
Amplificateur opérationnel en régime linéaire

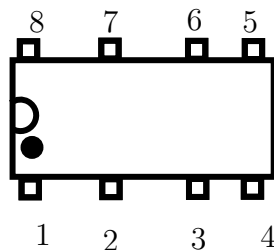
Table des matières

1	AO réel - AO idéal	2
1.1	Description de l'AO	2
1.2	Fonctionnement linéaire d'un AO	2
1.2.1	Système linéaire du premier ordre	2
1.2.2	Cas du régime continu	3
1.3	Comportements non linéaires d'un AO : phénomènes de saturations	3
1.3.1	Saturation en tension	3
1.3.2	Limitation en courant de sortie	4
1.3.3	Vitesse de balayage : limitation en fréquence (slew-rate)	4
1.4	AO idéal en régime linéaire	5
1.4.1	AO idéal	5
1.4.2	Propriété fondamentale	5
2	Amplificateur non inverseur	5
2.1	Modélisation d'un amplificateur linéaire	5
2.1.1	Amplificateur idéal en régime continu	5
2.1.2	Amplificateur réel-Résistance d'entrée et de sortie	6
2.1.3	Cas d'un régime sinusoïdal	6
2.2	Amplificateur non inverseur à AO en régime linéaire	6
2.3	Stabilisation du montage	7
2.3.1	Amplificateur idéal de tension	7
2.3.2	Amplificateur à AO réel en régime sinusoïdal	7
3	Montages usuels à AO idéal	8
3.1	Suiveur de tension	8
3.2	Amplificateur inverseur	9
3.3	Sommeur de tension	9
3.4	Soustracteur de tension	10
3.5	Intégrateur simple	10
3.6	dérivateur simple	12

L'amplificateur opérationnel, désigné par *AO* dans la suite du cours, est un système électronique complexe, du type **circuit intégré** composé de résistance, condensateur, diodes, transistors.

1 AO réel - AO idéal

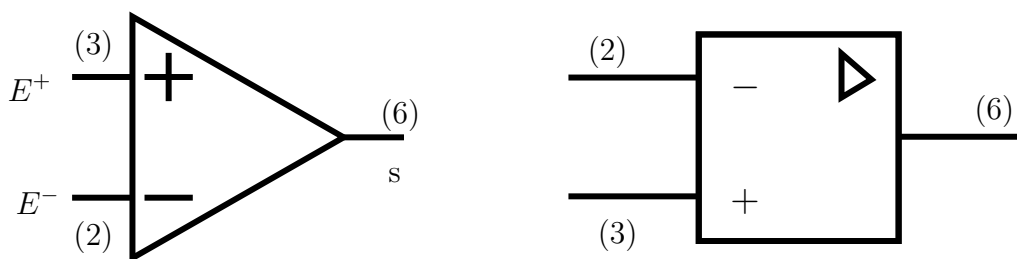
1.1 Description de l'AO



- 1 : réglage de l'offset
- 2 : Entrée inverseuse (-)
- 3 : Entrée non inverseuse (+)
- 4 : Polarisation négative ($-V_{cc} = -15V$)
- 5 : Réglage de la tension de décalage (offset)
- 6 : Sortie
- 7 : Polarisation positive ($+V_{cc} = 15V$)
- 8 : Borne non connectée

Exemples : TL081, CA741, $\mu A741$

Shématiquement on représente AO par

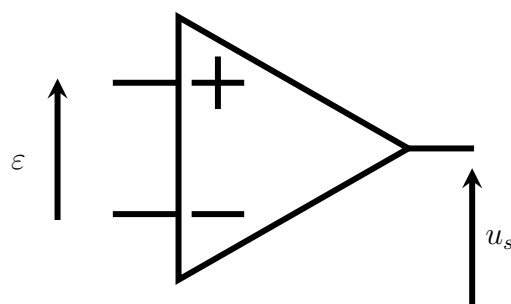


E^+ : Entrée non inverseuse

E^- : Entrée inverseuse

1.2 Fonctionnement linéaire d'un AO

1.2.1 Système linéaire du premier ordre



La tension de sortie u_s est reliée à ε par l'équation suivante :

$$\tau \frac{du_s}{dt} + u_s = \mu \varepsilon$$

τ : temps de relaxation du système $\tau \approx 10^{-2}s$

μ : Coefficient d'amplification : gain en régime continue $\mu = 10^5$

l'équation précédente s'écrit sous la forme suivante

$$\frac{u_s}{\varepsilon} = \frac{\mu}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\tau}$$

