Rayonnement thermique

Table des matières

1 Bilan radiatif pour un milieu matériel

1.1 Flux spectral surfacique-flux surfacique

•Définition : On appelle flux spectral surfacique φ_ν la puissance énergétique par unité de surface et par unité de fréquence

$$\varphi_\nu(\nu) = \frac{d\Phi}{dS d\nu}$$

•Remarque : le flux spectral surfacique est appelé aussi densité spectrale de flux surfacique ou encore intensité spectrale

•Définition : On appelle flux surfacique φ la puissance énergétique par unité de surface

$$\varphi = \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu$$

•Définition : le flux Φ est la puissance énergétique frappant ou traversant une surface

- le flux Φ traversant ou frappant une surface (Σ) d'aire (S)

$$\Phi = \iint_{(\Sigma)} \varphi dS$$

- si φ est uniforme sur (Σ),alors

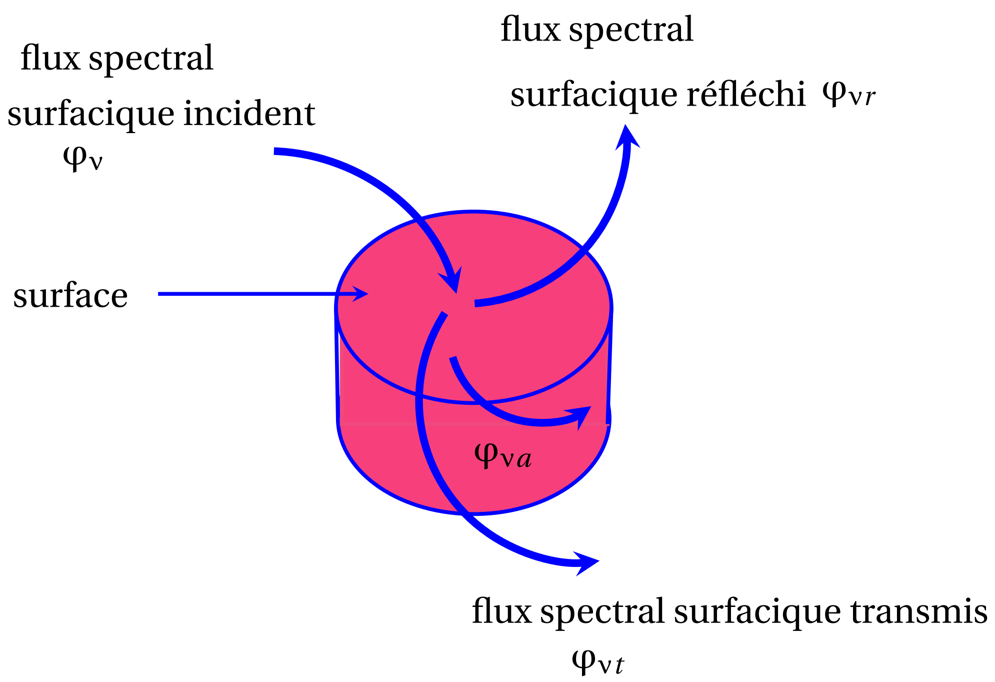
$$\Phi = \varphi S$$

1.2 Réflexion-transmission et absorption

Considérons une surface d'un milieu matériel recevant un rayonnement de flux spectral surfacique φ_ν .L'interaction de ce rayonnement incident avec le milieu donne naissance à :

- un faisceau réfléchi de flux spectral surfacique $\varphi_{\nu r}$
- un faisceau transmis de flux spectral surfacique $\varphi_{\nu t}$

une partie $\varphi_{\nu a}$ du flux spectral de faisceau incident est absorbée par le milieu



•Définitions

- coefficient de réflexion : $R(\nu)=\dfrac{\varphi_{\nu r}}{\varphi_\nu}$
- coefficient de transmission : $T(\nu)=\dfrac{\varphi_{\nu t}}{\varphi_\nu}$
- coefficient d'absorption : $A(\nu)=\dfrac{\varphi_{\nu a}}{\varphi_\nu}$

- conservation d'énergie :

$$\varphi_\nu=\varphi_{\nu r}+\varphi_{\nu t}+\varphi_{\nu a}$$

- on peut écrire ce résultat en utilisant les flux sous la forme :

$$\Phi_i=\Phi_r+\Phi_t+\Phi_a$$

avec :

