

## Autour d'exo-planètes

Depuis la découverte en 1995 par M. MAYOR et D. QUELOZ de la première exo-planète ou planète extra-solaire, le nombre de celles-ci n'a cessé d'augmenter pour dépasser actuellement la centaine.

Au delà du rêve qu'apporterait la découverte d'une autre « terre », la recherche d'exo-planète nécessite la mise à contribution de différentes avancées scientifiques et technologiques. Elle permettra certainement une évolution des idées actuelles sur la structure de l'Univers.

Ce problème aborde quelques aspects relatifs aux propriétés orbitales d'un système composé d'une étoile et d'une planète, puis les conditions de visibilité d'une exo-planète. Il passe aussi en revue les méthodes indirectes de leur détection avant d'aborder les techniques qui pourraient servir pour leur observation directe et qui sont encore à l'étude.

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

### Données utiles et notations

- constante de PLANCK :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  ;
- constante de BOLTZMAN :  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  ;
- célérité de la lumière dans le vide :  $c_0 = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  ;
- constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1}.\text{m}^3.\text{s}^{-2}$  ;
- unité astronomique :  $1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$  ;
- année lumière :  $1 \text{ AL} = 9,5 \times 10^{15} \text{ m}$  ;
- température de surface du Soleil :  $T_\odot = 6 \times 10^3 \text{ K}$  ;
- rayon du Soleil :  $R_\odot = 7,0 \times 10^8 \text{ m}$  ;
- rayon de la Terre :  $R_T = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$  ;
- distance Terre – Soleil :  $TS = 1 \text{ UA}$  ;
- rayon de Jupiter :  $R_J = 7,1 \times 10^7 \text{ m}$  ;
- la fonction sinus cardinal, sinc, est définie par  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$  ;
- valeurs approchées  $M_i$  des premiers maxima de  $f(x) = \text{sinc}^2(\pi x)$  ainsi que leurs abscisses  $x_i$  :

$x_i$	0	1,43	2,46	3,47	4,48	...
$M_i$	1	$4,7 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$8,3 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	...

- valeurs approchées  $M'_i$  des premiers maxima de  $g(x) = \frac{\text{sinc}^2(\pi x)}{(1-x^2)^2}$  ainsi que leurs abscisses  $x'_i$  :

$x'_i$	0	2,36	3,41	4,43	5,44	...
$M'_i$	1	$7,1 \times 10^{-4}$	$7,1 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-5}$	$4,0 \times 10^{-6}$	...

- $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ .

## 1<sup>ère</sup> partie

### Quelques caractéristiques orbitales

La détection d'une exo-planète P en orbite autour d'une étoile E passe souvent par la mise en évidence de la perturbation du mouvement de l'étoile due à la présence de la planète P.

Pour simplifier, on considère que le système {E,P} constitué de l'étoile E, de masse  $m_E$ , et de la planète P, de masse  $m_P$ , est isolé. Le problème est ainsi ramené à l'étude classique d'un problème à deux corps.

On définit alors un mobile fictif F par  $\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EP}$ , G étant le centre d'inertie du système {E,P}, et on lui affecte la masse réduite  $\mu$  de {E,P} donnée par  $\mu = \frac{m_E m_P}{m_E + m_P}$ .

On rappelle que, dans ce cas, les grandeurs cinétiques (énergie cinétique et moment cinétique) du système {E,P} se confondent avec celles du mobile fictif F. D'autre part, tout se passe comme si le mobile fictif F était soumis dans le référentiel barycentrique  $^*\mathcal{R}$  de {E,P} à une force égale à celle exercée sur la planète P de la part de l'étoile E.

1.1. Quel est le nombre de planètes composant le système solaire ? Citer les noms de trois d'entre elles.

1.2. En appliquant un théorème adéquat de la mécanique, montrer que le mouvement de F est plan.

1.3. On suppose que, dans  $^*\mathcal{R}$  la trajectoire du mobile fictif F est circulaire de rayon  $R$ .

1.3.1. Montrer que l'étoile E et la planète P ont elles aussi des trajectoires circulaires.

1.3.2. En appliquant le théorème de la résultante cinétique, exprimer le rayon  $R$  de la trajectoire de F en fonction de  $G$ ,  $m_E$ ,  $m_P$  et de la période  $T$  du mouvement circulaire.

