

DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

durée: 4 heures

Sujet

Modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène et effet Zeeman.....	2
I. Le modèle atomique de Thomson.....	2
II. Mouvement de l'électron dans l'atome de Thomson.....	3
A. Champ subi par l'électron.....	3
B. Trajectoire de l'électron.....	3
C. Moment dipolaire.....	4
III. Champ électromagnétique dans le vide.....	4
IV. Champ électromagnétique rayonné par un dipôle.....	4
V. Rayonnement de l'électron dans le modèle de Thomson.....	5
A. Polarisation de l'onde.....	5
B. Énergie rayonnée.....	6
VI. Diffusion Rayleigh.....	6
VII. Effet Zeeman.....	7
VIII. Observation des raies Zeeman.....	8
A. Interféromètre de Michelson.....	9
B. Raie quasi-monochromatique.....	9
C. Éclairement en présence de l'effet Zeeman.....	9
IX. Détection et traitement du signal.....	10
A. Étude du photomultiplicateur.....	10
B. Circuit de conditionnement.....	10
C. Circuit de comptage.....	11
Exercices de chimie.....	13
I. Diagramme d'Ellingham du chrome et de l'aluminium.....	13
A. Le trioxyde de chrome(VI).....	13
B. Étude de la réduction de l'oxyde de chrome(III) par l'aluminium métal.....	13
II. Binaire eau-fluorure d'hydrogène.....	14

Modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène et effet Zeeman

Le problème illustre les possibilités d'un modèle historique de l'atome d'hydrogène, le modèle de Thomson. Chacune de ses parties peut être traitée indépendamment des autres. On utilisera les données suivantes dans les applications numériques demandées :

masse de l'électron: $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

masse d'une « particule » α : $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

vitesse de la lumière dans le vide: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

charge élémentaire: $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

perméabilité du vide: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

la permittivité du vide ϵ_0 est donnée par la relation: $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

électron-volt: $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

I. Le modèle atomique de Thomson

À la suite de ses travaux sur les rayons cathodiques et sa découverte de l'électron, Joseph John Thomson, physicien anglais, émit l'hypothèse que les électrons étaient contenus dans les atomes. Il proposa un modèle de l'atome qu'il surnomma lui-même "plum pudding model". Les atomes de Thomson sont constitués :

- d'une sphère pleine positive et uniformément chargée dont le rayon est de l'ordre du nanomètre ;
- d'électrons ponctuels qui peuvent vibrer librement à l'intérieur de la sphère. L'atome reste électriquement neutre.

Ainsi l'atome d'hydrogène est représenté par une sphère de rayon R uniformément chargée en volume (charge $+e$), de centre O et un électron ponctuel (charge $-e$, masse m) qui se déplace librement à l'intérieur de cette sphère.

1. À quelle époque J.J. Thomson publia-t-il ses principaux travaux : 1800 ; 1900 ; 1930 ? D'autres scientifiques firent évoluer le modèle de l'atome. Pouvez vous en citer au moins deux ?

L'expérience de Rutherford conduisit à réviser en profondeur le modèle atomique. L'expérience consiste à bombarder une mince feuille d'or avec les particules α émises par un corps radioactif. On constate que ces particules α ressortent de la feuille métallique, certaines étant déviées: on dit qu'elles sont diffusées. Quelques rares particules sont même rétrodiffusées, c'est-à-dire qu'elles sont déviées d'un angle supérieur à 90 degrés.

Une particule α est un atome d'hélium ionisé, portant deux charges élémentaires positives. Les particules cibles (atomes d'or de nombre de numéro atomique $Z=79$) seront considérées comme immobiles et les électrons n'interviennent pas pour expliquer la déviation des particules α due uniquement à la répulsion par les charges positives.

On se place dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, où la feuille est fixe.

2. En quoi l'expérience de Rutherford a-t-elle entraîné une révision du modèle atomique?
3. La particule α arrive de l'infini avec une vitesse v_0 et un paramètre d'impact b (distance minimale à laquelle elle passerait à côté du noyau en l'absence de toute interaction). On néglige toute interaction gravitationnelle (comme dans la suite du problème).
- Quelle est la nature de la trajectoire
 - Représenter qualitativement sur un schéma la trajectoire d'une particule α diffusée par un noyau d'or au cours de cette expérience. Indiquer sur la figure le paramètre d'impact, les asymptotes et les foyers. Préciser la place du noyau d'or.
4. La particule α arrive de l'infini avec une vitesse v_0 et un paramètre d'impact nul (voir figure). La particule s'approche du noyau et rebrousse chemin.



- L'énergie cinétique de la particule α vaut $E_c = 7,7 \text{ MeV}$. Calculer v_0 .
 - Quelle est l'expression de l'énergie potentielle d'interaction de la particule α avec le noyau d'or en fonction de Z, e, ϵ_0 et r distance entre les deux.
 - La distance minimale d'approche R_M des particules α fournit une limite supérieure à la valeur du rayon du noyau atomique. Exprimer puis calculer cette valeur.
5. On envisage ici le modèle de l'atome d'hydrogène de Rutherford dans le cas où l'électron décrit une trajectoire elliptique autour du noyau. Représenter qualitativement cette trajectoire, indiquer l'électron, le noyau, le centre de l'ellipse et les deux foyers.

II. Mouvement de l'électron dans l'atome de Thomson

On revient ici au modèle de Thomson pour l'atome d'hydrogène. L'atome d'hydrogène n'est soumis à aucune action extérieure. On s'intéresse au mouvement de l'électron à l'intérieur de la sphère de centre O , de rayon R , fixe dans le référentiel d'étude. On admet dans cette partie que l'électron ne perd pas d'énergie par rayonnement.

A. Champ subi par l'électron

À l'instant t , l'électron est en M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{u}_r$ ($r \leq R$).

6. Montrer que l'électron est soumis à un champ électrique \vec{E} créé par la charge $+e$ répartie uniformément dans la sphère de rayon R tel que $\vec{E} = K r \vec{u}_r$. Exprimer K en fonction de R, e et ϵ_0 .

B. Trajectoire de l'électron

L'électron est écarté de sa position d'équilibre par une perturbation quelconque. On suppose qu'à $t=0$, sa position est donnée par $\vec{r} = r_0 \vec{u}_x$ et sa vitesse par $\vec{v} = v_0 \vec{u}_y$.

7. Montrer que le mouvement de l'électron est plan. Dans quel plan le mouvement s'effectuera-t-il?
8. Appliquer le principe fondamental en projection sur $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et montrer que l'électron décrit une trajectoire elliptique. Donner l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron en introduisant une pulsation ω_0 dont on donnera l'expression en faisant intervenir K . Tracer l'allure de cette trajectoire, indiquer l'électron M , le centre O sur le schéma.
9. Calculer la valeur de R pour laquelle la pulsation ω_0 correspond à la fréquence ν_0 d'une des raies du spectre de Lyman de l'atome d'hydrogène ($\lambda_0 = 121,8 \text{ nm}$). Commenter.
10. Exprimer r_0 et ν_0 pour que la trajectoire soit circulaire de rayon a .

C. Moment dipolaire

On admet que l'électron décrit une trajectoire circulaire de rayon a dans un plan Oxy perpendiculaire à un axe Oz dans le sens direct.

11. Montrer que le moment dipolaire de l'atome est $\vec{p} = -e\vec{r}$.
12. Ce moment dipolaire est équivalent à deux dipôles élémentaires $p_x(t)$ et $p_y(t)$. Donner les expressions de ces deux dipôles. Quelle est la valeur p_0 de leur amplitude?
13. Retrouver l'énergie potentielle de l'électron à l'intérieur de la sphère en faisant intervenir la constante K définie ci-dessus. On choisira ici l'énergie potentielle nulle lorsque l'électron est au centre de la sphère. En déduire l'énergie mécanique E_M de l'oscillateur constitué par l'électron en fonction de p_0, ω_0, m, e .

III. Champ électromagnétique dans le vide

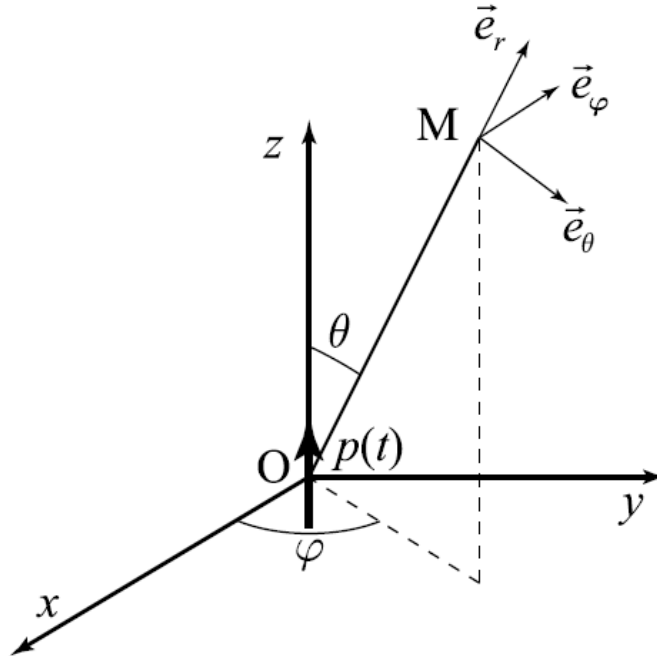
On repère tout point M de l'espace à l'aide d'un repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

14. On considère une onde plane électromagnétique polarisée rectilignement $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$ (E_0 est une amplitude constante);
 - Montrer qu'elle vérifie l'équation de propagation dans le vide et retrouver la valeur de la norme k du vecteur d'onde \vec{k} .
 - Retrouver l'expression du champ magnétique \vec{B} associé.
15. Donner l'expression générale et la signification physique du vecteur de Poynting \vec{R} ainsi que son unité de mesure. Calculer sa valeur moyenne $\langle \vec{R} \rangle$ sur une période pour l'onde étudiée en fonction de E_0, ϵ_0, c . Application numérique: un faisceau laser polarisé rectilignement est assimilable à une onde plane de section $S = 1 \text{ mm}^2$. Pour une puissance transportée $P_0 = 100 \text{ mW}$, calculer l'amplitude du champ électrique correspondant.
16. On définit une onde $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y + E_0 \sin(\omega t - kx) \vec{u}_z$.
 - Pourquoi cette onde est-elle appelée circulaire?
 - Déterminer le champ \vec{B} associé et le vecteur de Poynting \vec{R} . Conclure.

IV. Champ électromagnétique rayonné par un dipôle

On rappelle que le potentiel vecteur créé par un dipôle électrique oscillant placé en O de moment dipolaire \vec{p} dirigé suivant \vec{u}_z au temps t et à la distance r du dipôle est:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\dot{p}(t - \frac{r}{c})}{r} \vec{u}_z. \text{ On donne: } \vec{p}(t) = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z.$$



17. Rappeler les hypothèses permettant d'obtenir cette expression.
18. Définir la zone de rayonnement.
19. Justifier par des considérations de symétrie la direction des champs \vec{E} et \vec{B} dans la zone de rayonnement.
20. L'onde électromagnétique est-elle une onde plane? Une onde quasi-plane? Justifier et en déduire l'expression de B_ϕ puis de E_θ . On montrera que $E_\theta = \frac{-\omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r c^2} p_0 \cos[\omega(t - \frac{r}{c})]$.
21. Exprimer le vecteur de Poynting \vec{R} de cette onde et sa valeur moyenne $\langle \vec{R} \rangle$.
22. Montrer que l'énergie moyenne rayonnée par unité de temps, à travers la sphère de rayon r , est de la forme $P_R = C p_0^2 \omega^4$ où l'on exprimera la constante C en fonction de ϵ_0, c .

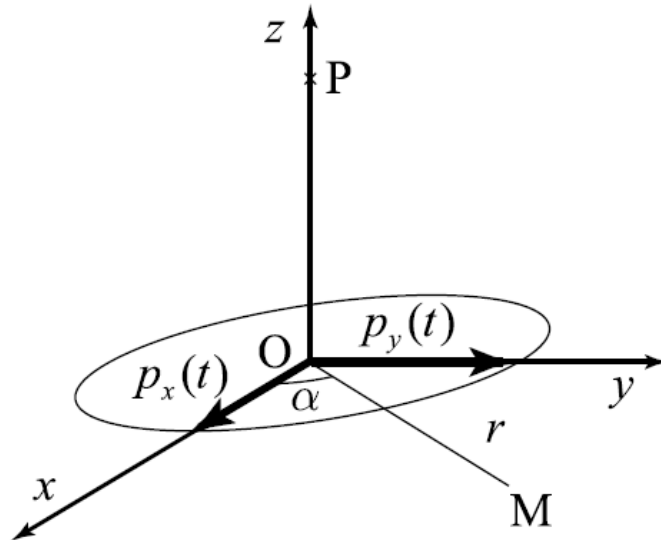
V. Rayonnement de l'électron dans le modèle de Thomson

L'atome d'hydrogène est modélisé comme un double dipôle oscillant appliqué en O : $p_x = p_0 \cos(\omega t)$; $p_y = p_0 \sin(\omega t)$. Il rayonne un champ électromagnétique.

