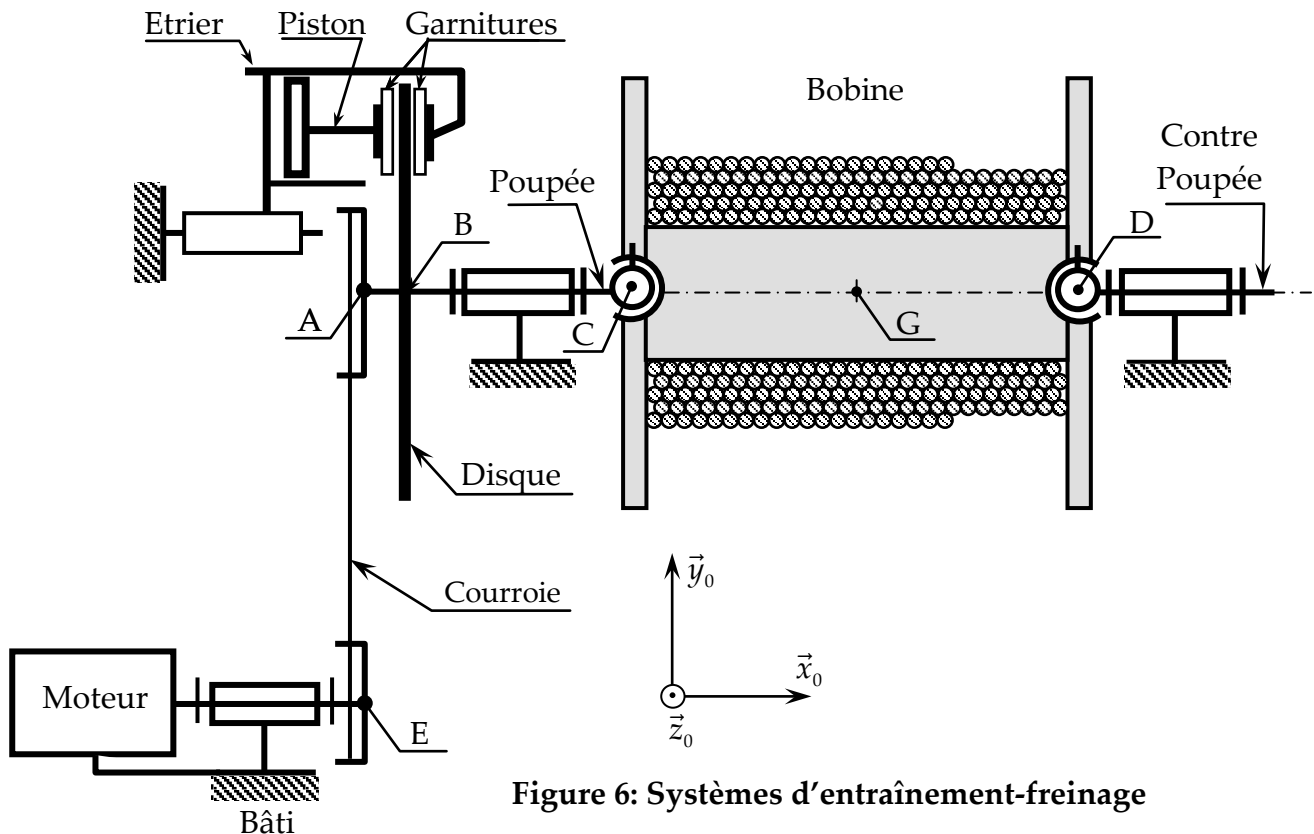


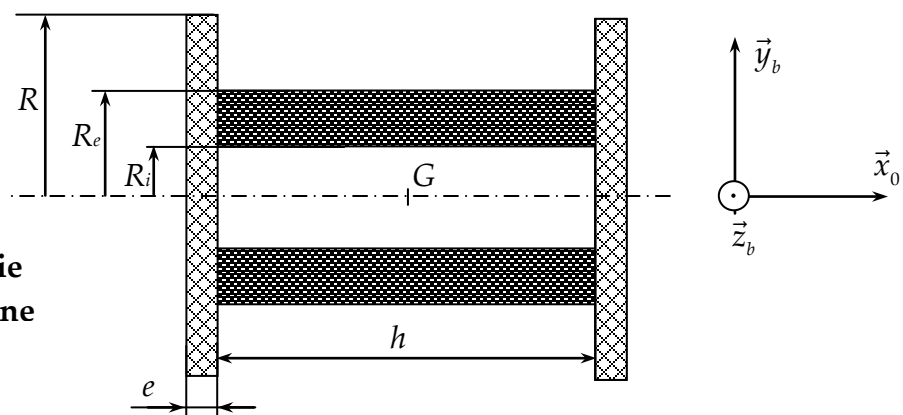
Figure 6: Systèmes d'entraînement-freinage

La bobine vide est constituée (voir photo ci-contre et figure 7) :

- ✓ de deux flasques, modélisés par deux disques homogènes identiques de masse  $m$ , rayon  $R$  et d'épaisseur  $e$ .
- ✓ d'un tube, modélisé par un cylindre creux homogène de masse  $M$ , rayon extérieur  $R_e$ , rayon intérieur  $R_i$  et de hauteur  $h$ .



Figure 7 : Géométrie de la bobine



Soit  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère associé au bâti (0) et supposé galiléen et  $R_b(G, \vec{x}_0, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$  le repère associé à la bobine avec  $(\vec{y}_0, \vec{y}_b) = (\vec{z}_0, \vec{z}_b) = \theta$ .

**Question 4 : a)** Donner en justifiant la forme de la matrice d'inertie en G de la bobine vide ( $B_v$ ) dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$  notée  $\bar{I}(G, B_v)$ , que devient cette matrice dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

**b)** Donner l'expression du moment d'inertie de la bobine vide par rapport à l'axe  $(G, \vec{x}_0)$  noté  $A_{BV}$ .

- Le moment d'inertie de la bobine par rapport a son axe de rotation pendant l'enroulement de la dernière nappe est supposé constant :  $I_b = 12,8 \text{ kg m}^2$ .
- Le moment d'inertie de l'ensemble (rotor + poulie motrice) par rapport a son axe de rotation  $I_m = 0,046 \text{ kg m}^2$ .
- Le moment d'inertie de l'ensemble (broche (poupée et contre- poupée) + poulie réceptrice) par rapport a son axe de rotation  $I_m = 0,046 \text{ kg m}^2$ .
- rotation  $I_p = 0,11 \text{ kg m}^2$ .
- La tension du fil  $T_0 = 50 \text{ N}$ .
- la vitesse d'entrée du fil sur le poste d'enroulement (enrouleuse) est uniforme, égale à sa valeur nominale  $V_0 = 2000 \text{ m/min}$ .
- On note  $P_m$ , la puissance développée par le moteur électrique.
- Le rapport de transmission pour l'ensemble poulies et courroie  $\lambda = \frac{\omega_{(\text{moteur}/0)}}{\omega_{(\text{bobine}/0)}} \quad (\lambda = 2)$ .

**Hypothèses :**

- Toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- Les parties tournantes sont équilibrées dynamiquement;
- La courroie est de masse négligeable ;
- Le frein n'est pas actionné.
- On considère la phase de l'enroulement de la dernière nappe.

