Approximation de l'optique géométrique -rayon lumineux

Table des matières

L'optique est un domaine qui consiste à étudier les phénomènes lumineux,on distingue entre deux types :

- Optique géométrique : Traite les rayons lumineux et la formation d'image par un instrument optique
- Optique ondulatoire (physique) : Traite les phénomènes vibratoires : diffraction , interférence ...

1 Définitions

- Milieu linéaire : Les effets sont proportionnels aux causes
- Milieu homogène : Toutes les propriétés physiques sont identiques en tout point M du milieu
- Milieu isotrope : Toutes les les propriétés physiques sont identiques dans toutes les directions de l'espace (pas de direction préviligé) .
- Milieu transparant : pas d'absorption (l'intensité lumineuse reste constante)
- Indice de réfraction :

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

• $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ la vitesse de la lumière dans le vide
• v la vitesse de l'onde lumineuse dans le milieu . $v \leqslant c \Rightarrow n \geqslant 1$
• Exemples

milieu	vide	air	eau	verre
indice de réfraction	1	1,00029	1,33	entre 1,5 et 1,8

• Remarque : Lorsque n est une fonction de la longueur d'onde λ on dit qu'il s'agit d'un milieu dispersif
Dans le cas usuel des milieu MLHI n suit la loi de Cauchy

$$\boxed{n = A + \frac{B}{\lambda^2}}$$

avec A et B sont des constantes .

2 Rayons lumineux

2.1 Définition

Un rayon lumineux est le trajet suivi par la lumière,plus précisement le trajet suivi par l'énergie lumineuse. À partir d'une source lumineuse on peut réaliser un ensemble de rayons lumineux ,c'est-à dire un faisceau lumineux , il existe trois types de faisceau .

- Faisceaux divergents : tous les rayons lumineux sont issus d'un même point
- Faisceaux convergents : tous les rayons lumineux se dirigent vesr un point donné
- Faisceaux parallèles : tous les rayons lumineux sont parallèles,donc se rencontrent à l'infini .

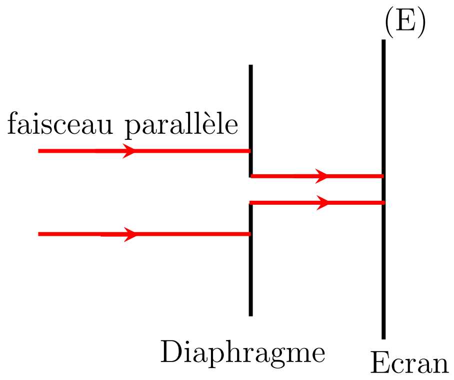
2.2 hypothèse fondamentale de l'optique géométrique

Dans un milieu linéaire homogène transparent et isotrope (MLHTI) la lumière se propage rectilignement .

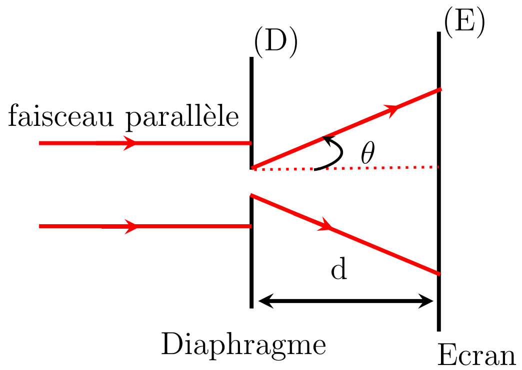
2.3 Approximation de l'optique géométrique

• Expérience : On éclaire une ouverture circulaire de rayon r réglable avec un faisceau parallèle (source laser) . Deux cas peuvent se présenter .

- $r >> \lambda$: le faisceau reste parallèle



- $r \leqslant \lambda$: le faisceau diverge d'un angle θ



$$\boxed{\theta = \frac{\lambda}{r}}$$

On obtient une tache lumineuse centrale de rayon supérieur à r du diaphragme c'est le phénomène de diffraction

Conclusion : La loi de propagation rectiligne est une loi limite,valable dans le cas de longueurs d'ondes faibles devant les dimensions des diaphragmes (limitant les faisceaux lumineux) des systèmes optiques .L'optique géométrique est la limite de l'optique ondulatoitre . Elle est valable lorsque les dimensions des obstacles sont grandes devant λ .