1.2.2 Cas du régime continu

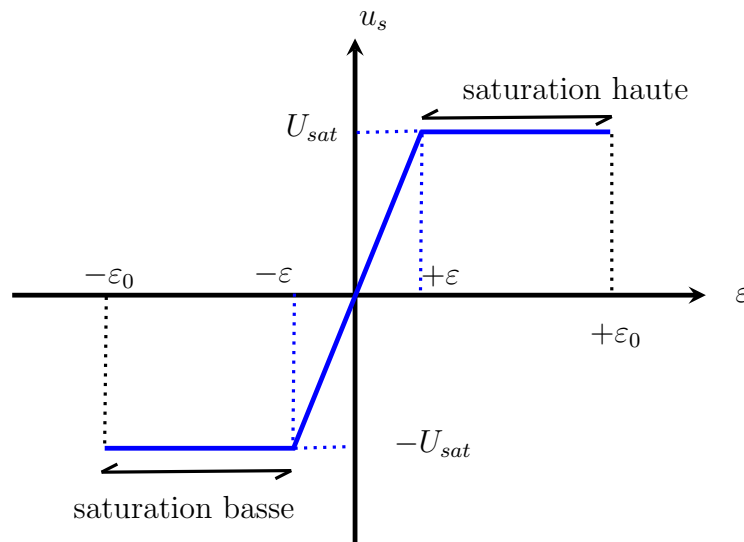
En régime continu l'équation précédente devient

$$U_s = \mu \varepsilon$$

1.3 Comportements non linéaires d'un AO : phénomènes de saturations

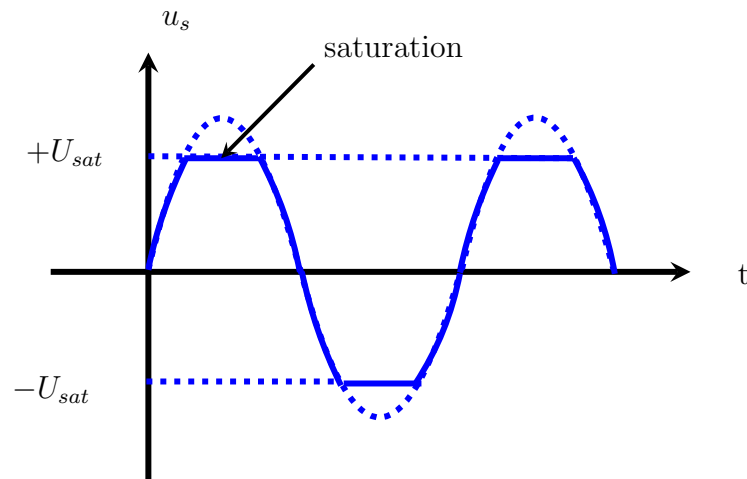
1.3.1 Saturation en tension

En régime continue faisons varier ε entre $-\varepsilon_0$ et $+\varepsilon_0$ la réponse est comme suit :



En pratique $U_{sat} = V_{sat} = 15V$

- Pour $\varepsilon > \varepsilon_M$: saturation haute (phénomène non linéaire)
- Pour $\varepsilon < -\varepsilon_M$: saturation basse
- Dans le cas d'un signal sinusoïdal $u_s(t)$ d'amplitude U_{sm} supérieur à U_{sat}



Ordre de grandeur : $U_{sat} = 13V$, $V_{cc} = 15V$, $\mu = 10^5 \Rightarrow \varepsilon_M = \frac{U_{sat}}{\mu} \approx 10^{-4}V$

Conclusion : En regime linéaire d'un AO réel, la tension ε est très faible $\varepsilon < \varepsilon_M$.

1.3.2 Limitation en courant de sortie

Le courant de sortie i_s produit un échauffement des composantes internes en circulant dans l'AO. Pour éviter la détérioration de leurs composants, les AO sont en général munis de limiteurs de courant de sortie $i_s < I_{max} \approx 20mA$.

1.3.3 Vitesse de balayage : limitation en fréquence (slew-rate)

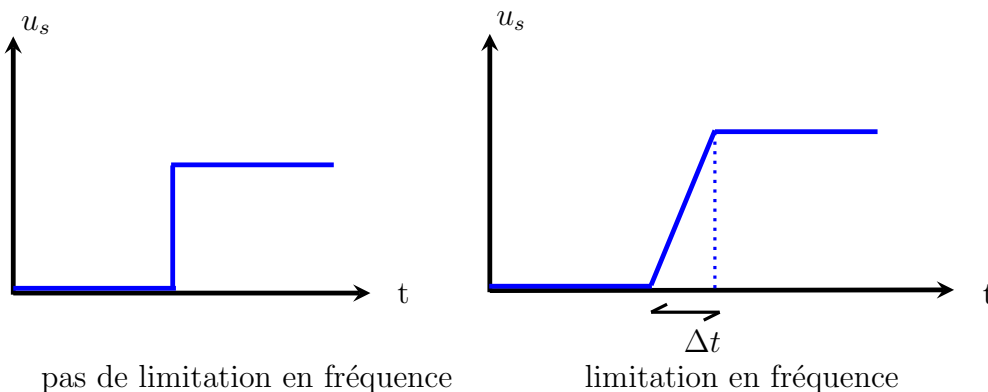
Dans la structure des AO, il existe une vitesse limite de variation de tension u_s dite **vitesse de balayage** notée σ avec

$$\left| \frac{du_s}{dt} \right| \leq \sigma \approx 0,5V.\mu s^{-1}$$

- La vitesse de balayage caractérise le temps de réponse Δt d'un AO.

