Liaisons équivalentes

Exercice 1: Tour de la Terreur – X-ENS PSI 2013

Analyse fonctionnelle

Question 1: Caractériser à l'aide du descripteur de votre choix l'objectif « Créer une sensation de chute libre aux passagers »

Faisons un diagramme d'exigences :

« requirement »
Créer une sensation de chute libre
Id = '' 1 ''
Text : ''Les passagers doivent avoir une sensation de chute libre

« Refine »

« requirement »
Accélération imposée vers le bas
Id = '' 1.1 ''
Text : '>=9.81 m/s²'

Compréhension du mécanisme

Question 2: Justifier l'intérêt de l'utilisation d'un câble secondaire

Sans le câble secondaire, il est impossible d'imposer une accélération vers le bas supérieure à l'accélération de la pesanteur g=9.81 m/s²

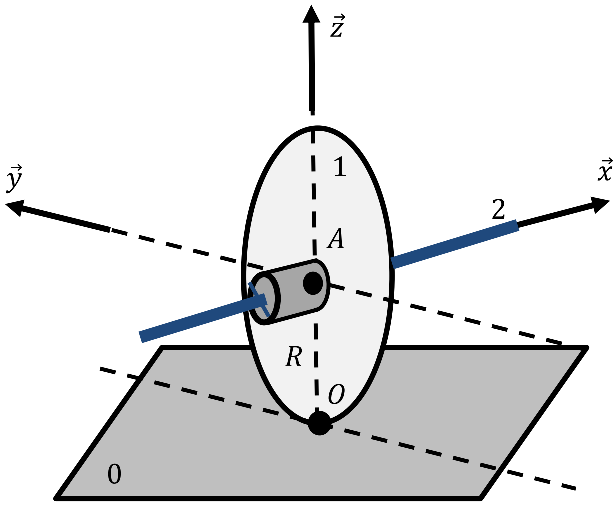
Justification de la non prise en compte des galets

Question 3: Proposer la liaison modélisant les contacts galets/rails en théorie

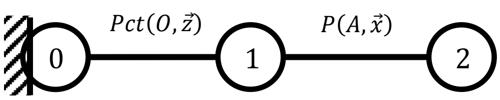
On aurait proposé des Cylindre/Plan, mais…

Question 4: Justifier le fait que les contacts galets/rails soient considérés comme des ponctuelles

La ligne de contact est de faible longueur devant le rayon. Plus précisément, et en s'aidant des axes de la figure ci-dessous, les efforts transitant dans le galet créent un moment en O autour de $\vec{y}$ grand devant le moment que peut créer la ligne de contact autour de ce même axe.
Pour illustrer cette hypothèse, on pose une pièce de monnaie sur sa tranche sur le bureau, et une craie. On montre la possibilité de « rotulage » dans le cas de la pièce….



Question 5: Proposer un graphe des liaisons de ce mécanisme



Question 6: Préciser la méthode à privilégier pour déterminer la liaison équivalente associée

Les liaisons sont en série, on choisit la méthode cinématique.

	S	P
C	+	=
S	=	+

Question 7: En quel point et dans quelle base rechercher cette liaison équivalente ?

On choisit la base $\mathfrak{B}$ et le point A puisqu'il est commun aux deux lieux de validité des torseurs.

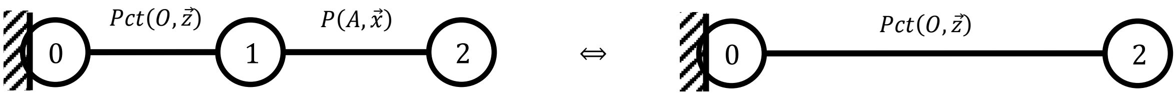
Question 8: Déterminer la liaison équivalente réalisée entre la cabine 2 et le rail 0 et en déduire qu'il est possible de ne pas tenir compte de la pivot 1/2 dans l'étude cinématique du guidage de la cabine

