

DNS

Sujet

<u>Méthode d'immersion et interféromètre de Michelson</u>	1
I. <u>Principe de la méthode d'immersion</u>	1
II. <u>Phase de pré-réglage de l'interféromètre en « coin d'air »</u>	3
III. <u>Évaluation interférométrique de l'écart</u>	4

Méthode d'immersion et interféromètre de Michelson

La vitesse de la lumière dans le vide, vaut $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$.

La réfractométrie est l'ensemble des techniques optiques de mesure de l'indice de réfraction d'un milieu matériel. L'air, comme tout gaz, a un indice absolu très voisin de l'unité ; il n'en diffère que de l'ordre de trois unités de la quatrième décimale : $n_{\text{air}} - 1 = 3 \cdot 10^{-4}$, tandis que les indices des solides et des liquides ont des valeurs plus élevées, qui diffèrent de 1 par plusieurs unités de la première décimale. Dans tout ce problème, pour les applications littérales et numériques, on prendra pour la valeur de l'indice de l'air $n_{\text{air}} = 1$.

La méthode d'immersion est utilisée pour mesurer l'indice de réfraction de certains solides transparents qui ont des formes extérieures irrégulières, avec des surfaces polies ou non (pièces de verre brut, éclats de cristaux...). Cette méthode consiste à comparer l'indice de réfraction du solide avec celui du milieu liquide dans lequel l'objet solide transparent est immergé. L'indice du milieu liquide, quant à lui, peut être mesuré par plusieurs méthodes, dont la seconde méthode interférométrique étudiée dans la deuxième partie.

I. Principe de la méthode d'immersion

Sur la *figure 1* est représenté le schéma de principe de la méthode d'immersion. L'objet solide transparent dont l'indice est à mesurer est placé dans une cuve transparente dont les faces sont parallèles et de bonne qualité optique afin d'éviter des diffusions optiques parasites. Sur la face avant de la cuve on place une grille faite de motifs rectilignes et qui sert d'objet à observer. La cuve est ensuite remplie d'un mélange liquide transparent à deux ou plusieurs composants miscibles. L'indice de réfraction absolu du liquide varie en fonction de la proportion des composants dans ce mélange. Un observateur se met derrière la face arrière de la cuve et observe les motifs rectilignes de la grille à travers le mélange liquide et l'objet solide transparent. La proportion des liquides dans le mélange est modifiée jusqu'à ce que l'indice du mélange soit égal à celui de l'objet transparent.

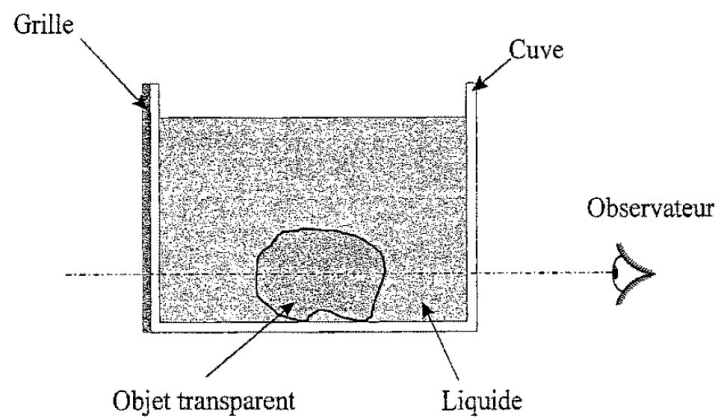


Figure 1

1. Comment l'observateur arrive-t-il, par observation de l'image de la grille, à détecter le moment où l'indice du liquide est égal à celui de l'objet solide transparent ? Qu'observe-t-il tant que cette égalité n'est pas vérifiée ? Justifier vos réponses en expliquant le phénomène physique .

On peut repérer de façon encore plus précise le passage par l'égalité des indices en plaçant l'ensemble de la cuve contenant le liquide et l'objet solide transparent, après avoir ôté la grille de la face avant, dans un des bras d'un interféromètre à faisceaux séparés, par exemple l'interféromètre de Michelson dont le schéma est présenté, sur la *figure 2* .