A. Polarisation de l'onde

23. Faire un schéma et exprimer les composantes du champ \vec{E} associé aux deux dipôles en un

point M du plan de l'orbite (Oxy) de l'électron, M est repéré par les coordonnées polaires r et α . En déduire que l'onde en M est polarisée rectilignement. Simplifier l'expression du champ \vec{E} en M .



24. Faire un schéma et donner l'expression des composantes du champ \vec{E} en un point P ($OP=r$) de l'axe Oz de l'orbite. En déduire que l'onde en P est polarisée circulairement.

B. Énergie rayonnée

On admet que l'énergie moyenne rayonnée par unité de temps P_R est celle de deux dipôles d'amplitude p_0 , de pulsation ω . Cette énergie correspond à une diminution $P_R = -\frac{d\mathcal{E}_M}{dt}$ de l'énergie mécanique \mathcal{E}_M de l'oscillateur constitué par l'électron. Cette diminution est supposée suffisamment lente pour que le mouvement reste circulaire durant des intervalles de temps grands devant $T = \frac{2\pi}{\omega}$ correspondant à la période de la radiation considérée de l'hydrogène ($\lambda = 434,1 \text{ nm}$). On admet que la pulsation reste inchangée.

25. En déduire que $|p_0|$ et donc que le rayon a de l'orbite de l'électron doit décroître.

26. Donc p_0 décroît lentement dans le temps.

- Montrer que l'on peut écrire la relation suivante $\frac{d\mathcal{E}_M}{dt} = -\frac{\mathcal{E}_M}{\tau}$. Donner l'expression de la constante de temps τ .
- Donner l'expression de $\mathcal{E}_M(t)$.
- Application numérique. Calculer la constante de temps τ et la comparer à T . Conclure.

VI. Diffusion Rayleigh

Soit un milieu constitué d'atomes d'hydrogène. Le nombre d'atomes par unité de volume est N .

Une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement se propage dans la direction Ox . Le champ électrique est: $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$. L'électron d'un atome d'hydrogène oscille alors selon la direction \vec{u}_z .

27. Montrer que le déplacement z de l'électron appartenant à un atome situé dans le plan d'abscisse x est décrit par l'équation différentielle suivante: $\ddot{z} + \omega_0^2 z = (-e/m) E_0 \cos(\omega t - kx)$. Justifier l'approximation concernant la force négligée ici.

28. On néglige le régime transitoire. Donner l'expression $z(x, t)$ du régime forcé à la pulsation ω . Donner l'expression du dipôle induit $\vec{p}(t) = -e z \vec{e}_z$. On précisera son amplitude p_0 .

29. En se référant à la partie IV donner l'expression de l'énergie moyenne rayonnée P_R par unité de temps par le dipôle \vec{p} . La puissance moyenne de l'onde incidente traversant sous incidence normale une surface d'aire S est $P_i = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 S$. Exprimer P_R en fonction de P_i .

30. En fait la puissance rayonnée qui correspond à une diffusion provient de la diminution de P_i et donc de E_0 lorsque l'onde se propage dans le milieu. On peut admettre que P_i et donc E_0 dépend de x mais en variant lentement selon x .

- En réalisant un bilan énergétique dans un cylindre de section S entre x et $x+dx$, montrer que l'on peut écrire: $\frac{dP_i(x)}{dx} = -\frac{P_i(x)}{\ell}$. Exprimer ℓ en fonction de $N, \omega, \omega_0, m, c, e$. Préciser son unité.
- Que devient l'expression de ℓ pour $\omega \ll \omega_0$ (cas de la diffusion Rayleigh)? Calculer alors les valeurs de ℓ pour des ondes électromagnétiques correspondant aux radiations rouge (800 nm) et bleue (400 nm). On prendra ω_0 correspondant à $\lambda_0 = 121,8 \text{ nm}$ et $N = 10^{25} \text{ électrons par m}^3$.

31. A l'aide de ces résultats, interpréter le bleu du ciel et la couleur rouge du soleil au couchant.

VII. Effet Zeeman

Dans le modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène, le mouvement de l'électron en l'absence de champ extérieur est celui d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0 sous l'action de la force de rappel étudiée en II. On considère maintenant une situation où l'atome est placé dans un champ magnétique uniforme constant \vec{B}_0 à l'instant $t=0$, de sorte que l'électron subit en plus une force magnétique. On utilise un système de coordonnées ayant pour origine O le centre du noyau.

L'axe Oz est tel que $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$. L'électron est repéré par le vecteur $\vec{OM} = r \vec{u}_r$. On suppose qu'avant d'appliquer \vec{B}_0 , l'électron est sur une orbite circulaire de rayon a dont l'axe forme l'angle θ avec Oz . Pour simplifier, on supposera que la position initiale de l'électron à l'instant $t=0$ est $\vec{OM}_0 = a \sin \theta \vec{u}_z - a \cos \theta \vec{u}_y$ et sa vitesse initiale est $\vec{v}_0 = \omega_0 a \vec{u}_x$.

32. Projeter les équations du mouvement de l'électron sur les axes du trièdre $Oxyz$. Déterminer $z(t)$ pour $t > 0$.

33. On introduit le nombre complexe $Z = x + i y$ avec $i^2 = -1$.

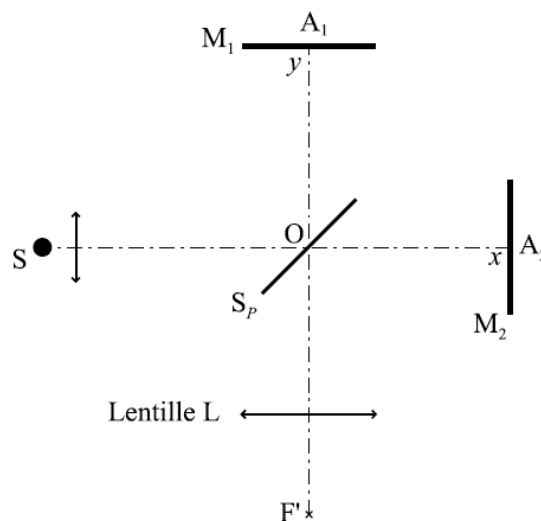
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $Z(t)$. On utilisera la pulsation $\Omega = \frac{e B_0}{2m}$.
- On considère dans toute la suite que $\Omega \ll \omega_0$; montrer que $Z(t) = (i a/2) e^{i\Omega t} [(1 - \cos\theta) e^{-i\omega_0 t} - (1 + \cos\theta) e^{i\omega_0 t}]$. En déduire les fonctions $x(t)$ et $y(t)$.
- Déduire de ces résultats que le mouvement de l'électron est la superposition d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω_0 suivant Oz et de deux mouvements circulaires directs dans le plan xOy de pulsations $\omega_1 = (\omega_0 + \Omega)$ et $\omega_2 = (\omega_0 - \Omega)$.
- On peut admettre que ce mouvement confère à l'atome un moment dipolaire $\vec{p} = -e\vec{r}$. Donner les composantes de ce dipôle suivant le trièdre $Oxyz$.

34. On observe le rayonnement de l'atome dans la direction du champ magnétique, en un point de l'axe Oz .

- Montrer que l'onde émise en présence de \vec{B}_0 est la superposition de deux ondes polarisées circulairement de fréquence $\nu_0 + \Delta\nu$ et $\nu_0 - \Delta\nu$ très voisines. C'est l'effet Zeeman longitudinal.
- Donner l'expression de $\Delta\nu$.
- Calculer $\Delta\nu$ et $\frac{\Delta\nu}{\nu_0}$ pour $B = 0,1 T$ et une fréquence ν_0 correspondant à la radiation à $434,1 nm$ de l'hydrogène.

35. On observe le mouvement dans une direction perpendiculaire au champ magnétique c'est à dire dans le plan xOy . Montrer que l'onde émise est la superposition de trois ondes polarisées rectilignement comportant trois fréquences très voisines. C'est l'effet Zeeman transversal.

VIII. Observation des raies Zeeman



On étudie expérimentalement l'effet Zeeman avec un interféromètre de Michelson.

A. Interféromètre de Michelson

L'interféromètre est constitué d'une lame semi réfléchissante séparatrice S_p et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre. La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . L'interféromètre est plongé dans l'air. On ne tiendra compte, ni des inconvénients liés à l'épaisseur non négligeable de la séparatrice (qui sont supposés parfaitement corrigés grâce à une lame compensatrice), ni d'éventuels changements de phase par réflexion. L'indice de l'air sera pris égal à 1,0000. On utilise comme source étendue une lampe spectrale de symétrie de révolution autour de l'axe SO parallèle à l'axe Ox . On observe en lumière monochromatique dans le plan focal d'une lentille mince convergente L d'axe optique Oy et de distance focale $f' = 1,0\text{ m}$.

36. Pourquoi est-il nécessaire de diaphragmer la lentille ou de limiter l'inclinaison des rayons incidents issus de la source primaire ?

37. On part de la situation où les deux bras sont égaux ($OA_1 = OA_2$). Qu'observe-t-on ?

38. On déplace M_2 normalement à son plan d'une distance $e = 1,050\text{ mm}$ dans la direction des x positifs.

- Montrer, à l'aide d'un schéma indiquant le trajet des deux rayons qui interfèrent en sortie, que le phénomène d'interférences observé est analogue à celui d'une lame d'air à faces parallèles.
- Déterminer le rayon du premier anneau brillant correspondant à une raie de longueur d'onde incidente $434,1\text{ nm}$.

B. Raie quasi-monochromatique

La source primaire est maintenant une lampe à hydrogène. À l'aide d'un filtre interférentiel on sélectionne la radiation de longueur d'onde λ_0 . Cette radiation n'est pas rigoureusement monochromatique, on admet que l'intensité lumineuse spectrale émise $I(\nu)$ est constante entre $\nu_0 - \Delta\nu/2$ et $\nu_0 + \Delta\nu/2$; ν_0 est la fréquence centrale de la raie.

39. Déterminer l'éclairement détecté (intensité) $E(e)$ au foyer F' de la lentille pour une distance $e = (OA_2 - OA_1)$. On notera E_{\max} l'éclairement pour $e = 0$.

40. On enregistre $E(e)$ en fonction du déplacement e à l'aide d'un photomultiplicateur. Déterminer le facteur de visibilité V des franges d'interférence en fonction de la distance e , de $\Delta\nu$ et de la vitesse de la lumière dans le vide c . On définit V par la relation

$$V = \frac{(E_2 - E_1)}{(E_2 + E_1)}, \quad E_2 \text{ étant l'éclairement maximal et } E_1 \text{ l'éclairement minimal.}$$

- Pour quelle valeur de e , le facteur V s'annule-t-il pour la première fois ?
- Donner l'allure de la courbe d'enregistrement obtenue.
- Montrer alors que l'on peut déterminer la longueur de cohérence $L_c = c/\Delta\nu$ de la radiation.

C. Éclairement en présence de l'effet Zeeman

On soumet maintenant la lampe à hydrogène à un champ magnétique intense et on sélectionne à l'aide d'un filtre interférentiel les radiations de fréquence $\nu_1 = \nu_0 + \Delta\nu$ et $\nu_2 = \nu_0 - \Delta\nu$ dues à l'effet Zeeman. Pour simplifier on admettra que les deux raies ont une intensité d'émission I_0 égale et qu'elles sont rigoureusement monochromatiques.

41. Déterminer l'éclairement $E(e)$ au foyer F' de la lentille en fonction du déplacement $e = OA_2 - OA_1$.

42. Tracer l'allure de la courbe $E(e)$. Montrer qu'on peut déduire la valeur $\Delta\nu$ d'un enregistrement de $E(e)$.

IX. Détection et traitement du signal

Le photomultiplicateur placé au foyer de la lentille dans le montage du Michelson transforme le flux lumineux qu'il reçoit en signal électrique. Cette partie propose un système de traitement du signal permettant la détermination des fréquences ν_0 et $\Delta\nu$.

A. Étude du photomultiplicateur

Du point de vue électrique, le photomultiplicateur (noté PM sur la Fig.) se comporte comme une source de courant $i(t)$ en parallèle avec un condensateur de capacité $C_0 = 15 \text{ pF}$. Afin de prélever une tension $u(t)$ proportionnelle à ce courant, on charge le photomultiplicateur par une résistance $r = 50 \Omega$.

43. On étudie la réponse de ce système à un échelon de courant: la source idéale de courant délivre une intensité I constante à partir de l'instant $t = 0$.

- Établir l'équation différentielle déterminant $u(t)$.
- Résoudre cette équation en considérant la condition initiale $u(0) = 0$ et évaluer t_R , le temps de réponse à 5 % du photomultiplicateur (temps que met le système pour atteindre le régime définitif à 5 % près).

44. Le chariot du Michelson se déplace à une vitesse constante v telle que $e(t) = vt$. La source de courant délivre un courant $i(t)$ proportionnel à l'éclairement $E(t)$ que le détecteur reçoit. Montrer que pour des temps d'évolution très supérieurs à t_R , la tension $u(t)$ reproduit fidèlement les variations de l'éclairement.