$\{\mathcal{V}_{10}\} = \left\{\begin{matrix} P_{10} & U_{10} \\ Q_{10} & V_{10} \\ R_{10} & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{V}_{21}\} = \left\{\begin{matrix} P_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \left\{\begin{matrix} P_{20} & U_{20} \\ Q_{20} & V_{20} \\ R_{20} & W_{20} \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}} = \{\mathcal{V}_{21}\} + \{\mathcal{V}_{10}\} = \left\{\begin{matrix} P_{10} + P_{21} & U_{10} \\ Q_{10} & V_{10} \\ R_{10} & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$$

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \left\{\begin{matrix} P_{20} & U_{20} \\ Q_{20} & V_{20} \\ R_{20} & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$$

Les 5 inconnues cinématiques de ce torseur sont indépendantes, on reconnait une liaison ponctuelle de droite normale $(O, \vec{z})$.
On peut donc ne pas la considérer pour étudier cinématiquement la liaison équivalente du guidage de la cabine.
Toutefois, évidemment, en statique, si les galets ne tournent pas, il y aura du frottement…



Dans la suite donc, on va enlever toutes ces pivots intermédiaires

Question 9: Préciser le rôle de la rotation de la liaison pivot

Elle permet de ne pas avoir de glissement au contact galet/rail.

Question 10: Que serait la liaison équivalente si la liaison 1/0 était une linéaire rectiligne (liaisons théorique) ?

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \left\{\begin{matrix} P_{20} & U_{20} \\ 0 & V_{20} \\ R_{20} & W_{20} \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}} = \{\mathcal{V}_{21}\} + \{\mathcal{V}_{10}\} = \left\{\begin{matrix} P_{10} + P_{21} & U_{10} \\ 0 & V_{10} \\ R_{10} & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$$

$$\{\mathcal{V}_{20}\} = \left\{\begin{matrix} P_{20} & U_{20} \\ 0 & V_{20} \\ R_{20} & 0 \end{matrix}\right\}_A^{\mathfrak{B}}$$

Linéaire rectiligne…

Une glissière isostatique

Question 11: Préciser le nombre de ponctuelles n qu'il faudrait au minimum pour réaliser une glissière isostatique

$$h = m + n - E_s$$
$$0 = 1 + n - 6$$
$$n = 5$$

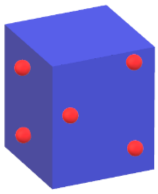
Il faut 5 galets !

En cinématique, c'est un peu plus dur, il faut penser à $\gamma = n - 2 + 1 = n - 1$

$$h = m + E_c - I_c$$
$$0 = 1 + 6(n-1) - 5n = 1 + 6n - 6 - 5n = n - 5$$

Question 12: Compléter avec des flèches le schéma ci-contre avec les n ponctuelles nécessaires à la réalisation d'une glissière isostatique

3 sur le même plan, non alignées, réalisant un « Appui plan »
2 sur un second plan réalisant une « Linéaire rectiligne » dont la ligne doit être parallèle au plan