2.4 Propriétés des rayons lumineux

2.4.1 Indépendance des rayons lumineux

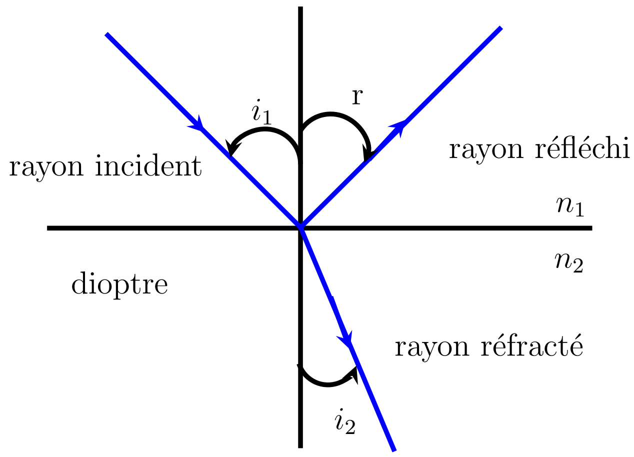
Dans un MLHTI,les rayons lumineux se propagent indépendament les uns des autres .

2.4.2 Principe de retour inverse de la lumière

Le trajet suivi par la lumière ne dépend pas du sens de parcours

3 Lois de Descartes

3.1 Définitions

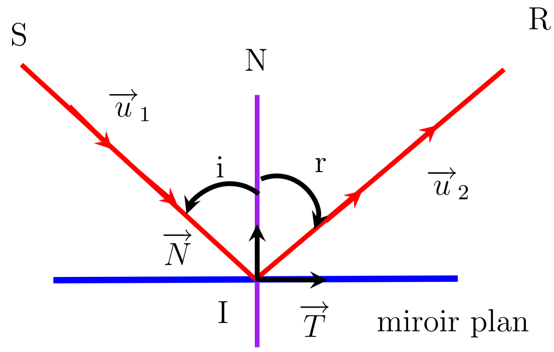


• Dioptre : Surface séparant deux milieux transparents d'indices différents .
Exemples : surface de l'eau
i_1 : angle d'incidence
i_2 : angle de réfraction
r : angle de réflexion
• Point d'incidence : point de rencontre entre les trois rayons
• Plan d'incidence : plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence .
• Miroir : c'est une surface totalement réfléchissante .

3.2 Lois de la réflexion

3.2.1 Enoncé

Soit un rayon lumineux,issu de S ,parvenant au point I d'un miroire plan parfaitement réfléchissant .



La direction du rayon réfléchi IR est donnée la première loi de Descartes :

Première loi de Descartes

- Le rayon IR appartient au plan d'incidence,défini par le rayon incident SI et la normale IN au miroir .
- L'angle de réflexion est égal en valeur absolue à l'angle d'incidence $|r| = i$

3.2.2 Formation algébrique ou vectorielle

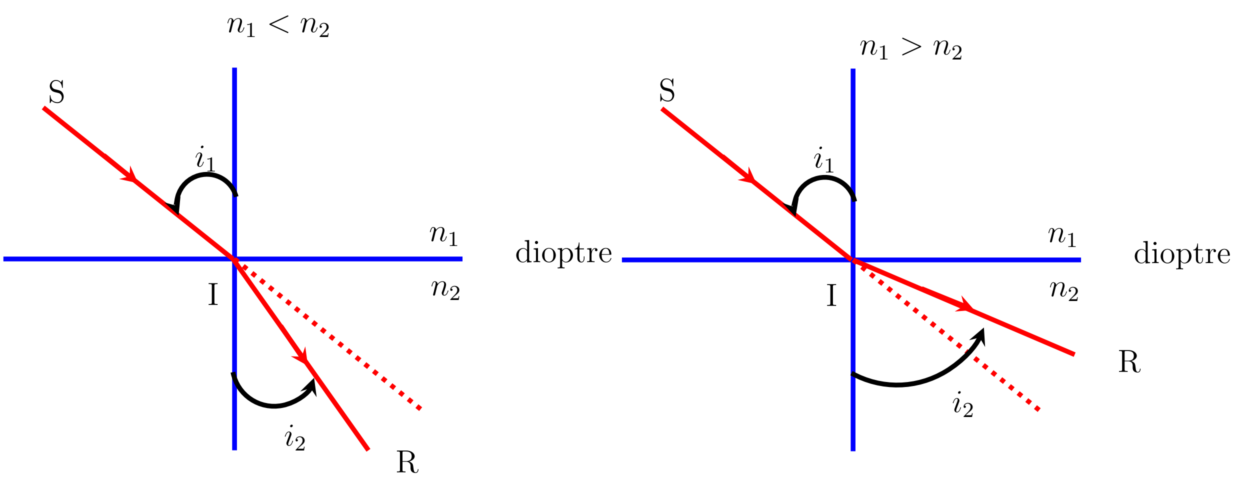
Soient $\overrightarrow{u}_1$, $\overrightarrow{u}_2$, $\overrightarrow{N}$ et $\overrightarrow{T}$ les vecteurs unitaires résspectivement sur IS, IR,IN et le miroire
En tenant compte de l'orientation (+) des angles $i = -r$.
La première loi de Descartes s'éxprime par :