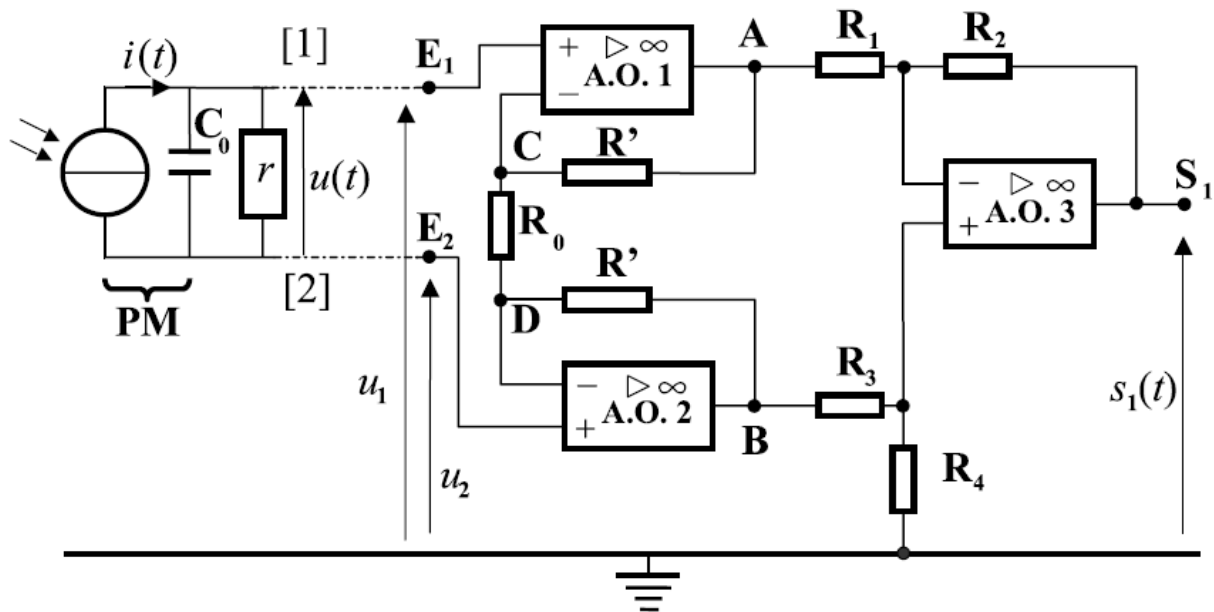
B. Circuit de conditionnement

Les signaux détectés par le photomultiplicateur sont faibles, noyés dans des bruits aussi bien continus qu'alternatifs. La transmission de l'information s'accompagne de parasites et nous considérerons qu'en pratique, un signal parasite existe identiquement sur les fils de liaison de résistance nulle notés [1] et [2]. Le signal du photomultiplicateur a besoin d'être conditionné.

Les amplificateurs opérationnels (notés A.O. sur les Fig.) utilisés sont supposés idéaux. Si un amplificateur fonctionne dans les conditions de saturation, on notera la tension de saturation V_{sat} et on prendra $V_{sat} = 15 \text{ V}$.

45. Exprimer la différence de potentiel entre les points A et B de la Fig., $v_A(t) - v_B(t)$, en fonction de la différence de potentiel entre les points [1] et [2], $u_1(t) - u_2(t) = u(t)$.

46. Quelles conditions doivent satisfaire les résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 pour que le signal $s_1(t)$ soit proportionnel à $u(t)$? Ces conditions seront respectées par la suite.

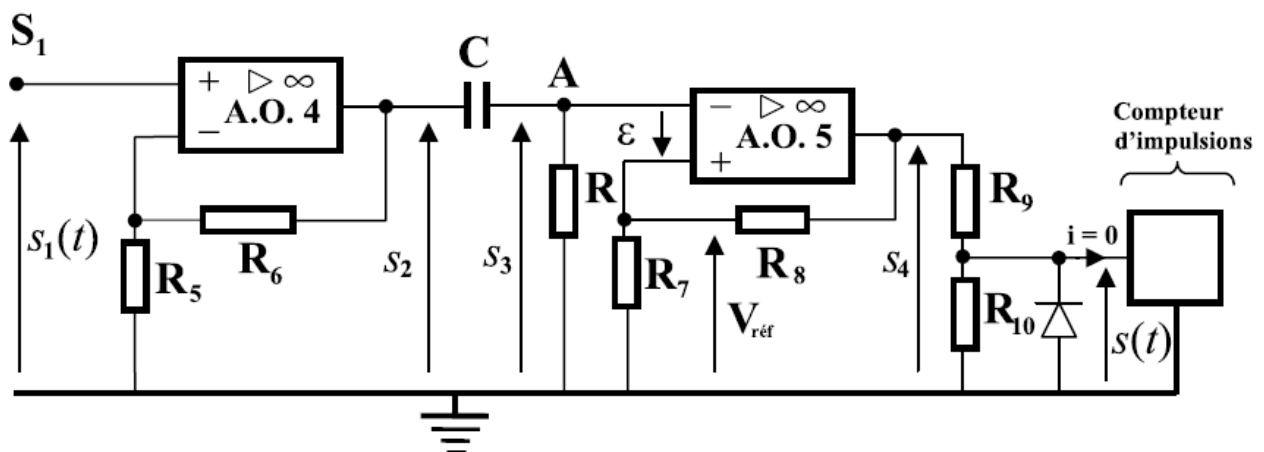


47. Quelles sont les fonctions de chacun des amplificateurs opérationnels de la Fig.? Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

C. Circuit de comptage

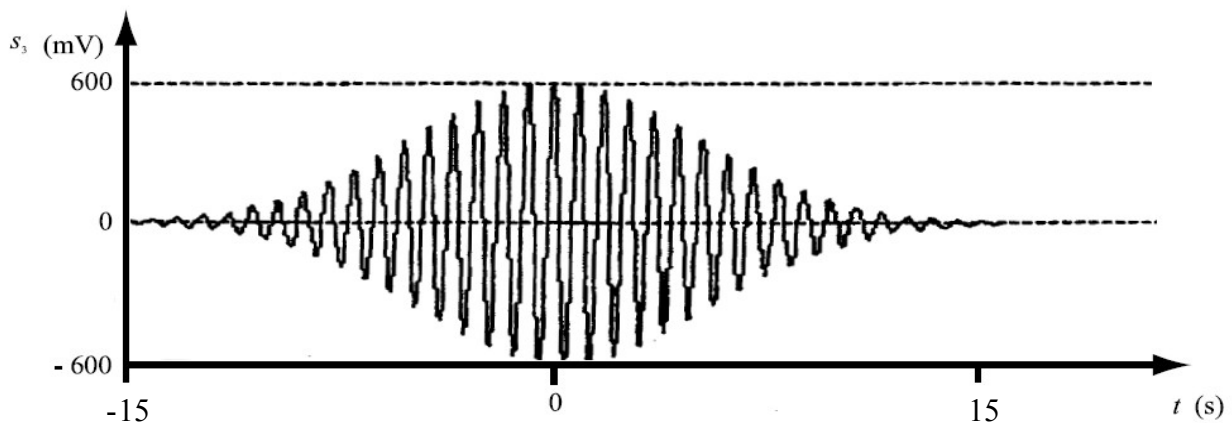
Après conditionnement, le signal est traité par le montage de la Fig. suivante.

48. Expliquer la fonction de l'A.O. 4 dans le montage.



Le signal $s_3(t)$ est observé à l'oscilloscope, on obtient le tracé suivant.

49. Quel est l'intérêt du dispositif permettant de passer du signal $s_2(t)$ au signal $s_3(t)$? Comment choisir le produit RC pour obtenir le meilleur résultat ?



50. Expliquer de manière détaillée le fonctionnement de l'A.O.5 qui fonctionne en saturation (la tension de sortie $s_4(t)$ vaut donc $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$). On prendra $R_8 = 100 R_7$.
51. Le compteur d'impulsions placé en fin de montage fonctionne avec une tension d'entrée voisine de $5V$ et l'intensité de son courant d'entrée est nulle. La diode est idéale, de tension de seuil nulle et de résistance nulle dans le sens passant. Elle se comporte donc comme un interrupteur idéal fermé dans le sens passant et ouvert dans le sens bloqué. Les résistances R_9 et R_{10} vérifient la relation $R_9 = 2 R_{10}$. Expliquer le rôle joué par la diode dans l'évolution de $s(t)$ au cours du temps et tracer sur le même graphique l'allure des oscillogrammes $s_4(t)$ et $s(t)$.
52. Entre deux annulations du contraste, le nombre d'impulsions affiché par le compteur est $N = 4464$ pour une durée de comptage $2\tau = 30s$ correspondant à un déplacement $e = 0,2721 mm$. Calculer la valeur des fréquences ν_0 et $\Delta\nu$.

Exercices de chimie

I. Diagramme d'Ellingham du chrome et de l'aluminium

A. Le trioxyde de chrome(VI)

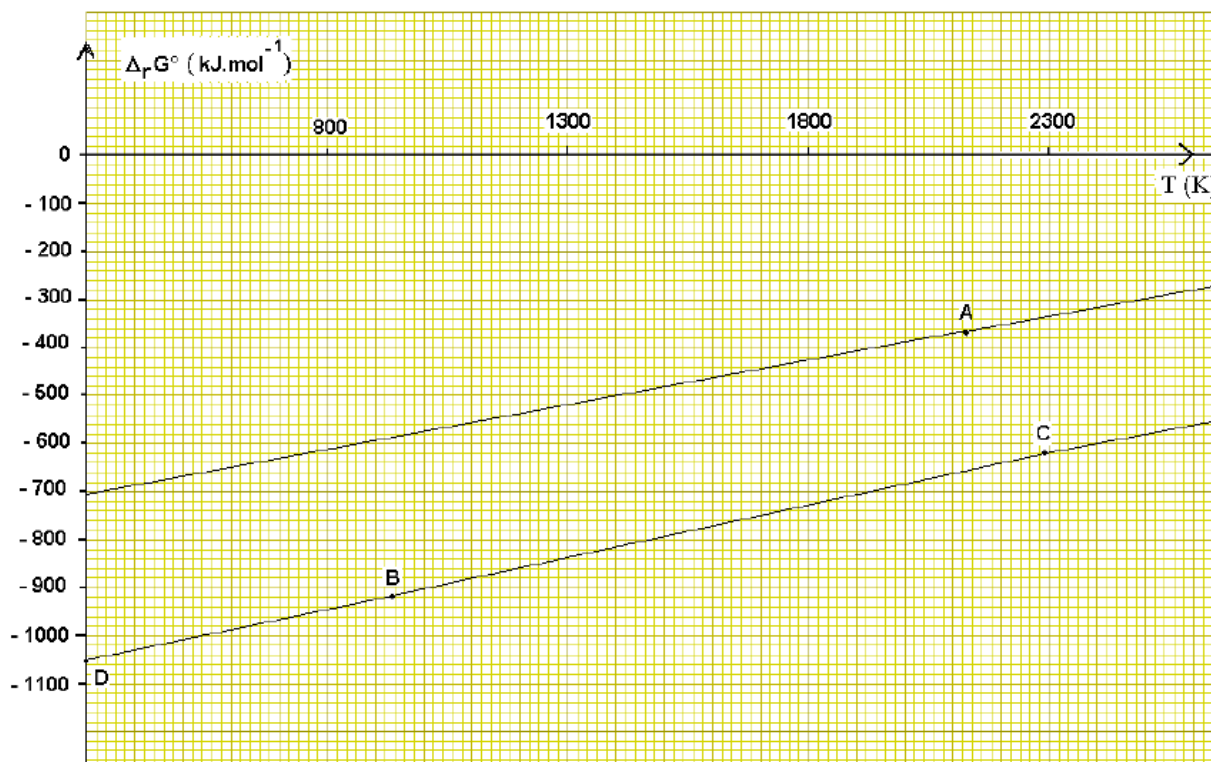
On considère la réaction suivante : $4CrO_{3(s)} = 2Cr_2O_{3(s)} + 3O_{2(g)}$

1. Calculer l'enthalpie libre standard à 1300 K .
2. Montrer que le trioxyde de chrome est instable à 1300 K en présence d'air (on prendra $P_{O_2} = 0,2\text{ bar}$ dans l'air).
3. Montrer, sans calcul supplémentaire, que cette instabilité demeure si $T > 1300\text{ K}$.

B. Etude de la réduction de l'oxyde de chrome(III) par l'aluminium métal.

Le diagramme d'Ellingham des systèmes Cr_2O_3/Cr et Al_2O_3/Al est fourni, entre 300 K et 2500 K . Ce diagramme représente l'enthalpie libre de formation des oxydes (de chrome ou d'aluminium) pour une mole de dioxygène, en fonction de la température.

Diagramme d'Ellingham du chrome et de l'aluminium



4. Écrire les équations-bilans donnant la réaction de formation de chaque oxyde avec la convention indiquée sans indiquer l'état physique des espèces intervenant.
5. Compléter ce diagramme en indiquant pour chaque graphe le couple correspondant, sachant que

l'aluminium est meilleur réducteur que le chrome.

6. Aux points A, B et C, on observe un faible changement de pente.

- Préciser les transformations physiques qui expliquent ces changements de pente
- Justifier qualitativement ce changement de pente (augmentation ou diminution).
- Calculer à partir des données la valeur des pentes du segment DB puis celle du segment BC.