**Question 5 :** Donner l'expression du moment d'inertie équivalent noté  $J_{eq}$  (ramené sur l'axe du moteur) de l'ensemble tournant (E) par rapport au bâti. Faire l'application numérique.

**Question 6 :** Donner l'équation scalaire issue de l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (E) mobile/ $R_0$ . Calculer la valeur de la puissance mécanique  $P_m$  développée par le moteur électrique pendant la phase d'enroulement de la dernière nappe à régime stabilisé?

### 3. Système de régulation – stockage de fil:

Ce système est constitué (voir figure 8) de 9 poulies folles.

Les cinq poulies d'entre (P1, P3, P5, P7 et P9), nommé moufle fixe ( $M_F$ ), sont montées sur un arbre fixe par rapport au bâti (0). Les quatre autres (P2, P4, P6, P8), nommé moufle mobile ( $M_M$ ), sont montées sur un arbre mobile (coulisseau(1)), en translation par rapport au bâti(0). Le fil entre par la poulie ( $P_0$ ), puis passe en boucle sur l'ensemble des poulies ( $P_1$ ) à ( $P_9$ ).



Un vérin pneumatique gère la position du coulisseau (1) grâce à l'ensemble (poulie (P<sub>10</sub>) + câble (Ca)). La liaison entre la poulie P<sub>10</sub> et la tige (2) du vérin est pivot parfaite

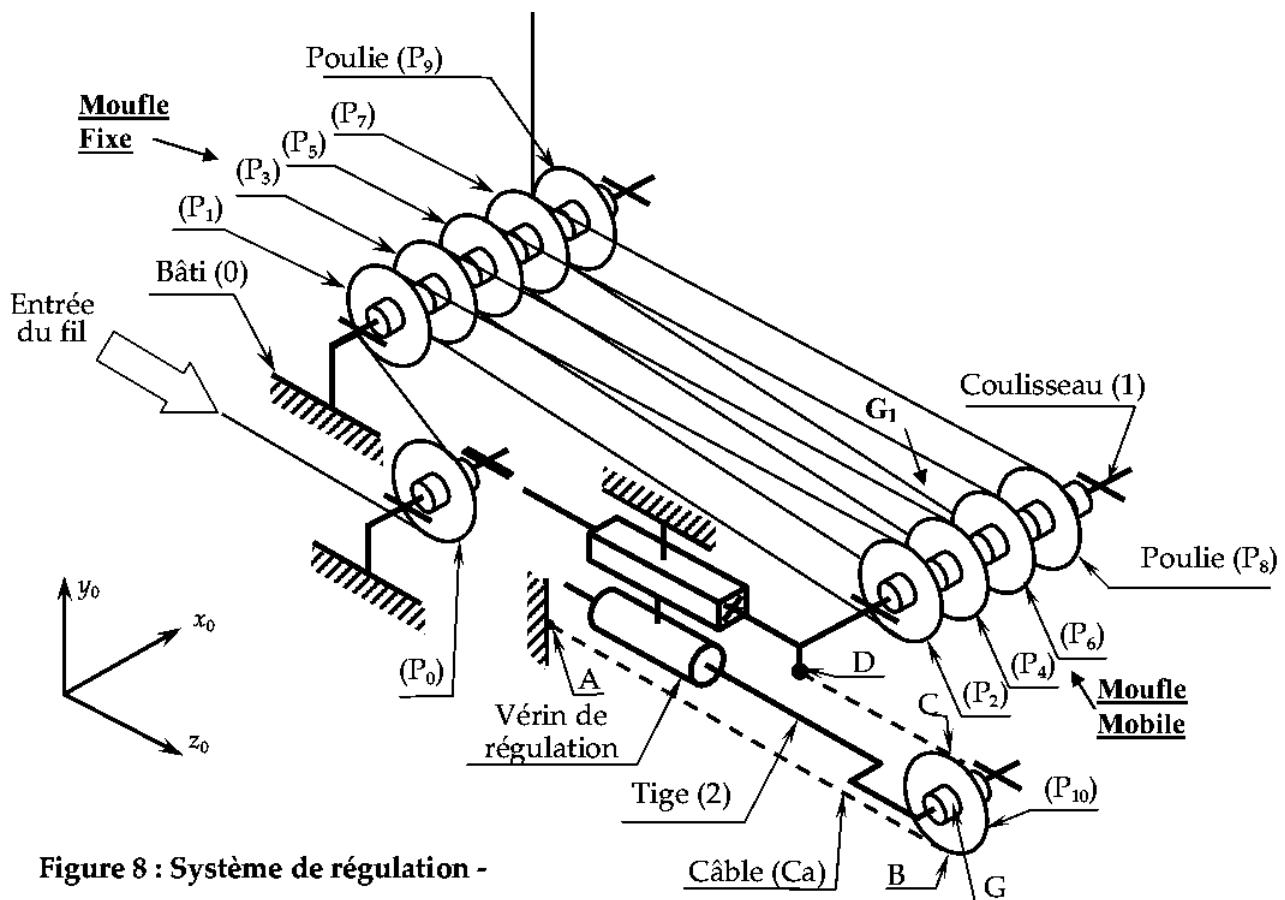


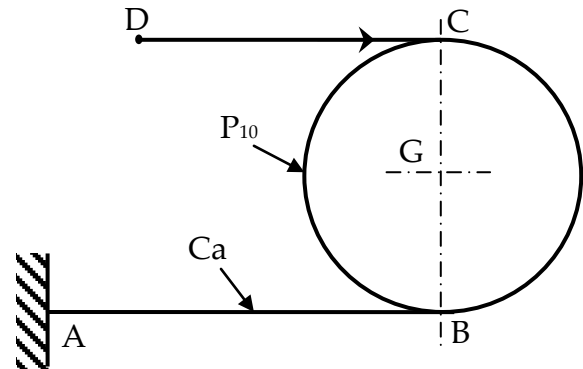
Figure 8 : Système de régulation -

- Le bâti (0) est fixe, on lui associe le repère  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen.
- Le coulisseau (1) de masse  $M_1$  est en liaison glissière avec le bâti (0).
- On note  $z_1 = \vec{z}_0 \cdot \overrightarrow{AD}$  le paramètre de déplacement de (1) par rapport au bâti (0).
- La tige (2) de masse  $M_2$  est en liaison pivot glissant avec le corps du vérin, on note  $z_2 = \vec{z}_0 \cdot \overrightarrow{AG}$  le paramètre de déplacement de (2) par rapport au bâti (0).
- La poulie (P<sub>10</sub>) est de rayon  $R$ , de masse  $m$ , de centre d'inertie  $G$ , repère associé  $R(G, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  tel que  $(\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3) = \varphi$ , et de moment d'inertie ( $J$ ) par rapport à  $(G, \vec{x}_0)$ .
- La masse des poulies constituant le moufle mobile ( $M_M$ ) est négligeable.
- Le câble (Ca) est de masse négligeable, inextensible et il n'y a pas de glissement entre le câble et la poulie (P<sub>10</sub>).
- Les brins AB et CD sont supposés parallèles et horizontaux.
- L'accélération de la pesanteur est :  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ .
- Toutes les liaisons entre solides sont supposées parfaites.
- L'action mécanique du fil sur le moufle mobile ( $M_M$ ) est considérée comme un glisseur, supposé connu,  $\{fil \rightarrow M_M\} = \begin{Bmatrix} F_x \vec{x}_0 - F_z \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_1}$ ,  $G_1$  : Centre d'inertie du coulisseau 1.