Analyse du guidage complet

Question 13: Donner le nombre de mobilités utiles du mécanisme

$$m_u = 1$$

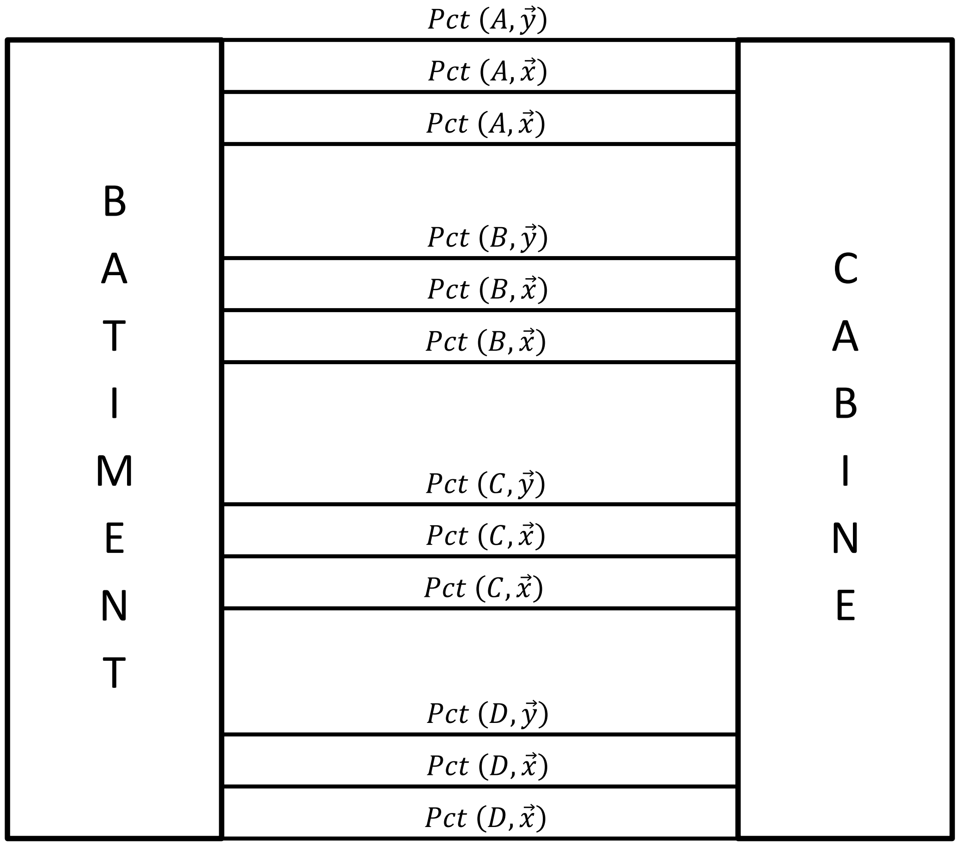
Question 14: Donner le nombre de mobilités internes du mécanisme

$$m_i = 12$$

Question 15: Calculer le degré d'hyperstatisme du guidage de la cabine par rapport au bâtiment

Cinématique		Statique	
$\boldsymbol{\gamma = L - p + 1}$	24-(2+12)+1=11	$\mathbf{p}$	14
$\boldsymbol{E_c = 6\gamma}$	66	$\boldsymbol{E_s = 6(p-1)}$	78
$\boldsymbol{I_c}$	12*5+12*1=72	$\boldsymbol{I_s}$	12*1+12*5=72
$\boldsymbol{m_u}$		1	
$\boldsymbol{m_i}$		12	
$\boldsymbol{m = m_u + m_i}$		13	
$\boldsymbol{h = m + E_c - I_c}$	13+66-72=7	$\boldsymbol{h = m + I_s - E_s}$	13+72-78=7

Question 16: Proposer un graphe des liaisons du guidage étudié



Question 17: Déterminer le nouveau degré d'hyperstatisme du guidage en justifiant la réponse

Cinématique		Statique	
$\gamma = L - p + 1$	12-2+1=11	p	2
$E_c = 6\gamma$	66	$E_s = 6(p-1)$	6
I_c	12*5=60	I_s	12*1=12
m_u		1	
m_i		0	
$m = m_u + m_i$		1	
$h = m + E_c - I_c$	1+66-60=7	$h = m + I_s - E_s$	1+12-6=7

Le guidage est hyperstatique de degré 7.