7. Écrire l'équation - bilan de la réduction d'une mole de Cr_2O_3 par Al à 1300 K. Préciser s'il s'agit d'un équilibre ou d'une réaction totale. Justifier en utilisant le diagramme pour justifier le signe de l'affinité.

On donne $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Tableau 1: propriétés physiques de quelques corps purs sous 1 bar

Corps pur	Formule	Température de fusion (°K)	Température d'ébullition (°K)
Aluminium	Al	933	2740
Alumine	Al_2O_3	2290	3250
Chrome	Cr	2130	2940
Oxyde de chrome(III)	Cr_2O_3	2710	4270

Tableau 2: grandeurs thermodynamiques standard (supposées indépendantes de la température)

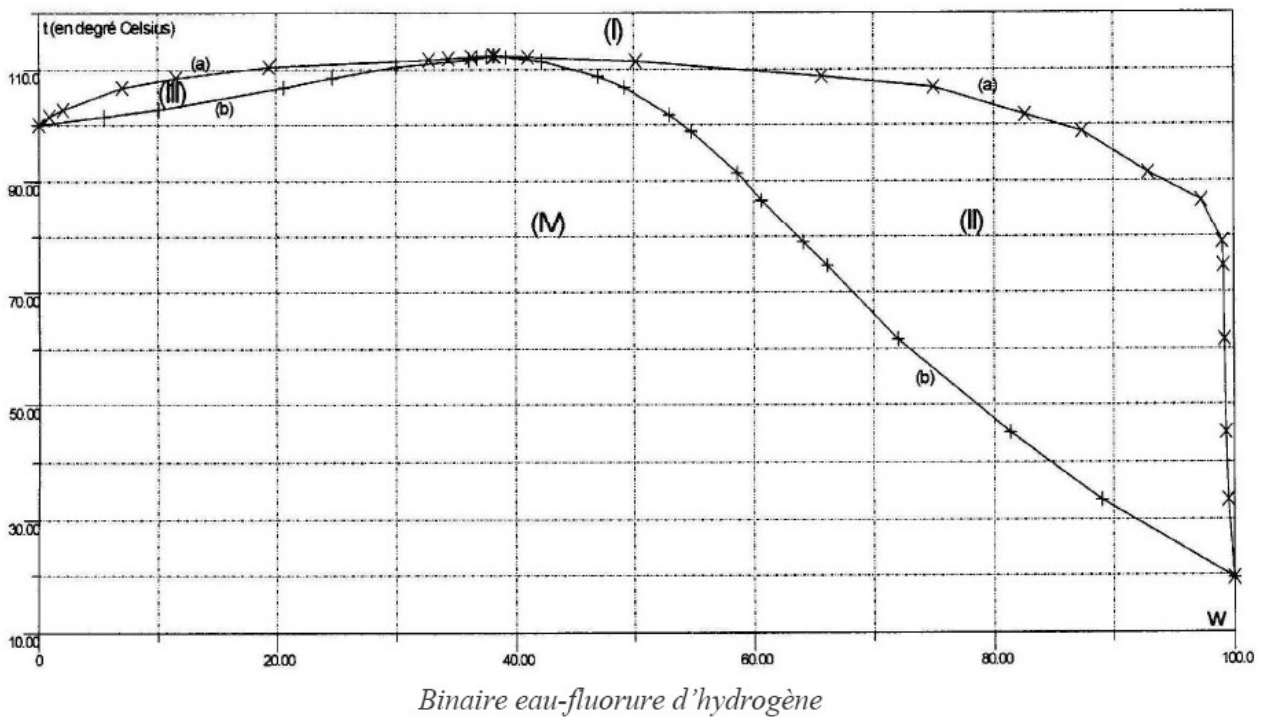
	$H_{2(g)}$	$O_{2(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$Al_{(s)}$	$Al_2O_{3(s)}$	$Cr_{(s)}$	$Cr_2O_{3(s)}$	$CrO_{3(s)}$
$\Delta_f H^\circ$ en kJ.mol^{-1}			-242		-1676		-1140	-590
S° en $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$	131	205	189	28	51	24	81	73
$\Delta_{fus} H^\circ$ en kJ.mol^{-1}				11	109	15		

II. Binaire eau-fluorure d'hydrogène

Le diagramme d'équilibre liquide-vapeur isobare du binaire HF/H_2O est représenté ci-après. En abscisse sont portés w_l (pourcentage massique de HF dans la phase liquide) et w_g (pourcentage massique de HF dans la phase gazeuse). La température est en ordonnée. La pression totale est maintenue à 1,013 bar.

1. A quoi correspond la pression de 1,013 bar ?

- Préciser la nature (nombre de phases et composition qualitative) des domaines numérotés de I à IV.
- Indiquer le nom et la signification de chacune des courbes (a) et (b) tracées.
- Que se passe-t-il lorsque l'on effectue une distillation fractionnée d'un mélange de fraction massique en HF égale à 0,38?
- Indiquer la relation entre x (fraction molaire en HF dans le liquide) et w_l .
- Indiquer la relation entre y (fraction molaire en HF dans le gaz) et w_g .
- Un mélange contenant 35,0 moles de HF et 15,0 moles d'eau est porté à 86,6 °C sous $P=1,013 \text{ bar}$. Calculer la quantité de matière de chacun des constituants (exprimée en masse et en moles) dans chacune des phases.



Masses molaires en g mol^{-1} : H : 1,01 O : 16,0 F : 19,0

Réponses

Modèle de Thomson et effet Zeeman

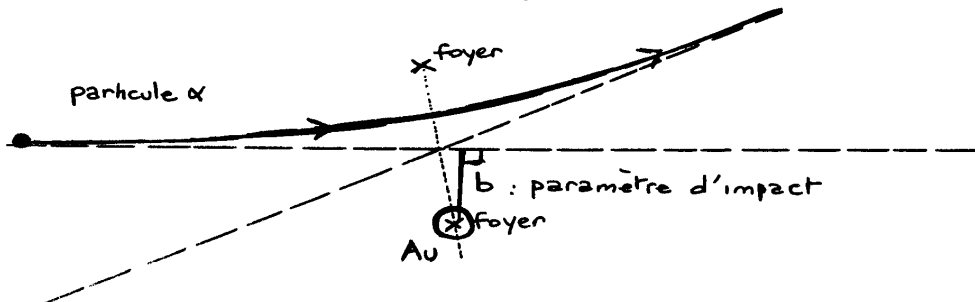
1) vers 1900

Quelques noms :

- E. Rutherford (structure planétaire de l'atome)
 - modèle proposé plus tôt par J. Perrin -
N. Bohr (niveaux d'énergie des orbites circulaires)
A. Sommerfeld (moments cinétiques différents pour une même énergie : orbites elliptiques)
E. Schrödinger (aspect probabiliste pour la présence de l'électron)

2) La charge positive doit être concentrée dans un noyau pour expliquer l'expérience.
 Proposition d'un modèle planétaire : les électrons tournent autour du noyau.

3) La trajectoire est une conique : une branche d'hyperbole.



4) $\rightarrow \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \mathcal{E}_c}{m_\alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 7,7 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,64 \cdot 10^{-27}}}$$

$$v_0 = 19,1 \cdot 10^3 \text{ km/s}$$

$$\rightarrow E_p = \frac{q_k q_{Au}}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

→ On écrit la conservation de l'énergie entre l'infini et la distance minimale (la vitesse est nulle)

$$E_{p\infty} + E_{c\infty} = E_{pmin} + E_{cmin}$$

$$0 + \mathcal{E}_c = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R_M} + 0$$

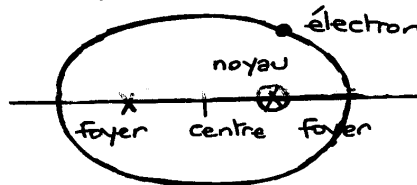
$$R_M = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_c}$$

$$A.N. = \frac{79 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{\frac{1}{2 \times 9 \times 10^9} 7,7 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

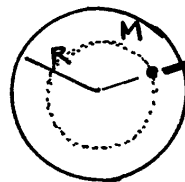
$$R_M = 2,95 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

(beaucoup plus petit que l'atome - ordre de grandeur 10^{-10} m)

5) Trajectoire elliptique autour du noyau



6)



$$\vec{E} = E(r) \vec{ur}$$

(cf problème à symétrie sphérique)

On applique le théorème de Gauss à la sphère de rayon r passant par M

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{intérieure}}{\epsilon_0}$$

$$\text{avec } q_{intérieure} = e \left(\frac{r}{R}\right)^3$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{e \left(\frac{r}{R}\right)^3}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3} r$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= K \, r \, \vec{u}_r \\ \text{avec} \\ K &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3} \end{aligned}$$

7) L'électron est soumis à la force centrale

$$\vec{F} = -e \vec{E}$$

$$\vec{F} = -eK \vec{r} \quad (\vec{r} = \vec{OM})$$

En utilisant le théorème du moment cinétique

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\sigma}(0)}{dt} &= \vec{r} \wedge \vec{F} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

Le moment cinétique est donc constant. Il vaut

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}(0) &= \vec{r} \wedge m\vec{v} \\ &= m r_0 v_0 \vec{u}_z \end{aligned}$$

et puisque $\vec{r} = \vec{OM}$ est perpendiculaire à $\vec{\sigma}(0)$, on peut en déduire que

$$M \text{ appartient au plan } xOy.$$

8) Principe fondamental :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} \\ -eK\vec{r} &= m\ddot{\vec{r}} \\ /_{Ox} \quad -eKx &= m\ddot{x} \\ /_{Oy} \quad -eKy &= m\ddot{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_0^2 x &= 0 \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y &= 0 \end{aligned} \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{eK}{m}}$$

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$$

avec les C.I. $x_{t=0} = r_0$ $\dot{x}_{t=0} = 0$

$$x = r_0 \cos(\omega_0 t)$$

$$y = A' \cos \omega_0 t + B' \sin \omega_0 t$$

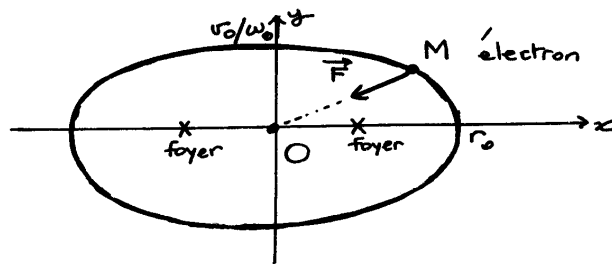
avec les C.I. $y_{t=0} = 0$ $\dot{y}_{t=0} = v_0$

$$y = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

Equation cartésienne de la trajectoire

$$\left(\frac{x}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{v_0/\omega_0}\right)^2 = 1$$

équation d'une ellipse:



9) $\omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} c = \sqrt{\frac{e \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right)}{m}}$ d'où

$$R = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{M_0 e^2 \lambda_0^2}{2m} \right)^{1/3}$$

$$\text{A.N.} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{4\pi 10^{-7} (1,6 \cdot 10^{-19})^2 121,8 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \right)^{1/3}$$

$$R = 1,02 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Plus grand que la valeur obtenue par Rutherford mais il s'agit ici de la dimension d'un atome ($\approx 10^{-10} \text{ m}$) et non pas du noyau

10)

$$r_0 = a$$

$$\frac{v_0}{\omega_0} = a$$

11) $\vec{P} = q \vec{NP}$ avec N barycentre des charges négatives
 P " " positives
 q la charge positive

$$\vec{P} = e \vec{MO}$$

$$\vec{P} = -e \vec{r}$$

12) $\vec{P} = -e (a \cos \omega_0 t \vec{ux} + a \sin \omega_0 t \vec{uy})$

$$\begin{aligned} P_x(t) &= -e a \cos \omega_0 t &= P_0 \cos \omega_0 t \\ P_y(t) &= -e a \sin \omega_0 t &= P_0 \sin \omega_0 t \end{aligned}$$

L'amplitude est $|P_0|$ avec $P_0 = -e a$

13) $\vec{F} = -e K r \vec{ur} = -\frac{dE_p}{dr} \vec{ur}$

$$E_p = \frac{1}{2} e K r^2 \quad (\text{cf } E_p \text{ élastique})$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m a^2 \omega_0^2$$

Pour un oscillateur élastique on a $\langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle$ donc
 ici

$$E_c = E_p$$

on retrouve pour ce mouvement circulaire
 - soit en remplaçant $\omega_0 = \sqrt{\frac{eK}{m}}$
 - soit en réécrivant le principe fondamental
 $eKr = m \frac{v_0^2}{r}$

$$E = 2 E_c$$

$$= m a^2 \omega_0^2$$

$$E = \frac{m P_0^2 \omega_0^2}{e^2}$$

14) L'équation de propagation est dans le vide:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

soit ici en projection selon \vec{u}_y avec $E = E(x, t)$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$-k^2 E - \frac{1}{c^2} (-\omega^2 E) = 0$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

norme :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} && (\text{Maxwell-Faraday}) \\ \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{vmatrix} \wedge \vec{E} &= - \begin{vmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{vmatrix} && (\text{en ne considérant que le B variable}) \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= - \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned}$$

$$k E_0 \sin(\omega t - kx) = - \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{k E_0}{\omega} \cos(\omega t - kx) = B_z$$

champ
magnétique

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$$

15) \vec{R} densité de courant d'énergie électromagnétique

en W m^{-2}

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{R} = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x$$

$$\langle \vec{R} \rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \frac{1}{2} \vec{u}_x$$

$$\langle \vec{R} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \vec{u}_x$$

A.N.