– L'action du fluide (intercalé entre le cylindre fixe du vérin et le piston) sur la tige + piston

$$\text{est } \{ \text{fluide} \rightarrow 2 \} = \begin{Bmatrix} F \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G.$$

**Question 7 :** Donner les deux relations liant  $\dot{z}_2$ ,  $\dot{\varphi}$  et  $R$  d'une part et  $\dot{z}_2$ ,  $\dot{z}_1$  d'autre part. (Remarque : B étant le C.I.R du mouvement de  $P_{10}/0$ ).



On note (S) l'ensemble constitué de : {coulisseau (1), moufle mobile ( $M_M$ ) de masse négligée, tige (2), la poulie ( $P_{10}$ ) et le câble (Ca) de masse négligée}.

**Question 8 :** Déterminer la masse équivalente notée  $M_{eq}$  ramenée à la tige (2) de l'ensemble (S) en fonction de  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $m$ ,  $J$  et  $R$ .

**Question 9 :** Par application de théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble matériel (S), dans son mouvement /  $R_0$ , exprimer l'effort  $F$  développé par le vérin en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\ddot{z}_2$  et les données.

#### 4. Mécanisme de trancannage:

Le mécanisme de trancannage est destiné à assurer un enroulement régulier du fil sur la bobine en générant un mouvement hélicoïdal du point d'entrée du fil sur la bobine. Ce mouvement est obtenu en combinant la rotation de la bobine et la translation du guide-fil par rapport au bâti.

Le mécanisme de trancannage est constitué de (voir figure 9) :

- Bâti (0) : fixe, repère lié  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen.
- Chariot (5) : lié au bâti par une liaison glissière supposée bloquée au cours de la phase d'enroulement d'une nappe.
- Chariot (4) : de masse  $M_4$ , de centre d'inertie  $G_4$ , lié au chariot (5) par une liaison glissière ( $L_{4-5}$ ) avec frottement visqueux de coefficient  $\mu_4$ . Soit  $R_4(G_4, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère lié à 4, On pose :  $\overrightarrow{AG_4} = x.\vec{x}_0 + b.\vec{y}_0$ .
- Vis (3) : de centre d'inertie  $G_3$ , de moment d'inertie  $J_3$  par rapport à l'axe  $(A, \vec{x}_0)$ , repère lié  $R_3(A, \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  avec  $(\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3) = \theta$ , la liaison pivot ( $L_{3-5}$ ) présente un frottement visqueux de coefficient  $\mu_3$  et la liaison hélicoïdale ( $L_{3-4}$ ) est supposée parfaite, à hélice droite et de pas réduit  $p$ . On pose :  $\overrightarrow{AG_3} = a.\vec{x}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = x.\vec{x}_0$ .
- Guide-fil GF=( $R_3+R_4$ ): masses négligeables en liaisons pivots parfaites avec le chariot 4, d'axes respectivement  $(D, \vec{y}_0)$  et  $(C, \vec{x}_0)$ .
- Moteur électrique ( $M_{53}$ ): de masse négligeable, monté entre (5) et (3) et exerçant une action mécanique sur la vis (3) modélisée par le torseur couple :  $\{ M_{53} \rightarrow 3 \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{53}.\vec{x}_0 \end{Bmatrix}$ .

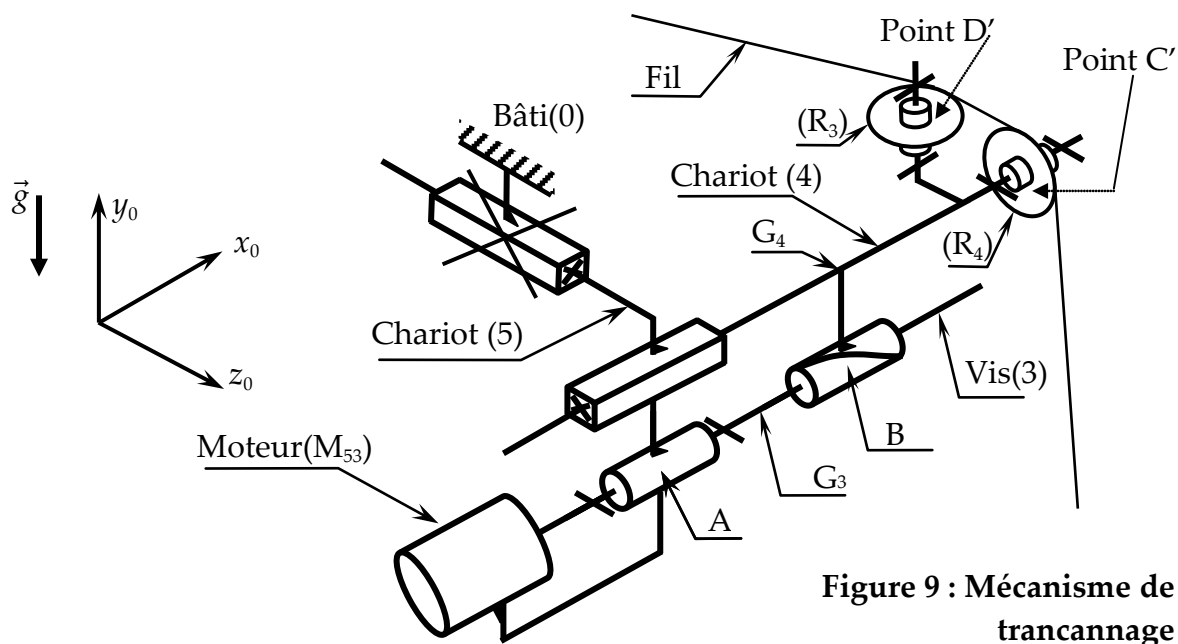
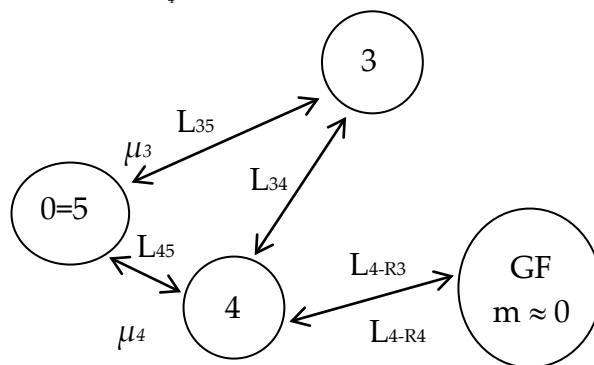


Figure 9 : Mécanisme de trancannage

– L'action mécanique, supposée connue, du fil sur guide-fil GF=(R<sub>3</sub>+R<sub>4</sub>) est modélisée par le

$$\text{torseur : } \{ \text{fil} \rightarrow \text{GF} \} = \left\{ \begin{array}{l} T_x \vec{x}_0 + T_y \vec{y}_0 + T_z \vec{z}_0 \\ M_x \vec{x}_0 + M_y \vec{y}_0 + M_z \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{G_4} = \{ \text{GF} \rightarrow 4 \}$$



Graphe de liaisons

L<sub>35</sub> : Pivot d'axe (A,  $\vec{x}_0$ ) ,    L<sub>45</sub> : Glissière de direction  $\vec{x}_0$  ,    L<sub>34</sub> : Hélicoïdale d'axe (B,  $\vec{x}_0$ )

L<sub>4-R4</sub> : Pivot d'axe (C,  $\vec{x}_0$ ) ,    L<sub>4-R3</sub> : Pivot d'axe (D,  $\vec{y}_0$ ) ,

On se propose de dimensionner l'actionneur (M<sub>53</sub>).