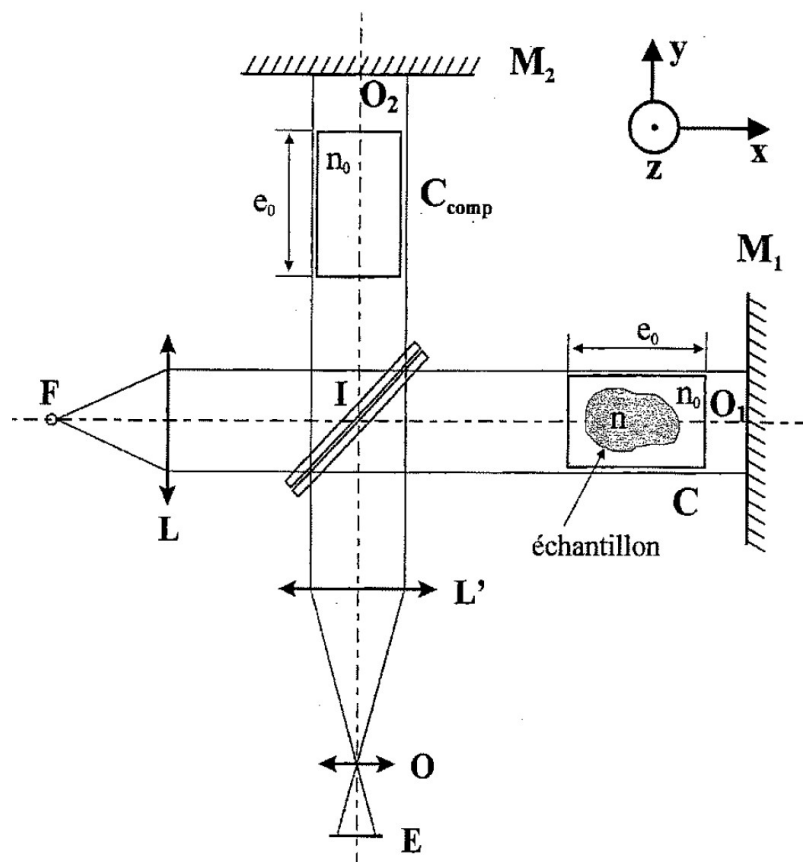


Figure 2

Dans tout ce qui suit, les longueurs IO_1 et IO_2 des deux bras sont supposées égales. (M_2) est perpendiculaire à IO_2 , et (M_1) est initialement perpendiculaire à IO_1 .

II. Phase de pré-réglage de l'interféromètre en « coin d'air »

L'interféromètre est éclairé par une source légèrement étendue, centrée sur F , foyer objet de la lentille collimatrice (L) . Les incidents issus de F donnent, après (L) des émergents qui éclairent l'interféromètre en incidence normale. L'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est réglé de telle sorte que la différence de marche supplémentaire introduite par la lame séparatrice est complètement compensée, et ces lames sont inclinées de 45° sur le faisceau émergent de (L) . La lentille (L') disposée à la sortie de l'interféromètre, parallèle au miroir (M_2) , forme l'image de la source sur l'objectif (O) de la caméra d'observation ou d'enregistrement. Les images des points O_1 et O_2 se forment dans le plan E , où se trouve un récepteur d'image.

Dans un premier temps, on ne place aucune des deux cuves sur les voies de l'interféromètre.

La source (S) est monochromatique. Pour faire apparaître un réseau de franges interférentielles rectilignes bien contrastées sur l'écran (E) , l'interféromètre est préalablement réglé en coin d'air par rotation du miroir (M_1) autour de l'axe O_1z perpendiculaire au plan de la *figure 2*. On note (voir *figure 3*) ε l'angle positif, mais très petit devant un radian, que fait M_2 avec l'image M_1' de M_1 par la séparatrice ; O_2z est donc l'arête du coin d'air ainsi formé.

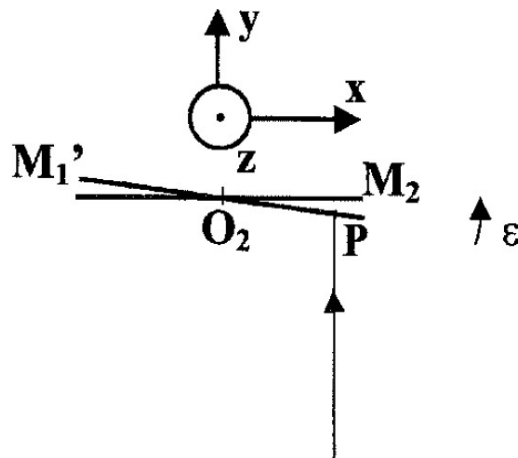


Figure 3

On observe, dans le plan E du récepteur, l'image des franges d'interférences localisées sur le coin constitué par M_2 et M_1' . On supposera, pour simplifier, que le grandissement est égal à -1 .

