

DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

durée: 4 heures

Sujet

<u>Dispositif interférentiel</u>	2
I. <u>Étude du dispositif</u>	2
A. <u>Déviation d'un faisceau parallèle par un prisme</u>	2
B. <u>Dispositif interférentiel</u>	2
C. <u>Fente de réception de la lumière</u>	4
II. <u>Étude d'un gaz</u>	5
A. <u>Intensité lumineuse reçue par le détecteur</u>	5
B. <u>Relevé des résultats expérimentaux et exploitation</u>	6
<u>Mesure de B</u>	7
I. <u>Sonde à effet Hall</u>	7
II. <u>Appareil de mesure du champ magnétique B : le teslamètre</u>	8
A. <u>L'amplificateur opérationnel « idéal »</u>	8
B. <u>Montages de base avec AO</u>	9
C. <u>Conception d'un teslamètre</u>	11
<u>Pression électrostatique et pression de radiation</u>	12
I. <u>Pression électrostatique</u>	12
A. <u>Force électrostatique à la surface d'un conducteur</u>	12
B. <u>Sphère conductrice chargée</u>	13
C. <u>Force sur une portion de sphère</u>	13
II. <u>Pression de radiation</u>	14
A. <u>Réflexion d'une OPPMR</u>	14
B. <u>Pression</u>	14

Dispositif interférentiel

On se propose, dans ce problème, d'étudier un gaz réel à l'aide d'un dispositif interférentiel particulier.

I. Étude du dispositif

A. Déviation d'un faisceau parallèle par un prisme

Un faisceau parallèle tombe sous incidence normale sur toute la face d'entrée d'un prisme de petit angle au sommet A , de hauteur H , de longueur d'arête a et d'indice N (*Figure 1*).

Données numériques : $H=1\text{ cm}$; $a=1\text{ cm}$; $A=2,90 \cdot 10^{-3}\text{ rad}$; $N=1,500$.

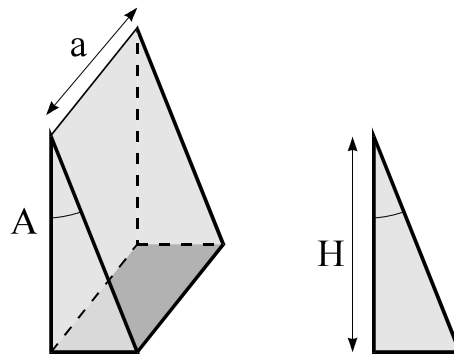


Figure 1

1. Tracer sur un schéma la marche d'un rayon traversant le prisme en indiquant, au niveau de la face de sortie du prisme, l'angle d'incidence, l'angle de réfraction, l'angle de déviation . Représenter sur le schéma le faisceau émergent du prisme, dans un plan de section principale.
2. Exprimer l'angle de déviation D en fonction des paramètres A et N du prisme en tenant compte de la faible valeur de l'angle A . Vérifier que l'angle du prime étant « petit », la déviation est proportionnelle à l'angle du prisme A et à $(N-1)$.
3. Application numérique: calculer l'angle de déviation D en radians puis en minutes d'angle (un degré = 60 minutes).

B. Dispositif interférentiel

Un dispositif interférentiel comprend (*Figure 2*) :

- une source de lumière quasi-ponctuelle S émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda=644\text{ nm}$ dans le vide ;
- une lentille mince, convergente, de centre C , au foyer de laquelle est placée la source ;
- deux prismes identiques à celui décrit précédemment, accolés par leurs bases et placés symétriquement de part et d'autre de l'axe optique Sx .

Le faisceau émergent de la lentille couvre entièrement les deux prismes. La lentille est utilisée dans les conditions de Gauss.

L'espace est rapporté au trièdre trirectangle $Cxy'z'$, de vecteurs unitaires \vec{u}_x , \vec{u}_y , \vec{u}_z ; l'axe Cz' est parallèle à l'arête d'un prisme.

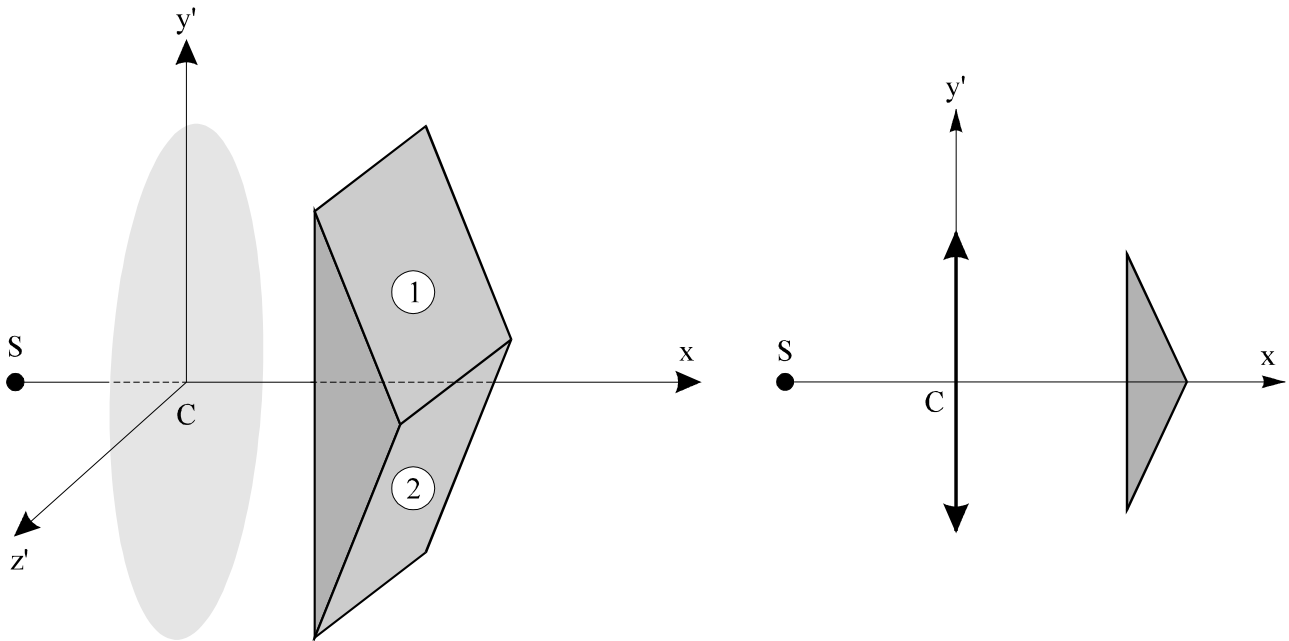


Figure 2

4. Dessiner, avec soin, le champ d'interférences dans le plan de section principale Cxy' .
5. Calculer la hauteur h maximale (parallèlement à l'axe Cy') et la largeur l (parallèlement à l'axe Cx) du champ, en tenant compte de la faible valeur de l'angle A (ce qui permet de négliger l'épaisseur à la base des prismes).

Soit $Oxyz$ le système d'axes tel que O soit au centre du champ d'interférences (c'est à dire au centre du domaine dans lequel on peut observer des interférences), Oy parallèle à l'axe Cy' et Oz parallèle à l'axe Cz' .

On rappelle que l'amplitude complexe $\Psi(M)$ associée à une onde plane progressive monochromatique de direction \vec{u} est de la forme : $\Psi(M) = \Psi_0 \exp(j\vec{k} \cdot \vec{OM})$ avec $\vec{k} = k\vec{u}$ et $\Psi_0 = \Psi(0)$. L'onde est notée $\Psi(M, t) = \Psi(M) \exp(-j\omega t)$.

6. Rappeler l'expression de k dans le vide.
7. Exprimer les composantes des vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 des faisceaux émergent respectivement des prismes notés ① et ②.
8. On pose : $\beta = \frac{4\pi}{\lambda}(N-1)A$. Montrer que le déphasage φ entre les deux ondes qui interfèrent en un point $M(x, y, z)$ du champ d'interférences s'exprime simplement en fonction de β et de la coordonnée y du point. On précisera la convention adoptée pour ce φ .
9. Exprimer l'intensité I au point M en fonction de y . On démontrera la formule utilisée. On notera I_0 l'intensité maximale.
10. Décrire la figure d'interférences ; en particulier préciser la nature des surfaces d'intensité

constante.

11. On place un écran dans le plan yOz qui correspond à la hauteur maximale du champ d'interférences : exprimer, puis calculer, l'interfrange i et le nombre n_f de franges brillantes observables.

C. Fente de réception de la lumière

On place une fente rectangulaire fine, de largeur e , dans le plan yOz , les bords étant de cotes respectives $y_0 - \frac{e}{2}$ et $y_0 + \frac{e}{2}$ (*Figure 3*).

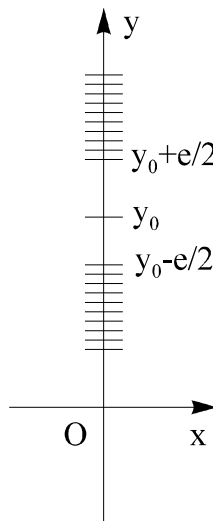


Figure 3

L'intensité lumineuse élémentaire dI_r reçue par un élément de fente de largeur dy et de cote y s'écrit : $dI_r = I \frac{dy}{e}$ où I représente l'intensité calculée précédemment.

12. Exprimer l'intensité totale I_r reçue par la fente. Montrer que : $I_r = \frac{I_0}{2} (1 + \Gamma \cos \beta y_0)$.
13. Quand on déplace la fente dans le plan yOz parallèlement à elle-même, l'intensité lumineuse varie. Soient $(I)_{max}$ et $(I)_{min}$ les intensités maximale et minimale reçues. Exprimer le contraste C défini par la relation : $C = \frac{(I)_{max} - (I)_{min}}{(I)_{max} + (I)_{min}}$.
14. Tracer l'allure de la courbe représentant C en fonction de e . Préciser quelques valeurs intéressantes.
15. On désire que le contraste soit au minimum égal à 0,4 ; quelle largeur maximale e_{max} de la fente faut-il choisir ?
16. On remarque que Γ s'annule pour une certaine largeur de fente. On remarque que Γ peut devenir négatif. Quels commentaires peut-on faire pour expliquer le sens physique de ces deux observations.

II. Étude d'un gaz

Le dispositif interférentiel étudié précédemment est modifié pour faire l'étude d'un gaz réel ; la *Figure 4* décrit ces modifications.