$$\sigma = \frac{\Delta u_s}{\Delta t}$$

σ augmente $\Rightarrow \Delta t$ diminue



- La vitesse de balayage est responsable sur la triangularisation de u_s .

$u_s(t) = U_{sm} \cos(\omega t + \varphi)$ telque $U_{sm} \cdot \omega > \sigma$.

Il existe un intervalle de temps pour laquelle $|\frac{du_s}{dt}| = \omega U_{sm} |\sin(\omega t + \varphi)| > \sigma$

on doit poser $|\frac{du_s}{dt}| = \sigma \Rightarrow u_s(t) = \sigma \cdot t + cte \Rightarrow$ variation affine de $u_s(t)$ dans Δt .

1.4 AO idéal en régime linéaire

1.4.1 AO idéal

Un AO idéal est un amplificateur différentiel de tension :

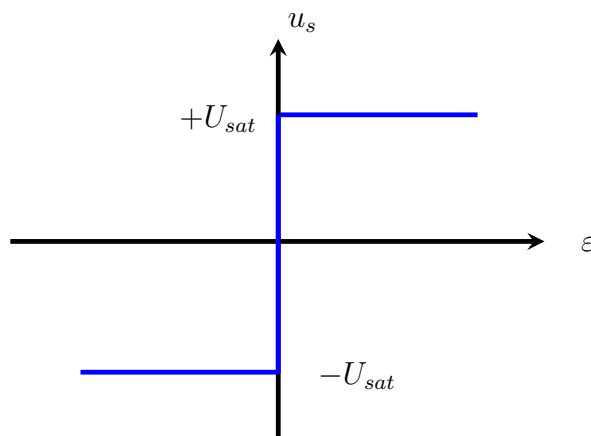
- de gain infini : $\mu \rightarrow \infty$
- de courants nuls en entrée : $i^+ = i^- = 0$

1.4.2 Propriété fondamentale

Pour éviter le phénomène de saturation en tension il faut que $u_s < U_{sat}$

En régime linéaire $u_s = \varepsilon \mu$ on déduit que $\varepsilon = \frac{u_s}{\mu} \leq \frac{U_{sat}}{\mu}$ avec $\mu \rightarrow \infty$ donc $\varepsilon \rightarrow 0$

En régime linéaire de l'AO idéal $\varepsilon = 0$



• Remarque

- La puissance fournie en entrée est nulle :
 $i^+ = i^- = 0 \Rightarrow P^+ = U^+ \cdot i^+ = 0, P^- = U^- \cdot i^- = 0$
- L'énergie consommée par la charge et par les composantes internes de l'AO est prélevé des sources d'alimentation ($+V_{cc}$ et $-V_{cc}$)

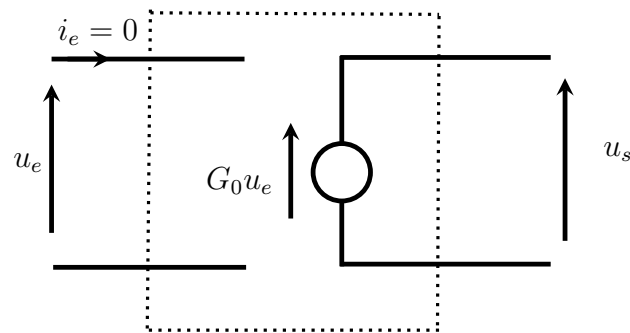
2 Amplificateur non inverseur

2.1 Modélisation d'un amplificateur linéaire

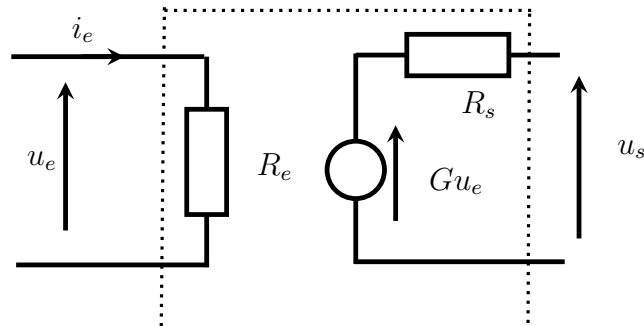
2.1.1 Amplificateur idéal en régime continu

Un opérateur qui amplifie la tension d'entrée ($u_s > u_e$) sans prélever d'énergie en entrée est appelé amplificateur idéal de tension.