- Déterminer, en un point P de M_1' , d'abscisse x (l'origine des abscisses étant choisie en O_2) la différence de marche à $\delta(P) = (FP)_2 - (FP)_1$, en fonction de x et du petit angle ε . En déduire la valeur de l'ordre d'interférence en ce point P en fonction de x , de l'angle ε et de la longueur d'onde λ_0 .
- Exprimer l'interfrange en fonction de la longueur d'onde λ_0 et de l'angle ε . Que pourrait-on dire de l'interfrange si cet angle n'était pas très petit ?

4. Application numérique : la longueur d'onde est 628nm et l'angle ε vaut 5.10^{-4}radian . Calculer l'interfrange.

III. Évaluation interférométrique de l'écart ($n-n_o$)

L'ensemble de la cuve (C), remplie du mélange liquide et contenant l'échantillon, est introduit dans le bras du miroir M_1 de telle manière que celle-ci soit éclairée entièrement et uniformément. Dans ce qui suit, on considère que les parois de la cuve sont parallèles et d'épaisseurs nulles. Les faisceaux incidents sont normaux aux parois de la cuve contenant l'échantillon. L'épaisseur de la cuve est e_0 , et l'indice du mélange liquide est n_o . On introduit dans le bras du miroir (M_2) une cuve (C_{comp}) identique à la cuve (C), de même épaisseur e_0 , contenant le même mélange liquide d'indice n_o .

On suppose que, les indices n_o et n étant très proches (on supposera que l'écart est de l'ordre de 10^{-3}), on peut négliger le phénomène de réfraction des rayons lumineux aux entrée et sortie de l'échantillon ; en outre, on note e l'épaisseur traversée dans l'échantillon d'indice n , épaisseur qui n'est pas nécessairement uniforme.

5. Étudier, sans calcul lourd, en évoquant les problèmes de cohérence temporelle pour la lumière qui n'est jamais rigoureusement monochromatique, l'effet de la présence de la cuve compensatrice sur le contraste.
6. L'angle ε étant très petit, on peut considérer, à l'ordre 1, que l'épaisseur traversée dans la cuve de compensation vaut toujours e_0 . Déterminer la nouvelle valeur de la différence de marche au point P' du plan E , en fonction de la valeur trouvée précédemment, de $(n-n_o)$ et de e , qui est a priori fonction de la position du point P introduit précédemment.
7. On suppose que l'échantillon est un biprisme de largeur $2L$, d'arête parallèle à O_{1y} ; l'épaisseur traversée e ne dépend ici que de la coordonnée z et vérifie l'équation : $\frac{e}{e_{\max}} + \frac{|z|}{L} = 1$ avec $L = 1\text{cm}$ (voir graphe de $e(z)$ figure 4). Justifier l'équation proposée.

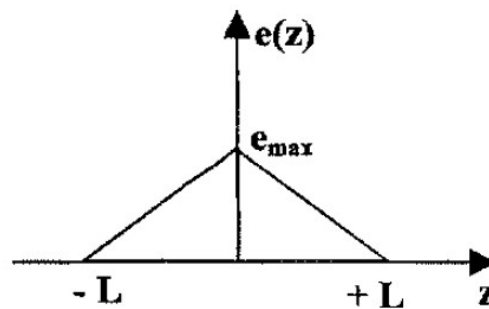


Figure 4

8. Quelle est l'image de ce biprisme par la séparatrice ? L'arête est-elle selon O_2x , selon O_2y ou selon O_2z ?
9. Déterminer l'équation des franges dans le plan xO_2z . Préciser les intersections avec les axes.

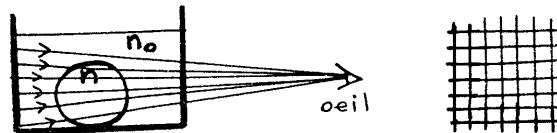
Représenter l'allure des franges dans le cas $n > n_o$. Comparer le cas $n > n_o$, n étant proche de n_o , avec la cas $n = n_o$.