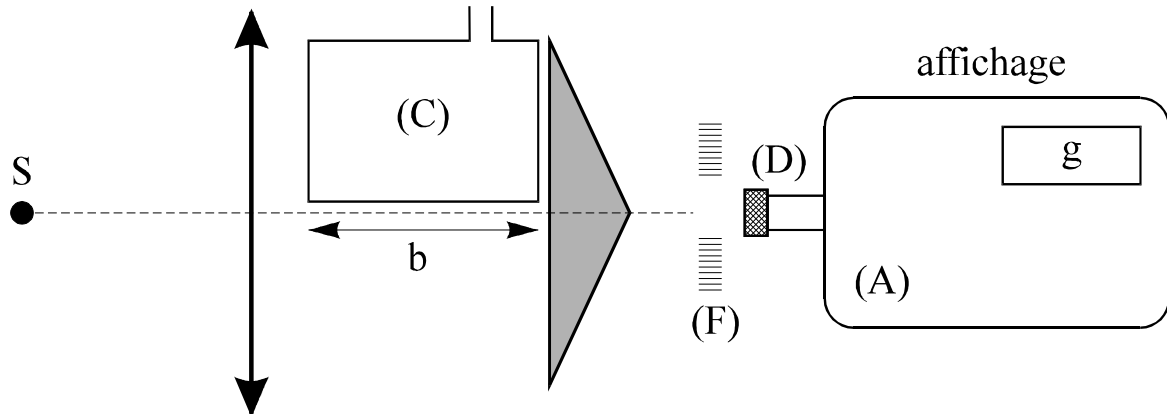


Figure 4

(C) est une cuve de verre transparent de longueur b , dont les parois couvrent juste la face d'entrée du prisme ①. Elle ne dévie pas le faisceau émergent de la lentille. Quand elle est vide, son interposition introduit, entre les rayons qui interfèrent, un déphasage retard supplémentaire constant pour les rayons qui traversent la cuve noté φ_0 .

- (F) est la fente rectangulaire étudiée dans la première partie ; elle est placée dans le plan yOz , centrée en O , les bords étant de cotes respectives $-\frac{e}{2}$ et $+\frac{e}{2}$.
- (D) est un détecteur de lumière débitant un courant proportionnel à l'intensité lumineuse reçue.
- (A) est un dispositif d'analyse du courant débité par le détecteur comprenant un affichage numérique. Quand, au niveau du détecteur, un maximum de lumière succède à un autre l'affichage augmente d'une unité.

La cuve, initialement vide, est remplie d'un gaz réel, de façon isotherme à la température T . Au fur et à mesure du remplissage l'indice n du gaz et sa pression P varient.

A. Intensité lumineuse reçue par le détecteur

17. Exprimer le déphasage retard supplémentaire φ_C , pour les rayons qui traversent la cuve, introduit par le remplissage de la cuve, quand l'indice du gaz est n . L'indice de l'air est pris égal à l'unité.

18. Exprimer le déphasage total φ' en un point M du champ d'interférences en fonction de φ , φ_0 et de φ_C .

On néglige tout d'abord la différence d'intensité lumineuse entre les deux faisceaux due à l'introduction de la cuve.

19. Exprimer l'intensité I' au point M en fonction de φ_0 , φ_C et de y (on notera I'_0 l'intensité maximale).

20. Exprimer l'intensité totale I'_r reçue par la fente. Que peut-on dire du contraste C' ?

21. Tracer l'allure de la courbe donnant I'_r en fonction de φ_C .

En fait le faisceau incident sur la face d'entrée du prisme ① subit une atténuation non négligeable à la traversée de la cuve : son intensité représente 81 % de l'intensité du faisceau incident sur la face d'entrée du prisme. On notera $\eta^2 = 0,81$.

22. Exprimer l'intensité I'' au point M en fonction de φ' et de η (on notera I''_0 l'intensité maximale).

23. Exprimer l'intensité totale I''_r reçue par la fente.

24. Exprimer le contraste C'' en fonction de η et de C .

25. Calculer numériquement le rapport $\frac{C''}{C}$. Conclure.

B. Relevé des résultats expérimentaux et exploitation

26. La cuve étant vide l'affichage est mis à zéro. Exprimer la relation entre le déphasage φ_C et la valeur affichée g au niveau de l'affichage numérique.

Le remplissage est effectué assez lentement, de telle manière qu'on puisse relever la pression P_i pour certaines valeurs g_i .

On admet que, pour le gaz étudié, la grandeur $n-1$ est proportionnelle à la masse volumique ρ (loi de Gladstone) soit $(n-1) = K\rho$.

27. Montrer que g est proportionnel à ρ .

28. Les résultats de l'étude expérimentale sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

$P(\text{bar})$	0,567	1,126	2,759	4,071	5,340
g	100	200	500	750	1000

On se propose de vérifier que $\frac{P}{g} = \alpha - \beta P$ où α et β sont deux constantes. On travaille par régression linéaire. Quelle droite faut-il déterminer? (l'ordonnée ne fait intervenir que la grandeur mesurée P et l'abscisse ne fait intervenir que la grandeur choisie g). Donner le résultat numérique obtenu et en déduire α et β .

29. En déduire que le gaz étudié vérifie dans le domaine de pression et de température étudié une équation d'état de la forme $PV = A(T) + B(T)P$. Qu'aurait-on obtenu pour un gaz parfait. En déduire l'expression théorique de $A(T)$.

Mesure de B

Le problème traite de l'effet Hall et de son application à la mesure d'un champ magnétique. Le poids des particules chargées sera négligé devant les actions électriques et magnétiques.

Données utiles

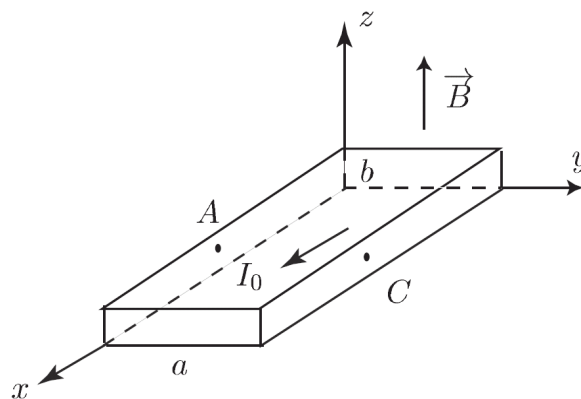
- Nombre d'Avogadro: $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Masse volumique du cuivre : $\rho = 8,98 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- Masse molaire du cuivre : $M = 63,6 \times 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

I. Sonde à effet Hall

On considère une plaque conductrice ou semi-conductrice (P) allongée selon l'axe Ox , de largeur a et d'épaisseur b . Elle est parcourue par un courant d'intensité I_0 réparti uniformément sur toute la section droite de (P) (*Figure*). La plaque (P) peut être soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et constant $\vec{B} = B\vec{u}_z$ parallèle à l'axe Oz . On négligera alors le champ magnétique créé par les charges de (P) en mouvement.

1. En l'absence de tout champ magnétique extérieur ($B=0$), exprimer le vecteur densité volumique de courant électrique \vec{j} et tracer les lignes de courant correspondantes.

La plaque (P) est à présent soumise au champ \vec{B} dirigé dans le sens des z croissants ($B>0$).



Ruban conducteur dans un champ magnétostatique

On étudie l'action de \vec{B} sur un porteur de charge mobile se déplaçant, avant l'établissement du champ \vec{B} , dans la direction \vec{u}_x .

Pour étudier cette phase transitoire, on considère donc un porteur mobile de charge q

(algébrique) animé d'une vitesse $\vec{v} = v \vec{u}_x$.

2. Exprimer la force magnétique de Lorentz \vec{f}_L agissant sur le porteur de charge à l'établissement du champ \vec{B} . Quel est l'effet de cette force sur le porteur de charge?

3. Il en résulte une accumulation de charges opposées (la plaque devant rester globalement neutre) sur les faces de la plaque perpendiculaires à l'axe Oy . Expliquer et préciser à l'aide d'un schéma. On distinguera, pour le sens du courant I_0 donné sur la figure, les deux cas $q > 0$ et $q < 0$.

On se place dans la suite en régime établi. On admet qu'en régime établi, les lignes de courant restent des droites parallèles à l'axe Ox .

4. En déduire qu'un champ électrique supplémentaire \vec{E}_h , dit de Hall, prend naissance au sein du matériau pour s'opposer à l'effet de \vec{f}_L . Donner l'expression de \vec{E}_h d'abord en fonction de q et \vec{f}_L puis en fonction de v et B en précisant sa direction et son sens.

5. Montrer qu'en régime établi, une différence de potentiel $U_h = V_A - V_C$ prend naissance entre les faces A et C de la plaque et exprimer U_h en fonction de v , a et B . Quel est le signe de la tension U_h appelée tension de Hall? Dépend-il de celui de q ?

6. Exprimer la tension de Hall en fonction de I_0 , B , b et de la constante de Hall $R_h = \frac{1}{nq}$, n étant le nombre de porteurs de charge par unité de volume.

Applications

La plaque (P) est constituée de cuivre métallique. On note ρ et M respectivement la masse volumique et la masse molaire du cuivre. On admet que chaque atome de cuivre met en jeu un seul électron de conduction.

7. Donner l'expression de n en fonction de ρ , M et du nombre d'Avogadro N_A . En déduire la valeur numérique de n .

8. Donner la valeur numérique de la constante de Hall R_h correspondante.

9. Calculer la tension de Hall U_h pour un champ magnétique $B = 1 \text{ T}$, une intensité de courant $I_0 = 1 \text{ A}$ et une épaisseur $b = 0,1 \text{ mm}$.

10. Les sondes de Hall utilisées au laboratoire pour mesurer les champs magnétiques sont constituées d'un matériau semi-conducteur. Pourquoi utilise-t-on un matériau semi-conducteur?

II. Appareil de mesure du champ magnétique B : le teslamètre

A. L'amplificateur opérationnel « idéal »

On schématise un amplificateur opérationnel (AO) par la *Figure 1*. $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$ sont les tensions d'alimentation de l'ordre de $\pm 15 \text{ V}$, qui n'apparaîtront plus dans les schémas suivants. On pose $e+$ et $e-$ les tensions d'entrée, ε la tension différentielle d'entrée, s la tension de sortie, $i+$ et $i-$ les courants d'entrée et i_s le courant de sortie.