$$\boxed{\overrightarrow{u}_2 = \overrightarrow{u}_1 + k\overrightarrow{N}}$$

avec k : constante
$\overrightarrow{u}_2.\overrightarrow{T} = (\overrightarrow{u}_1 + k\overrightarrow{N})\overrightarrow{T} = \overrightarrow{u}_1\overrightarrow{T} \Rightarrow \sin r = -\sin i \Rightarrow i = -r$
• Remarque : Le trajet suivi par la lumière (SIR) est indépendant du sens de parcours (les rayons SI et IR sont symétriques par rapport à la normale)⇒ principe de retour inverse de la lumière

3.3 Deuxième loi de Descartes : Loi de réfraction

3.3.1 Enoncé



Enoncé :

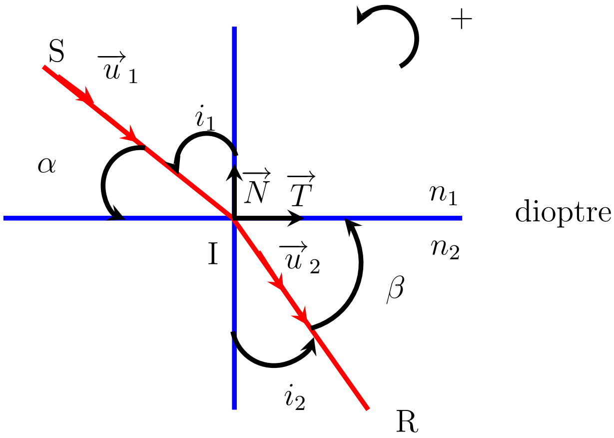
- Les rayons incident SI et réfracté IR appartiennt au plan d'incidence
- Les angles d'incidence et de réfraction vérifient la relation suivante

$$\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$$

- Si $n_1 < n_2$: Le milieu (2) est plus réfringent que le milieu (1) $\Rightarrow i_1 > i_2$
- Si $n_1 > n_2$: Le milieu (1) est plus réfringent que (2) $\Rightarrow i_1 < i_2$

Résultat : Plus le milieu est plus réfringent plus le rayon réfracté s'approche de la normale

3.3.2 Formulation algébrique ou vectorielle



$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
$\vec{u}_1.\vec{T} = \cos\alpha = \sin i_1$
$\vec{u}_2.\vec{T} = \cos\beta = \sin i_2$

$$\boxed{n_1\vec{u}_1.\vec{T} = n_2\vec{u}_2.\vec{T}}$$

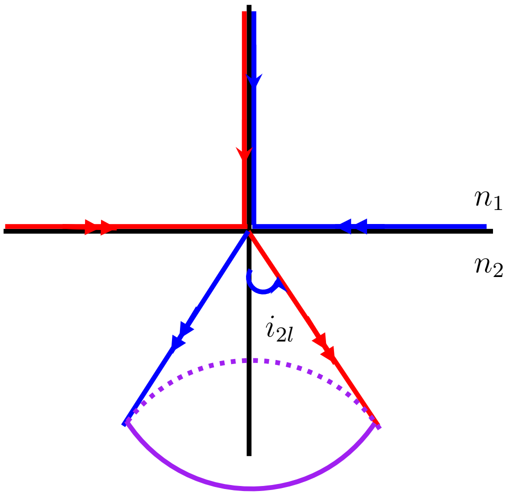
$n_1\vec{u}_1 - n_2\vec{u}_2$ est un vecteur perpendiculaire à $\vec{T}$

$$\boxed{n_1\vec{u}_1 - n_2\vec{u}_2 = k\vec{N}}$$

3.4 Réfraction limite et réflexion totale

3.4.1 Réfraction limite

On passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu plus réfringent d'indice $n_2 > n_1$