1.3.3. En déduire les expressions des rayons  $GE$  et  $GP$  des trajectoires respectives de E et P.

1.4. On considère toujours le cas des trajectoires circulaires.

1.4.1. Établir la relation entre le module  $v_E$  de la vitesse de l'étoile et le module  $v_P$  de la vitesse de la planète par rapport au référentiel  $^*\mathcal{R}$ .

1.4.2. Exprimer ces deux vitesses en fonction de  $G$ ,  $m_E$ ,  $m_P$  ainsi que la période  $T$  du mouvement. Que deviennent ces expressions lorsque l'on tient compte du fait que  $m_P \ll m_E$  ?

1.4.3. **Application numérique** : l'étoile HD19994 possède une planète P beaucoup moins massive en orbite circulaire de rayon  $EP = 1,3$  UA qu'elle parcourt en 454,2 jours. Quelle est la masse de l'étoile HD19994 ?

1.5. En réalité les mesures ne sont sensibles qu'à la composante  $V_{//}(t)$  de la la vitesse de l'étoile E parallèlement à l'axe de visée. Soit  $\theta$  l'angle entre la normale au plan de la trajectoire de E et l'axe de visée (figure 1).

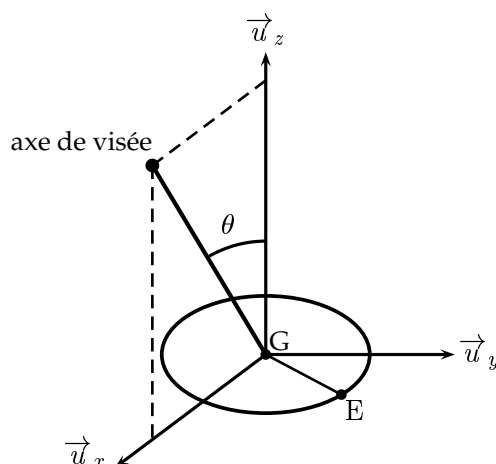


Figure 1: Axe de visée.

1.5.1. Exprimer la vitesse  $\vec{v}_E(t)$  de l'étoile E sur sa trajectoire circulaire à l'instant  $t$  en fonction de  $v_E$ ,  $t$  et  $T$  et en déduire  $V_{//}(t)$ ; l'origine des temps sera choisie à un moment où  $\vec{v}_E$  est colinéaire et de même sens que  $\vec{u}_x$ .

1.5.2. Exprimer la masse  $m_P$  de la planète en fonction de la valeur maximale  $V_{//\max}$  de  $V_{//}(t)$ , de la période  $T$ , de  $\theta$ ,  $G$  et  $m_E$ .

1.5.3. Commenter cette expression en discutant notamment des meilleures conditions de visée pour pouvoir détecter des planètes de masse relativement faible.

## 2<sup>ème</sup> partie

### Visibilité de la planète

L'un des problèmes majeurs rencontrés lors de la détection des exo-planètes est lié à leur visibilité. En effet, l'exo-planète est toujours très peu lumineuse devant son étoile. On se propose dans cette partie d'aborder ce problème dans le but de déterminer le domaine spectral adéquat pour une meilleure détection. Les températures  $T_E$  de l'étoile et  $T_P$  de la planète seront supposées uniformes. On considère que l'étoile E se comporte comme un corps noir de température  $T_E$ . On se limitera aussi à des mouvements circulaires. Les rayonnements seront en plus supposés isotropes.

#### 2.1. Caractéristiques générales

Considérons un corps noir en équilibre thermodynamique à la température  $T$ . La puissance rayonnée par unité de surface et par unité de longueur d'onde, ou flux hémisphérique spectral, est donnée par la loi de PLANCK :

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{2\pi h c_0^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp \frac{h c_0}{k_B T \lambda} - 1} \quad (1)$$

2.1.1. Représenter graphiquement l'allure de  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  en fonction de  $\lambda$  pour une température  $T$  fixée.

**2.1.2.** Montrer que la longueur d'onde  $\lambda_m$  correspondant au maximum du flux est donnée par la loi de déplacement de WIEN :

$$\lambda_m T = \gamma \frac{h c_0}{k_B} = k_W \quad (2)$$

où  $\gamma$  est la solution numérique d'une équation que l'on précisera. Par la suite on prendra  $k_W = 3 \times 10^3 \mu\text{m.K}$ .

**2.1.3.** Calculer numériquement la longueur d'onde  $\lambda_\odot$  correspondant au maximum du spectre solaire. À quelle radiation correspond-elle ? Ceci est-il en accord avec l'observation quotidienne ?