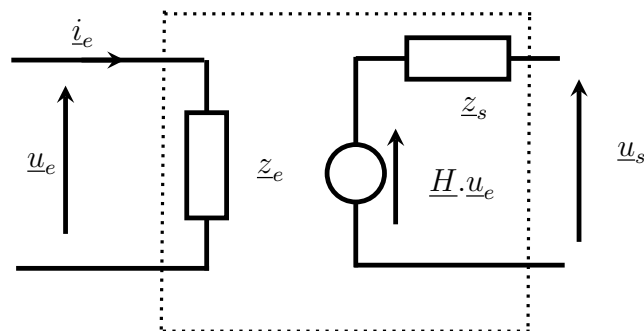
- Gain de l'amplificateur $G_0 = \frac{u_s}{u_e} > 1$



2.1.2 Amplificateur réel-Résistance d'entrée et de sortie



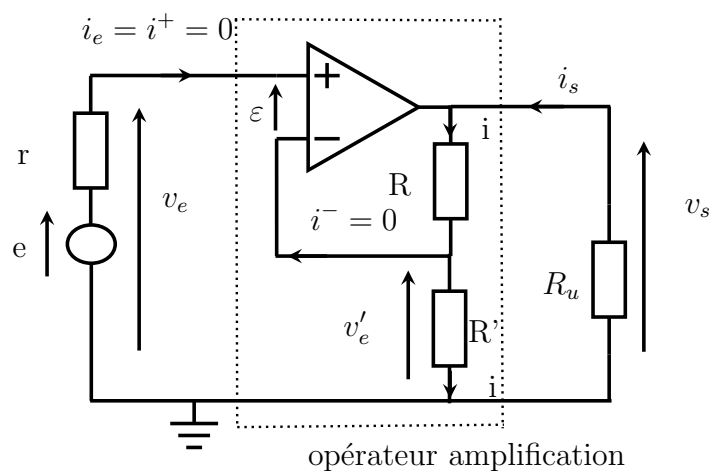
2.1.3 Cas d'un régime sinusoïdal



- L'amplificateur est considéré comme idéal si : $z_e = \infty, z_s = 0$

2.2 Amplificateur non inverseur à AO en régime linéaire

Considérons le montage suivant



2.3 Stabilisation du montage

$\varepsilon = v_e - v'_e$ est lié à v_s par : $\tau \frac{dv_s}{dt} + v_s = \mu \varepsilon$

$i_e = i^+ = i^- = 0$, $v_e = v'_e + \varepsilon = e - ri_e = e$, $v'_e = R'i = \frac{R'}{R+R'}v_s$ on pose $\beta = \frac{R'}{R+R'}$
l'équation devient

$$\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau}(1 + \mu\beta) = \frac{\mu e}{\tau}$$

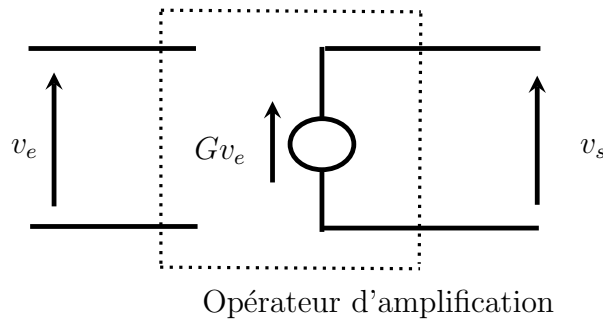
la solution de l'équation homogène (régime transitoire)

$v_s = K \exp[-(1 + \mu\beta)\frac{t}{\tau}] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ donc l'opérateur à AO est stable

2.3.1 Amplificateur idéal de tension

si on suppose que l'Ao est idéal $\Rightarrow \varepsilon = 0$

$$v_e = v'_e = \beta v_s \Rightarrow G = \frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{\beta} = \frac{R+R'}{R'}$$



2.3.2 Amplificateur à AO réel en régime sinusoïdal

En régime sinusoïdal l'Ao se comporte comme un filtre passe bas de fonction de transfert

$$\underline{h} = \frac{v_s}{\underline{\varepsilon}} = \frac{\mu}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\tau}$$