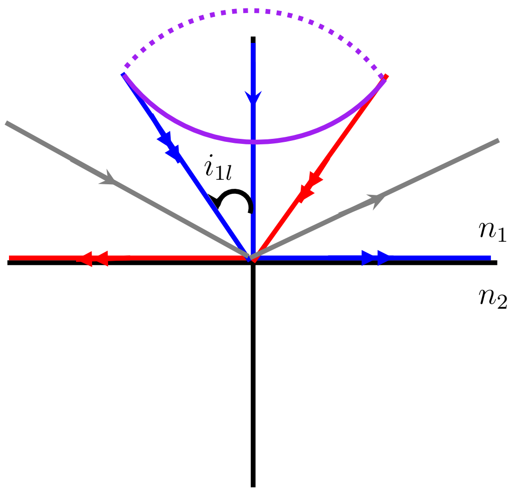
Comme i_1 peut varier de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$ il en resulte que i_2 varie de 0 à i_{2l} avec $\sin i_{2l} = \dfrac{n_1}{n_2}$

$$\boxed{i_{2l} = \arcsin\frac{n_1}{n_2}}$$

Conclusion : Lors du passage d'un milieu (1) vers un milieu (2) plus réfringent,les rayons réfractés sont tous situés à l'intérieur d'un cône appelé cône de réfraction de demi-angle i_{2l} : angle de réfraction limite .

3.4.2 Réflexion totale

On passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice $n_2 < n_1$



Lorsque i_2 varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$,i_1 varie de 0 à i_{1l}

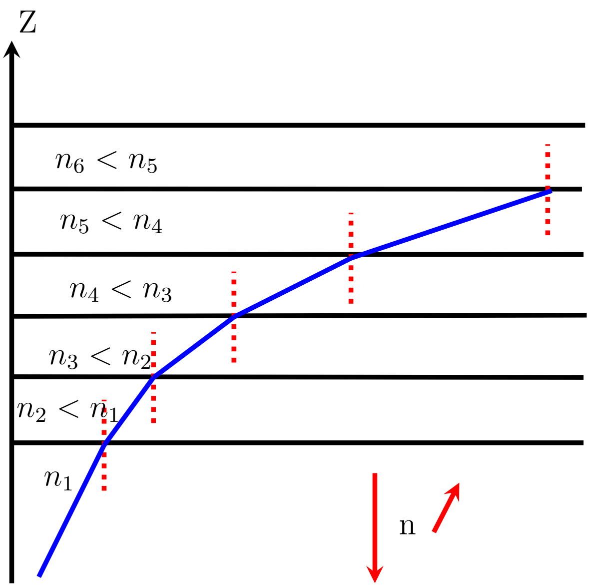
$$\boxed{i_{1l} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

Tout rayon incident ,telque $i_1 > i_{1l}$ ne peut être réfracté et subit donc une réflexion totale sur le dioptre plan .

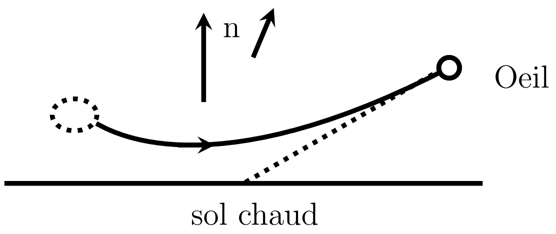
- Ordre de grandeur : Pour une interface verre/air $i_{1l} = \arcsin\frac{1}{1,5} = 42^\circ$
- Quelques applications : Fibre optique ,prisme dans certaines jumelle ...

3.5 Milieu d'indice variable : phénomène de mirage

La loi de réfraction de Descartes s'applique également à un milieu non homogène à condition de le découper en tranches élémentaires d'indices définis,deux tranches successives ayant un indice infiniment voisin .
Le rayon lumineux s'écarte de la normale ($i_2 > i_1$) dans un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$) .