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 R}{\epsilon_0 c}}$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 P_0 / S}{\epsilon_0 c}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1 / 10^{-6}}{\frac{1}{36\pi 10^9} \cdot 3 \cdot 10^8}}$$

$$E_0 = 8,68 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

15) \rightarrow L'extrémité du vecteur \vec{E} décrit un cercle de rayon E_0 avec $E_y^2 + E_z^2 = E_0^2$ donc l'onde est polarisée circulairement.

\rightarrow on a ici

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y + E_0 \sin(\omega t - kx) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z - \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kx) \vec{u}_y$$

$$\vec{R} = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x + \epsilon_0 c E_0^2 \sin^2(\omega t - kx) \vec{u}_x$$

$$\vec{R} = \epsilon_0 c E_0^2 \vec{u}_x$$

\vec{R} est constant (indépendant de x et de t)

17) approximation dipolaire

(l'extension du domaine des sources est $a \ll r$)

approximation non relativiste

(l'extension du domaine des sources est $a \ll \lambda$
ce qui est équivalent à $v_{\text{charges}} \ll c$)

18) la zone de rayonnement est définie par :

$$\lambda \ll r$$

19) \vec{B} est perpendiculaire au plan de symétrie contenant \vec{p} et M
donc

$$\vec{B} \text{ selon } \vec{u}_y$$

\vec{E} est dans le plan de symétrie

$$\vec{E} \text{ selon } \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$$

$$\vec{E} \text{ perpendiculaire à } \vec{u}_y$$

20) → Ce n'est pas une onde plane
(l'amplitude des champs dépend de r et θ)

C'est une onde quasiplane

- on peut définir $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_r$
- l'onde est transversale $\vec{E} \perp \vec{k}$ et $\vec{B} \perp \vec{k}$
et $\vec{E} \perp \vec{B}$ (le trièdre $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ étant direct)
- avec $B = \frac{E}{c}$

→ Calcul de \vec{B}

En complexes :

$$\vec{E}(t) = P_0 \exp j\omega t$$

$$\dot{\vec{P}}(t) = j\omega P_0 \exp j\omega t$$

$$\dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{c}) = j\omega P_0 \exp j\omega(t - \frac{r}{c})$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} j\omega P_0 \exp j\omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$$

$$= \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \text{avec } \vec{\nabla} = -j \frac{\omega}{c} \vec{u}_r$$

(cf onde quasiplane)

$$= \frac{\omega^2}{c} \frac{\mu_0}{4\pi r} P_0 \exp j\omega(t - \frac{r}{c}) \underbrace{\vec{u}_r \wedge \vec{u}_z}_{-\vec{u}_\theta \sin \theta}$$

et en faisant $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$

$$\vec{B} = \frac{-\omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r c^3} P_0 \cos \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\theta$$

et $E_\theta = B_\theta \times c$

$$\vec{E} = \frac{-\omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r c^2} P_0 \cos \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\theta$$

21)

$$\vec{R} = \frac{\omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{r^2} P_0^2 \cos^2 \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_r$$

$$\langle \vec{R} \rangle = \frac{\omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{r^2} P_0^2 \vec{u}_r$$

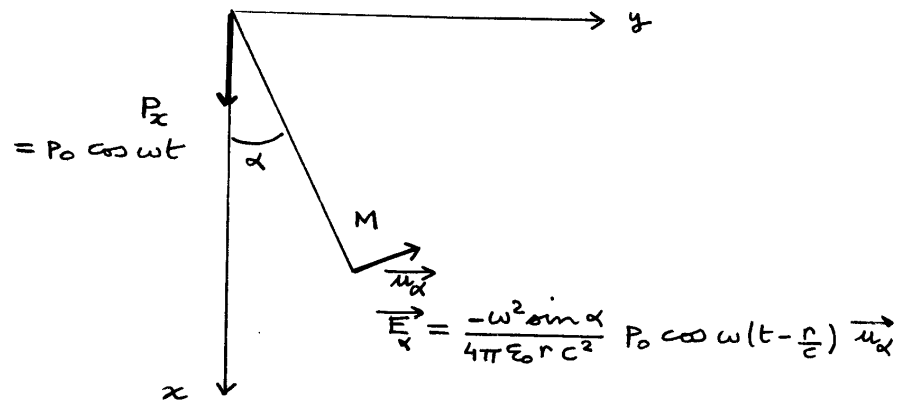
22)

$$P_R = \oint_{\text{sphere rayon } r} \langle \vec{R} \rangle \cdot d\vec{S}$$

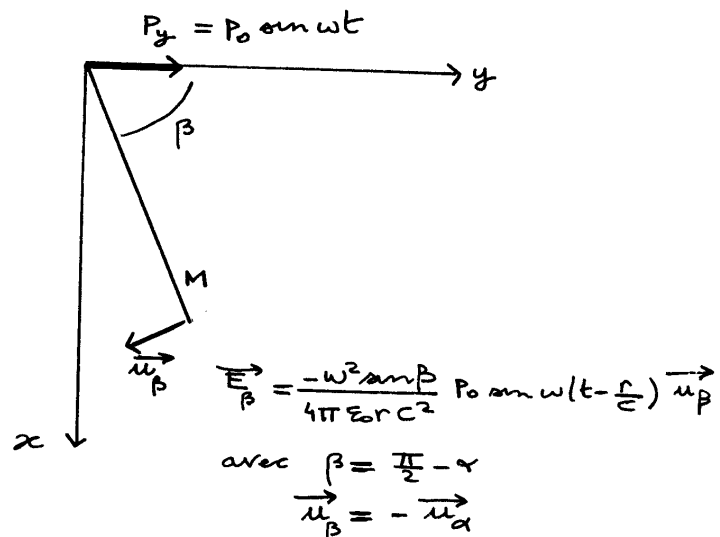
$$= \frac{\omega^4 P_0^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3} \underbrace{\oint \frac{\sin^2 \theta}{r^2} r d\theta r \sin \theta d\varphi}_{2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \quad 4/3}$$

$$P_R = \underbrace{\omega^4 P_0^2}_{C} \frac{1}{12\pi \epsilon_0 c^3}$$

23)



$P_x = P_0 \cos \omega t$
 $\vec{E}_x = \frac{-\omega^2 \sin \alpha}{4\pi \epsilon_0 r c^2} P_0 \cos \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\alpha$



$P_y = P_0 \sin \omega t$
 $\vec{E}_\beta = \frac{-\omega^2 \sin \beta}{4\pi \epsilon_0 r c^2} P_0 \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\beta$
 avec $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$
 $\vec{u}_\beta = -\vec{u}_\alpha$

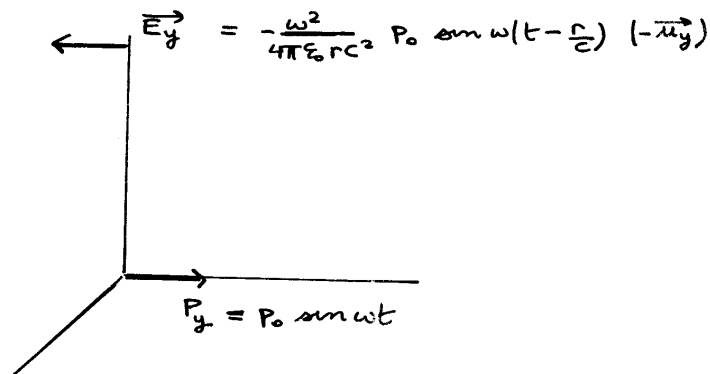
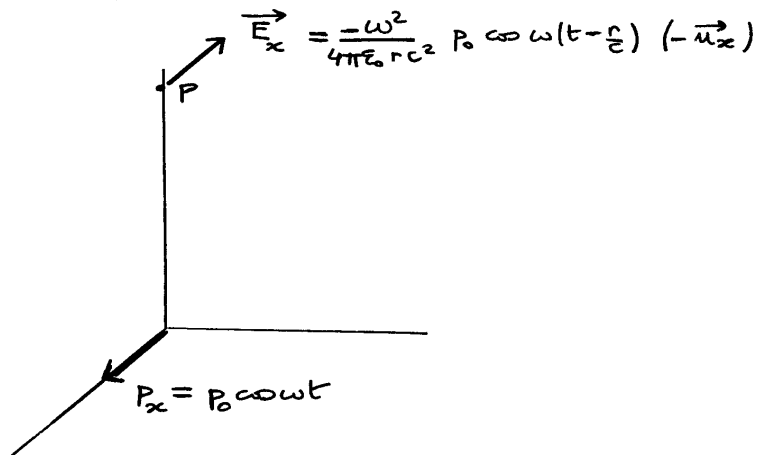
finalment

$$\vec{E}_{(M)} = -\frac{\omega^2 P_0}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \left(\sin\alpha \cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) - \cos\alpha \sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) \right) \vec{u}_\alpha$$

$$\vec{E}_{(M)} = \frac{\omega^2 P_0}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \sin\left[\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) - \alpha\right] \vec{u}_\alpha$$

L'onde est polarisée rectilignement selon \vec{u}_α

24)



finalment

$$\vec{E}_{(P)} = \frac{\omega^2 P_0}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \left(\cos\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) \vec{u}_x + \sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right) \vec{u}_y \right)$$

onde polarisée circulairement

(deux composantes perpendiculaires de même amplitude et déphasées de $\pi/2$)

25) → L'énergie de l'oscillateur (voir question 13) est

$$E_M = \frac{m \omega^2 p_0^2}{e^2}$$

donc si E_M décroît, $|p_0|$ diminue

→ L'amplitude $|p_0| = e a$

donc si $|p_0|$ diminue, a diminue

26) → P_R est l'énergie rayonnée par les deux dipôles P_x et P_y

$$P_R = C p_0^2 \omega^4 \times 2$$

$$= C \frac{E_M e^2}{m \omega^2} 2 \omega^4$$

$$= \frac{2 C e^2 \omega^2}{m} E_M$$

$$= \frac{1}{\zeta} E_M$$

avec :

$$\zeta = \frac{m}{2 C e^2 \omega^2}$$

$$\zeta = \frac{6 m \pi \epsilon_0 c^3}{e^2 \omega^2}$$

$$\frac{dE_M}{dt} = -P_R$$

$$\frac{dE_M}{dt} = -\frac{E_M}{\zeta}$$

$$\rightarrow E_M = E_M(t=0) e^{-t/\zeta}$$

→ A.N.

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} c$$

$$\zeta = \frac{3 m \epsilon_0 c \lambda^2}{2 \pi e^2}$$

$$\zeta = 8,49 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

et

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

$$T = 1,45 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

On a donc $T < \tau$ et l'approximation qui admet que la décroissance est très lente est valable.

27)

$$-K e \vec{r} - e \vec{E} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

selon \vec{u}_z

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = -\frac{e}{m} E_0 \cos(\omega t - kx)$$

on a négligé la force magnétique de Lorentz

$$\vec{F}_B = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_E = -e \vec{E}$$

$$\frac{F_B}{F_E} < \frac{vB}{E} \text{ avec } B = \frac{E}{c} \text{ pour une OPM}$$

$$\frac{F_B}{F_E} < \frac{v}{c} \ll 1 \quad (\text{vitesses non relativistes})$$

28) On néglige le régime transitoire :

z est en $\cos(\omega t - kx - \varphi)$ et donc $\frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega^2 z$

(on peut aussi travailler en complexes mais en l'absence de termes en $\frac{dz}{dt}$, ce n'est pas obligatoire)

$$z = -\frac{\frac{e}{m} E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t - kx)$$

$$\vec{p} = \frac{\frac{e^2}{m} E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{P_0}$

29)

$$P_R = C P_0^2 \omega^4$$

$$= \frac{C \omega^4 e^4 E_0^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

$$P_R = \frac{e^4 E_0^2}{12 \pi m^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

avec $P_i = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 S$

$$P_R = P_i \frac{e^4}{6\pi m^2 \epsilon_0^2 c^4} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \frac{1}{S}$$

(pour un dipôle)

30) → La puissance rayonnée pour un volume $S dx$ contenant $N S dx$ dipôles est $P_R N S dx$ et donc :

$$P_i(x) - P_i(x+dx) = P_R N S dx$$

$$-\frac{dP_i(x)}{dx} dx = P_i \frac{e^4}{6\pi m^2 \epsilon_0^2 c^4} \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} N dx$$

on pose :

$$\ell = \frac{6\pi m^2 \epsilon_0^2 c^4 (\omega_0^2 - \omega^2)^2}{e^4 \omega^4 N}$$

et donc :

$$\frac{dP_i}{dx} = -\frac{P_i}{\ell}$$

ℓ est une longueur

→ $\omega \ll \omega_0$

$$\ell = \frac{6\pi^2 m^2 \epsilon_0^2 c^4}{e^4 N} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4$$

$$\ell = \frac{6\pi m^2}{e^4 \mu_0^2 N} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^4$$

A.N. $\ell/m = 1512 \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^4$

rouge

$$\ell_R = 2,8 \cdot 10^3 \text{ km}$$

bleu

$$\ell_B = 0,18 \cdot 10^3 \text{ km}$$

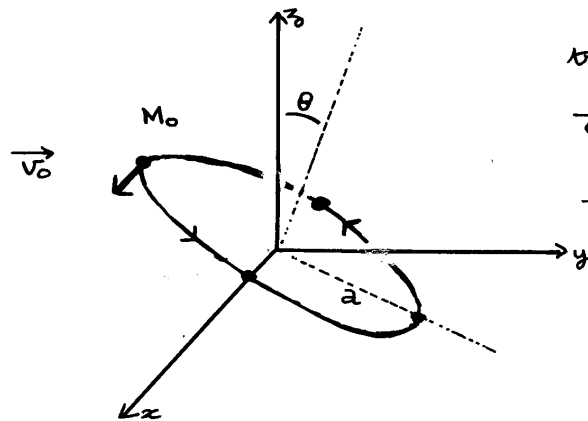
31) $\frac{P_R(\text{bleu})}{P_R(\text{rouge})} = 16$

donc la lumière diffusée est plus riche en radiations bleues. Le ciel est bleu

$$\frac{\ell(\text{bleu})}{\ell(\text{rouge})} = \frac{1}{16}$$

au soleil couchant, la lumière traverse une grande couche d'atmosphère car le soleil est bas sur l'horizon. Si on regarde le soleil, le bleu a été absorbé. Le rouge nous atteint.