11. Un AO peut fonctionner en régime linéaire ou en régime saturé $s = \pm V_{sat}$, V_{sat} est la tension de saturation. Représenter, en justifiant, la caractéristique de transfert $s(\varepsilon)$ dans le cas d'un gain différentiel $\mu = s/\varepsilon$ fini.

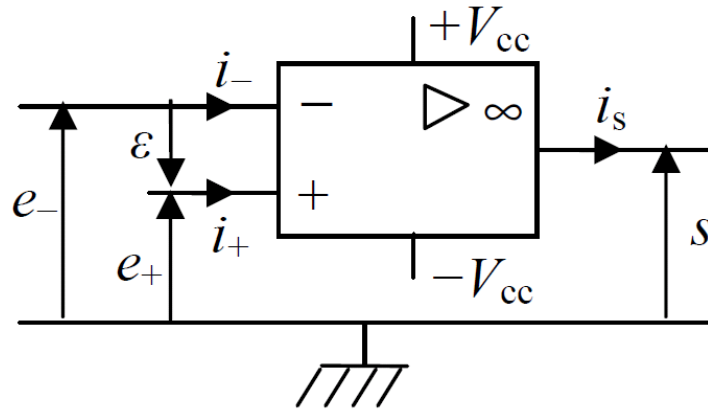


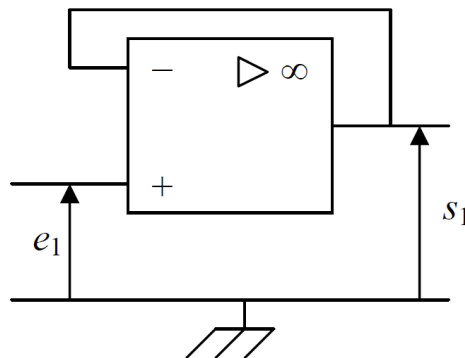
Figure 1

12. Dans le cas d'un AO idéal en fonctionnement linéaire, quelles sont les valeurs de $i+$, $i-$, du gain différentiel $\mu = s/\varepsilon$ et de ε . Que devient la caractéristique de transfert? Dans le symbole général de l'AO idéal représenté par un rectangle (symbole normalisé) que représentent le triangle et le signe ∞ à l'intérieur?

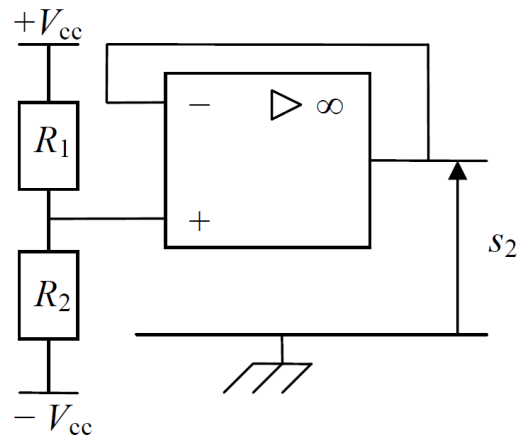
B. Montages de base avec AO

Les AO utilisés dans ces montages de base sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

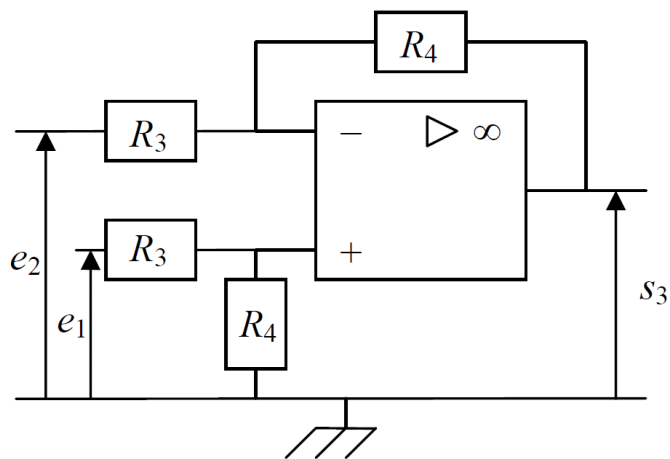
13. Établir, pour chacun des quatre montages ci-dessous, les expressions de K_1 , K_2 , K_3 et K_4 . Les tensions de sortie s_1 , s_2 , s_3 et s_4 s'expriment en fonction des grandeurs d'entrée et éventuellement des valeurs des différentes résistances.



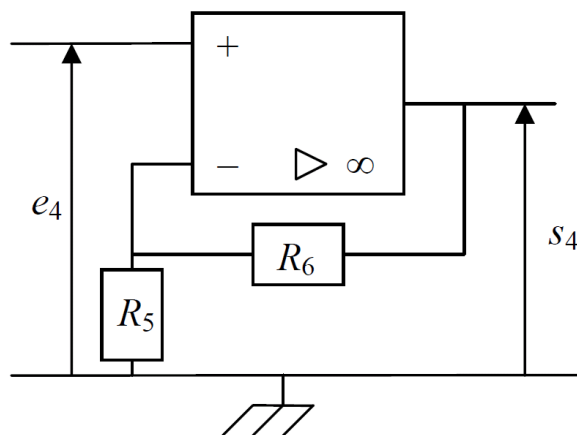
Montage 1 : $s_1 = K_1.e_1$



Montage 2 : $s_2 = K_2 \cdot V_{cc}$



Montage 3 : $s_3 = K_3(e_1 - e_2)$



Montage 4 : $s_4 = K_4 e_4$

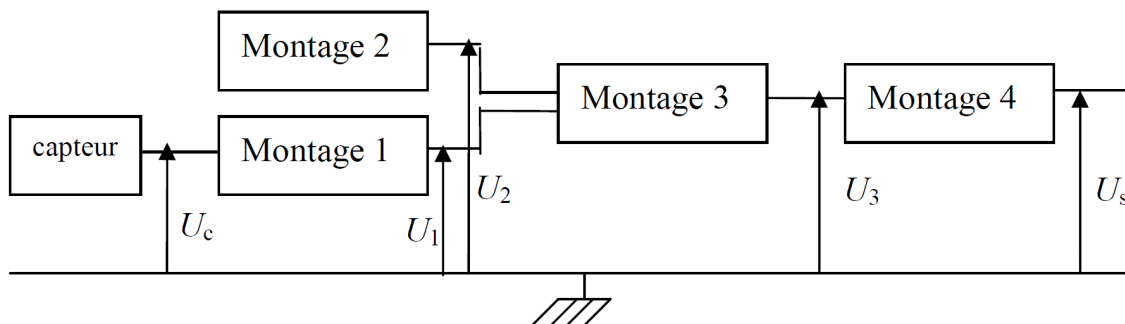
14. On nomme le montage 2 « décaleur ou générateur de tension réglable ». Proposer un nom pour chacun des montages 1, 3 et 4.

C. Conception d'un teslamètre

La mesure d'un champ magnétique B nécessite, comme capteur, une sonde à effet Hall qui fournit une tension faible, accessible à la mesure après amplification. Le constructeur de la sonde indique une relation entre la f.e.m. de sortie U_c du capteur en fonction de la valeur du champ magnétique existant B de la forme : $U_c = 0,25 V_{cc} + 20 B$ avec U_c et V_{cc} en volts et B en teslas.

Cette tension étant faible, une chaîne électronique à la sortie du capteur va amplifier et rendre une tension de sortie en bout de chaîne, proportionnelle à B de la forme : $U_s = K \cdot B$.

Synoptique de la chaîne électronique à la sortie de la sonde



15. Quelle est l'utilité du montage 1 ?

16. Quel est le rôle du montage 2 (décaleur) ?

17. Déterminer l'expression de la tension de sortie U_s en fonction des résistances R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 , R_6 , de V_{cc} et de B .

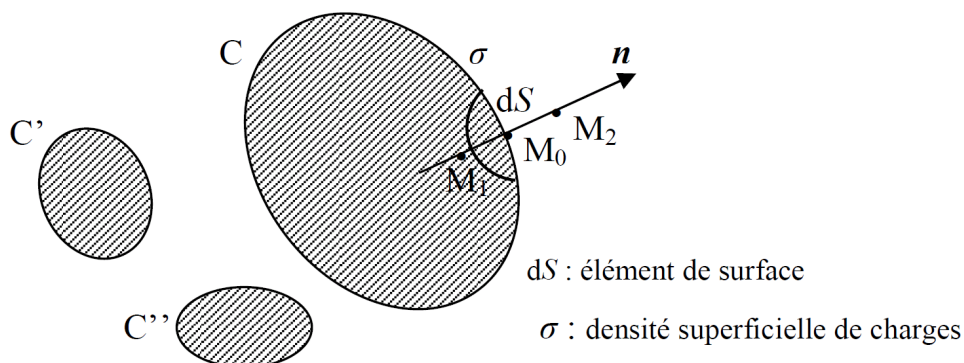
18. Application numérique: vérifier que U_s est bien de la forme $U_s = K \cdot B$ et en déduire la valeur de K pour les résistances : $R_1 = 3 k\Omega$; $R_2 = 5 k\Omega$; $R_3 = R_4 = R_5 = 1 k\Omega$; $R_6 = 4 k\Omega$.

Pression électrostatique et pression de radiation

I. Pression électrostatique

A. Force électrostatique à la surface d'un conducteur

Cette question a pour but de montrer qu'en surface d'un conducteur en équilibre électrostatique, il existe une force électrostatique normale à sa surface, dirigée vers l'extérieur, proportionnelle à l'élément de surface sur lequel elle s'applique et au carré de la densité superficielle de charges.



Les points M_1 et M_2 , respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du conducteur, sur la normale \vec{n} sont symétriques l'un de l'autre par rapport au point M_0 (M_0 appartient à la surface dS) et l'on suppose $M_0M_1 = M_0M_2$ très inférieur au diamètre de dS . M_1 et M_2 sont donc deux points « au voisinage immédiat » de la surface dS , pour M_1 et M_2 , dS se comporte comme une surface plane (plan tangent).

Le champ électrique total en un point, \vec{E} , est la somme:

- du champ créé par la charge dq portée par l'élément de surface dS du conducteur C (ce champ est supposé fini dans le voisinage immédiat de dS) il est noté \vec{E}_{dS}
- du champ dû à la contribution de toutes les autres charges de l'espace (charges restantes de C et charges des conducteurs C' et C'') il est noté \vec{E}_{autres} .