**2.1.4.** Exprimer le flux hémisphérique surfacique total émis par le corps noir et montrer qu'il obéit à la loi de STEFAN. Donner l'expression de la constante  $\sigma$  de STEFAN. On donne :

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

## 2.2. Température d'équilibre de la planète

L'exo-planète P de rayon  $R_P$  est supposée en orbite circulaire de rayon  $EP$  autour de l'étoile E de rayon  $R_E$ . On suppose que la température  $T_P$  de la planète est uniforme en tout point de sa surface.

**2.2.1.** Exprimer le flux de rayonnement  $\Phi_P$  reçu par la planète en fonction du flux radiatif  $\Phi_E$  émis par l'étoile ainsi que de  $R_P$  et  $EP$ .

**2.2.2.** Exprimer de même les flux réfléchi  $\Phi_r$  et absorbé  $\Phi_a$  par la planète en fonction du flux  $\Phi_E$  émis par l'étoile ainsi que l'albédo  $A$  de la planète défini comme étant la fraction réfléchie du rayonnement stellaire reçu  $\Phi_P$ .

**2.2.3.** Exprimer le flux  $\Phi_e$  émis par la planète supposée à l'équilibre thermodynamique en fonction de sa température  $T_P$  et de son rayon  $R_P$ . On supposera pour cela que la planète se comporte comme un corps noir de température  $T_P$ .

**2.2.4.** Quelle relation simple existe-t-il entre  $\Phi_a$  et  $\Phi_e$  à l'équilibre ? En déduire que la température  $T_P$  de la planète est reliée à température  $T_E$  de l'étoile par la relation :

$$T_P = T_E (1 - A)^{1/4} \left( \frac{R_E}{2 EP} \right)^{1/2} \quad (3)$$

### 2.2.5. Application numérique

**2.2.5.1.** Déterminer la température moyenne de la Terre prévue par ce modèle et commenter la valeur ainsi obtenue. La valeur communément admise pour l'albédo terrestre est  $A = 0,34$ .

**2.2.5.2.** Déterminer la température de la planète HD19994b qui orbite autour de l'étoile HD19994 sachant que  $EP = 1,3$  UA et que cette étoile a des caractéristiques proches de celles du Soleil. On prendra pour valeur de l'albédo  $A = 0,5$ . Commenter.

**2.2.5.3.** Calculer numériquement la longueur d'onde  $\lambda_P$  correspondant au maximum du spectre de la planète HD19994b. Commenter.

## 2.3. Condition photométrique d'observation

Un observateur terrestre pointe un télescope en direction du couple  $\{E, P\}$ . On se propose à présent de déterminer le domaine spectral qui favorise l'observation de l'exo-planète.

2.3.1. Exprimer le rapport  $\varrho$  des puissances émises par la planète et par l'étoile en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ , des longueurs d'onde  $\lambda_E$  et  $\lambda_P$  correspondant respectivement au maximum de l'émission de E et de P ainsi que du rapport des rayons de P et E.

2.3.2. Représenter graphiquement  $\varrho(\lambda)$  et déterminer la limite  $\varrho_l$  de  $\varrho(\lambda)$  pour les grandes longueurs d'onde en fonction de  $R_E$ ,  $R_P$ ,  $T_E$  et  $T_P$ . Calculer numériquement  $\varrho_l$  pour un couple du type {Soleil, Terre} et commenter.

2.3.3. Quel est, du point de vue photométrique, le domaine favorable à l'observation de la planète P ?

### 3<sup>ème</sup> partie

#### Détection par la méthode indirecte des transits

La recherche d'exo-planètes autour d'étoiles autres que le Soleil peut se faire grâce à des mesures photométriques précises. Le principe repose sur la possibilité de mettre en évidence l'affaiblissement de luminosité observée lors du passage de la planète à détecter entre l'étoile et l'observateur. Pour cela, il faut pouvoir réaliser des mesures de haute précision du flux lumineux comme ce sera le cas sur le satellite COROT dont le lancement est prévu pour 2005 – 2006.

3.1. La figure 2 représente la variation relative  $\frac{d\Phi}{\Phi_E}$  du flux total détecté au cours du temps lors du passage d'une planète devant son étoile parente. Commenter cette figure en indiquant les positions de la planète correspondant aux différents domaines du graphique. On représentera ces différentes positions relatives du couple {étoile, planète} dans le plan de la trajectoire.