Question 18: Justifier le choix de conception de la liaison étudiée vis-à-vis de ce résultat et proposer un mode de montage permettant d'assurer le contact de tous les galets avec les rails

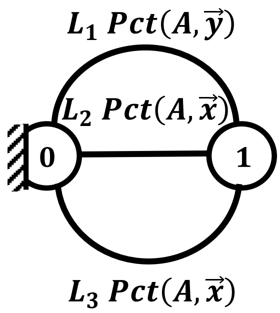
Robustesse :

- La liaison répartie les efforts sur plus de contacts, elle est donc plus robuste
- Elle permet un fonctionnement sans jeu
- En utilisant 7 galets de trop, on garantit une liaison glissière même si des galets cèdent

Il faut pouvoir régler la position selon la normale de certains galets au montage afin d'assurer un montage simple et le contact de tous les galets. Par ailleurs, on risque d'ajouter des ressorts e forte raideur afin de palier aux défauts sur la grande longueur du guidage

Liaison équivalente du guidage étudié par étapes

Question 19: Réaliser le graphe des liaisons du guidage en A



Question 20: Préciser la méthode à privilégier pour déterminer la liaison équivalente du guidage en A

Liaisons en parallèle : on choisit la méthode statique pour sommer les torseurs.

	S	P
C	+	=
S	=	+

Question 21: En quel point et dans quelle base rechercher cette liaison équivalente ?

Les 3 liaisons sont valables en A : Choix du point A

Les 3 liaisons ont des éléments géométriques dans $\mathfrak{B}$: On choisi $\mathfrak{B}$

Question 22: Déterminer la liaison équivalente de ce guidage en A – On indicera par A son torseur équivalent

$\{\mathcal{T}_{10}^{1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{10}^{A1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{T}_{10}^{2}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}^{2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{T}_{10}^{3}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}^{3} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$

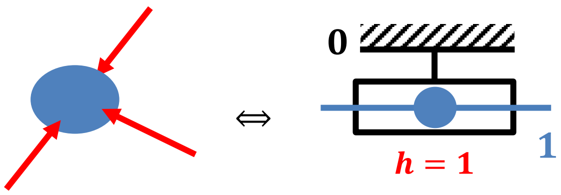
$$\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\} = \{\mathcal{T}_{10}^{1}\} + \{\mathcal{T}_{10}^{2}\} + \{\mathcal{T}_{10}^{3}\}$$

$$\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}^{2} + X_{10}^{3} & 0 \\ Y_{10}^{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}^{A} & 0 \\ Y_{10}^{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

Les deux inconnues statiques $X_{10}{}^{A}$ et $Y_{10}{}^{A}$ de ce torseur sont indépendantes.
On reconnaît le torseur statique d'une liaison Sphère/Cylindre d'axe $(A, \vec{z})$

Question 23: Justifier 4 des h degrés d'hyperstatisme du guidage à l'aide du calcul de la question précédente

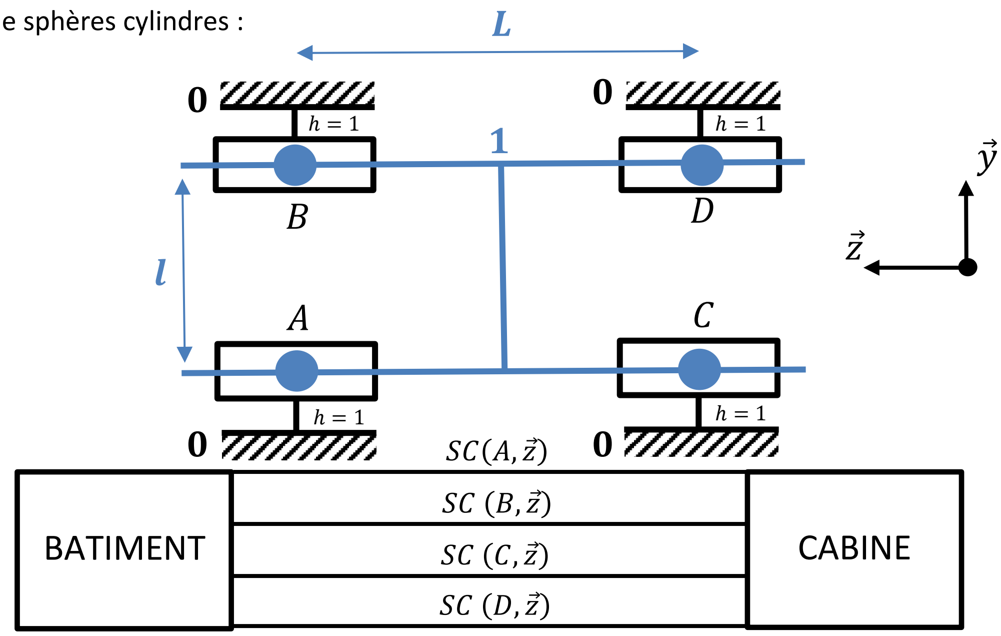
On voit apparaître un degré d'hyperstatisme en translation sur $\vec{x}$ $(X_{10}{}^{2} + X_{10}{}^{3})$ pour chaque guidage.