On a $\vec{E} = \vec{E}_{dS} + \vec{E}_{autres}$.

1. Justifier la relation $\vec{E}_{dS}(M_1) = -\vec{E}_{dS}(M_2)$. Que peut-on dire concernant $\vec{E}_{dS}(M_0)$?
2. Justifier la relation $\vec{E}_{autres}(M_0) = \vec{E}_{autres}(M_1) = \vec{E}_{autres}(M_2)$.
3. Le conducteur C étant en équilibre électrostatique, donner l'expression de $\vec{E}(M_1)$. Exprimer $\vec{E}(M_2)$ à partir du théorème de Coulomb en fonction de la densité surfacique de charge $\sigma(M_0)$, ϵ_0 , \vec{n} .
4. Dédurre des relations précédente, la valeur du champ $\vec{E}_{autres}(M_0)$ s'exerçant sur les charges de

la surface dS .

5. Montrer que la force \vec{df} exercée par le champ $\vec{E}_{autres}(M_0)$ traduisant l'effet des charges « autres » sur la charge dq de la surface dS est de la forme $k \sigma^2 dS \vec{n}$, où l'on déterminera la constante k .
6. On pose $\vec{df} = P dS \vec{n}$ où P désigne la pression électrostatique (quoique les forces de pression habituelles sont comptées vers l'intérieur et non comme ici vers l'extérieur). En déduire l'expression de la pression électrostatique dans le cas d'un conducteur en équilibre électrostatique.

Dans la suite, on écrira $\vec{df} = k \sigma^2 dS \vec{n}$ même si on n'a pas trouvé l'expression de k .

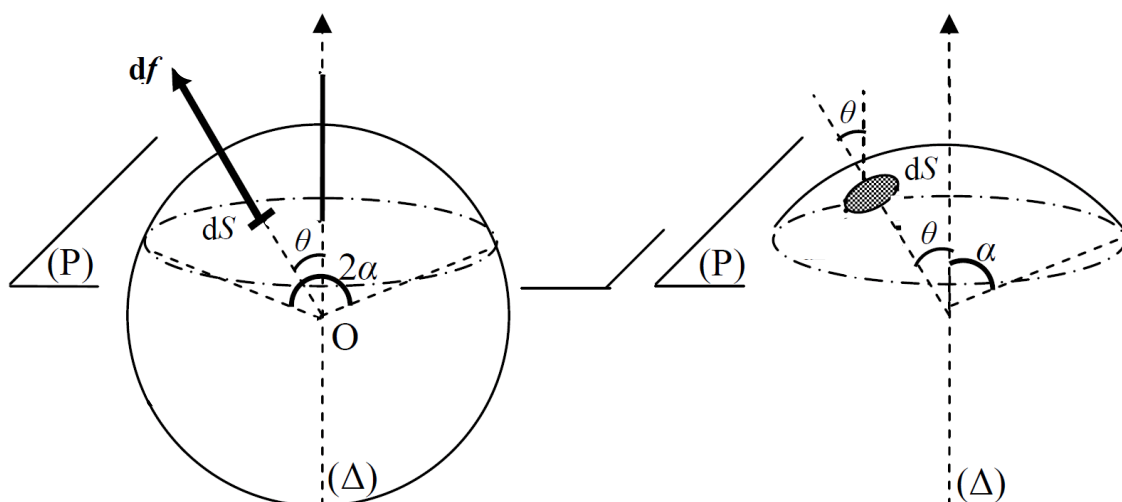
B. Sphère conductrice chargée

On considère une sphère conductrice, de centre O , seule dans l'espace, de rayon R uniformément chargée par une charge Q . Le point M est repéré par les coordonnées sphériques (r, θ, φ) .

7. Par utilisation des règles de symétrie et les invariances du système, expliquer la forme du champ électrostatique $\vec{E}(M)$.
8. Par application du théorème de Gauss, déterminer le champ électrostatique dans les deux cas : $\vec{E}(r > R)$ et $\vec{E}(r < R)$. En déduire le potentiel électrostatique dans les cas $V(r > R)$ et $V(r < R)$ sachant que $V(\infty) = 0$. Représenter $V(r)$.
9. Une sphère conductrice de centre O , seule dans l'espace, de rayon R est portée au potentiel V_0 . Montrer que la charge prise par la sphère est de la forme $Q = C_p V_0$ et donner l'expression de C_p . Déterminer en fonction de V_0 , de ϵ_0 et de R , l'expression de la densité superficielle de charges σ de cette sphère.

C. Force sur une portion de sphère

On se propose de déterminer la force subie par une calotte sphérique de la sphère précédente vue sous un angle 2α de O .



10. Justifier que la résultante des forces agissant sur la calotte est portée par l'axe (Δ) .
11. Donner l'expression de la force totale \vec{f} qui s'exerce sur la calotte sphérique en fonction du

potentiel V_0 , de ε_0 , de α et de k , puis en fonction de V_0 , de ε_0 et de α .

II. Pression de radiation

A. Réflexion d'une OPPMR

On considère une onde plane, progressive, monochromatique de pulsation ω , se propageant dans le vide dans le demi-espace $x < 0$. On note cette onde, polarisée rectilignement selon \vec{u}_z : $\vec{E} = E \vec{u}_z = E_0 \exp j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{u}_z$.

Elle tombe sous l'incidence i avec $i = (\vec{u}_x, \vec{k})$ sur un milieu parfaitement conducteur occupant le demi-espace $x \geq 0$ et se réfléchit.

12. Donner l'expression du champ \vec{E}_{total} de l'onde résultante dans le vide, exprimé dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

13. Donner l'expression du champ \vec{B}_{total} de l'onde résultante dans le vide, exprimé dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

14. Montrer que le conducteur parfait ne se charge pas en surface.

15. Établir l'expression de la densité de courant surfacique \vec{j}_s qui apparaît à la surface du conducteur.

B. Pression

On admet, en l'absence de charge surfacique sur le plan, que l'élément dS du plan métallique, traversé par un courant de densité surfacique \vec{j}_s , est soumis à une force de Laplace élémentaire

$$\vec{df} = (\vec{j}_s dS) \wedge \frac{1}{2} \vec{B}_{total}(x=0^-).$$

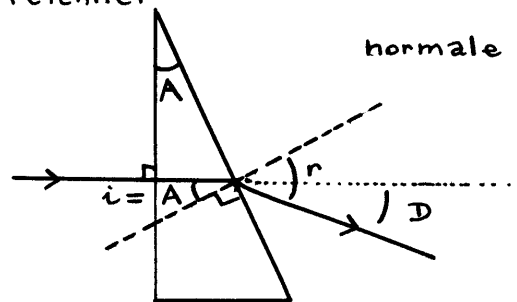
16. Déterminer la valeur moyenne dans le temps de cette force surfacique $\langle \vec{df} \rangle$.

17. Montrer que cette force est pressante. En déduire l'expression de la pression de radiation $\langle P \rangle$ en fonction de $\varepsilon_0, E_0, \cos(i)$.

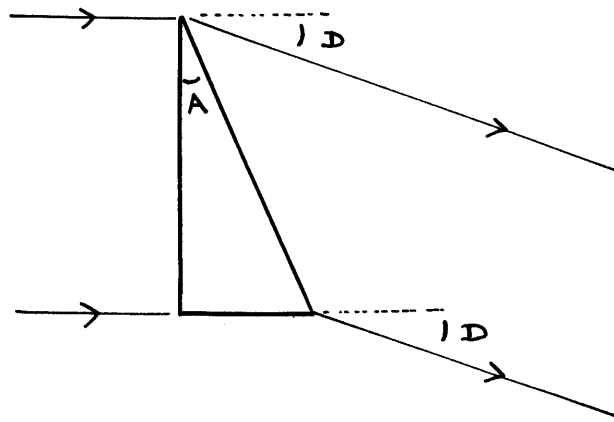
Réponses

Dispositif interférentiel

1)



rayon



faisceau

Au niveau de la face d'entrée, incidence normale (angle d'incidence et angle de réfraction nuls)

L'angle d'incidence au niveau de face de sortie est i (avec $i = A$ cf. angles à côtés perpendiculaires)

2) Pour la face de sortie :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$N \sin A = 1 \sin r$$

Les angles sont "petits" donc au premier ordre :

$$N A = r$$

avec (tous les angles sont comptés ici positivement)

$$D = r - i$$

$$= NA - A$$

$$D = (N - 1) A$$

3) A.N.

$$D = (N-1) A$$

$$= (1,5-1) 290 \cdot 10^{-3}$$

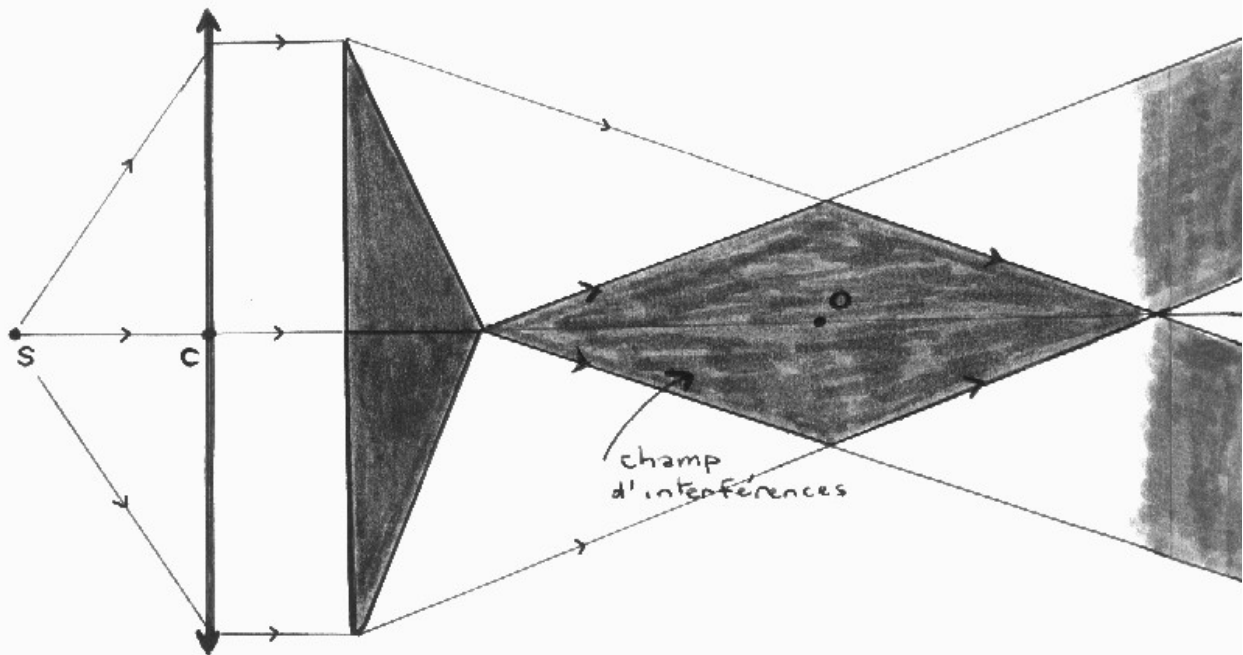
$$D = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

soit, en minutes d'angle :