- $\Phi_i=\oiint_{(S)}\left(\int_0^\infty\varphi_\nu d\nu\right)dS$: flux incident
- $\Phi_r=\oiint_{(S)}\left(\int_0^\infty\varphi_{\nu r} d\nu\right)dS$: flux réfléchi
- $\Phi_t=\oiint_{(S)}\left(\int_0^\infty\varphi_{\nu t} d\nu\right)dS$: flux transmis

- en divisant sur φ_ν

$$R(\nu)+T(\nu)+A(\nu)=1$$

• Milieu transparent : un milieu est transparent pour une fréquence ν si $T(\nu)=1$,donc

$$\Phi_r=\Phi_a=0 \text{ et } \Phi_i=\Phi_t$$

• Milieu Opaque : un milieu est opaque pour une fréquence ν si $T(\nu)=0$

• Lorsque le corps absorbe un flux Φ_a,il émet un rayonnement dont le flux est noté par Φ_e

1.3 Flux radiatif d'un corps

- Flux partant Φ_P : le flux partant est défini par

$$\Phi_P=\Phi_r+\Phi_t+\Phi_e$$

- Flux radiatif Φ_R d'un corps : le flux radiatif d'un corps est défini par

$$\Phi_R=\Phi_P-\Phi_i=\Phi_e-\Phi_a$$

• Equilibre radiatif :Un corps est dit en équilibre radiatif si le flux radiatif est nul

$$\Phi_R=0\Rightarrow\Phi_p=\Phi_i;\Phi_e=\Phi_a$$

2 Rayonnement d'un corps noir

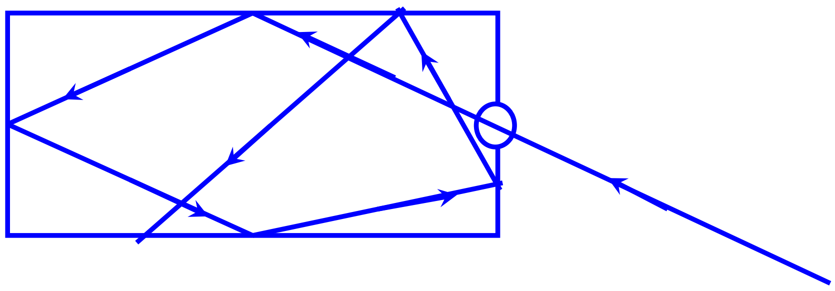
2.1 Corps noir

•Définition : Un corps noir est un corps absorbant intégralement tout rayonnement incident quelque soit sa direction et sa fréquence

- pour un corps noir : $\Phi_r = \Phi_t = 0 \Rightarrow \Phi_i = \Phi_a$
- $A(\nu) = 1; R(\nu) = T(\nu) = 0$

• Exemples

- tout corps couvert d'une couche noir
- cavité à parois opaques contenant une petite ouverture de sorte qu'un rayonnement entrant dans cette cavité subit un très grand nombre de réflexions sans ressortir



2.2 Loi de Planck

• Enoncé : Tout corps noir en équilibre thermique à la température T,émet un rayonnement thermique de densité spéctrale d'énergie égale à :

$$u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

- $h = 6,63.10^{-34} J.s^{-1}$: constante de Planck
- $k_B = 1,38.10^{-23} J.K^{-1}$: constante de Boltzmann
- $c = 3.10^8 m.s^{-1}$: vitesse de la lumière

- la variation élémentaire de l'énergie volumique d'un corps noir

$$\boxed{du = u_\nu(\nu, T)d\nu}$$

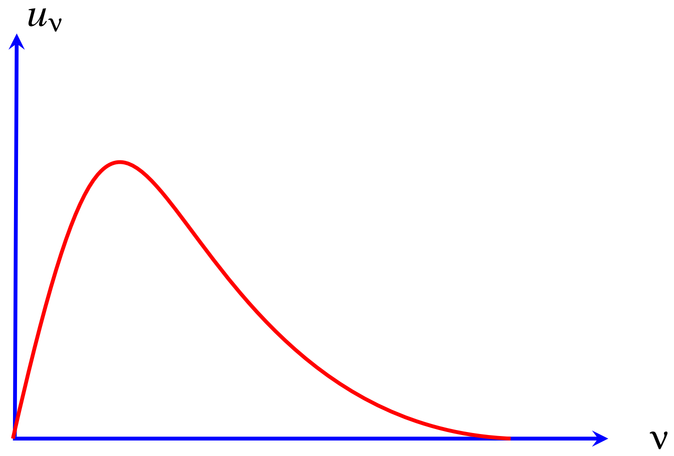
u_ν : densité spéctrale d'énergie

- $du = u_\nu(\nu, T)d\nu = -u_\lambda(\lambda, T)d\lambda = -\frac{c}{\lambda^2}u_\nu\left(\frac{c}{\lambda}, T\right)d\lambda$

$$\boxed{u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B \lambda T}} - 1}}$$