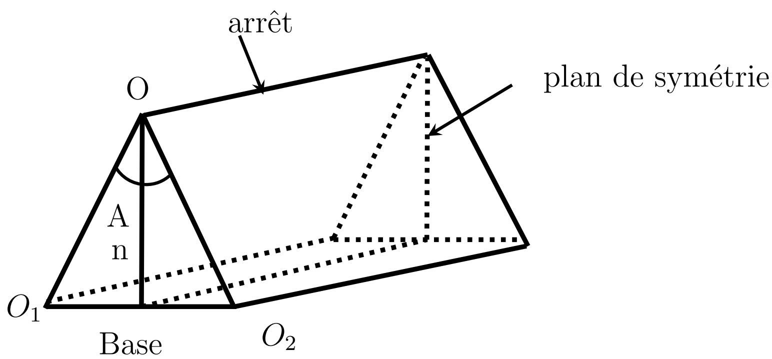


Ce phénomène est à l'origine des mirages : en été dans une ligne goudronnée on observe une ≺ flaque d'eau≻ ceci n'est autre que le reflet du ciel sur la route surchauffée : l'air se réchauffe au contact du sol brûlant,créant une élévation de température vers le bas À pression atmosphérique,si T augmente,la concentration de l'air gazeux diminue ($p = \frac{n}{V}RT = CRT$),donc l'indice diminue en se rapprochant à celui du vide : il existe une augmentation d'indice vers le haut .



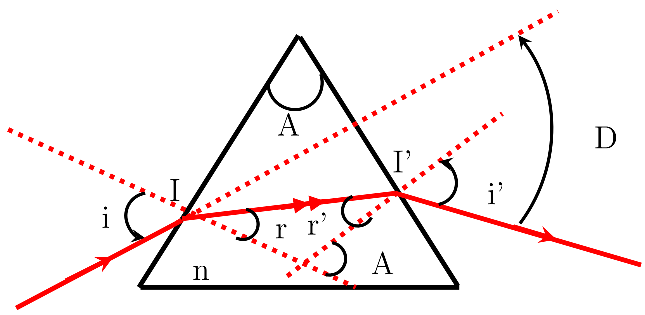
4 Prisme

4.1 Définitions



- Le prisme est un milieu LHTI limité par deux dioptres plans non parallèles
- L'angle du dièdre,noté A,est appelé angle du prisme (en générale $A = 60^{\circ}$)
- Le triangle O_1OO_2 est isocèle
- Le prisme possède un plan de symétrie passant par l'arrêt du prisme est perpendiculaire à la base
- En pratique,le matériau utilisé est le verre dont l'indice varie entre $1,5$ et $1,8$ suivant la longuer d'onde .

4.2 Marche d'un rayon : Lois du prisme



- Lois de Descartes

$$\boxed{\sin i = n.\sin r} \quad (1)$$

$$\boxed{\sin i' = n.\sin r'} \quad (2)$$

- On montre facilement les deux relations

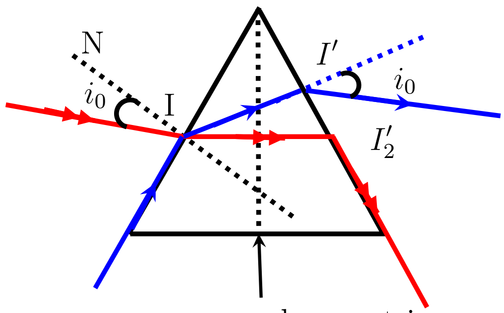
$$\boxed{A = r + r'} \quad (3)$$

$$\boxed{D = i + i' - A} \quad (4)$$

- Dans le cas des petites angles : $\sin i \approx i$ et $\sin i' \approx i'$

$$\boxed{i = nr}$$
$$\boxed{i' = nr'}$$
$$\boxed{D = (n-1)A}$$

4.3 Conditions d'émergence



En I' : le rayon lumineux II' passe d'un milieu d'indice n à un milieu moins réfringent (l'air) ce rayon est réfracté à condition que

$n\sin r' = \sin i' \leqslant 1 \Rightarrow \sin r' \leqslant \dfrac{1}{n}$ donc $r' \leqslant \theta$ avec $\theta = \arcsin\dfrac{1}{n}$ (réfraction limite)

Si $r' \leqslant \theta$ n'est pas vérifiée : le rayon II' se réfléchit sur le dioptre verre $\rightarrow$ air

• $r' \leqslant \theta$ en utilisant la relation (3) : $r \geqslant A - \theta \Rightarrow$ la relation (1) donne $\sin i \geqslant n\sin(A-\theta)$