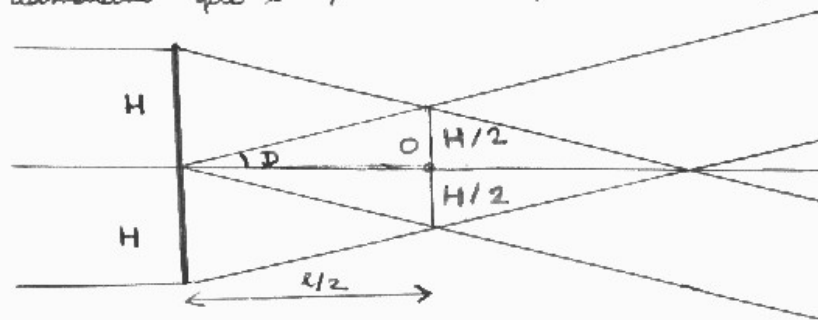
$$= \frac{1,45 \cdot 10^{-3} \times 180 \times 60}{\pi}$$

$$D = 5'$$

4)



5) En admettant que l'épaisseur du prisme est négligeable :



$$h \text{ hauteur du champ d'interférences} = H$$

A.N.

$$h = 1 \text{ cm}$$

Puis

$$\tan D = \frac{H/2}{l/2}$$

donc

$$l = \frac{H}{D}$$

$$l \text{ largeur du champ d'interférences} = \frac{H}{(N-1)A}$$

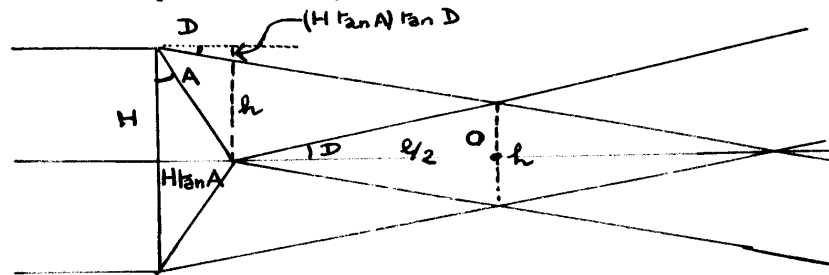
A.N.

$$= \frac{0,01}{(1,5-1) 2,9 \cdot 10^{-3}}$$

$$l = 6,9 \text{ m}$$

remarque :

sans faire d'approximation :



$$h = H - H \tan A \tan D$$

$$l = \frac{H}{\tan D}$$

d'où

$$h \approx H - H A D$$

$$= H - H A (N-1) A$$

et

$$l = \frac{h}{D}$$

terme du second ordre (cf A^2)
on néglige

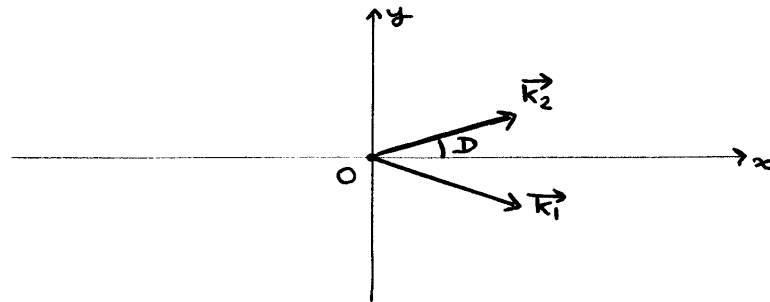
6)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(ou :

$$k = \frac{\omega}{c})$$

7)



$$\vec{k}_2 = k (\cos D \vec{u}_x + \sin D \vec{u}_y)$$

avec D suffisamment petit pour que l'on puisse travailler au premier ordre.

$$\vec{k}_2 = k (1 \vec{u}_x + D \vec{u}_y)$$

finalment :

$$\begin{aligned} \vec{k}_2 &= k (\vec{u}_x + D \vec{u}_y) \\ \vec{k}_1 &= k (\vec{u}_x - D \vec{u}_y) \end{aligned}$$

8)

$$\varphi_{\text{retard de 2/1}} = \vec{k}_2 \cdot \vec{OM} - \vec{k}_1 \cdot \vec{OM}$$

$$\varphi = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM}$$

$$= (2kD \vec{u}_y) \cdot \vec{OM}$$

$$= 2kD y$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda} (N-1) A y$$

$$\varphi = \beta y$$

9) Les deux ondes sont (avec une origine des phases bien choisie)

$$\underline{\Psi}_1 = \underline{\Psi}_0 \exp -j\omega t$$

$$\underline{\Psi}_2 = \underline{\Psi}_0 \exp j\varphi \exp -j\omega t$$

$$\underline{\Psi} = \underline{\Psi}_0 \exp -j\omega t (1 + \exp j\varphi)$$

$$I = \underline{\Psi} \underline{\Psi}^*$$

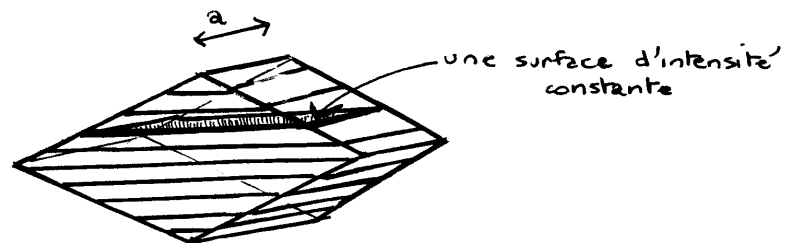
$$= \psi_0^2 (1 + \exp j\varphi) (1 + \exp -j\varphi)$$

$$= \psi_0^2 (2 + 2 \cos \varphi) \quad \text{avec } I_0 = 4\psi_0^2$$

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \varphi)$$

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \beta y)$$

- 10) Les surfaces d'intensité constante ont pour équation $y = \text{constante}$. Elles sont limitées par le champ d'interférences. Ce sont des rectangles de largeur a .



- 11) On introduit l'ordre d'interférences :

$$P = \frac{\varphi}{2\pi}$$

$$P = \frac{2}{\lambda} (N-1) A y$$

L'interfrange est $i = \Delta y$ pour $\Delta P = 1$

$$i = \frac{\lambda}{2(N-1)A}$$

A.N. $i = \frac{644 \cdot 10^{-9}}{2(1,5-1) 2,9 \cdot 10^{-3}}$

$$i = 0,222 \text{ mm}$$

L'ordre varie entre P_{\max} et $-P_{\max}$ avec puisque $y_{\max} = \frac{h}{2}$

$$P_{\max} = \frac{2}{\lambda} (N-1) A \frac{H}{2}$$

A.N.

$$= \frac{2}{644 \cdot 10^{-9}} (1,5 - 1) \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,01}{2}$$

$$P_{\max} = 22,52$$

Le nombre de franges brillantes est :

$$n = 2 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{partie} \\ \text{entière}}}{E(P_{\max})} + 1$$

$$n = 45$$

12)

$$dI_r = I \frac{dy}{e}$$

$$= \frac{I_0}{2} (1 + \cos \beta y) \frac{dy}{e}$$

$$I_r = \frac{I_0}{2e} \int_{y_0 - \frac{e}{2}}^{y_0 + \frac{e}{2}} (1 + \cos \beta y) dy$$

$$= \frac{I_0}{2e} \left(e + \frac{1}{\beta} (\sin \beta (y_0 + \frac{e}{2}) - \sin \beta (y_0 - \frac{e}{2})) \right)$$

$$= \frac{I_0}{2e} \left(e + \frac{2 \sin \frac{\beta e}{2}}{\beta} \cos \beta y_0 \right)$$

$$= \frac{I_0}{2} \left(1 + \operatorname{sinc} \left(\frac{\beta e}{2} \right) \cos \beta y_0 \right)$$

$$I_r = \frac{I_0}{2} (1 + \Gamma \cos \beta y_0)$$

$$\text{avec } \Gamma =$$

$$\Gamma = \operatorname{sinc} \left(\frac{\beta e}{2} \right)$$

13) Γ pouvant être positif ou négatif, les valeurs de I_{\max} et I_{\min} quand y_0 varie sont donc :

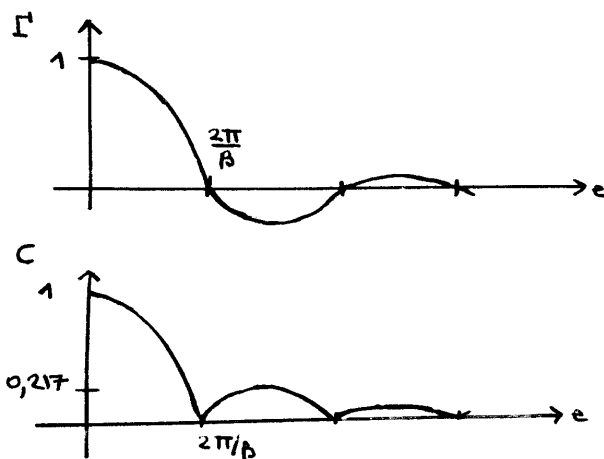
$$(I)_{\max} = \frac{I_0}{2} (1 + |\Gamma|)$$

$$(I)_{\min} = \frac{I_0}{2} (1 - |\Gamma|)$$

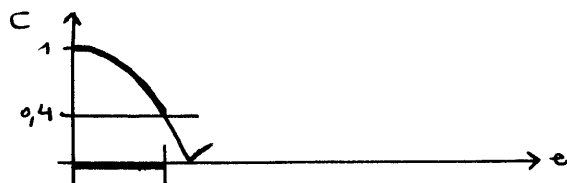
$$C = \frac{(I)_{\max} - (I)_{\min}}{(I)_{\max} + (I)_{\min}}$$

$$C = |\Gamma|$$

14)