32)



trajectoire initiale :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM_0} &= a \sin \theta \overrightarrow{u_z} \\ &\quad - a \cos \theta \overrightarrow{u_y} \\ \overrightarrow{v_0} &= 2 \omega_0 \overrightarrow{u_x}\end{aligned}$$

équations du mouvement en présence de \overrightarrow{B}

$$-K e \overrightarrow{r} - e \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = m \overrightarrow{a}$$

$$-\omega_0^2 \overrightarrow{r} - 2\Omega \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{u_z} = \overrightarrow{a}$$

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{vmatrix}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\Omega \dot{y} = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y - 2\Omega \dot{x} = 0 \quad (2)$$

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0 \quad (3)$$

donc $z = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$ cf (3)

C.I. $a \sin \theta = A$

$0 = B \omega_0$

$$z = a \sin \theta \cos \omega_0 t$$

33) $\rightarrow Z = x + iy$. On fait (1) + i(2) d'où l'équation :

$$\ddot{Z} + \omega_0^2 Z - 2i\Omega \dot{Z} = 0$$

\rightarrow Pour résoudre, on doit résoudre l'équation caractéristique

$$r^2 - 2i\Omega r + \omega_0^2 = 0$$

$$r = i\Omega \pm \sqrt{-\Omega^2 - \omega_0^2}$$

$$r = i(\Omega \pm \sqrt{\Omega^2 + \omega_0^2})$$

avec les conditions initiales :

$$\begin{aligned} Z_0 &= -i a \cos \theta \\ \dot{Z}_0 &= a \omega_0 \end{aligned}$$

→ Cas $\Omega \ll \omega_0$

$$\begin{aligned} r &= i \omega_0 \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \pm \sqrt{1 + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}} \right) \\ &\simeq i \omega_0 \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \pm \left(1 + \frac{\Omega^2}{2\omega_0^2} \right) \right) \end{aligned}$$

à l'ordre zéro en $\frac{\Omega}{\omega_0}$, il ne reste que la pulsation ω_0 .
On travaille donc à l'ordre 1 pour conserver le résultat concernant le dédoublement de fréquence.

$$r \simeq i \omega_0 \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \pm 1 \right)$$

$$\begin{aligned} r_1 &= i (\Omega + \omega_0) \\ r_2 &= i (\Omega - \omega_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \exp i \Omega t \left(\underline{A} \exp i \omega_0 t + \underline{B} \exp -i \omega_0 t \right) \\ \dot{Z} &= i \Omega Z + i \omega_0 \exp i \Omega t \left(\underline{A} \exp i \omega_0 t - \underline{B} \exp -i \omega_0 t \right) \end{aligned}$$

Conditions initiales

$$-i a \cos \theta = \underline{A} + \underline{B}$$

$$a \omega_0 = i \Omega (-i a \cos \theta) + i \omega_0 (\underline{A} - \underline{B})$$

finallement

$$\underline{A} + \underline{B} = -i a \cos \theta$$

$$\underline{A} - \underline{B} = -i a + i a \frac{\Omega}{\omega_0} \cos \theta$$

On peut ici, au contraire, se contenter de l'ordre 0 en $\frac{\Omega}{\omega_0}$.

$$\underline{A} = -\frac{i a}{2} (1 + \cos \theta)$$

$$\underline{B} = \frac{i a}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$Z = -\frac{i a}{2} \exp(i \Omega t) \left((1 + \cos \theta) \exp(i \omega_0 t) - (1 - \cos \theta) \exp(-i \omega_0 t) \right)$$

Avant de séparer partie réelle et partie imaginaire, on fait apparaître les deux pulsations $\omega_0 + \Omega$ et $\omega_0 - \Omega$

$$Z = -\frac{1}{2} \frac{a}{2} \left((1 + \cos \theta) \exp i(\omega_0 + \Omega)t - (1 - \cos \theta) \exp -i(\omega_0 - \Omega)t \right)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{a}{2} \left((1 + \cos \theta) \sin(\omega_0 + \Omega)t + (1 - \cos \theta) \sin(\omega_0 - \Omega)t \right) \\ y &= \frac{a}{2} \left(-(1 + \cos \theta) \cos(\omega_0 + \Omega)t + (1 - \cos \theta) \cos(\omega_0 - \Omega)t \right) \end{aligned}$$

→

<p>↓</p> <p><u>mvmt circulaire</u> dans le plan xoy</p> <p>- de rayon $\frac{a}{2}(1 + \cos \theta)$</p> <p>- de pulsation $\boxed{(\omega_0 + \Omega) = \omega_1}$</p>	<p>↓</p> <p><u>mvmt circulaire</u> dans le plan xoy</p> <p>- de rayon $\frac{a}{2}(1 - \cos \theta)$</p> <p>- de pulsation $\boxed{(\omega_0 - \Omega) = \omega_2}$</p>
<p>+ <u>mvmt sinusoïdal</u> selon Oz</p> <p>- d'amplitude $a \sin \theta$</p> <p>- de pulsation $\boxed{\omega_0}$</p>	

→ $\vec{p} = -e \vec{r}$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= (-e a \sin \theta) \cos \omega_0 t \vec{u}_z \\ &+ (-e \frac{a}{2} (1 + \cos \theta)) \left[\sin(\omega_0 + \Omega)t \vec{u}_x - \cos(\omega_0 + \Omega)t \vec{u}_y \right] \\ &+ (-e \frac{a}{2} (1 - \cos \theta)) \left[\sin(\omega_0 - \Omega)t \vec{u}_x + \cos(\omega_0 - \Omega)t \vec{u}_y \right] \end{aligned}$$

- 34) - le dipôle selon \vec{u}_z ne rayonne pas en un point de z
- le dipôle tournant à la vitesse $\omega_0 + \Omega$ émet une onde polarisée circulairement de pulsation $\omega_0 + \Omega$ (fréquence $\omega_0 + \Delta\omega$)
- le dipôle tournant à la vitesse $\omega_0 - \Omega$ émet une onde polarisée circulairement de pulsation $\omega_0 - \Omega$ (fréquence $\omega_0 - \Delta\omega$)

on pose

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{\omega_0}{2\pi} \\ \Delta\omega &= \frac{\Omega}{2\pi} \end{aligned}$$

A.N.

$$\Delta\omega = \frac{e B_0}{4\pi m}$$

$$\Delta\nu = 1,39 \text{ GHz}$$

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\nu_0 = 0,69 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} \simeq 2 \cdot 10^{-6}$$

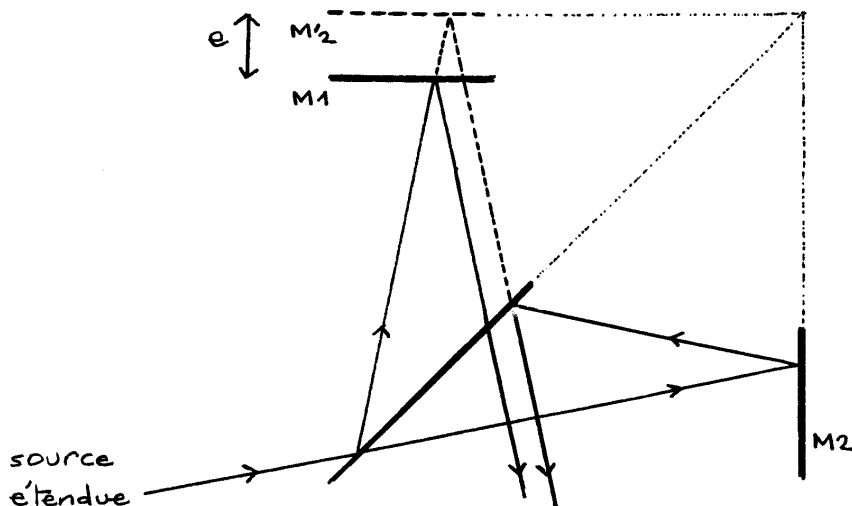
La variation de fréquence due à la présence de B est donc très faible.

- 35) - le dipôle selon \vec{u}_z donne dans le plan xOy une onde polarisée rectilignement selon \vec{u}_z de pulsation ω_0
- le dipôle tournant à $\omega_0 + \Omega$ donne en M dans le plan xOy une onde polarisée rectilignement selon la perpendiculaire à OM dans le plan de pulsation $\omega_0 + \Omega$
- Idem pour le dipôle $\omega_0 - \Omega$, onde rectiligne de pulsation $\omega_0 - \Omega$

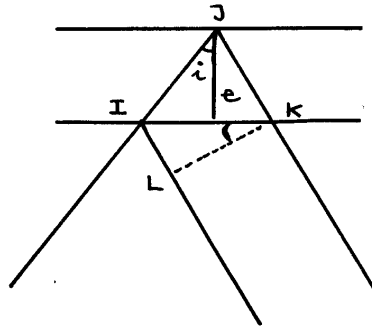
- 36) On diaphragme la lentille afin de se placer dans les conditions de Gauss (rayons paraxiaux) pour les lentilles

- 37) On observe une tache uniforme (tache plate) car la différence de marche est nulle.

- 38) La lame d'air d'épaisseur e se trouve entre M_1 et M_2 symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.



Expression de la différence de marche



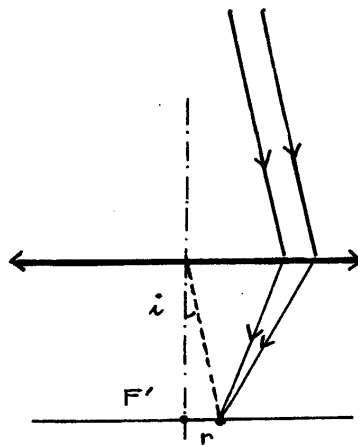
$$\delta = (IJ + JK) - IL \quad (\text{indice} = 1)$$

$$= \frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i$$

$$= \frac{2e}{\cos i} (1 - \sin^2 i)$$

$$\boxed{\delta = 2e \cos i}$$

Rayon du premier anneau brillant



$$P = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \quad (\text{ordre})$$

$$P_0 = \frac{2e}{\lambda} \quad (\text{ordre au centre pour } i=0)$$

d'où

$$i = \sqrt{2 \left(1 - \frac{P}{P_0}\right)}$$

$$r = f' \tan i \simeq f' i$$

$$\boxed{r = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{P}{P_0}\right)}}$$

A.N.

$$P_o = \frac{2e}{\lambda}$$

$$= \frac{2 \cdot 1,050 \cdot 10^{-3}}{434,1 \cdot 10^{-9}}$$

$$P_o = 4837,6 \quad (\text{c'est l'ordre maximal})$$

$$P_{\text{premier anneau}} = 4837$$

$$r = f' \sqrt{2(1 - \frac{P}{P_o})} \quad (\text{attention aux arrondis pour } P_o - P)$$