Cela fait donc 4 au total. **4 translations sur $\vec{x}$**

Question 24: Proposer un nouveau modèle cinématique du guidage complet comprenant uniquement 4 liaisons et son graphe des liaisons

Chacun des 4 guidages est un ensemble de 3 ponctuelles comme le guidage A. On propose donc 4 modèles de sphères cylindres :



Question 25: Calculer le degré d'hyperstatisme de ce nouveau modèle (on garde en tête les 4 degrés précédemment identifiés)

Cinématique		Statique	
$\boldsymbol{\gamma = L - p + 1}$	4-2+1=3	$\mathbf{p}$	2
$\boldsymbol{E_c = 6\gamma}$	18	$\boldsymbol{E_s = 6(p-1)}$	6
$\boldsymbol{I_c}$	4*4=16	$\boldsymbol{I_s}$	4*2=8
$\boldsymbol{m_u}$		1	
$\boldsymbol{m_i}$		0	
$\boldsymbol{m = m_u + m_i}$		1	
$\boldsymbol{h = m + E_c - I_c}$	1+18-16=3	$\boldsymbol{h = m + I_s - E_s}$	1+8-6=3

Question 26: Justifier les h-4 derniers degrés d'hyperstatisme du modèle proposé

$$\{\mathcal{T}_{10}{}^{ABCD}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{A} + X_{10}{}^{B} + X_{10}{}^{C} + X_{10}{}^{D} & L\left(Y_{10}{}^{B} + Y_{10}{}^{C} + Y_{10}{}^{D}\right) \\ Y_{10}{}^{A} + Y_{10}{}^{B} + Y_{10}{}^{C} + Y_{10}{}^{D} & -L\left(X_{10}{}^{C} + X_{10}{}^{D}\right) \\ 0 & -l\left(X_{10}{}^{B} + X_{10}{}^{D}\right) \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

En X, on a 3 équations indépendantes et 4 inconnues, il faut poser 1 X
En Y, on a 2 équations indépendantes à 4 inconnues, il faut poser 2 Y

Quelques explications :

- On place deux liaisons, par exemple A et C, tout va bien
- Le placement de B par exemple nécessite une condition de distance entre l'axe AC et le point B… **1 translation sur $\vec{y}$**
- Le placement de D nécessite :
  - Une condition de distance entre l'axe AC et le point B… **1 translation sur $\vec{y}$**
  - Un positionnement dans le plan défini par ABC… **1 translation sur $\vec{x}$**

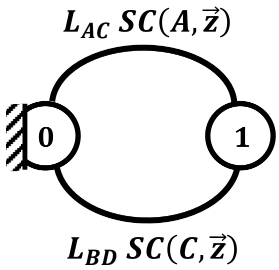
Remarque : impossible que ce soit en rotation, on a dans chaque chaîne fermée les 3 rotations possible, donc des équations du type $P + P = 0$ et non $0 = 0$