- la relation entre le flux spectral et la densité spéctrale d'énergie

$$\boxed{\varphi_\nu = \frac{c}{4}u_\nu} \text{ et } \boxed{\varphi_\lambda = \frac{c}{4}u_\lambda}$$



Loi de Planck

2.3 Loi de déplacement de Wien

$u_\lambda(\lambda)$ présente un maximum pour une certaine longueur d'onde λ_m définie par

- $\left(\dfrac{\partial u_\lambda}{\partial \lambda}\right)_T = 0$
- on pose $y = \dfrac{hc}{k_B T \lambda} \Rightarrow u_\lambda(y) = \dfrac{8\pi k_B^5 T^5}{h^4 c^4} \dfrac{y^5}{e^y - 1}$
- $\left(\dfrac{\partial u_\lambda}{\partial \lambda}\right)_T = 0 \Leftrightarrow \dfrac{d \ln u_\lambda}{dy} = 0 \Rightarrow \dfrac{5}{y} - \dfrac{e^y}{e^y - 1} = 0$
- la valeur y_m vérifiant cette condition vérifiée l'équation

$$\boxed{e^{y_m}(y_m - 5) + 5 = 0}$$

- la solution numérique (maple : evalf(solve(exp(x)*(x-5)+5=0,x)) ;) donne

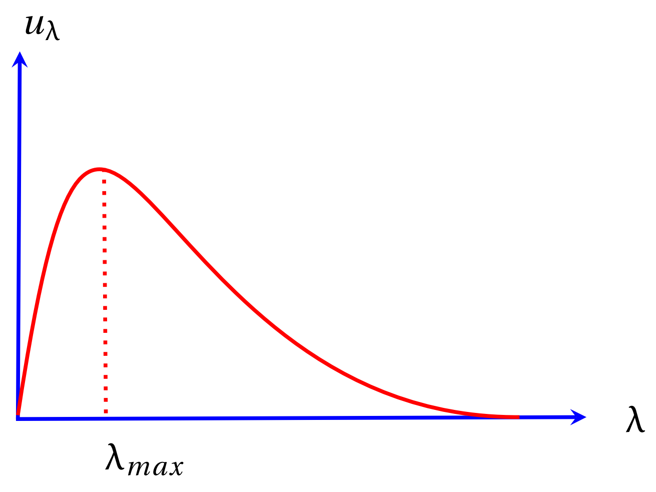
$$\boxed{y_m = \frac{hc}{k_B \lambda_m T} = 4,965}$$

- donc

$$\boxed{\lambda_m T = 2,898.10^{-3} m.K}$$

• Loi de déplacement de Wien : la densité spectrale d'énergie u_λ d'un rayonnement à l'équilibre thermique présente un maximum pour une longueur d'onde λ_m en fonction de la température telle que

$$\lambda_m.T = 2896 \mu m.K$$



2.4 Densité volumique d'énergie totale

- $u = \int_0^\infty \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{k_B T\lambda}}-1}$
- $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$

$$\boxed{u = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3c^3}T^4}$$

2.5 Loi de Stefan

- le flux spectral surfacique : $\varphi_\nu = \frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}-1}$
- le flux surfacique total : $\varphi(T) = \int_0^\infty \frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}-1}d\nu$
- on pose $x = \frac{h\nu}{k_B T}$
- $\varphi(T) = \frac{2\pi k_B^4}{c^2h^3}T^4\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3}T^4$

$$\boxed{\varphi = \sigma T^4}$$

avec $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3} = 5,67.10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}$

• Lorsque un corps noir en équilibre radiatif,le flux surfacique incident est égal au flux surfacique émis par le corps (émittance).

•Loi de Stefan : l'émittance d'un corps noir à l'équilibre thermique et radiatif ne dépend que de sa température

$$M = \sigma T^4$$

$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3} = 5,67.10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}$