**Question 10 :** En s'appuyant sur un schéma d'analyse :

a) Par application de théorème de l'énergie cinétique (T.E.C) à l'ensemble matériel  $E=\{3, 4\}$ , déterminer le couple moteur  $C_{53}$  en fonction de  $\mathbf{x}$ , ses dérivées et des données. (le paramètre  $\theta$  et ses dérivées ne doivent pas intervenir).

dans son mouvement / R<sub>0</sub>, exprimer l'effort  $F$  développé par le vérin en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\ddot{z}_2$  et les données.

b) On souhaite déterminer le couple  $C_{53}$  par application du principe fondamental de la dynamique (P.F.D). Donner le(s) système(s) à isoler, le(s) theoreme(s) à utiliser, et puis écrire le(s) équation(s) scalaire(s), (sans développer les calculs) permettant le calcul de  $C_{53}$ .

Lorsque l'enroulement arrive à proximité de la paroi latérale de la bobine, il est nécessaire de changer le sens du mouvement de translation du chariot.

On donne la loi de vitesse du chariot en fonction du temps au cours de cette phase.

c) Evaluer le couple maximal  $C_{53\max}$  en fonction de la vitesse  $V_t$ , la durée  $T$  et les données.

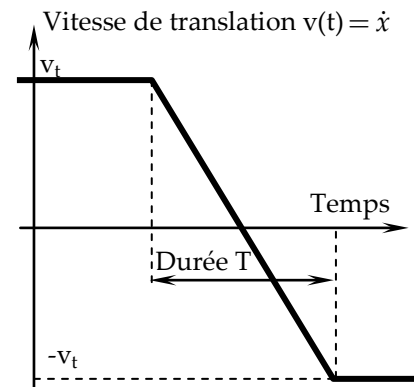


Figure 10 : loi de vitesse

## PARTIE D : ETUDE DU FREINAGE.

Le système de freinage est constitué d'un disque en acier et de deux garnitures, solidaires du piston et de l'étrier, actionnées par un vérin pneumatique dont le montage est donné figure 6. Pendant le freinage, le disque est en contact avec les deux garnitures.

Le but de l'étude est de déterminer la pression dans le vérin pneumatique.

Le modèle retenu pour l'étude est donné sur la figure 11, le disque du frein est de rayon  $R_e$  et d'épaisseur  $e$ . chaque garniture est schématisée par un secteur d'angle  $2\alpha$  et de longueur radiale :  $\lambda = R_e - R_i$ .

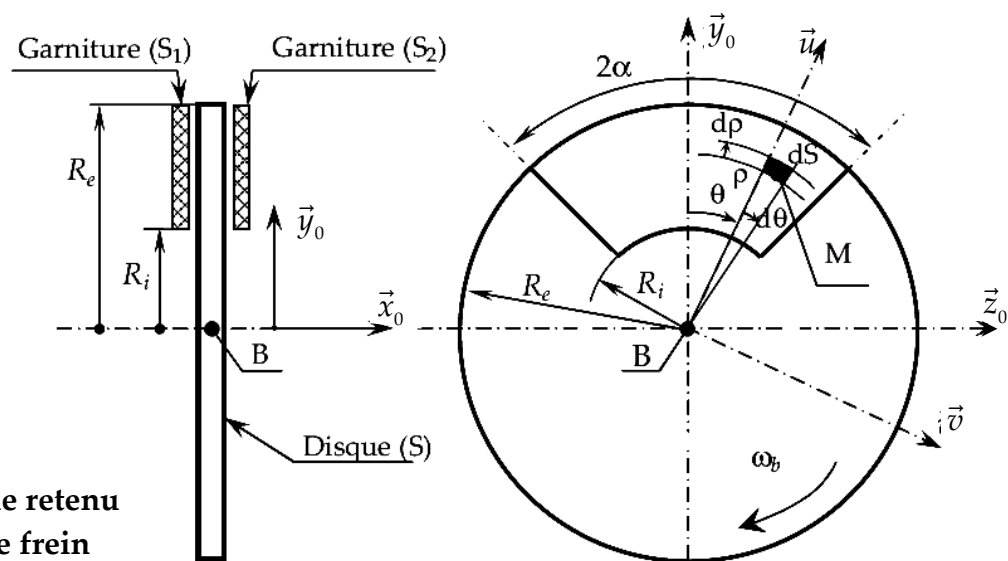


Figure 11 : Modèle retenu pour le frein

L'action mécanique exercée par la garniture  $S_1$  sur le disque de freinage  $S$  est modélisée en chaque point  $M$  de leurs surfaces contact par la densité surfacique de forces :

$$\vec{f}_M(S_1 \rightarrow S) = p \cdot \vec{x}_0 + q \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{v}$$

Avec :  $p$ , pression supposée constante et  $(\vec{x}_0, \vec{u}, \vec{v})$  base orthonormée directe.

On donne  $\vec{BM} = -\frac{e}{2} \cdot \vec{x}_0 + \rho \cdot \vec{u}$  et  $f$  : facteur de frottement entre la garniture et le disque.

**Question 11:** Donner  $\vec{V}(M \in S / S_1)$ , la vitesse de glissement en  $M$  entre le disque et la garniture  $S_1$ .

**Question 12 :** En appliquant les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement, montrer que  $q = 0$  et donner une relation entre  $p$ ,  $r$  et  $f$ .

**Question 13 :** Calculer la projection sur  $\vec{x}_0$  du moment global en B exercé par la garniture  $S_1$  sur le disque S noté  $\vec{x}_0 \cdot \vec{M}_B(S_1 \rightarrow S)$  en fonction de  $p, f, R_e, R_i$ , et  $a$ .

**Question 14 :** En déduire l'expression du module de couple de freinage  $C_f$ .

**Question 15 :** Donner la projection sur  $\vec{x}_0$  de l'effort global exercé par la garniture  $S_1$  sur le disque S noté  $\vec{x}_0 \cdot \vec{F}(S_1 \rightarrow S)$  en fonction de  $p, R_e, R_i$ , et  $a$ .

On note  $p_a$  la pression d'alimentation du vérin pneumatique pendant le freinage et  $d$  le diamètre du piston (voir figure 6)

**Question 16 :** En appliquant le théorème de la résultante statique à l'ensemble piston + garniture  $S_1$  en projection sur  $\vec{x}_0$ , donner la pression  $p_a$  en fonction de  $C_f, R_e, R_i, a$  et  $d$ .

## PARTIE E : ASSERVISSEMENT DE VITESSE DE LA BOBINE.

La régulation de l'enroulement est basée sur l'asservissement de la vitesse de rotation de la bobine, qui doit s'ajuster en permanence à la vitesse d'entrée du fil sur la machine. Dans cette étude, on considère la tige (2) du vérin régulateur (voir annexe 2) bloquée.

Un écart entre la vitesse d'entrée du fil et la vitesse d'enroulement se traduira par une variation de la tension du fil. Il suffirait alors d'agir sur la vitesse de rotation de la bobine pour corriger l'écart.