Pour avoir l'émergence en I' : $i \geqslant i_0$ avec

$$\boxed{i_0 = \arcsin[n\sin(A-\theta)]}$$

i_0 correspond à l'émergence limite $i' = \dfrac{\pi}{2}$

• Principe de retour inverse de la lumière

$i_0 \leqslant i \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ et $i_0 \leqslant i' \leqslant \dfrac{\pi}{2}$

• L'émergence en I' impose une condition sur A

$r' \leqslant \theta \Rightarrow r \leqslant \theta$ (principe de retour d'inverse) donc $A \leqslant 2\theta$

Conclusion : L'émergence en I' exige deux conditions

- $i \geqslant i_0 = \arcsin[n\sin(A-\theta)]$
- $A \leqslant 2\theta$ avec $\theta = \arcsin\dfrac{1}{n}$

4.4 Variation de D en fonction de l'indice

▶ Minimum de déviation D_m

$\sin i = n \sin r \Rightarrow \cos i di = n \cos r dr$

$\sin i' = n \sin r' \Rightarrow \cos i' di' = n \cos r' dr'$

$A = r + r' = cte \Rightarrow dA = 0 = dr + dr'$

$D = i + i' - A \Rightarrow dD = di + di'$

$dD = di + \frac{n \cos r'}{\cos i'} dr' = di - \frac{n \cos r'}{\cos i'} dr = di - \frac{n \cos r'}{\cos i'} \frac{\cos i}{n \cos r} di$

$$\boxed{(\frac{dD}{di})_{A,n} = 1 - \frac{\cos r'}{\cos r} \frac{\cos i}{\cos i'}}$$

Il existe une solution évidente pour $(\frac{dD}{di})_{A,n} = 0$

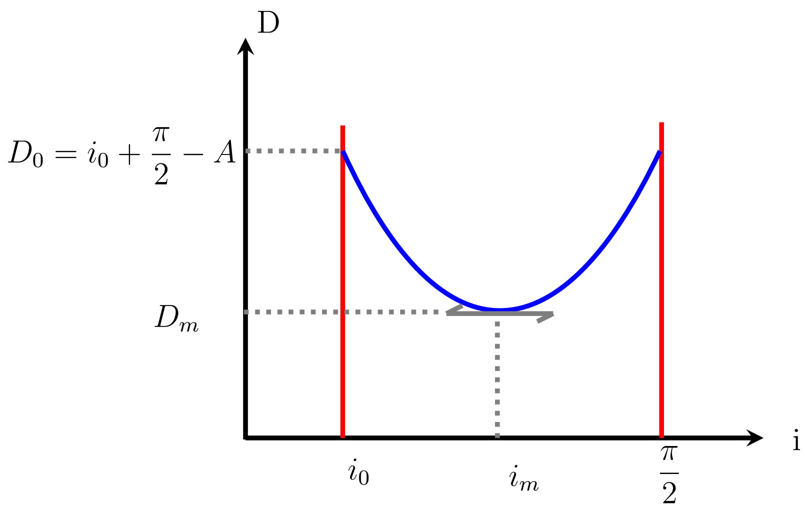
$$\boxed{r_m = r'_m = \frac{A}{2}}$$

$$\boxed{i_m = i'_m = \arcsin(n \sin r_m) = \arcsin(n \sin \frac{A}{2})}$$

• Le faisceau émerge symétriquement au faisceau incident par rapport au plan de symétrie du prisme
• Le rayon II' à l'intérieur du prisme est parallèle à la base
• Minimum de déviation :$D_m = 2i_m - A \Rightarrow i_m = \frac{D_m + A}{2}$

$$\boxed{n = \frac{\sin(\frac{D_m + A}{2})}{\sin(\frac{A}{2})}}$$

▶ Représentation graphique



4.5 Dispersion d'un rayon polychromatique

Dans le cas d'un rayon polychromatique (lumière blanche) parvenant au point I du prisme sous l'incidence i,nous constatons à la sortie du prisme ,que la lumière incidente est décomposée en toutes ses radiations monochromatiques constituant

le spectre de la lumière blanche
Le rayon incident est d'autant plus dévié que sa longueur d'onde est plus faible

$$\begin{array}{ccccc} D_{violet} & > & D_{Jaune} & > & D_{rouge} \\ \lambda_v = 0,4\mu m & & \lambda_j = 0,59\mu m & & \lambda_r = 0,7\mu m \end{array}$$

• L'application fondamentale du prisme est la spéctrométrie : l'analyse d'une lumière incidente en ses divers longueurs d'onde : on obtient le spectre de la lumière .