Démo du résultat du sujet :

$\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{A} & 0 \\ Y_{10}{}^{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{T}_{10}{}^{B}\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}{}^{B} & 0 \\ Y_{10}{}^{B} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{B} & LY_{10}{}^{B} \\ Y_{10}{}^{B} & 0 \\ 0 & -lX_{10}{}^{B} \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$
$\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}{}^{C} & 0 \\ Y_{10}{}^{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{C} & LY_{10}{}^{C} \\ Y_{10}{}^{C} & -LX_{10}{}^{C} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{T}_{10}{}^{D}\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}{}^{D} & 0 \\ Y_{10}{}^{D} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{D} & LY_{10}{}^{D} \\ Y_{10}{}^{D} & -LX_{10}{}^{D} \\ 0 & -lX_{10}{}^{D} \end{Bmatrix}_D^{\mathfrak{B}}$

$$\{\mathcal{T}_{10}{}^{ABCD}\} = \{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\} + \{\mathcal{T}_{10}{}^{B}\} + \{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\} + \{\mathcal{T}_{10}{}^{D}\}$$

Question 27: Déterminer la liaison équivalente de la liaison réalisée par les guidages en A et C – On indicera par AC son torseur équivalent



Liaisons en parallèle : méthode statique – Somme des torseurs

Il est nécessaire de déplacer une des liaisons au point de l'autre. On se place dans la base $\mathfrak{B}$ et on choisit le point A.

$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{A} & 0 \\ Y_{10}{}^{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}}$	$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{C} & 0 \\ Y_{10}{}^{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C}^{\mathfrak{B}}$ $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^{C}}\right) = \overrightarrow{\mathcal{M}_C}\left(\overrightarrow{R_{10}^{C}}\right) + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{R_{10}^{C}}$ $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^{C}}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}} \wedge \begin{pmatrix} X_{10}{}^{C} \\ Y_{10}{}^{C} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}} = \begin{pmatrix} LY_{10}{}^{C} \\ -LX_{10}{}^{C} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{C} & LY_{10}{}^{C} \\ Y_{10}{}^{C} & -LX_{10}{}^{C} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}}$

$$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\right\} = \left\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\right\} + \left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\}$$

$$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{A} & 0 \\ Y_{10}{}^{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}} + \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{C} & LY_{10}{}^{C} \\ Y_{10}{}^{C} & -LX_{10}{}^{C} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{A} + X_{10}{}^{C} & LY_{10}{}^{C} \\ Y_{10}{}^{A} + Y_{10}{}^{C} & -LX_{10}{}^{C} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}}$$

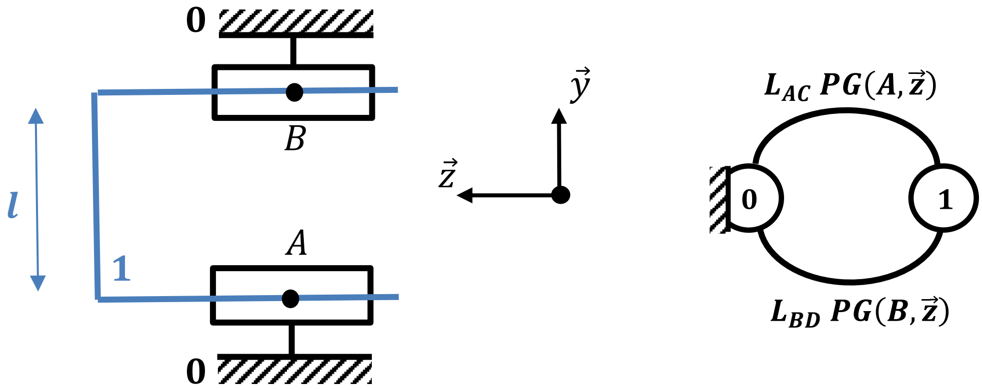
$$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{AC} & L_{10}{}^{AC} \\ Y_{10}{}^{AC} & M_{10}{}^{AC} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A}^{\mathfrak{B}}$$

Les 4 inconnues de ce torseur sont indépendantes.