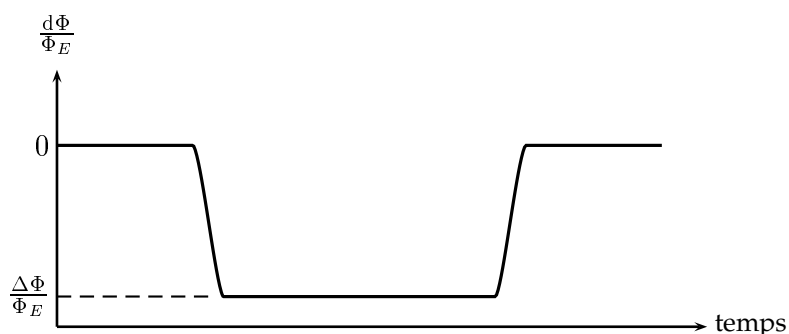


Figure 2: Effet de l'occultation de l'étoile par le passage d'une planète.

3.2. On note  $\Phi_E$  le flux hémisphérique total émis par l'étoile de rayon  $R_E$  et  $\Phi_P$  celui émis par la planète de rayon  $R_P$ .

3.2.1. Exprimer la variation de flux  $\frac{\Delta\Phi}{\Phi_E}$  (figure 2) en fonction de  $R_E$  et  $R_P$ . On supposera pour simplifier que l'axe de visée est perpendiculaire à la normale au plan de la trajectoire de la planète.

3.2.2. Calculer  $\frac{\Delta\Phi}{\Phi_E}$  pour une planète du type jovienne<sup>1</sup> ainsi que pour une planète du type tellurique<sup>2</sup> en orbite autour d'une étoile du même type que le Soleil. Commenter.

<sup>1</sup>une planète est dite jovienne si elle est comparable à la planète Jupiter.

<sup>2</sup>une planète est dite tellurique si elle est comparable à la Terre.

**3.2.3.** L'exo-planète OGLE-TR-56b annoncée le 30 janvier 2003 a été détectée par la méthode des transits. La variation relative de flux enregistrée est de  $1/1000^e$ . En déduire le rapport des rayons de la planète et de son étoile parente.

#### 4<sup>ème</sup> partie

##### Observation directe

Dans cette partie du problème, on s'intéresse à l'observation d'un système  $\{E,P\}$  à l'aide d'un télescope au sol ou dans l'espace.

Le télescope en question est un télescope du type CASSEGRAIN constitué d'un miroir primaire parabolique de diamètre  $D$  et d'un miroir secondaire hyperbolique. Nous admettrons dans toute la suite qu'un tel système de miroirs est *formellement* équivalent à une seule lentille mince convergente  $L_1$  de grande dimension munie d'un diaphragme circulaire  $\mathcal{D}$  de même diamètre  $D$  que le miroir primaire et de distance focale image  $f_{i_1}$ . La figure 3 montre la lentille  $L_1$  ainsi que la lentille  $L_2$  qui schématise l'oculaire. Ces lentilles sont disposées de sorte que le système  $\{L_1, L_2\}$  soit afocal. Le foyer image  $F_1$  de  $L_1$  sera appelé *foyer du télescope* et le plan de front passant par  $F_1$  est le plan focal du télescope. Pour les applications numériques, on prendra  $D = 15$  m.

Pour simplifier les calculs, on considère un modèle unidimensionnel de la pupille d'entrée du télescope. Dans le cadre de ce modèle, le diaphragme circulaire  $\mathcal{D}$  de diamètre  $D$  est remplacé par une fente  $\mathcal{F}$  de largeur  $D$  selon l'axe  $Ox$  et allongée selon  $Oy$  (figure 3).

Ce modèle, malgré sa simplicité, permettra de rendre compte des propriétés fondamentales du système.

On s'intéresse plus particulièrement au couple composé de l'étoile HD19994 et de sa planète HD19994b. Pour ce couple, la distance entre l'étoile E et la planète P est  $EP = 1,3$  UA ; il se trouve à une distance de la Terre  $TE = 72$  AL. On supposera que le plan de la trajectoire est perpendiculaire à l'axe de visée.

Un filtre très sélectif permet de sélectionner une longueur d'onde de travail  $\lambda$  dans le domaine de l'infrarouge pour laquelle le rapport des intensités  $I_0^P$  de la planète et  $I_0^E$  de l'étoile vaut  $5 \times 10^{-6}$ . On prendra pour les applications numériques  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ .

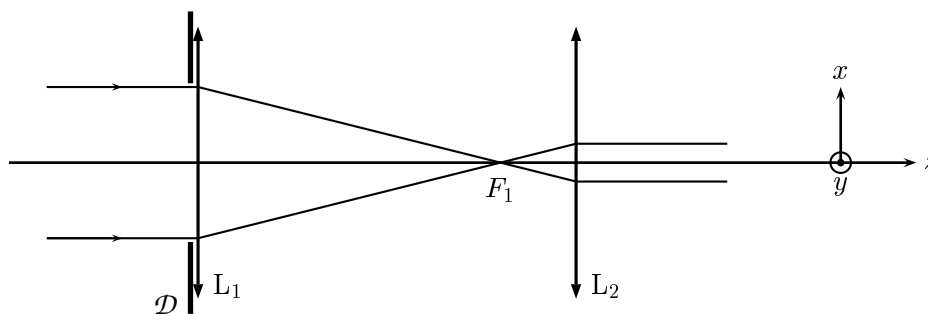


Figure 3: Système de lentilles minces convergentes équivalent au télescope muni de son oculaire.

#### 4.1. Coronographe de Lyot

**4.1.1.** Citer le nom d'un télescope installé dans l'espace.

**4.1.2.** Dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique, représenter l'image du système  $\{E,P\}$  dans le plan focal du télescope lorsque l'axe du télescope est dirigé vers l'étoile E.

**4.1.3.** Énoncer clairement le principe de HUYGHENS-FRESNEL.

4.1.4. Le télescope est tout d'abord éclairé par une onde plane monochromatique provenant d'une source unique éloignée située dans la direction faisant un angle  $\alpha_0$  avec l'axe principal du télescope dans le plan  $y = 0$ .

4.1.4.1. Calculer la répartition de l'intensité lumineuse  $I(x)$  dans le plan focal du télescope.

4.1.4.2. Représenter graphiquement l'allure de  $I(x)$  en précisant les abscisses des points où l'intensité est nulle ainsi que la largeur de la tache centrale de diffraction.

4.1.5. L'axe principal du télescope est maintenant dirigé dans la direction de l'étoile HD19994 autour de laquelle orbite la planète HD19994b. Le problème central de l'observation directe est d'atténuer considérablement la tache centrale de diffraction de l'étoile pour ne pas éblouir l'image géométrique de la planète et permettre ainsi son observation.

4.1.5.1. Exprimer l'intensité résultante dans le plan focal du télescope.

4.1.5.2. Montrer que l'on peut disposer un cache opaque de largeur adéquate  $\ell_0$  dans le plan focal du télescope pour arrêter la lumière du lobe central ainsi que celle des deux lobes latéraux (un de chaque côté) de l'étoile sans affecter la tache centrale de diffraction de la planète. Exprimer  $\ell_0$  en fonction de  $\lambda$ ,  $D$  et  $f_{i1}$ .

4.1.5.3. Montrer que le pic central de la figure de diffraction de la planète reste noyé dans la lumière provenant de l'étoile. On pourra s'aider des données numériques du début de l'énoncé.

## 4.2. Étude d'une pupille apodisée

L'étude précédente montre que même si on occulte la tache centrale de diffraction de l'étoile, la lumière en provenance de la planète reste noyée dans celles des maxima secondaires. Pour tenter de résoudre cette difficulté, certains chercheurs proposent de faire appel à la technique d'apodisation<sup>1</sup>. Cette technique consiste à utiliser une pupille diffractante dont la transmittance pupillaire  $\underline{t}$ , ou coefficient complexe de transmission en amplitude, n'est pas uniforme. On s'intéresse par la suite à une transmittance en  $\cos^2$  telle que, dans le plan de la fente  $\mathcal{F}$  on a :

$$\underline{t}(x) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi x}{D}\right) & \text{pour } |x| \leq \frac{D}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4)$$

4.2.1. Calculer la répartition d'intensité  $I(x)$  dans le plan focal du télescope lorsque celui-ci est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  provenant d'une source lointaine dans la direction faisant un angle  $\alpha_0$  avec l'axe principal du télescope dans le plan  $zOx$ .

4.2.2. Représenter graphiquement l'allure de  $I(x)$  et déterminer les abscisses des points où l'intensité est nulle.

4.2.3. Quelle est la largeur de la tache centrale de diffraction. Commenter en dégagant les effets du masque (4) sur la figure de diffraction.