(avec $\frac{2\pi}{\beta} = i$ (interfrange du système d'interférences))

15) On veut $C \geq 0.4$ 

il faut $\text{sinc}\left(\frac{\beta e}{2}\right) \leq 0.4$

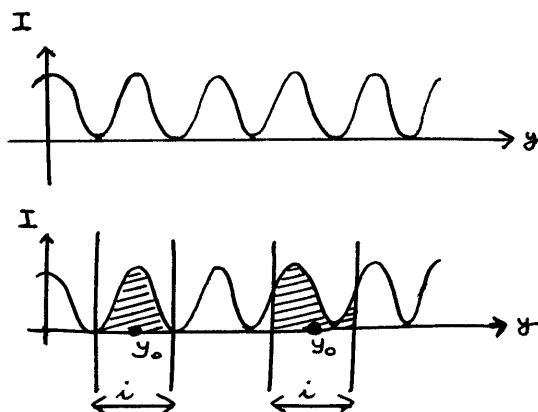
ou $\text{sinc}\left(\pi \frac{e}{i}\right) \leq 0.4$

Le solveur de la machine à calculer donne

$$\frac{e}{i} \leq 0.577$$

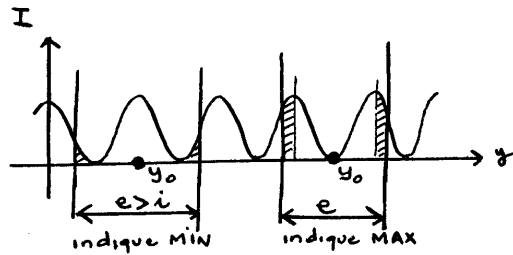
$$e \leq 0.15 \text{ mm}$$

16)



fentes de largeur i : la quantité de lumière est la même

quelle que soit la position de la fente.



fente de largeur supérieure à i (et inférieure à $2i$)
Si la fente est centrée sur un minimum, elle indique un maximum de lumière (et réciproquement). C'est le sens de $\Gamma' < 0$.

17)

$$\varphi_c = (n-1) b \frac{2\pi}{\lambda}$$

18)

$$\varphi'_{2/1} = \varphi - \varphi_0 - \varphi_c$$

19)

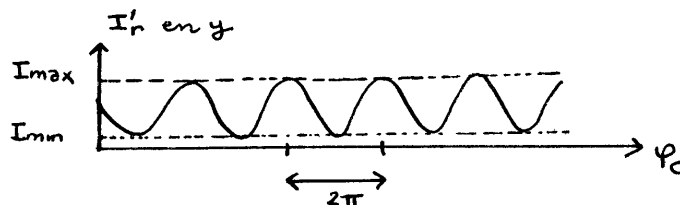
$$I' = \frac{I'_0}{2} (1 + \cos(\beta y - \varphi_0 - \varphi_c))$$

20)

$$I'_r = \frac{I'_0}{2} (1 + \text{sinc}\left(\frac{\beta e}{2}\right) \cos(\beta y_0 - \varphi_0 - \varphi_c))$$

Le contraste C' n'a pas changé : $C' = |\text{sinc}(\frac{\beta e}{2})|$
(L'interfrange reste le même.
Le système de franges s'est seulement décalé)

21)



22)

On a donc cette fois :

$$\underline{\psi}_1 = \underline{\psi}_0 \exp -j\omega t$$

$$\underline{\psi}_2 = \underline{\psi}_0 \exp j\varphi' \exp -j\omega t$$

$$\Psi = \Psi_0 \exp - j\omega t \quad (1 + \exp j\varphi')$$

$$I'' = \Psi \Psi^*$$

$$= \Psi_0^2 (1 + \exp j\varphi') (1 + \exp -j\varphi')$$

$$I'' = \Psi_0^2 (1 + j^2 + 2j \cos \varphi')$$

La valeur maximale est

$$I''_0 = \Psi_0^2 (1 + j^2 + 2j)$$

$$= \Psi_0^2 (1+j)^2$$

Finalement :

$$I'' = \frac{I''_0}{(1+j)^2} (1 + j^2 + 2j \cos \varphi')$$

$$I'' = \frac{1+j^2}{(1+j)^2} I''_0 \left(1 + \frac{2j}{1+j^2} \cos \varphi' \right)$$

23) De même

$$I''_r = \frac{1+j^2}{(1+j)^2} I''_0 \left(1 + \frac{2j}{1+j^2} \sin \frac{\beta_e}{2} \cos \varphi' \right)$$

24)

$$C'' = \frac{2j}{1+j^2} C$$

25) A.N.

$$\frac{C''}{C} = \frac{2\sqrt{0,81}}{1+0,81}$$

$$\frac{C''}{C} = 0,995$$

L'atténuation d'un faisceau de 10% (cf $j=0,9$) ne fait pas perdre beaucoup de contraste.

26) Cuve vide (et $y_0=0$)

$$\varphi' = -\varphi_0 \quad (\text{affichage } g=0)$$

Cuve avec gaz

$$\varphi' = -\varphi_0 - \varphi_c \quad (\text{affichage } g=|\Delta p|)$$

donc (g étant positif)

$$|\varphi_c| = 2\pi g$$

27) $(n-1) b \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi g$

donc

$$g = \frac{(n-1) b}{\lambda} \quad \text{avec } (n-1) = K p$$

$$g = \frac{K b}{\lambda} p$$

28) On veut vérifier à la température T de l'expérience

$$\frac{P}{g} = \alpha - \beta P$$

On sépare P et g

$$P(1 + \beta g) = \alpha g$$

$$P = \frac{\alpha g}{1 + \beta g}$$

donc

$$\underbrace{\left(\frac{1}{P}\right)}_Y = \frac{1}{\alpha} \underbrace{\left(\frac{1}{g}\right)}_X + \frac{\beta}{\alpha}$$

La droite à étudier est donc $\left(\frac{1}{P}\right)$ en fonction de $\left(\frac{1}{g}\right)$

Par régression linéaire, on obtient : (P en bar)

$$\left(\frac{1}{P}\right) = 175,159585 \left(\frac{1}{g}\right) + 0,012141$$

d'où

$$\begin{aligned} \alpha &= 5,71 \cdot 10^{-3} \text{ bar} \\ \beta &= 69,3 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

29)

$$\frac{P}{g} = \alpha - \beta P$$

$$\frac{P}{\frac{k_b}{\lambda} P} = \alpha - \beta P$$

$$\text{et } \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V}$$

(n : nombre de moles
 M : masse molaire)

$$PV = \underbrace{nM \frac{k_b}{\lambda} \alpha}_{A(T)} - \underbrace{nM \frac{k_b}{\lambda} \beta P}_{B(T) P}$$

Pour un gaz parfait

$$PV = nRT$$

Pour le gaz étudié, si $P \rightarrow 0$ on obtient $PV \rightarrow A(T)$

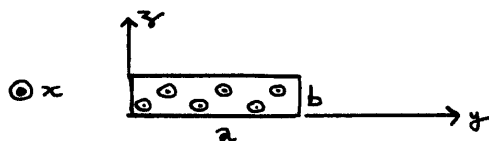
or un gaz se comporte comme un gaz parfait si $P \rightarrow 0$

donc

$$A(T) = nRT$$

Mesure de B

1)

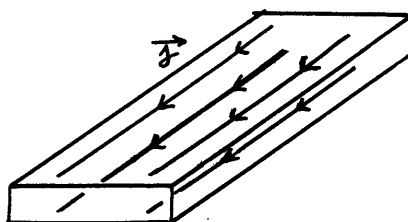


$$\vec{j} = j \vec{u}_x$$

$$\begin{aligned} I_0 &= \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \text{avec } d\vec{S} = dy dz \vec{u}_x \\ &= \iint_S j dy dz \\ &= j ab \end{aligned}$$

$$\vec{j} = \frac{I_0}{ab} \vec{u}_x$$

Les lignes de courant sont des droites parallèles à l'axe x



3)

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= q \vec{v} \wedge \vec{B} \\ &= q v \vec{u}_x \wedge B \vec{u}_y \end{aligned}$$

$$\vec{F}_L = -q v B \vec{u}_z$$

Cette force infléchit la trajectoire qui n'est plus alors selon la direction \vec{u}_x

3) On sait que :

$$\begin{aligned} \vec{j} &= n q \vec{v} \\ j &= n q v \\ \uparrow \\ &> 0 \end{aligned}$$

donc $qv > 0$

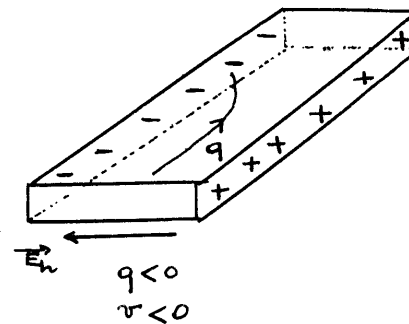
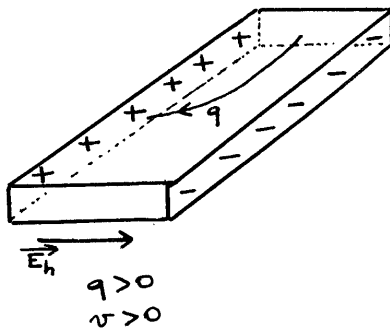
$$\left| \begin{array}{ll} q > 0 & \text{donc } v > 0 \\ q < 0 & \text{donc } v < 0 \end{array} \right.$$

De même

$$f_L = -qvB < 0$$

$$\vec{f}_L \text{ est donc selon } -\vec{u}_y$$

La face $y=0$ va donc se charger selon le signe de q (la face $y=a$ se charge du signe contraire de q)



- 4) Les faces $y=0$ et $y=a$ étant chargées, il apparaît donc une différence de potentiel entre ces deux faces et un champ électrique \vec{E}_h .