$r = 1,57 \text{ cm}$

39) Pour une onde monochromatique

$$E = 2 I_o (1 + \cos 2\pi P)$$

$E = 2 I_o (1 + \cos(\frac{4\pi e \nu}{c} \nu))$

Pour la raie étudiée

$$E = \frac{2 I_o}{\Delta \nu} \int_{\nu_o - \frac{\Delta \nu}{2}}^{\nu_o + \frac{\Delta \nu}{2}} (1 + \cos \frac{4\pi e \nu}{c}) d\nu$$

$$= \frac{2 I_o}{\Delta \nu} \left[\Delta \nu + \frac{\left[\sin \frac{4\pi e \nu}{c} \right]_{\nu_o - \frac{\Delta \nu}{2}}^{\nu_o + \frac{\Delta \nu}{2}}}{\frac{4\pi e}{c}} \right]$$

$$= 2 I_o \left[1 + \frac{\sin \frac{4\pi e}{c} (\nu_o + \frac{\Delta \nu}{2}) - \sin \frac{4\pi e}{c} (\nu_o - \frac{\Delta \nu}{2})}{\frac{4\pi e \Delta \nu}{c}} \right]$$

$$= 2 I_o \left[1 + \frac{\sin(\frac{2\pi e \Delta \nu}{c})}{(\frac{2\pi e \Delta \nu}{c})} \cos(\frac{4\pi e \nu_o}{c}) \right]$$

$$= 2 I_o \left[1 + \text{sinc}(\frac{2\pi e \Delta \nu}{c}) \cos(\frac{4\pi e \nu_o}{c}) \right]$$

$E = \frac{E_{\text{MAX}}}{2} \left(1 + \text{sinc}(\frac{2\pi e \Delta \nu}{c}) \cos(\frac{4\pi e \nu_o}{c}) \right)$

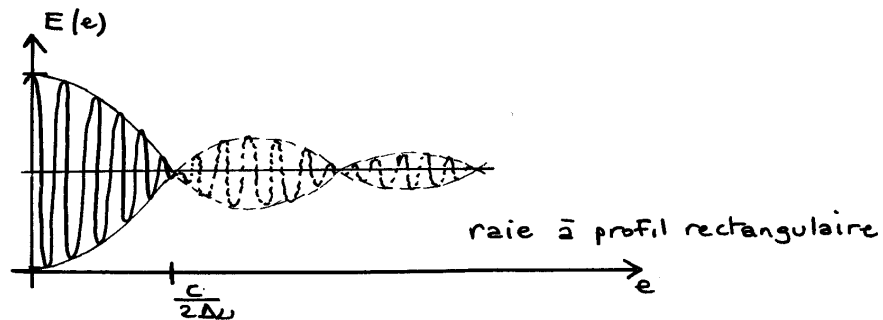
40) La visibilité est égale à

$V = \left| \text{sinc}(\frac{2\pi e \Delta \nu}{c}) \right|$

qui s'annule la première fois pour

$$\frac{2\pi e \Delta \nu}{c} = \pi$$

$$2e = \frac{c}{\Delta\nu}$$



$$L_c = 2e$$

(e pour la disparition des interférences)

41) Pour les deux raies monochromatiques :

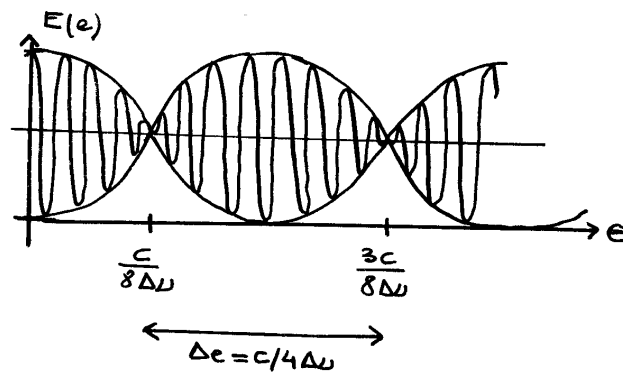
$$E = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{c} (\lambda_0 + \Delta\nu) \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{c} (\lambda_0 - \Delta\nu) \right)$$

$$E = 2I_0 \left(2 + \cos \frac{4\pi e}{c} (\lambda_0 + \Delta\nu) + \cos \frac{4\pi e}{c} (\lambda_0 - \Delta\nu) \right)$$

$$= 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi e \Delta\nu}{c} \right) \cos \left(\frac{4\pi e \lambda_0}{c} \right) \right)$$

$$E = \frac{E_{MAX}}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi e \Delta\nu}{c} \right) \cos \left(\frac{4\pi e \lambda_0}{c} \right) \right)$$

42)

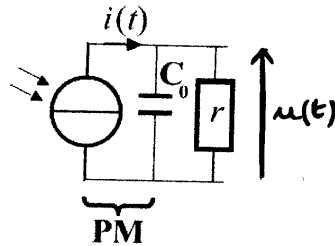


$$\Delta e = c/4\Delta\nu \text{ entre deux disparitions d'où } \Delta\nu$$

43) $\rightarrow \quad i(t) = C_0 \frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{r}$

Pour $t > 0$

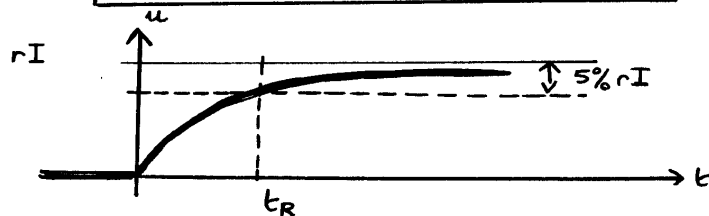
$$u(t) + r C_0 \frac{du(t)}{dt} = r I$$



d'où $u(t) = r I + A e^{-t/\tau}$ avec $\tau = r C_0$
 c.i. $0 = r I + A$

finalement :

$$u(t) = r I (1 - e^{-t/\tau})$$



→ Pour trouver t_R à $x\%$, on résout ici

$$1-x = 1 - e^{-t_R/\tau}$$

$$t_R = -\tau \ln x$$

A.N. $\tau = 0,75 \text{ ns}$

$$t_R = 2,25 \text{ ns}$$

44) Si le temps caractéristique des évolutions de $i(t)$ est très supérieur à τ , on a :

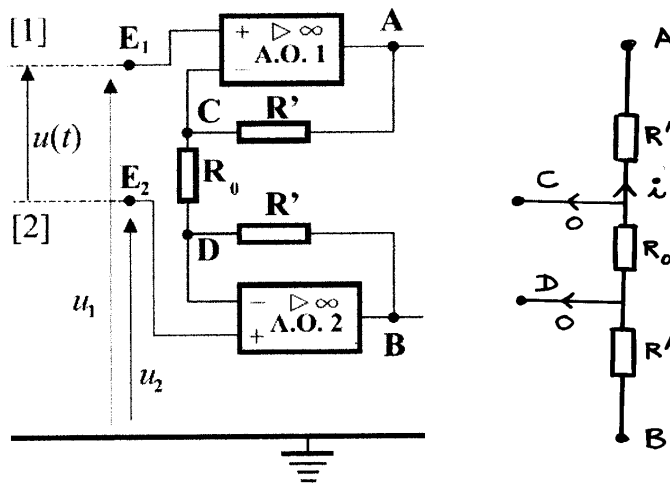
$$u(t) = r i(t)$$

(Pour l'exemple précédent, $t \gg \tau$, $e^{-t/\tau} \ll 1$, $u = r I$)

45) On a presque les AO fonctionnant en régime linéaire
 et presque les AO sont idéaux

AO1 : $E_1 = 0$ donc $V_C = u_1$

AO2 : $E_2 = 0$ donc $V_D = u_2$



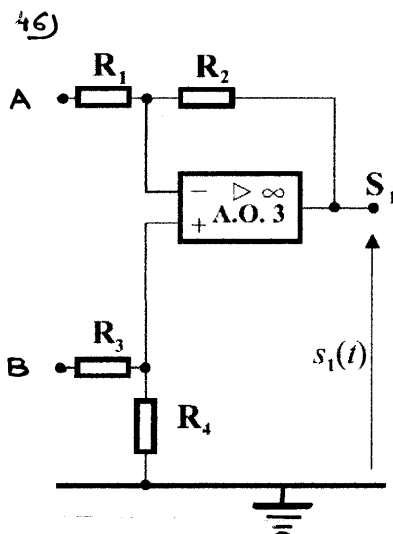
L'intensité i traverse $R' + R_0 + R'$ donc on retrouve un diviseur de tension

$$\begin{cases} v_C - v_D = R_0 i \\ v_A - v_B = (R_0 + 2R') i \end{cases}$$

$$u(t) = (v_A(t) - v_B(t)) \frac{R_0}{R_0 + 2R'}$$

$$v_A(t) - v_B(t) = \left(1 + 2\frac{R'}{R_0}\right) u(t)$$

remarque : on peut aussi résoudre en appliquant le théorème de Millman en C et en D en faisant intervenir v_A, v_B, v_C, v_D



il faut que $\Delta_1(t)$ soit proportionnel à $v_A - v_B$

Pour l' A.O. 3, on a :

$$v_+ = \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_B \quad (\text{diviseur de tension ou Millman à l'entrée } +)$$

$$\begin{aligned} v_- &= \frac{G_1 v_A + G_2 \Delta_1}{G_1 + G_2} \quad (\text{Millman à l'entrée } -) \\ &= \frac{R_2 v_A + R_1 \Delta_1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

puis (fonctionnement linéaire et A.O. idéal)

$$v_+ - v_- = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} \Delta_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_B - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_A$$

il faut donc

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\boxed{R_1 R_4 = R_2 R_3}$$

$$\boxed{\Delta_1(t) = - \frac{R_2}{R_1} (v_A - v_B)}$$

47) → A03 est un soustracteur (amplificateur)

→ A02 et A01 ont pour rôle de récupérer la tension du PM sans que celui-ci débite dans une charge supplémentaire (ce qui modifierait l'information). Ces deux montages ont une impédance d'entrée infinie.

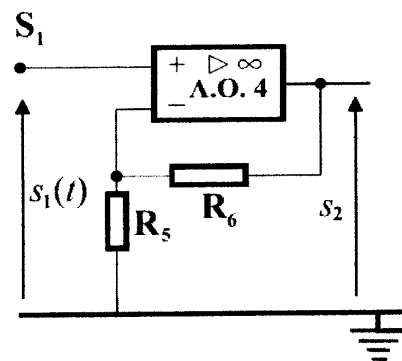
→ L'ensemble est un amplificateur différentiel idéal.

48) Pour l'A.O. 4 :

$$v_- = \frac{R_5}{R_5 + R_6} s_2$$

$$v_+ = s_1$$

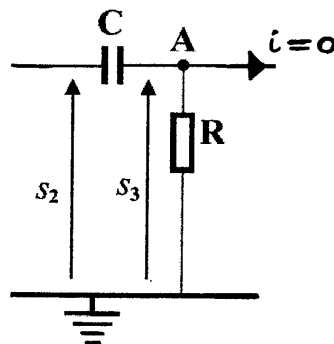
avec $E=0$



$$A_2(t) = \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) A_1(t)$$

amplificateur non inverseur

49)



On a éliminé la composante continue de $s_2(t)$ (cf: $E(e)$)
grâce au filtre passe-haut RC.

$$\begin{aligned} \frac{S_3}{S_2} &= \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} \\ &= \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \end{aligned}$$

La pulsation de coupure est

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

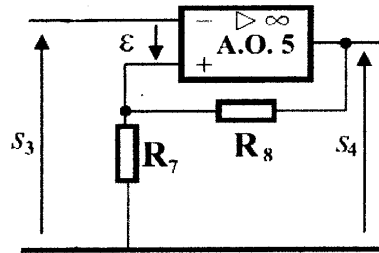
Il faudra

$$\frac{1}{2\pi RC} \ll \text{fréquence du signal}$$

$$2\pi RC \gg T_{\text{signal}}$$

$$\text{avec } T_{\text{signal}} = 30/4464 \simeq 7 \text{ ms}$$

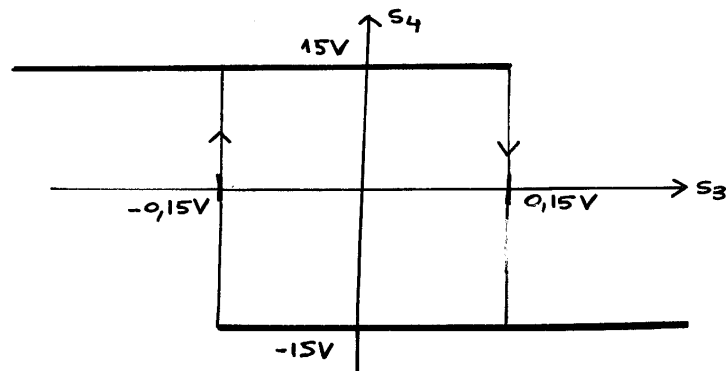
50)



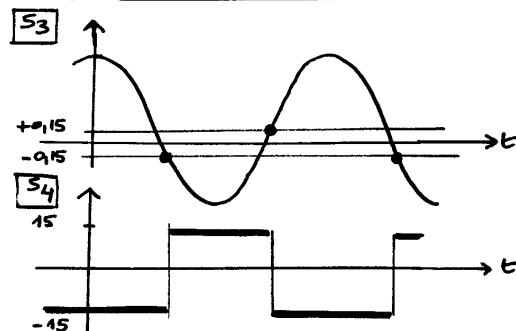
La chaîne de retour est sur l'entrée +, ce montage est non linéaire. La sortie est à V_{sat} ou $-V_{\text{sat}}$ et $E \neq 0$

$$\left. \begin{aligned} v_- &= S_3 \\ v_+ &= \frac{R_7}{R_7 + R_8} S_4 \end{aligned} \right\} E = v_+ - v_-$$

→ supposons $S_4 = +V_{\text{sat}}$ donc $E > 0$ soit : $S_3 < \frac{R_7}{R_7 + R_8} V_{\text{sat}}$
 → supposons $S_4 = -V_{\text{sat}}$ donc $E < 0$ soit : $S_3 > -\frac{R_7}{R_7 + R_8} V_{\text{sat}}$

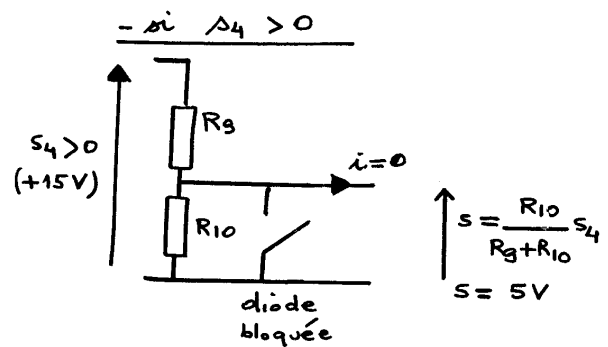
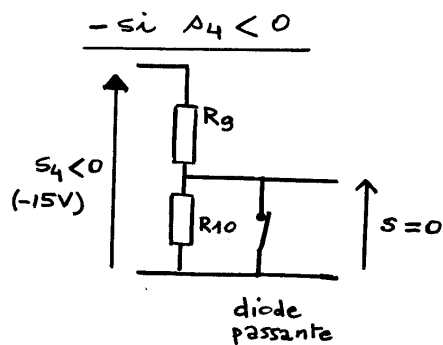
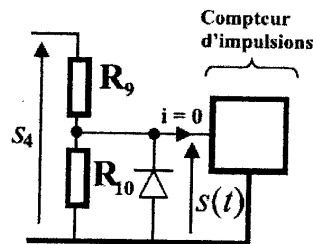


Il s'agit d'un montage comparateur à hystérésis.