4.2.4. On s'intéresse au couple constitué de l'étoile HD19994 et de sa planète HD19994b. Le télescope est ainsi orienté dans la direction de HD19994. On suppose dans cette question qu'un cache opaque de largeur  $\ell_0$  calculée à la question 4.1.5.2. est interposé dans le plan focal du télescope.

4.2.4.1. Montrer que le cache opaque permet cette fois d'arrêter la lumière de la tache centrale de diffraction de l'étoile.

<sup>1</sup>apode du grec *pous, podos, pied* ; qui n'a pas de pieds, de pattes, de nageoires.

4.2.4.2. Calculer le rapport de l'intensité du maximum central provenant de la planète à celle du premier maximum non caché provenant de l'étoile. Comparer au cas sans apodisation.

4.2.4.3. L'utilisation du cache opaque et du masque d'apodisation (4) permet-elle d'isoler la lumière provenant de la planète ?

4.2.4.4. Comment peut-on accentuer l'effet de l'apodisation ?

### 4.3. Apodisation à l'aide de l'interféromètre de Michelson

Dans l'impossibilité de pouvoir disposer de masque d'apodisation d'aussi grande dimension que les pupilles d'entrée des grands télescopes, certains chercheurs ont proposé un montage interférométrique pour réaliser l'apodisation. Le montage que l'on se propose d'étudier est construit autour d'un interféromètre de MICHELSON. La figure 4 représente le banc d'essai en laboratoire d'un tel montage.

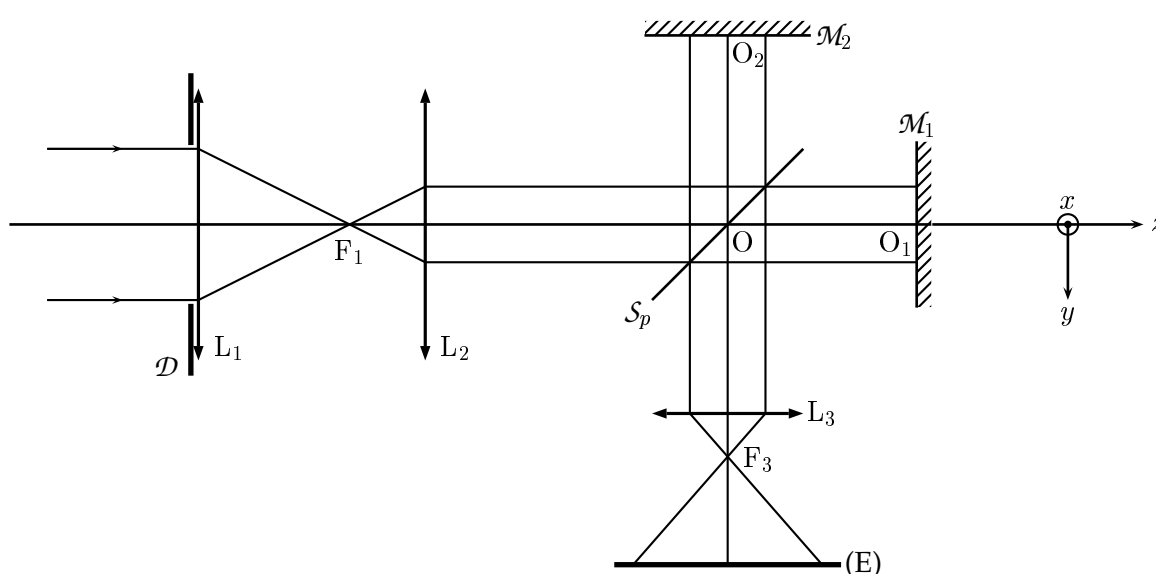


Figure 4: Banc d'essai d'un montage interférométrique d'apodisation.

Le fente  $\mathcal{F}$  schématise la pupille d'entrée du télescope et la lentille convergente  $L_1$  représente la lentille équivalente aux miroirs du télescope. La lentille convergente  $L_2$  permet d'éclairer l'interféromètre en lumière parallèle et forme l'image de la pupille d'entrée du télescope sur le miroir  $\mathcal{M}_1$  de l'interféromètre. La lentille  $L_3$  permet de conjuguer le miroir  $\mathcal{M}_2$  et l'écran d'observation  $\mathcal{E}$ .