On reconnaît le torseur statique d'une liaison pivot glissante d'axe $(A,\vec{z})$

Question 28: Proposer un nouveau modèle cinématique du guidage complet comprenant uniquement 2 liaisons et son graphe des liaisons

Par analogie à la liaison AC, on peut proposer un modèle de pivot glissante d'axe $(D,\vec{z})$ pour le guidage réalisé par les liaisons D et D :



Remarque : ce modèle hyperstatique de degré 2 cache 1 degré d'hyperstatisme du mécanisme avec 4 SC… Et les conditions géométriques ne sont plus les mêmes. J'ai fait une remarque en ce sens dans le sujet…

Question 29: Déterminer la liaison équivalente du guidage complet et proposer son modèle cinématique

Liaisons en parallèle : méthode statique – Somme des torseurs

Il est nécessaire de déplacer une des liaisons au point de l'autre. On se place dans la base $\mathfrak{B}$ et on choisit le point A.

$\{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{AC} & L_{10}{}^{AC} \\ Y_{10}{}^{AC} & M_{10}{}^{AC} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$	$\{\mathcal{T}_{10}{}^{BD}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{BD} & L_{10}{}^{BD} \\ Y_{10}{}^{BD} & M_{10}{}^{BD} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{\mathfrak{B}}$ $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^{BD}}\right) = \overrightarrow{\mathcal{M}_B}\left(\overrightarrow{R_{10}^{BD}}\right) + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{10}^{BD}}$ $\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^{BD}}\right) = \begin{pmatrix} L_{10}{}^{BD} \\ M_{10}{}^{BD} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}} + \begin{pmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}} \wedge \begin{pmatrix} X_{10}{}^{BD} \\ Y_{10}{}^{BD} \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -lX_{10}{}^{BD} \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{BD} & 0 \\ Y_{10}{}^{BD} & 0 \\ 0 & -lX_{10}{}^{BD} \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$

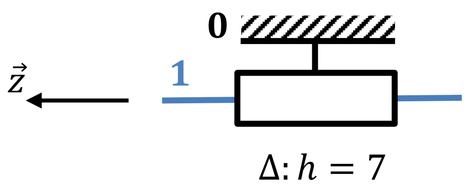
$$\{\mathcal{T}_{10}\} = \{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\} + \{\mathcal{T}_{10}{}^{BD}\}$$

$$\{\mathcal{T}_{10}\} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{AC} & L_{10}{}^{AC} \\ Y_{10}{}^{AC} & M_{10}{}^{AC} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}} + \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{BD} & L_{10}{}^{BD} \\ Y_{10}{}^{BD} & M_{10}{}^{BD} \\ 0 & -lX_{10}{}^{BD} \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}} = \begin{Bmatrix} X_{10}{}^{AC} + X_{10}{}^{BD} & L_{10}{}^{AC} + L_{10}{}^{BD} \\ Y_{10}{}^{AC} + Y_{10}{}^{BD} & M_{10}{}^{AC} + M_{10}{}^{BD} \\ 0 & -lX_{10}{}^{BD} \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

$$\{\mathcal{T}_{10}{}^{AC}\} = \begin{Bmatrix} X_{10} & L_{10} \\ Y_{10} & M_{10} \\ 0 & N_{10} \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

Les 5 inconnues de ce torseur sont indépendantes.

On reconnaît le torseur statique d'une liaison glissière de direction $\vec{z}$.