10. Quelle valeur de la différence entre les indices du liquide et de l'échantillon peut-on déceler si le détecteur d'image est capable de détecter un déplacement de frange de l'ordre de $0,1 \text{ mm}$? On donne : $e_{\max} = 5 \text{ mm}$.
-

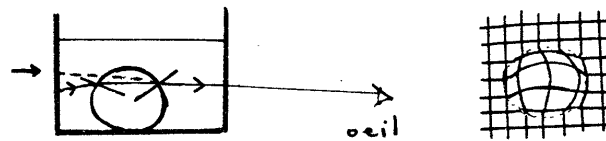
Réponses

Méthode d'immersion et interférométrie de Michelson

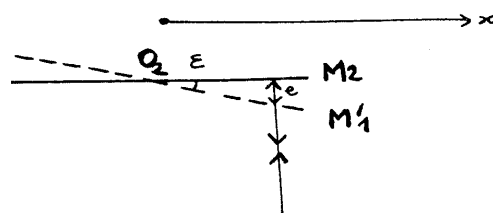
- 1) Si $n = n_0$, l'ensemble est homogène du point de vue indice. Les rayons ne sont pas réfractés par l'objet et l'image de la grille n'est pas déformée.



Si $n \neq n_0$, les rayons qui traversent l'objet sont réfractés. Ils arrivent à l'œil, en provenance apparemment d'une origine qui n'est pas la bonne. L'image de la grille est alors déformée.



2)



En désignant par e l'épaisseur locale du coin d'air

$$\begin{aligned} \delta_{2/1} &\approx 2 n_{\text{air}} e && \text{avec } n_{\text{air}} = 1 \\ &= 2 e \\ &= 2 x \tan \epsilon && \text{avec } \epsilon \ll 1 \end{aligned}$$

$$\delta_{2/1} = 2 x \epsilon$$

$$P = \frac{\delta}{\lambda_0}$$

$$P = \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda_0}$$

3) L'interfrange c'est le Δx pour $\Delta p = 1$
 et 4)

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2 \varepsilon} \Delta p$$

$$i = \frac{\lambda_0}{2 \varepsilon}$$

$$\text{A.N.} = \frac{628 \cdot 10^{-9}}{2 \times 5 \cdot 10^{-4}}$$

$$i = 0,628 \text{ mm}$$

Si ε devient plus grand, i diminue. Les franges peuvent devenir trop serrées pour être visibles à l'œil nu.
 (cf: limite du pouvoir séparateur de l'œil $\approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$)

5) La présence d'une épaisseur e_0 d'indice n_0 dans le bras 1 de l'interféromètre crée une différence de marche supplémentaire $\delta_{2,1} = -2(n_0 - 1)e_0$. On sait que le contraste diminue si $|\delta|$ augmente. Les interférences disparaissent si $|\delta|$ devient supérieur à la longueur de cohérence L_c .
 La présence de la lame compensatrice tend à diminuer $|\delta|$

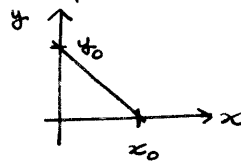
6)

$$\delta_{2,1} = 2 \pi \varepsilon + 2(n_0 - n) e$$

7)

rappel

équation d'une droite :



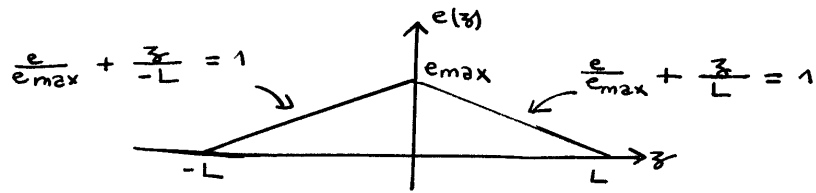
$$y = Ax + B$$

$$0 = Ax_0 + B$$

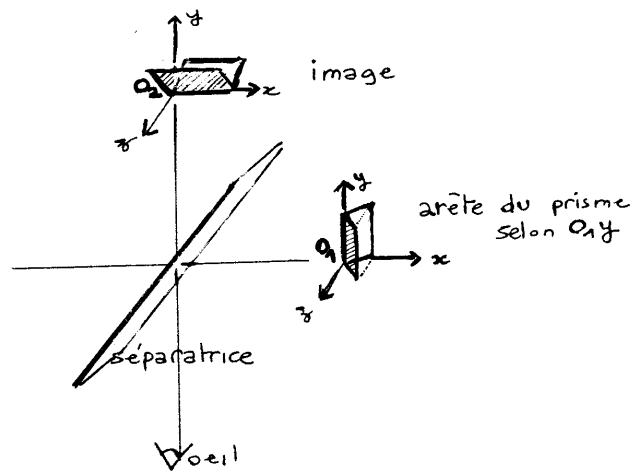
$$y_0 = B$$

$$y = -\frac{y_0}{x_0} x + y_0$$

$$\frac{y}{y_0} + \frac{x}{x_0} = 1$$



8)