4.3.1. L'interféromètre de MICHELSON est constitué de :

- un miroir plan  $\mathcal{M}_1$  mobile en translation le long de l'axe  $Oz$  et en rotation autour des axes  $O_1x$  et  $O_1y$  ;
- un miroir plan  $\mathcal{M}_2$  mobile en rotation autour des axes  $O_2x$  et  $O_2z$  ;
- une lame séparatrice  $\mathcal{S}$  en verre d'épaisseur uniforme rendue semi-réfléchissante ; elle transmet 50% du flux incident et en réfléchit 50% ;
- une lame compensatrice  $\mathcal{C}$  en verre de même épaisseur que la lame séparatrice.

Un réglage préliminaire permet de rendre la lame compensatrice  $\mathcal{C}$  parallèle à la lame séparatrice  $\mathcal{S}$ . Dès lors on peut considérer un modèle idéal d'interféromètre de MICHELSON dans lequel la lame



séparatrice est remplacée par une séparatrice  $S_p$  d'épaisseur nulle (figure 4), fournissant deux ondes de même intensité et n'introduisant pas de déphasage supplémentaire entre les deux ondes qui interfèrent.

4.3.1.1. Par quel procédé technologique, parvient-on augmenter le pouvoir de réflexion d'une lame de verre pour la rendre semi-réfléchissante ?

4.3.1.2. Quel est le rôle de la lame compensatrice  $C$  ?

4.3.1.3. Comment parvient-on dans la pratique à disposer la lame compensatrice  $C$  parallèlement à la lame séparatrice  $S$  ?

4.3.1.4. Décrire un protocole expérimental permettant d'approcher au mieux « le contact optique » :  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  perpendiculaires entre eux et à égale distance de la séparatrice  $S_p$ .

4.3.2. À partir du réglage précédent (contact optique), on fait tourner le miroir  $\mathcal{M}_1$  d'un angle  $+\frac{\alpha}{2}$  positif autour de l'axe  $O_1x$  et le miroir  $\mathcal{M}_2$  du même angle  $+\frac{\alpha}{2}$  positif autour de l'axe  $O_2x$ . Dans la pratique  $\alpha$  est très petit ( $\alpha \ll 1$ ).

4.3.2.1. Montrer à l'aide d'un schéma, que le dispositif interférentiel ainsi obtenu est équivalent à un coin d'air symétrique dont on déterminera l'angle. Par la suite on s'intéressera aux interférences localisées au voisinage du coin d'air.

4.3.2.2. Montrer que l'éclairement résultant peut se mettre sous la forme :

$$I = I_0 \cos^2 \beta z \quad (5)$$

et donner l'expression de  $\beta$  en fonction de  $\alpha$  et  $\lambda$ .

4.3.2.3. En déduire une expression possible de l'amplitude réelle de l'onde lumineuse correspondante.

4.3.2.4. En déduire que tout se passe *comme si* l'image de la fente  $\mathcal{F}$  donnée par  $L_2$  et  $S_p$  sur  $\mathcal{M}_2$  avait une transmission non uniforme décrite par le coefficient de transmission en amplitude  $t$  donné par

$$t(z) = \cos \beta z \quad (6)$$

4.3.2.5. Quelle valeur particulière  $\alpha_0$  faut-il donner à l'angle  $\alpha$  pour que  $t(z)$  s'annule pour la première fois aux bords du faisceau de largeur  $D'$  éclairant le miroir  $\mathcal{M}_2$  ? On exprimera  $\alpha_0$  en fonction de  $\lambda$ ,  $D$  et des distances focales images  $f_{i1}$  de  $L_1$  et  $f_{i2}$  de  $L_2$ .

4.3.2.6. Où se trouve l'image géométrique du foyer du télescope donnée par le système composé la lentille  $L_2$ , de l'interféromètre de MICHELSON et de la lentille  $L_3$  ?

4.3.3. Les questions suivantes demandent des réponses qualitatives sans aucun calcul.

4.3.3.1. Dans la réalité, la pupille d'entrée du télescope est circulaire. Il est donc nécessaire de procéder à une apodisation à deux dimensions. Comment doit-on modifier le montage interférométrique précédent pour pouvoir réaliser une telle apodisation.

4.3.3.2. Comment faut-il procéder pour réaliser une apodisation à l'aide d'une transmittance en  $\cos^2$ , en  $\cos^N$  ?

FIN DE L'ÉPREUVE