ω_0 représente la pulsation de coupure ou la bande passante de l'Ao

$$v'_e = \frac{R'}{R+R'}v_s = \frac{v_s}{G}, \underline{v}_e = \varepsilon + \underline{v}'_e = \underline{v}_s \left(\frac{1}{\underline{h}} + \frac{1}{G} \right)$$

$$\frac{v_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{h}} + \frac{1}{G}} = \frac{1}{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{G} + j\frac{\omega}{\mu\omega_0}} = \frac{\frac{\mu G}{(\mu + G)}}{1 + j\frac{\omega}{\mu\omega_0} \frac{\mu G}{(\mu + G)}}$$

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{\mu'}{1 + j\frac{\omega}{\omega'_0}}$$

$$\text{avec } \mu' = \frac{\mu G}{\mu + G} \text{ et } \omega'_0 = \frac{\omega_0(\mu + G)}{G}$$

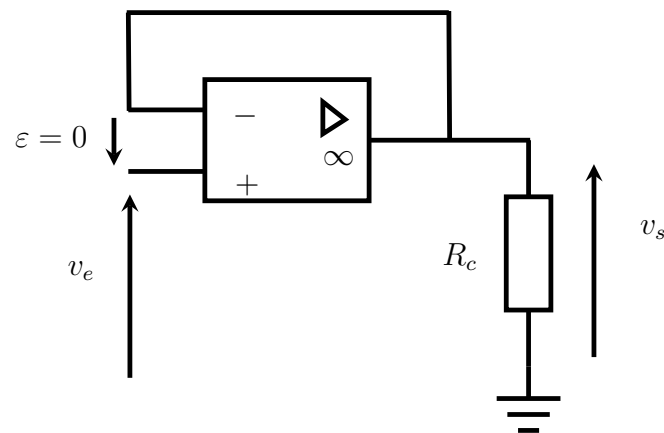
$$\mu' \cdot \omega'_0 = \mu \cdot \omega_0 = cte$$

Ce facteur est appelé **facteur de mérite** ou le produit gain x bande passante

• **Résultat** : Le produit gain x bande passante est le même pour un AO en boucle fermé ou en boucle ouverte .

3 Montages usuels à AO idéal

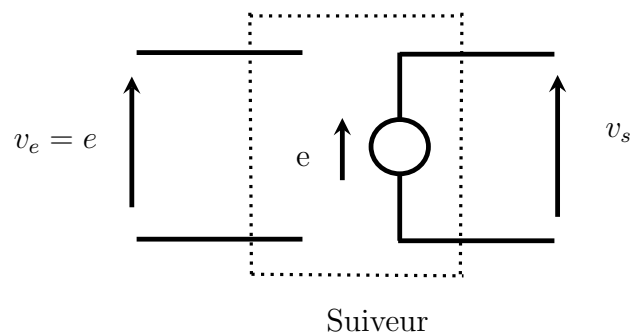
3.1 Suiveur de tension



AO idéal : $i^- = i^+ = 0, \varepsilon = 0 \Rightarrow v^+ = v^- = v_e$ or $v^- = v_s \Rightarrow v_e = v_s$

$$v_e = v_s$$

donc on peut modéliser le suiveur par un amplificateur idéal de tension de gain 1, d'impédance d'entrée infini et d'impédance de sortie nulle .

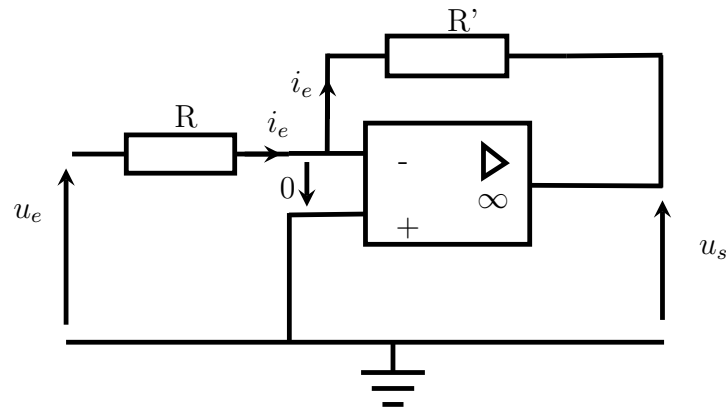


La puissance délivrée à la résistance de charge R_c est

$$P_s = \frac{v_s^2}{R_c} = \frac{e^2}{R_c} = P_{max}$$

Conclusion : En suiveur la puissance maximale disponible de la source de tension a été transmise intégralement à la résistance de charge . Le suiveur est un **adaptateur d'impédance** .