Liaison équivalente du guidage étudié en un coup

Question 30: Déterminer la liaison équivalente 1/0 en une seule fois

En un guidage, on fait la somme des 3 torseurs associés, soit :

$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{A2}+X_{10}^{A3} & 0 \\ Y_{10}^{A1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$		$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{A2}+X_{10}^{A3} & 0 \\ Y_{10}^{A1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$
$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{B}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3} & 0 \\ Y_{10}^{B1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{\mathfrak{B}}$	$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^B}\right)=\overrightarrow{\mathcal{M}_B}\left(\overrightarrow{R_{10}^B}\right)+\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_{10}^B}$ $=\begin{pmatrix}0\\l\\0\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}\wedge\begin{pmatrix}X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3}\\Y_{10}^{B1}\\0\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $=\begin{pmatrix}0\\0\\-l(X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3})\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$	$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{B}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3} & 0 \\ Y_{10}^{B1} & 0 \\ 0 & -l(X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3}) \end{Bmatrix}_B^{\mathfrak{B}}$
$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3} & 0 \\ Y_{10}^{C1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C^{\mathfrak{B}}$	$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^C}\right)=\overrightarrow{\mathcal{M}_C}\left(\overrightarrow{R_{10}^C}\right)+\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{R_{10}^C}$ $=\begin{pmatrix}0\\0\\-L\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}\wedge\begin{pmatrix}X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}\\Y_{10}^{C1}\\0\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $=\begin{pmatrix}LY_{10}^{C1}\\-L\left(X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}\right)\\0\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$	$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3} & LY_{10}^{C1} \\ Y_{10}^{C1} & -L\left(X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}\right) \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C^{\mathfrak{B}}$
$\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{D}\right\}$ $\begin{Bmatrix} X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3} & 0 \\ Y_{10}^{D1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D^{\mathfrak{B}}$	$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}\left(\overrightarrow{R_{10}^D}\right)=\overrightarrow{\mathcal{M}_D}\left(\overrightarrow{R_{10}^D}\right)+\overrightarrow{AD}\wedge\overrightarrow{R_{10}^D}$ $=\begin{pmatrix}0\\l\\-L\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}\wedge\begin{pmatrix}X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}\\Y_{10}^{D1}\\0\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$ $=\begin{pmatrix}LY_{10}^{D1}\\-L(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3})\\-l(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3})\end{pmatrix}^{\mathfrak{B}}$	$\begin{Bmatrix} X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3} & LY_{10}^{D1} \\ Y_{10}^{D1} & -L(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}) \\ 0 & -l(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}) \end{Bmatrix}_D^{\mathfrak{B}}$

$$\{\mathcal{T}_{10}\}=\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{A}\right\}+\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{B}\right\}+\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{C}\right\}+\left\{\mathcal{T}_{10}{}^{D}\right\}$$

$$=\begin{Bmatrix} X_{10}^{A2}+X_{10}^{A3}+X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3}+X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}+X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3} & LY_{10}^{C1}+LY_{10}^{D1} \\ Y_{10}^{A1}+Y_{10}^{B1}+Y_{10}^{C1}+Y_{10}^{D1} & -L\left(X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}\right)-L(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}) \\ 0 & -l(X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3})-l(X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}) \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

$$=\begin{Bmatrix} X_{10}^{A2}+X_{10}^{A3}+X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3}+X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}+X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3} & LY_{10}^{C1}+LY_{10}^{D1} \\ Y_{10}^{A1}+Y_{10}^{B1}+Y_{10}^{C1}+Y_{10}^{D1} & -L\left(X_{10}^{C2}+X_{10}^{C3}+X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}\right) \\ 0 & -l(X_{10}^{B2}+X_{10}^{B3}+X_{10}^{D2}+X_{10}^{D3}) \end{Bmatrix}_A^{\mathfrak{B}}$$

Question 31: Retrouver les h conditions géométriques associées à l'hyperstatisme du guidage

On a :

- 2 équations indépendantes à 4 inconnues en Y, il faut fixer **2Y**
- 3 équations indépendantes à 8 inconnues en X, il faut fixer **5X**