En régime permanent, on aura puisque les lignes de courant ne sont pas modifiées

$$\begin{aligned} \vec{f}_L + \vec{f}_h &= \vec{0} \\ -qvB\vec{u}_y + q\vec{E}_h &= \vec{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_h &= -\frac{\vec{f}_L}{q} \\ &= vB\vec{u}_y \end{aligned}$$

Le sens de \vec{E}_h dépend du signe de v

$q > 0$	$v > 0$	\vec{E}_h selon $+\vec{u}_y$
$q < 0$	$v < 0$	\vec{E}_h selon $-\vec{u}_y$

5) $A \propto$ constant :

$$E_h = - \frac{dV}{dy} = vB$$

$$\int_{V_c}^{V_A} dV = -vB \int_{y_c=a}^{y_A=0} dy$$

$$V_A - V_c = -vB \times -a$$

$U_h = vB a$

Le signe de U_h dépend de v , donc du signe de q et permet donc de reconnaître le signe des porteurs.

$q > 0$	$U_h > 0$
$q < 0$	$U_h < 0$

6)

$$U_h = vB a$$

avec $j = nqv = \frac{I_0}{ab}$

donc $U_h = \frac{1}{nq} \frac{I_0}{ab} B a$

$$= \frac{1}{nq} \frac{B}{b} I_0$$

$U_h = R_h \frac{BI_0}{b}$

7)

$$n = \frac{m}{M} \times N_A \times \frac{1}{V}$$

$n = \frac{\rho N_A}{M}$

$$A.N. = \frac{8,93 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{63,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$n = 84,5 \cdot 10^{27} \text{ m}^{-3}$$

8)

$$R_h = \frac{1}{nq}$$

$$= \frac{1}{84,5 \cdot 10^{27} \times -1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$R_h = -74,0 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$$

9)

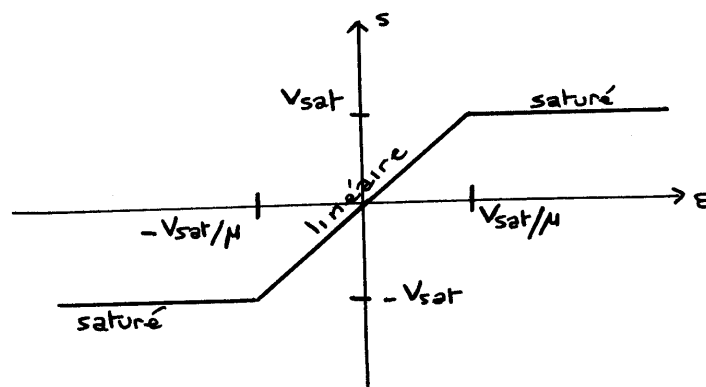
$$U_h = R_h \frac{BI_0}{b}$$

$$= \frac{-74,0 \cdot 10^{-12} \times 1 \times 1}{10^{-4}}$$

$$U_h = -0,74 \text{ } \mu\text{V}$$

10) Dans un semi-conducteur, n est bien plus petit, donc $|U_h|$ est plus important.

11)



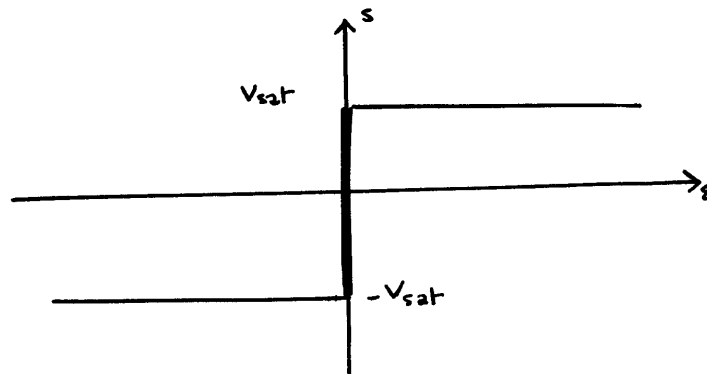
12) AO idéal en fonctionnement linéaire :

$$i_+ = 0$$

$$i_- = 0$$

$$A = \frac{I}{E} = \infty$$

$$E = \frac{S_{\text{fini}}}{M_{\text{fini}}} = 0$$

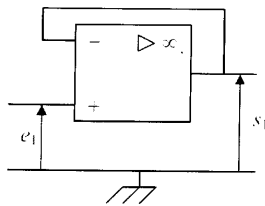


symboles :

Δ : symbole de l'opérateur multiplication par une constante
(cf amplificateur)

∞ : gain infini

13)



Montage 1 : $s_1 = K_1 e_1$

$$v_+ = e_1$$

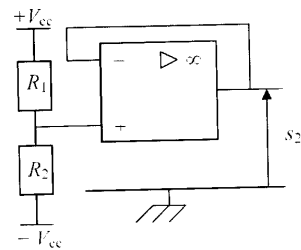
$$v_- = s_1$$

avec (fonctionnement linéaire)

$$E = v_+ - v_- = 0$$

$$A_1 = e_1$$

$$K_1 = 1$$

Montage 2 : $s_2 = K_2 V_{cc}$

$$v_- = s_2$$

$$v_+ = -V_{cc} + \frac{R_2}{R_2 + R_1} 2V_{cc}$$

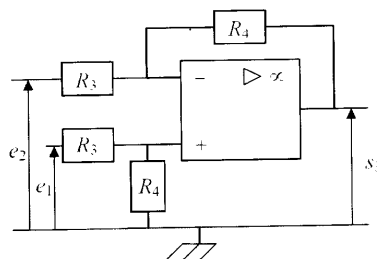
$$= \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} V_{cc}$$

avec (fonctionnement linéaire)

$$\varepsilon = v_+ - v_- = 0$$

$$\Delta_2 = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} V_{cc}$$

$$K_2 = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$$

Montage 3 : $s_3 = K_3(e_1 - e_2)$

$$v_+ = \frac{R_4}{R_4 + R_3} e_1 \quad (\text{diviseur de tension à vide})$$

$$v_- = \frac{e_2 G_3 + s_3 G_4}{G_3 + G_4} \quad (\text{th de Millman})$$

$$= \frac{e_2 R_4 + s_3 R_3}{R_3 + R_4}$$

avec (fonctionnement linéaire)

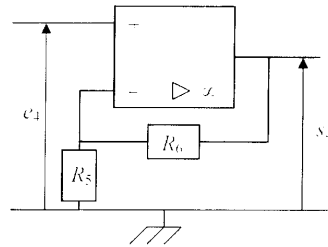
$$\varepsilon = v_+ - v_- = 0$$

$$e_1 = e_2 + \frac{R_3}{R_4} s_3$$

soit :

$$A_3 = \frac{R_4}{R_3} (e_1 - e_2)$$

$$K_3 = \frac{R_4}{R_3}$$

Montage 4 : $s_4 = K_4 e_4$

$$v_+ = e_4$$

$$v_- = \frac{R_5}{R_5 + R_6} s_4 \quad (\text{diviseur de tension à vide})$$

avec (fonctionnement linéaire)

$$\varepsilon = v_+ - v_- = 0$$

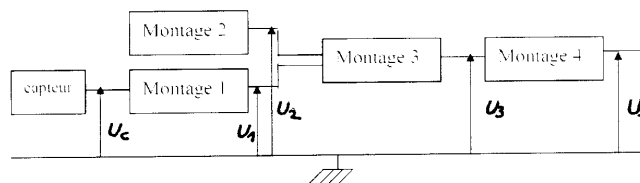
$$s_4 = \frac{R_5 + R_6}{R_5} e_4$$

$$K_4 = \frac{R_5 + R_6}{R_5}$$

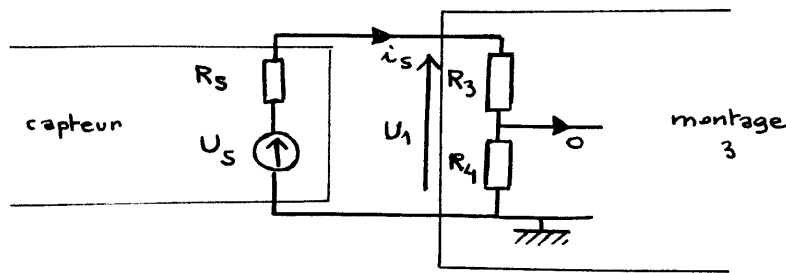
14) Noms :

- 1 : montage suiveur
- 3 : montage soustracteur
- 4 : montage amplificateur (non inverseur)

15)



→ En l'absence du montage 1, si la résistance de sortie R_S du capteur n'est pas nulle,



et dans la mesure où la résistance d'entrée R_e du montage 3 n'est pas infinie

il y a un courant i_s qui est débité par le capteur.

Au lieu de : $U_1 = U_s$

on aura :

$$U_1 = U_s - R_s i_s$$

→ si on intercale un suiveur (résistance d'entrée infinie et résistance de sortie nulle), le problème est alors réglé :

$$U_1 = U_s$$

(le montage suiveur joue le rôle d'adaptateur d'impédance)

16) Le montage 3 donne :

$$\begin{aligned} U_3 &= K_3 (U_1 - U_2) \\ &= K_3 (U_c - U_2) \\ &= K_3 (20B + \underbrace{0,25 V_{CC}}_{\text{devra être nul}} - U_2) \end{aligned}$$

devra être nul

Son rôle est donc de compenser la tension $0,25 V_{CC}$ par U_2
pour que la tension de sortie soit effectivement proportionnelle
au champ magnétique.

17)

$$\begin{aligned}
 U_s &= K_4 U_3 \\
 &= K_4 K_3 (U_1 - U_2) \\
 &= K_4 K_3 (U_c - U_2)
 \end{aligned}$$

$$U_s = \frac{R_5 + R_6}{R_5} \frac{R_4}{R_3} \left(0,25 V_{cc} + 20 B - \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} V_{cc} \right)$$

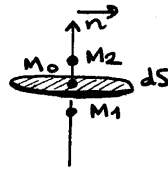
18)

$$U_s = \frac{1+4}{1} \frac{1}{1} \left(0,25 V_{cc} + 20 B - \frac{5-3}{5+3} V_{cc} \right)$$

$$U_{s/V} = 100 B/T$$

Pression électrostatique et pression de radiation

1)



- M_1 et M_2 sont symétriques par rapport au plan tangent dS .
 Donc $\vec{E}_{dS}(M_1)$ et $\vec{E}_{dS}(M_2)$ sont symétriques par rapport au plan.
- dS étant une surface élémentaire, on la suppose uniformément chargée par $\sigma(M_0)$. Alors tous les plans contenant M_1, M_0, M_2 sont des plans de symétrie et : $\vec{E}_{dS}(M_1)$ et $\vec{E}_{dS}(M_2)$ sont selon la normale.