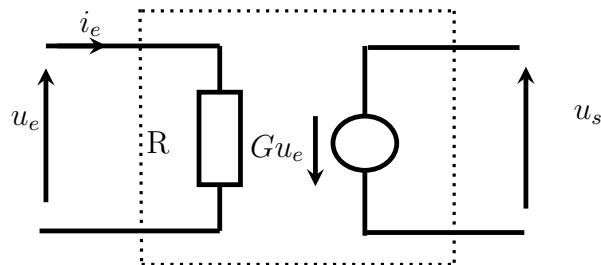
3.2 Amplificateur inverseur



$$v^+ = v^- = 0 \text{ et } v^- = \frac{\frac{u_e}{R} + \frac{u_s}{R'}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}} = 0$$

$$G = \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R'}{R}$$

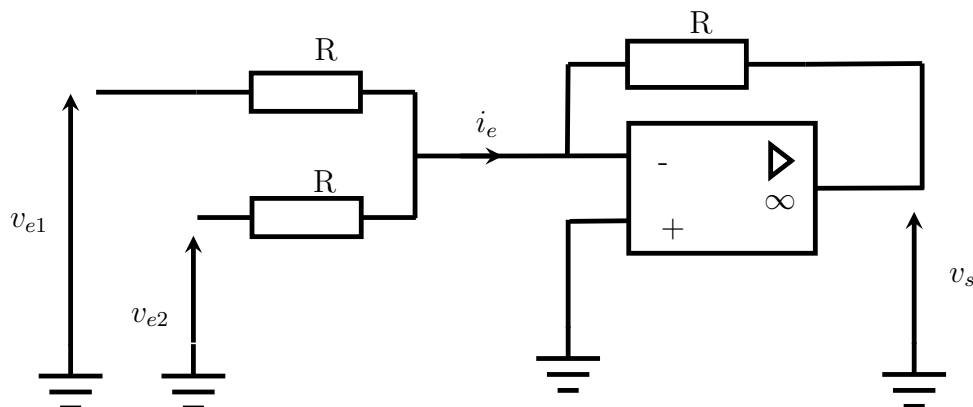
supposons que $R' > R$ donc on peut modéliser l'amplificateur inverseur par le montage amplificateur non idéal de tension de gain G et de résistance d'entrée $R = \frac{u_e}{i_e}$



cet opérateur d'amplification consomme de l'énergie en entrée ce qui constitue un défaut par rapport à l'amplificateur non inverseur .

Remarque : si $R = R'$ on obtient $u_s = -u_e$ c'est un changeur de signe .

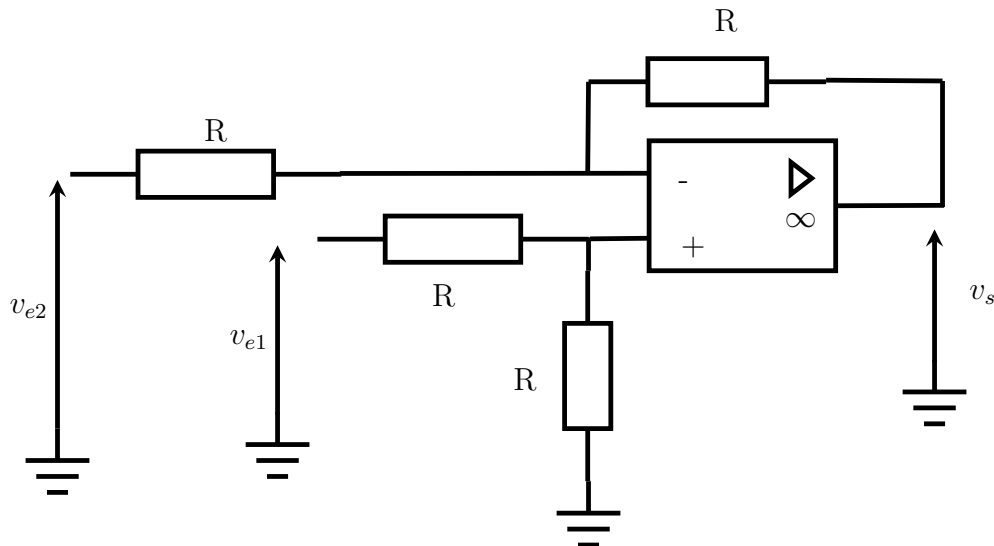
3.3 Sommateur de tension



$$v^+ = v^- = 0 \text{ et } v^- = \frac{\frac{v_s}{R} + \frac{v_{e1}}{R} + \frac{v_{e2}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = 0$$

