TD Mécanique quantique - Correction

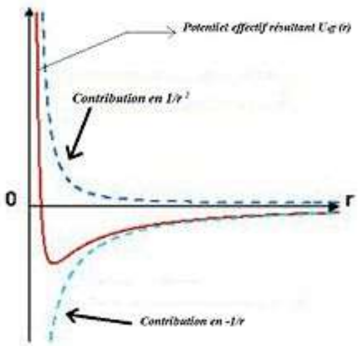
Exercice 1 : Couleur d'un laser

On sait par la relation d'Einstein-Planck que $E = \frac{hc}{\lambda} = 2{,}28\ eV = 3{,}65.10^{-19}J$. On a donc $\lambda = 542nm$, c'est un laser vert.

Exercice 2 : Atome d'hydrogène (30, 32, 33, 36)

1. Vu le confinement des électrons au voisinage du noyau, on s'attend à une quantification des niveaux d'énergie.
2. Courbe verte. L'électron est attiré par le noyau et son énergie potentielle est minimale en $r = 0$.
3. Le principe d'incertitude de Heisenberg indique $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ soit $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{a}$. La composante de la vitesse selon l'axe ux est ainsi au moins de l'ordre de $v_x \approx \frac{\Delta p_x}{m}$ ce qui est aussi de l'ordre de grandeur de la vitesse v. On conclut $v \approx \frac{\hbar}{ma}$.
4. On déduit $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$
5. On obtient la courbe rouge. On dérive pour trouver le minimum : $E'(a) = -\frac{\hbar^2}{ma^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

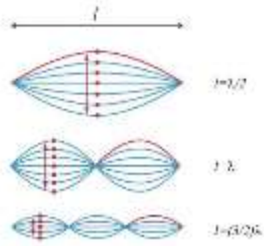
   Donc $a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$



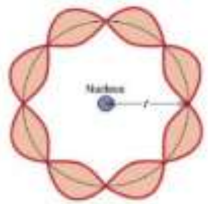
6. On trouve $a_0 = 5.10^{-11}m$. Cet ordre de grandeur est correct.
7. Selon la théorie quantique, les niveaux d'énergie dans l'atome sont quantifiés. On note $n = 1$ l'état de plus basse énergie. Les décharges placent les électrons dans un état excité. L'atome se désexcite en émettant un photon, entrainant une transition en un état excité et l'état fondamental.
8. Les raies de Lyman s'interprètent comme un retour au fondamental $n = 1$ alors que celle de Balmer correspondent à une transition vers le premier état excité $n = 2$. La conservation de l'énergie impose $E_q - E_p = hcR_H(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2})$. On constate que les valeurs $E_m = \frac{E_1}{m^2}$ sont cohérentes si $E_1 = -hcR_H = -2{,}2.10^{-18}J = -13{,}6\ eV$.

Exercice 3 : Corde vibrante (35, 36)

1. On trouve $2l = n\lambda$
2.



3. On trouve $2\pi r = n\lambda$ avec la relation de de Broglie on trouve $2\pi r = \frac{nh}{p}$. Donc r est quantifié, on note r_n. Or on a $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{e^2}{{r_n}^2}$ alors $(mvr_n)^2 = e^2 m r_n = (\frac{nh}{2\pi})^2$ alors $r_n = \frac{\hbar^2}{e^2 m}n^2 = a_0 n^2$



Exercice 4 : Expérience de Thomson (32)

1. On observe le phénomène de diffraction qui est caractéristique de la nature ondulatoire de l'électron.
2. On a $\lambda_X = 0{,}1\ nm$. Les rayons X sont bien adaptés pour mener une étude cristallographique par diffraction car $\lambda_X \approx maille$.
3. Avec l'inégalité d'Heisenberg on a $\Delta x \Delta p \approx h$ soit $\lambda m \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx h$ soit $\lambda = \frac{1{,}23}{\sqrt{U}}$ en nanomètre. On a alors $\lambda_e = 0{,}050\ nm = 50\ pm$ pour $U = 600\ V$. Les électrons permettent d'étudier des éléments plus petits que ceux étudier par les rayons X.