Le principe retenu pour l'asservissement en vitesse de la bobine est décrit sur la figure 12 suivant :

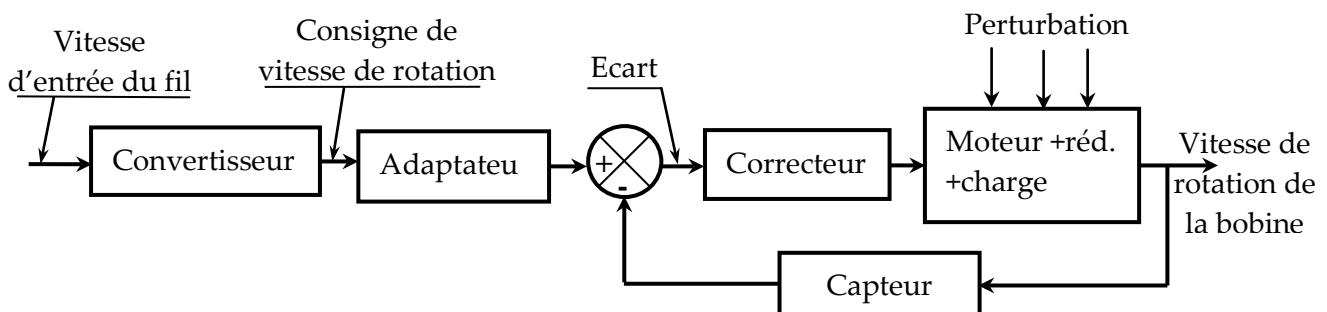


Figure 12 : Structure de l'asservissement.

Extrait du cahier des charges fonctionnelles :

Fonction de service	Qualification	Critère	Niveau
Asservir la vitesse de rotation de la bobine	Stabilité	- Marge de phase - Marge de gain	$40\% \leq M\varphi \leq 50\%$ $MG \geq 12\text{dB}$
	Précision	Ecart statique vis-à-vis de la consigne	$\mathcal{E}_s = 0$
	Rapidité	Temps de réponse à 5%	$T_{r5\%} \leq 1\text{s}$

## 1. Modélisation de l'ensemble de moteur plus charge:

Le comportement linearisé du moteur, réducteur et la bobine est modélisé par les équations suivantes :

$$\text{Equation électrique :} \quad u(t) = R.i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$\text{Equation de couplage tension – vitesse :} \quad e(t) = K_e . \omega_m(t) \quad (2)$$

$$\text{Equation de couplage couple – intensité :} \quad C_m(t) = K_t . i(t) \quad (3)$$

$$\text{Equation mécanique :} \quad C_m(t) - f_v . \omega_m(t) - C_{req}(t) = J_{eq} . \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

$$\text{Equation du réducteur :} \quad \frac{\omega_m(t)}{\omega(t)} = \lambda \quad (5)$$

Avec :  $u(t)$  : tension de commande de l'induit ;  $i(t)$  : courant d'induit ;  $e(t)$  : force contre-électromotrice du moteur (FCEM) ;  $R$  : résistance d'induit du moteur ;  $L$  : inductance de l'induit ;  $k_e$  : constante de la force contre-électromotrice ;  $k_t$  : constante de couple ;  $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur ;  $J_{eq}$  : moment d'inertie ramené au moteur de l'ensemble tournant ;  $C_m(t)$  : couple moteur ;  $C_{req}$  : couple résistant ramené au moteur et  $\omega(t)$  : vitesse de rotation de la bobine.

Les constantes de couplage mécanique ( $k_t$ ) et électrique ( $k_e$ ) seront supposées égales, notées  $k = k_t = k_e$ . On note  $U, I, E, \Omega_m$  et  $\Omega$  les transformées de Laplace des fonctions  $u, i, e, \omega_m$  et  $\omega$ . La variable de Laplace sera notée  $p$ . Les conditions initiales sont supposées nulles.

**Question 17 :** Donner les transformées de Laplace des équations (1) à (5).

**Question 18 :** Compléter le schéma blocs ci-dessous, à reproduire sur la copie.

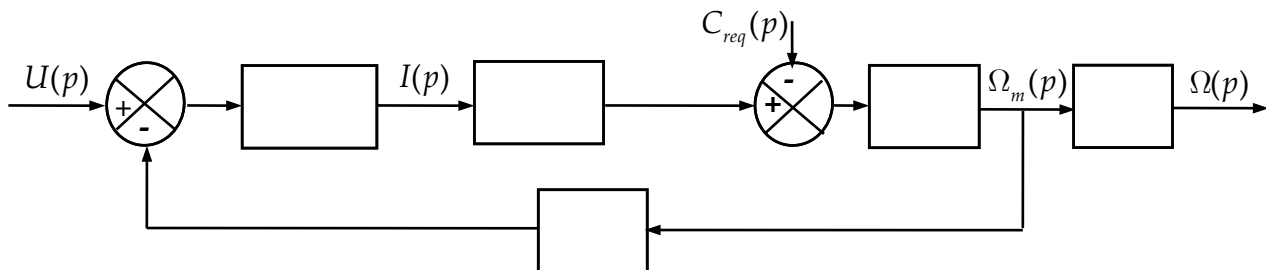


Figure 13 : Schéma- bloc de l'ensemble moteur + charge.

**Question 18 :** Donner l'expression de la vitesse de la bobine  $\omega_0$  en régime permanent, pour un échelon de tension  $U_0$  et un couple résistant  $C_0$ .

## 2. Asservissement de vitesse :

Pour toute la suite on considère la perturbation  $C_{req}(p) = 0$ .

### 2.1. Structure de la boucle.

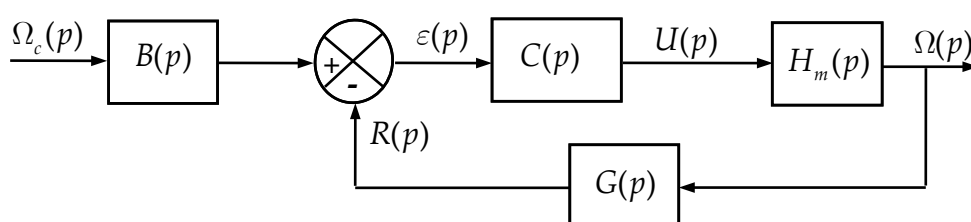


Figure 14 : Schéma- bloc de l'asservissement en vitesse.

$$\text{On donne } H_m(p) = \frac{5}{(1 + 0,05.p).(1 + 5.p)}$$

Le capteur de vitesse adopté est une génératrice tachymétrique délivrant une tension  $r(t)$  (en Volts) image de la vitesse de rotation  $\omega(t)$  de la bobine.

Afin de déterminer la fonction de transfert  $G(p)$  représentant le modèle de comportement de cette génératrice tachymétrique, on procède par la méthode d'identification.

On donne (voir figure 15) le relevé des diagrammes de Bode (Gain et phase) obtenus par expérience approchée.

**Question 20 :** Par quelle forme de fonction de transfert  $G(p)$  peut-on modéliser le comportement de cette génératrice tachymétrique ? Justifier.