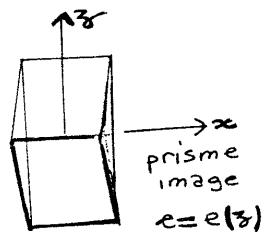


Pour le prisme symétrique (par rapport à la séparatrice)

- L'arête est symétrique de O_1y donc

arête suivant O_2x

- L'épaisseur reste selon z (axe inchangé dans la symétrie)



Au niveau des franges d'interférences, on peut prévoir une causse en $z=0$, au niveau de l'arête O_2x .

g)

$$e = e(z)$$

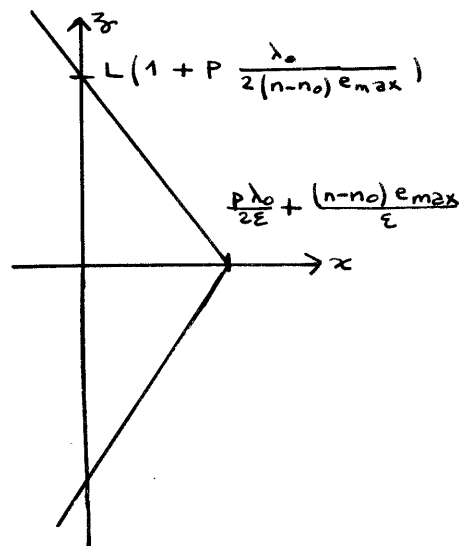
$$= e_{\max} \left(1 - \frac{|z|}{L} \right)$$

$$\delta = 2\pi\epsilon + 2(n_0 - n) e_{\max} \left(1 - \frac{|z|}{L} \right)$$

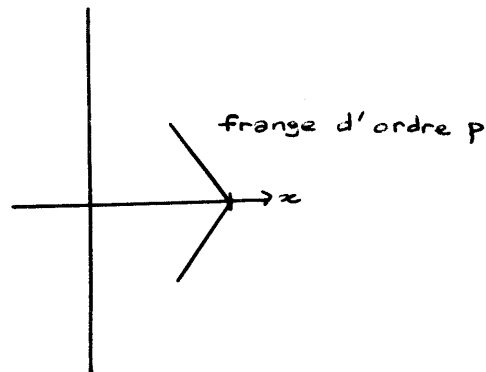
$$p = \frac{2}{\lambda_0} \left(\pi\epsilon - (n - n_0) e_{\max} \left(1 - \frac{|z|}{L} \right) \right)$$

L'équation d'une frange d'ordre p est donc :

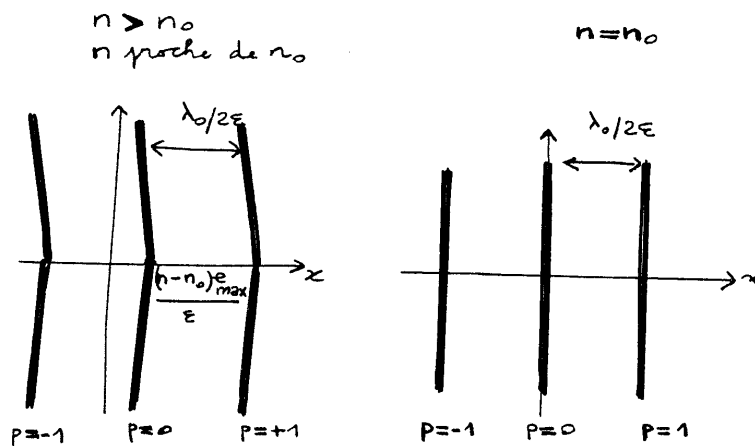
$$\frac{|z|}{L} = \left(p \frac{\lambda_0}{2(n - n_0) e_{\max}} + 1 \right) - \frac{\epsilon}{(n - n_0) e_{\max}} x$$



on verra donc (cf L "grand")



Finalement :



Il y a donc un décalage de $\frac{(n-n_0)e_{\max}}{\epsilon}$ sur l'axe x

1a) on peut détecter 0,1 mm. Dans la mesure où le grandissement $|g|=1$, on résout :

$$\frac{\Delta n}{\epsilon} e_{\max} > 0,1 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta n > \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-3}}$$

$\Delta n > 10^{-5}$