$$v_s = -(v_{e1} + v_{e2}) \text{ sommateur inverseur}$$

3.4 Soustracteur de tension

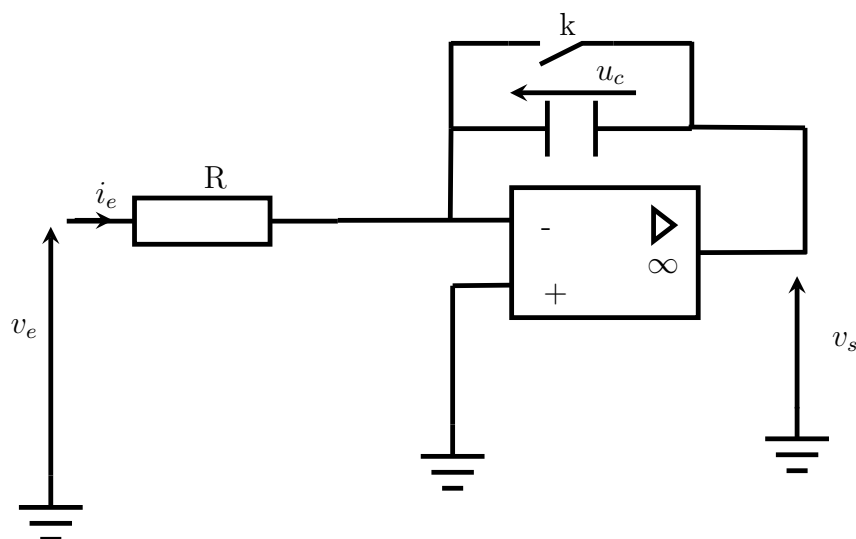


$$\text{AO idéal : } v^+ = v^- \text{ avec } v^+ = \frac{\frac{v_{e1}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} \text{ et } v^- = \frac{\frac{v_s}{R} + \frac{v_{e2}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}$$

$$v^- = v^+ \Rightarrow v_s + v_{e2} = v_{e1}$$

$$v_s = v_{e1} - v_{e2}$$

3.5 Intégrateur simple



à $t = 0$ on ouvre l'interrepteur (k) $u_c(0) = 0$

$$u_e = Ri_e, i_e = \frac{dq}{dt} = c \frac{du_c}{dt} \text{ et } v_s = -u_c$$

$$i_e = -c \frac{dv_s}{dt} = \frac{v_e}{R}$$

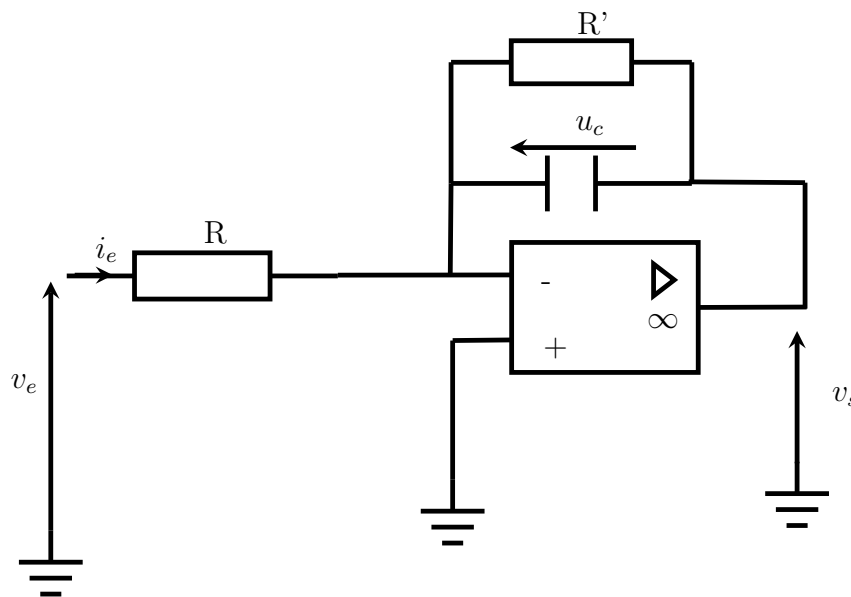
$$v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e dt$$

- En régime sinusoïdal $\underline{v_e} = V_m \exp(j\omega t)$

$$\underline{v^-} = \underline{v^+} = \frac{\frac{\underline{v_s}}{z_c} + \frac{\underline{v_e}}{R}}{\frac{1}{z_c} + \frac{1}{R}} = 0 \Rightarrow \underline{v_s} = -\frac{\underline{v_e}}{R} z_c = -\frac{\underline{v_e}}{jRc\omega}$$

$$\text{donc } \underline{v_s} = -\frac{1}{Rc} \int \underline{v_e} dt \Rightarrow v_s(t) = -\frac{1}{Rc} \int v_e(t) dt$$

- **Remarque** : En pratique , il se produit le phénomène de dérive en tension du aux courants de polarisation d'un AO réel, donc on réalise le montage pseudo-intégrateur



$$\underline{v^-} = \underline{v^+} = \frac{\frac{\underline{v_s}}{z_c // R'} + \frac{\underline{v_e}}{R}}{\frac{1}{z_c // R'} + \frac{1}{R}} = 0 \Rightarrow \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{-1}{R(z_c // R')}$$