**Question 21 :** Donner en justifiant les valeurs de ses grandeurs caractéristiques en précisant les unités.

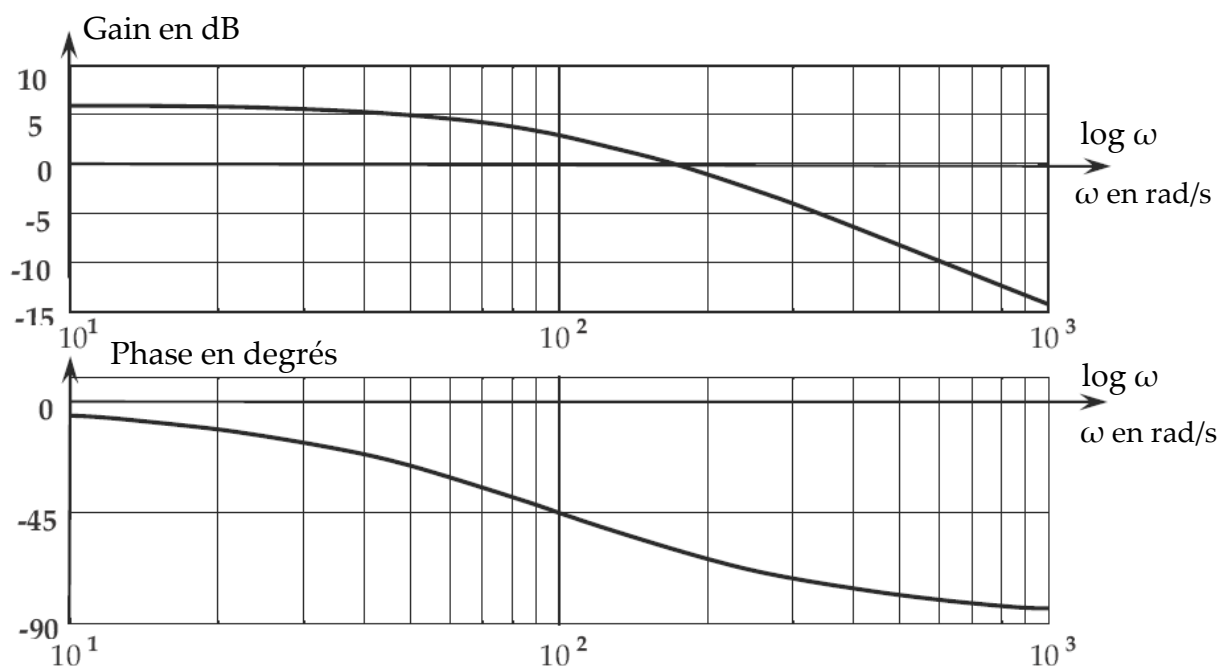


Figure 15 : Diagramme de Bode de la transmittance  $G(p)$ .

Les valeurs numériques des constantes de temps de  $G(p)$  et de  $H_m(p)$ , permettent de justifier le modèle simplifié (**adopté pour la suite**) pour la génératrice :  $G(p) = K_G = 2$ .

**Question 22 :** Justifier la valeur de la transmittance de l'adaptateur :  $B(p) = K_G$ .

## 2.2. Etude du système asservi non corrigé :

On considère le système bouclé en vitesse non corrigé  $C(p) = 1$ .

**Question 23 :** a) Rendre le schéma bloc de la figure 14 à retour unitaire.

b) Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ .

c) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_c(p)}$  et la mettre

sous forme canonique en donnant ses coefficients caractéristiques ( $K_{BF}$ ,  $\omega_n$  et  $z$ ).

**d)** Tracer l'allure de la sortie  $\omega(t)$  en réponse à une consigne  $\omega_c(t)$  en échelon de valeur  $\omega_0 = V_0/R$ . ( $R$  étant le rayon de l'enroulement sur la bobine supposé constant ;  $V_0$  : vitesse d'entrée du fil)

**Question 24 : a)** Donner l'écart statique  $\varepsilon_s$  (en fonction de  $\omega_0$ ) pour un échelon de vitesse  $\omega_c(t)$  de valeur  $\omega_0 = V_0/R$ .

**b)** Sachant que  $\|H_{BO}(j\omega)\| = 1$  pour  $\omega = 2 \text{ rad/s}$ , calculer alors la marge de phase  $M\phi$ .  
Quelle est la marge de gain  $MG$  ?

**c)** En utilisant l'abaque ci-dessous, donner le temps de réponse à 5% du système et conclure quand aux performances spécifiées par le cahier des charges.

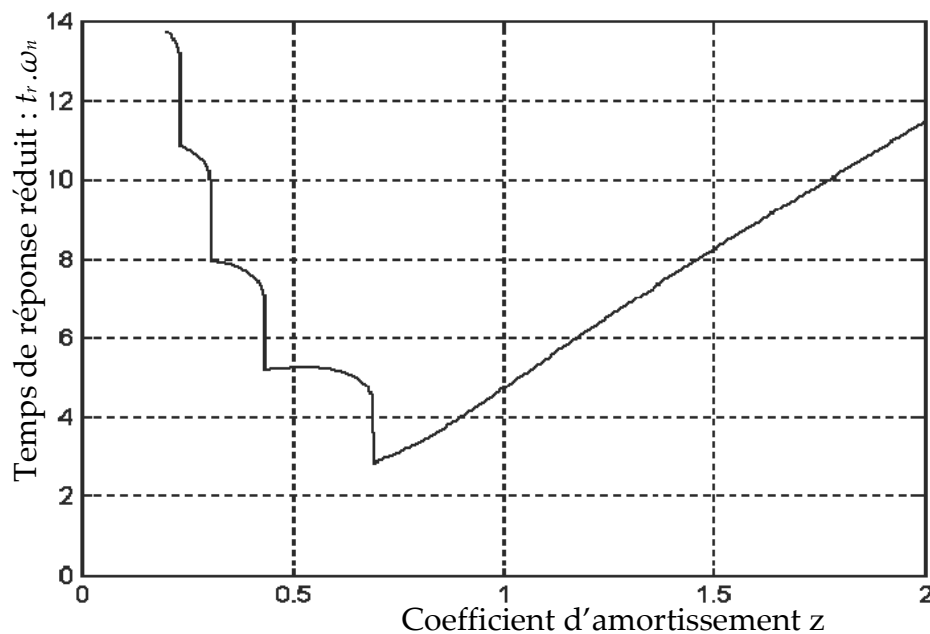


Figure 16 : Abaque du temps de réponse réduit du 2<sup>nd</sup> ordre :  $t_r \cdot \omega_n = f(z)$

### 3. Etude du système asservi corrigé :

On considère maintenant le système asservi corrigé  $C(p) \neq 1$ .

#### 3.1. Correction proportionnelle :

Le correcteur choisi est de la forme :  $C(p) = K_C$  ( $K_C$  étant un gain pur).

**Question 25 : a)** Déterminer la valeur  $K_{C45}$  de  $K_C$  pour régler la marge de phase à  $45^\circ$ .

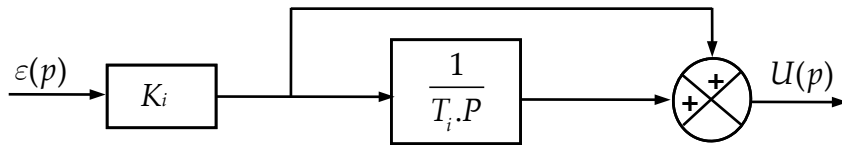
**b)** Donner l'écart statique  $\varepsilon_s$  (en fonction de  $\omega_0$ ) du système corrigé pour un échelon de vitesse de rotation  $\omega_c(t)$  de valeur  $\omega_0 = V_0/R$ .