En résumé selon ce modèle :

$$\vec{E}_{dS}(M_2) = -\vec{E}_{dS}(M_1)$$

remarque

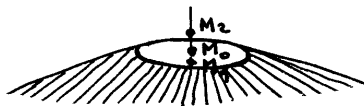
Vu de M_2 et M_1 infiniment proches de dS , dS "se comporte" comme un plan infini uniformément chargé.

On peut donc s'attendre à trouver :

$$\vec{E}_{dS}(M_2) = -\vec{E}_{dS}(M_1) = \frac{\sigma(M_0)}{2\epsilon_0} \vec{n}$$

En M_0 , sur le plan chargé $\vec{E}_{dS}(M_0)$ n'est pas défini

2)



M_1, M_0, M_2 sont infiniment voisins.

Le champ créé par les charges autres ne subit pas de discontinuité (pas de surface chargée à traverser)

$$\vec{E}_{\text{autres}}(M_2) = \vec{E}_{\text{autres}}(M_1) = \vec{E}_{\text{autres}}(M_0)$$

3) A l'intérieur d'un conducteur en équilibre, le champ est nul :

$$\vec{E}(M_1) = \vec{0}$$

Au voisinage de la surface, à l'extérieur, le théorème de Coulomb donne :

$$\vec{E}(M_2) = \frac{\sigma(M_0)}{\epsilon_0} \vec{n}$$

4) finalement

$$\bullet \quad \vec{E}(M_1) = \vec{E}_{ds}(M_1) + \vec{E}_{autres}(M_1) = \vec{0}$$

$$\text{donc :} \quad \begin{aligned} \vec{E}_{ds}(M_1) &= -\vec{E}_{autres}(M_1) \\ &= -\vec{E}_{autres}(M_0) \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \begin{aligned} \vec{E}(M_2) &= \vec{E}_{ds}(M_2) + \vec{E}_{autres}(M_2) = \frac{\sigma(M_0)}{\epsilon_0} \vec{n} \\ -\vec{E}_{ds}(M_1) + \vec{E}_{autres}(M_0) &= - \\ \vec{E}_{autres}(M_0) + \vec{E}_{autres}(M_0) &= - \end{aligned}$$

$$\vec{E}_{autres}(M_0) = \frac{\sigma(M_0)}{2\epsilon_0} \vec{n}$$

$$\begin{aligned} \vec{dF} &= dq_0 \vec{E}_{autres}(M_0) \\ &= \sigma(M_0) dS \frac{\sigma(M_0)}{2\epsilon_0} \vec{n} \end{aligned}$$

$$\vec{dF} = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma^2 dS \vec{n}$$

$$\left(\text{avec } k = \frac{1}{2\epsilon_0} \right)$$

$$\vec{dF} = P dS \vec{n}$$

$$P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

7) → les plans passant par M et contenant O (plans diamétraux) sont tous des plans de symétrie.

$\vec{E}(M)$ appartient à ces plans.

$$\vec{E}(M) = E(M) \vec{u}_r$$

→ A priori $E(M) = E(r, \theta, \varphi)$

mais le problème est invariant en rotation selon θ et φ

finallement

$$\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$$

8) → La surface de Gauss est la sphère de rayon r passant par M.

$r > R$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{interne}}}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{(r > R)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$r < R$

$$E 4\pi r^2 = 0$$

(pas de charge à l'intérieur)

$$\vec{E}_{(r < R)} = \vec{0}$$

On retrouve bien que le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre

→ Pour le potentiel

$$E(r) = - \frac{dV(r)}{dr}$$

$r > R$

$$dV(r) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V(r > R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

(en choisissant la constante d'intégration nulle donc V_{nul} à l'infini)

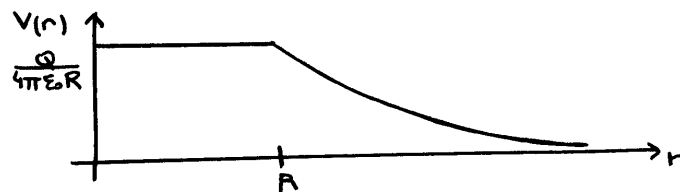
$$r < R$$

$$dV = 0$$

$$V = \text{constante}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

par continuité du potentiel en R



On retrouve bien que le conducteur en équilibre est un volume équipotentiel.

9) En utilisant la formule ci-dessus:

$$Q = \underbrace{4\pi\epsilon_0 R}_{C_F} V_0$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 V_0}{R}$$

10) Tous les plans contenant Δ sont des plans de symétrie.
(Δ est un axe de révolution)

La force totale a donc pour direction celle de Δ .

11)

$$d\vec{F} = k \sigma^2 dS \vec{ur}$$

$$dF_{\Delta} = k \sigma^2 dS \cos \theta$$

$$F = k \sigma^2 \iint_{\text{calotte}} dS \cos \theta$$

$$= k \sigma^2 \iint R d\theta R \sin \theta d\varphi \cos \theta$$

$$= k \sigma^2 R^2 2\pi \int_0^{\alpha} \underbrace{\sin \theta \cos \theta}_{d(\sin \theta)} d\theta$$

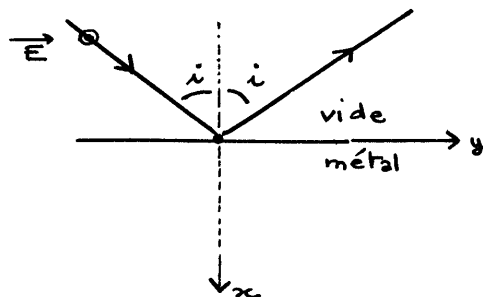
$$= k \sigma^2 R^2 2\pi \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

$$\vec{F} = k \sigma^2 \pi R^2 \sin^2 \alpha \vec{u}_\Delta$$

$$= \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\epsilon_0^2 V_0^2}{R^2} \pi R^2 \sin^2 \alpha \vec{u}_\Delta$$

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \pi \epsilon_0 V_0^2 \sin^2 \alpha \vec{u}_\Delta$$

12)



→ onde incidente : $\vec{k} = k (\cos i \vec{u}_x + \sin i \vec{u}_y)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$

$$\vec{E} = E_0 \exp j(\omega t - k \cos i x - k \sin i y) \vec{u}_z$$

→ onde réfléchie : $\vec{k}' = k (-\cos i \vec{u}_x + \sin i \vec{u}_y)$

$$\vec{E}' = -E_0 \exp j(\omega t + k \cos i x - k \sin i y) \vec{u}_z$$

(il faut que \vec{E}_{total} selon \vec{u}_z soit nul en $x=0$
car continuité de la composante tangentielle
d'où le déphasage de π à la réflexion)

→ champ \vec{E}_{total}

$$\vec{E}_{\text{total}} = E_0 \exp j(\omega t - k \sin i y) \vec{u}_z \times (\exp(jk \cos i x) - \exp(jk \cos i x))$$

$$\vec{E}_{\text{total}} = -2j E_0 \sin(k \cos i x) \exp j(\omega t - k \sin i y) \vec{u}_z$$

13) On utilise Maxwell-Faraday

$$\text{rot } \vec{E}_{\text{total}} = -\frac{\partial \vec{B}_{\text{total}}}{\partial t}$$

$$= -j\omega \vec{B}_{\text{total}}$$

$$\vec{B}_{\text{total}} = \frac{1}{\omega} \nabla \times \vec{E}_{\text{total}}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{\text{total}} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -gk \sin i \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{B_x}{\text{total}} &= -2 g \frac{E_0}{c} \sin i \sin(k \cos i x) \exp j(\omega t - k \sin i y) \\ \frac{B_y}{\text{total}} &= 2 \frac{E_0}{c} \cos i \cos(k \cos i x) \exp j(\omega t - k \sin i y) \end{aligned}$$

14) Relation de continuité :

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{E}_{\text{vide}} &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{\text{ext}} \\ \text{au voisinage} \end{aligned}$$

$$\sigma = \epsilon_0 \vec{n}_{\text{ext}} \cdot \vec{E}_{\text{vide}} \text{ au voisinage}$$

ici $\sigma = \epsilon_0 (-\vec{u}_x) \cdot \vec{E}_{(x=0^-)}$
 nul puisque \vec{E} est selon \vec{u}_y , perpendiculaire à \vec{u}_x

$$\sigma = 0$$

15) Relation de continuité

$$\begin{aligned} \vec{B}_2 - \vec{B}_1 &= \mu_0 \vec{\mathcal{J}}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{B}_{\text{vide}} &= \mu_0 \vec{\mathcal{J}}_s \wedge \vec{n}_{\text{ext}} \\ \text{au voisinage} \\ \vec{n}_{\text{ext}} \wedge \vec{B}_{\text{vide}} &= \mu_0 \vec{n}_{\text{ext}} \wedge (\vec{\mathcal{J}}_s \wedge \vec{n}_{\text{ext}}) \\ \text{au voisinage} &= \mu_0 \vec{\mathcal{J}}_s \end{aligned}$$

$$\vec{\mathcal{J}}_s = \frac{1}{\mu_0} (\vec{n}_{\text{ext}} \wedge \vec{B}_{\text{vide}} \text{ au voisinage})$$

ici $\vec{\mathcal{J}}_s = -\frac{1}{\mu_0} (\vec{u}_x \wedge \vec{B}_{(x=0^-)})$

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{2E_0}{c} \cos i \exp j(\omega t - k \sin i y) \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{j}_s = -\frac{1}{\mu_0} \frac{2E_0}{c} \cos i \exp j(\omega t - k \sin i y) \vec{u}_z$$

$$\begin{aligned} 16) \quad d\vec{F} &= (\vec{j}_s dS) \wedge \frac{1}{2} \vec{B}_{\text{total}}(x=0^-) \\ &= -\frac{2E_0}{\mu_0 c} \cos i \cos(\omega t - k \sin i y) dS \vec{u}_z \\ &\quad \wedge \frac{1}{2} \frac{2E_0}{c} \cos i \cos(\omega t - k \sin i y) \vec{u}_y \\ &= 2 \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 i \cos^2(\omega t - k \sin i y) dS \vec{u}_x \end{aligned}$$

Enfinement :

$$\langle d\vec{F} \rangle = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 i dS \vec{u}_x$$

17)

$$P = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 i$$

(pression comptée vers l'intérieur du métal)