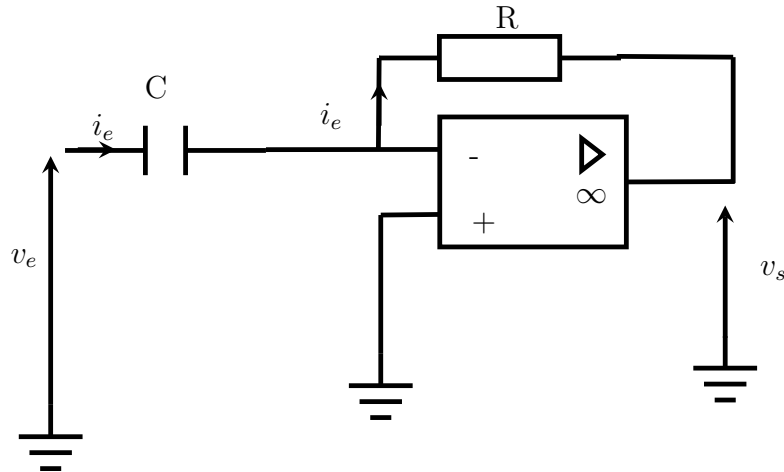
$$z_c // R' = \frac{\frac{R'}{j c \omega}}{R' + \frac{1}{j c \omega}} = \frac{R'}{1 + j R' c \omega}$$

$$\text{donc } \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{-\frac{R'}{R}}{1 + j R' c \omega} = \frac{-\frac{R'}{R}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

- Si $\omega \gg \omega_0 = \frac{1}{R'c} \Rightarrow \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} \approx \frac{-R'}{R} \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$

$$v_s = \frac{-1}{Rc} \int v_e dt$$

3.6 dérivateur simple

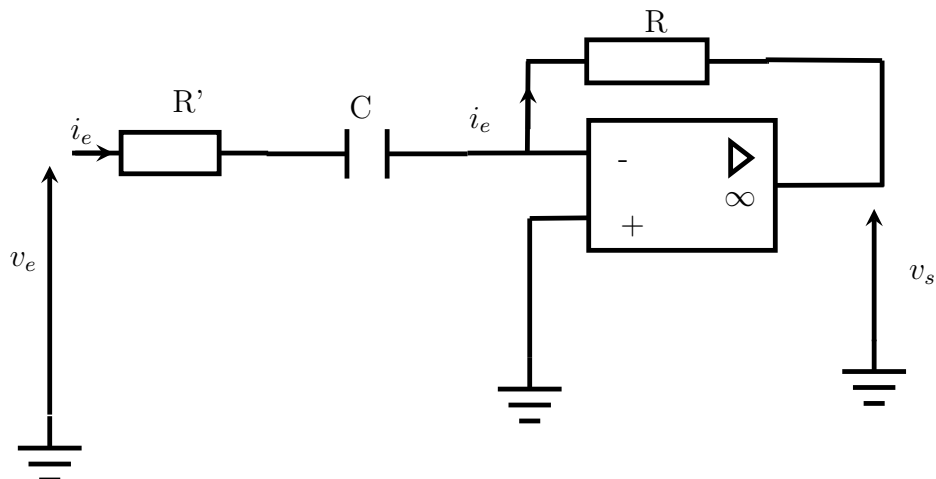


$$i_e = C \frac{du_e}{dt} = -\frac{u_e}{R} \Rightarrow u_s = -Rc \frac{du_e}{dt}$$

$$\underline{v}^- = \underline{v}^+ = 0 = \frac{\frac{\underline{v}_e}{z_c} + \frac{\underline{v}_s}{R}}{\frac{1}{z_c} + \frac{1}{R}} \Rightarrow \underline{v}_s = -\frac{R}{z_c} \underline{v}_e = -jRc\omega \underline{v}_e$$

$$\underline{v}_s = -Rc \frac{d\underline{v}_e}{dt}$$

En pratique on utilise le montage pseudo-dérivateur



$$v^- = v^+ = 0 = \frac{\frac{\underline{v}_e}{R' + z_c} + \frac{\underline{v}_s}{R}}{\frac{1}{z_c + R'} + \frac{1}{R}} \Rightarrow \underline{v}_s = \frac{-R}{R' + \frac{1}{j c \omega}} \underline{v}_e = \frac{-j R c \omega}{1 + j R' c \omega} \underline{v}_e$$

$$\text{si } \omega \ll \omega_0 = \frac{1}{R' c} \Rightarrow \underline{v}_s = -j R c \omega \underline{v}_e = -Rc \frac{d\underline{v}_e}{dt}$$

$$\underline{v}_s = -Rc \frac{d\underline{v}_e}{dt}$$