**c)** Peut-on, par un simple réglage de gain  $K_C$ , satisfaire l'exigence du cahier des charges en terme de précision ? Justifier.



### 3.2. Correction proportionnelle intégrale (P.I.)

Le correcteur choisi maintenant est représenté par le schéma ci-dessous :



**Question26 : a)** Donner la fonction de transfert  $C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$  de ce correcteur.

**b)** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur les performances : précision et stabilité.

**c)** Donner l'écart statique  $\varepsilon_s$  du système ainsi corrigé pour un échelon de vitesse  $\omega_0 = V_0/R$ .

Pour la suite on prend  $K_i = 14$  et  $T_i = 1s$ .

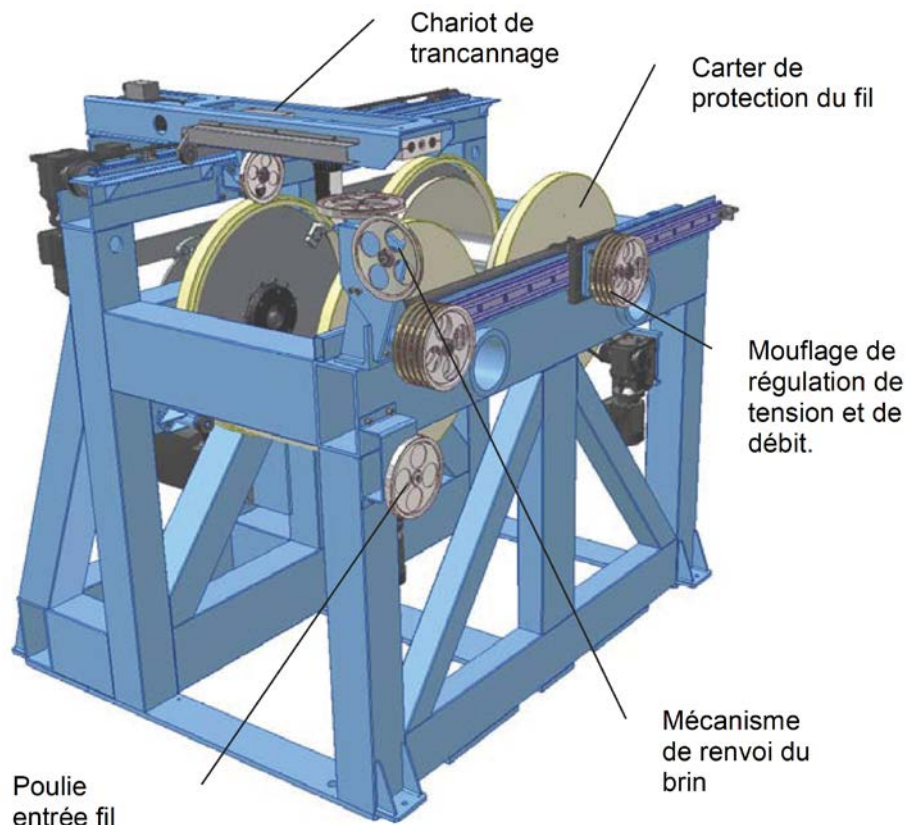
**Question27 :** Donner l'expression canonique de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BOC}(p)$  du système avec correcteur P.I.

**Question 28 :**

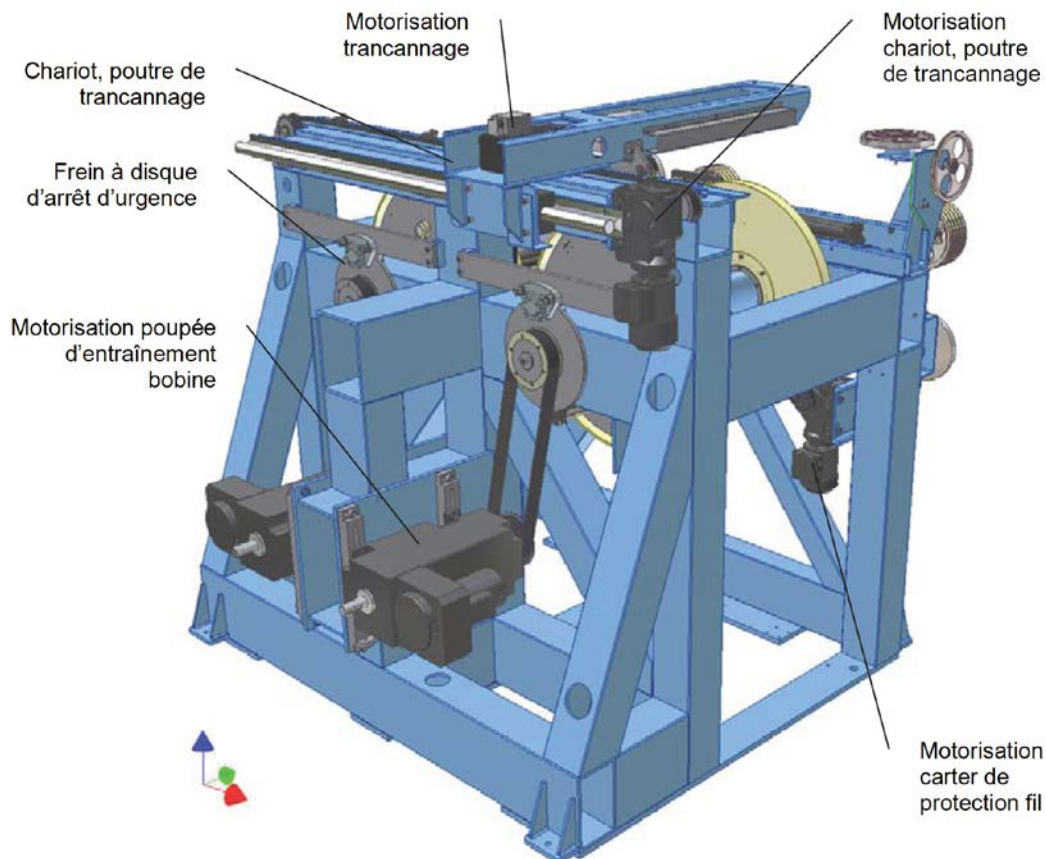
- Compléter le document réponse 2 par le diagramme asymptotique de module de  $H_{BOC}(j\omega)$ .
- En supposant la courbe réelle de gain confondue avec ses asymptotes, indiquer les marges de stabilité. Conclure.

...Fin de l'énoncé.