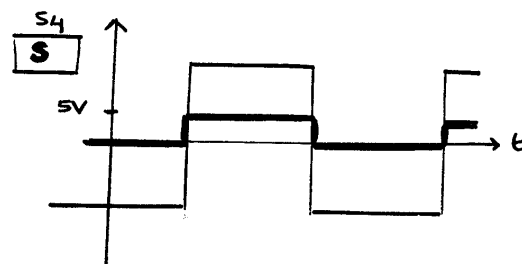


S_4 bascule chaque fois que S_3 change de signe
(la "marge de sécurité" $-0,15 + 0,15 V$ permet
d'éliminer les parasites qui pourraient provoquer des
basculements intempestifs)

51)



La diode ne conserve que la partie positive du signal.



52) $\rightarrow \Delta e = \frac{c}{4 \Delta \nu}$

$$\Delta \nu = \frac{c}{4 \Delta e}$$

$$= \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 0,2721 \cdot 10^{-3}}$$

$\Delta \nu = 2,8 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$

\rightarrow entre deux max, $2e$
a varié de λ_0

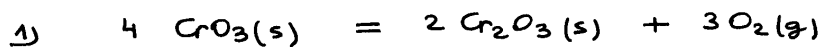
$$2 \Delta e = N \lambda_0$$

$$= N \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\lambda_0 = N \frac{c}{2 \Delta e}$$

$\lambda_0 = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

Diagramme d'Ellingham



$$\Delta_r H^\circ = 2 \times (-1140) - 4 \times (-590) = 80 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_r S^\circ = 2 \times (81) + 3 \times (205) - 4 \times (73) = 485 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$$

$$\Delta_r G^\circ(T) = 80 - 0,485 T$$

$$\Delta_r G^\circ(1300\text{K}) = -550 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

2) On calcule l'affinité de cette réaction

$$A = -\Delta_r G$$

$$A = -(\Delta_r G^\circ(T) + 3RT \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^\circ})$$

$$= -(-550 \cdot 10^3 + 3 \times 8,314 \times 1300 \ln \frac{0,2}{1})$$

$$= +602 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

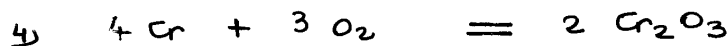
$A > 0$ donc réaction vers la droite, totale
 $\text{CrO}_3(s)$ est instable.

3) Si T augmente, la réaction évolue dans le sens endothermique (loi de modération de Van't Hoff)

Ici $\Delta_r H^\circ > 0$ la réaction est endothermique

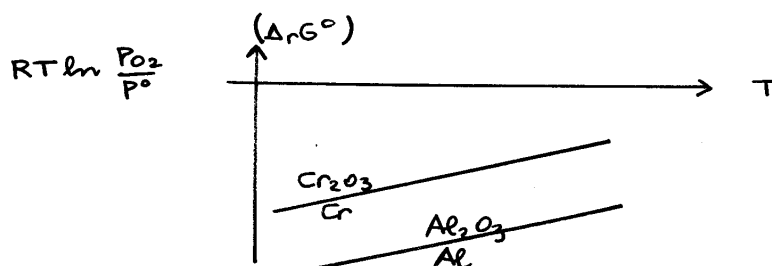
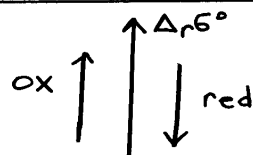
Si T augmente \rightarrow

donc $\text{CrO}_3(s)$ est toujours instable.



5) Le $\Delta_r G^\circ$ est celui de la réaction d'oxydation et donc plus $A^\circ = -\Delta_r G^\circ$ est élevé plus le réducteur s'oxyde facilement.

Le réducteur le plus fort correspond au $\Delta_r G^\circ$ le plus petit.



(Remarquer aussi que la pression en O_2 est plus faible pour oxyder Al

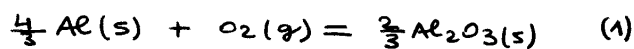
- 5) →
- | | |
|--------|---------------------|
| en A , | fusion de Cr |
| en B , | fusion de Al |
| en C , | fusion de Al_2O_3 |

→ exemple : en B fusion de Al
 donc $S^\circ(Al)$ augmente
 $\Delta_r S^\circ$ de $(\frac{4}{3}Al + O_2 = \frac{2}{3}Al_2O_3)$ diminue
 $-\Delta_r S^\circ$ augmente
La pente de la droite augmente

en A idem avec Cr

en C c'est donc le contraire
La pente de la droite diminue

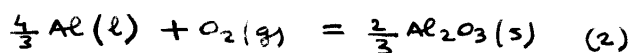
→ segment DB



$$\Delta_r S_1^\circ = \frac{2}{3}(51) - \frac{4}{3}(28) - (205) = -208 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{pente} = 208 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

segment BC



on écrit

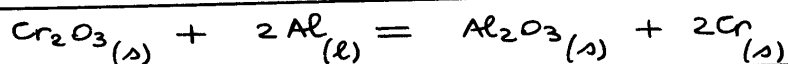
$$\begin{aligned} \text{Al(s)} &= \text{Al(l)} & (1') \\ \Delta_r S_{1'}^\circ &= \frac{\Delta_{\text{fusion}} H^\circ}{T_{\text{fusion}}} \\ &= \frac{11 \cdot 10^3}{933} \\ &= 12 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \end{aligned}$$

puis $(2) = (1) - \frac{4}{3} (1')$

$$\Delta_r S_2^\circ = -208 - \frac{4}{3} \cdot 12 = -224 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\boxed{\text{pente} = 224 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} \quad (\text{augmente})$$

7)



→ avec $A = -\Delta_r G^\circ(T)$ car $Q=1$
La réaction ne donne donc pas lieu à un équilibre
 (puisque A ne dépend pas de l'avancement)

→ avec $\Delta_r G^\circ = \frac{2}{3} \left(\Delta_r G^\circ_{\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}} - \Delta_r G^\circ_{\text{Cr}_2\text{O}_3/\text{Cr}} \right)$
 < 0 (cf diagramme)

donc $A > 0$

La réaction est totale

(le sens de la réaction est évident

- soit parce que on sait que Al est plus réducteur que Cr
- soit parce que les domaines de Al et Cr_2O_3 sont disjoints sur le diagramme)

Binaire eau - fluorure d'hydrogène

- 1) 1,013 bar est la pression dite normale
(c'est à dire 1 atm)
alors que la pression standard vaut 1 bar

2)	I :	H ₂ O gaz	HF gaz	1 phase (gaz)
	II :	H ₂ O gaz	HF gaz	2 phases (liq, gaz)
		H ₂ O liq	HF liq	
	III :	idem que II		idem
	IV :	H ₂ O liq	HF liq	1 phase (liq)

- 3) (a) : courbe de rosée
(b) : courbe d'ébullition

La courbe d'ébullition donne

- la température de début d'ébullition T_{eb} pour un mélange liquide de composition w
- la composition de la phase liquide w_L pour un système biphasé à la température T

La courbe de rosée donne

- la température de début de liquéfaction T_{ros} pour un mélange gazeux de composition w
- la composition de la phase vapeur w_g pour un système biphasé à la température T

- 4) Pour $w = 0,38$ on obtient le mélange azeotropique
dont l'ébullition se fait à la température constante
(environ 102°C)

- 5) Exprimons x en fonction de w_L

$$1 \text{ kg liquide} \begin{cases} w_L \text{ kg HF} & \text{---} & \frac{w_L}{M_{HF}} \text{ moles HF} \\ (1-w_L) \text{ kg H}_2\text{O} & \text{---} & \frac{1-w_L}{M_{H_2O}} \text{ moles H}_2\text{O} \end{cases}$$

donc

$$x = \frac{\frac{w_L}{M_{HF}}}{\frac{w_L}{M_{HF}} + \frac{1-w_L}{M_{H_2O}}}$$

(dans l'autre sens

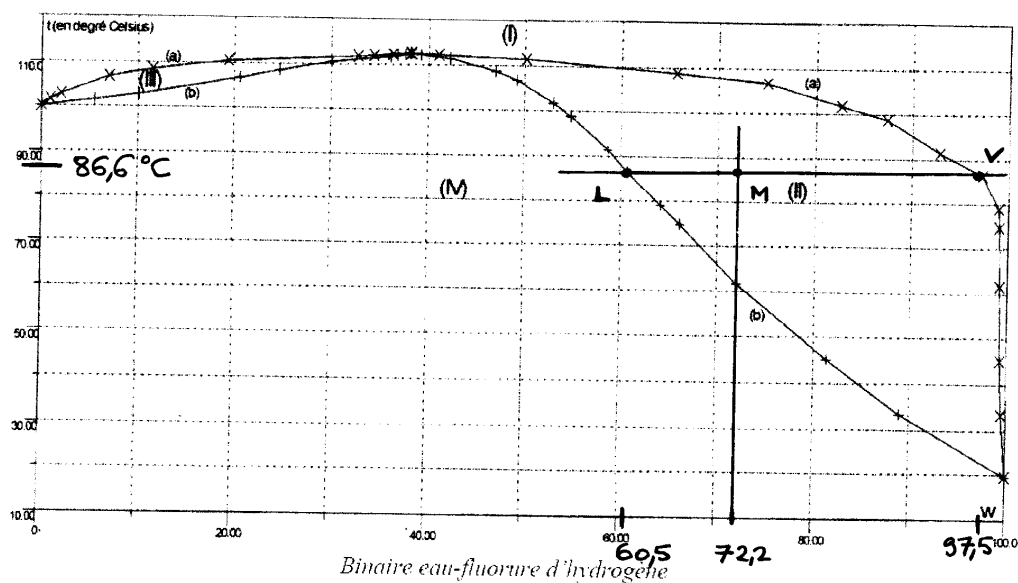
$$w_L = \frac{x M_{HF}}{x M_{HF} + (1-x) M_{H_2O}})$$

6) Idem

$$y = \frac{\frac{w_2}{M_{HF}}}{\frac{w_2}{M_{HF}} + \frac{1-w_2}{M_{H_2O}}}$$

$$\left(w_2 = \frac{y M_{HF}}{y M_{HF} + (1-y) M_{H_2O}} \right)$$

7)

moles total : $35 + 15 = 50$ molesmasse totale : $\underbrace{35 \times 20,01}_{700,4} + \underbrace{15 \times 18,02}_{270,3} = 971$ g $x_{\text{global}} : \frac{35}{50} = 70\%$ $w_{\text{global}} : \frac{700}{971} = 72,2\%$

masse liquide

$$\frac{97,5 - 72,2}{97,5 - 60,5} \times 971 = 665 \text{ g}$$

$$665 \times \frac{60,5}{100} =$$

$$402 \text{ g HF}_\ell$$

$$20,1 \text{ HF}_\ell$$

$$263 \text{ g H}_2\text{O}_\ell$$

$$14,6 \text{ H}_2\text{O}_\ell$$

masse vapeur

$$\frac{72,2 - 60,5}{97,5 - 60,5} \times 971 = 306 \text{ g}$$

$$306 \times \frac{97,5}{100} =$$

$$298 \text{ g HF}_g$$

$$14,9 \text{ HF}_g$$

$$8 \text{ g H}_2\text{O}_g$$

$$0,4 \text{ H}_2\text{O}_g$$