## ANNEXE 1

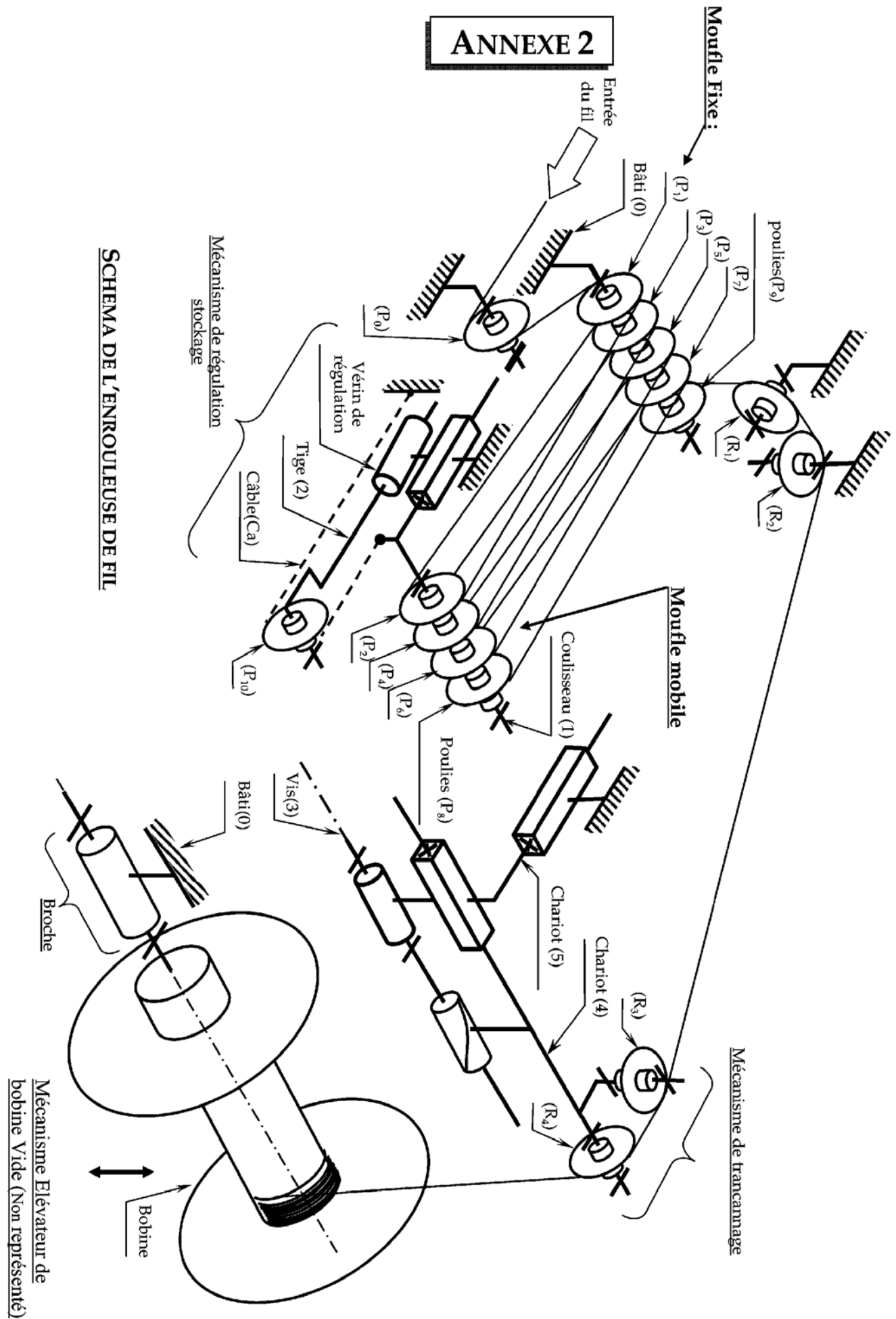


**Structure de l'ensemble**

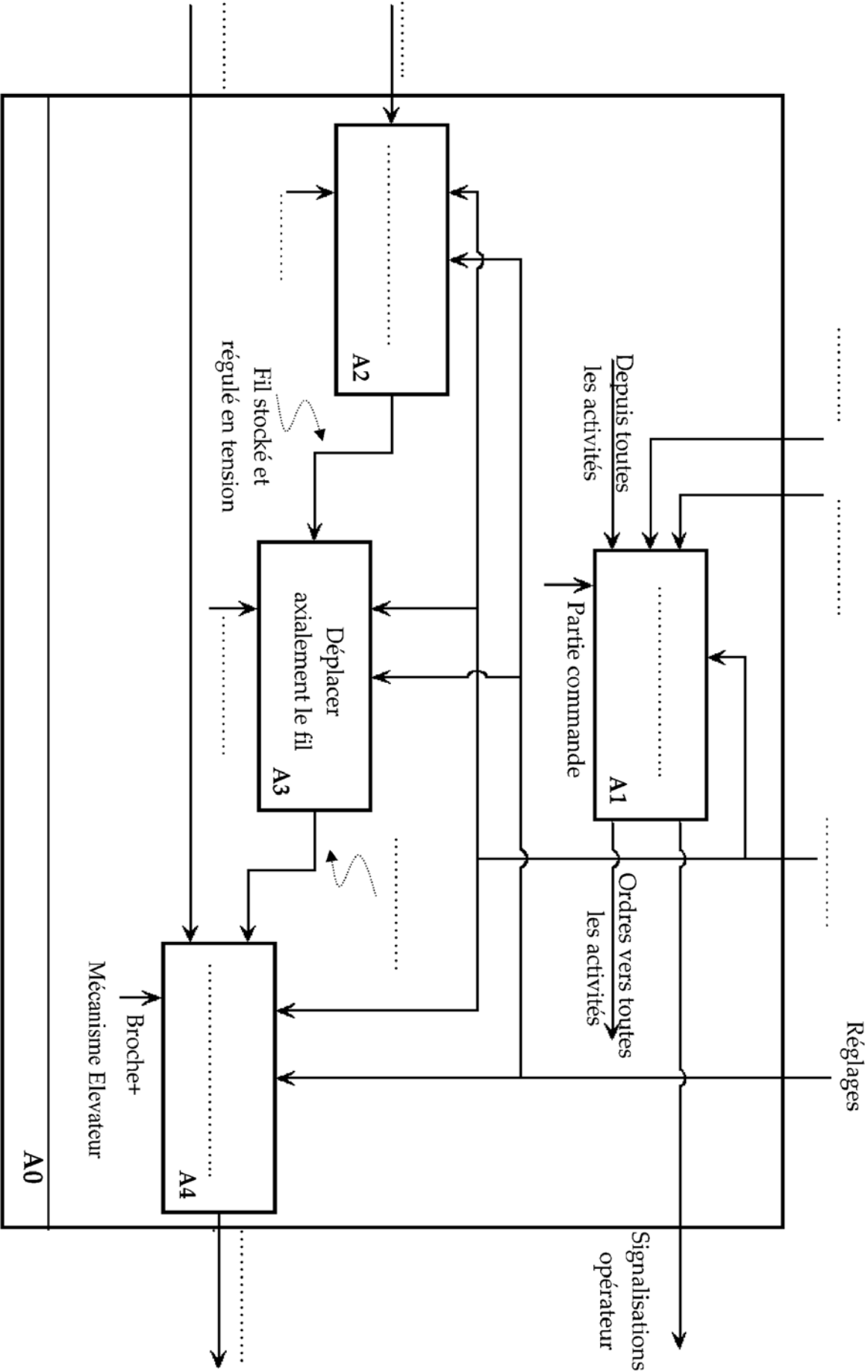


**Implantation des motorisations**

## ANNEXE 2



DOCUMENT – REPONSE 1



N.B : Il est interdit de signer les documents réponses ou d'y mettre un signe quelconque pouvant servir à l'identification du candidat ou à la provenance de la copie.

**N.B :** Il est interdit de signer les documents réponses ou d'y mettre un signe quelconque pouvant servir à l'identification du candidat ou à la provenance de la copie.

## DOCUMENT- REPONSE 2

