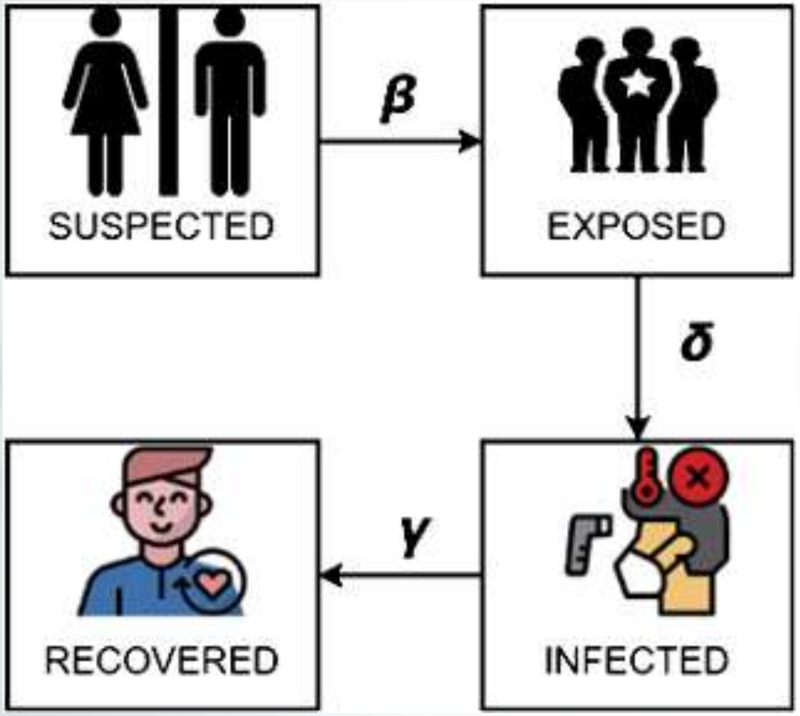
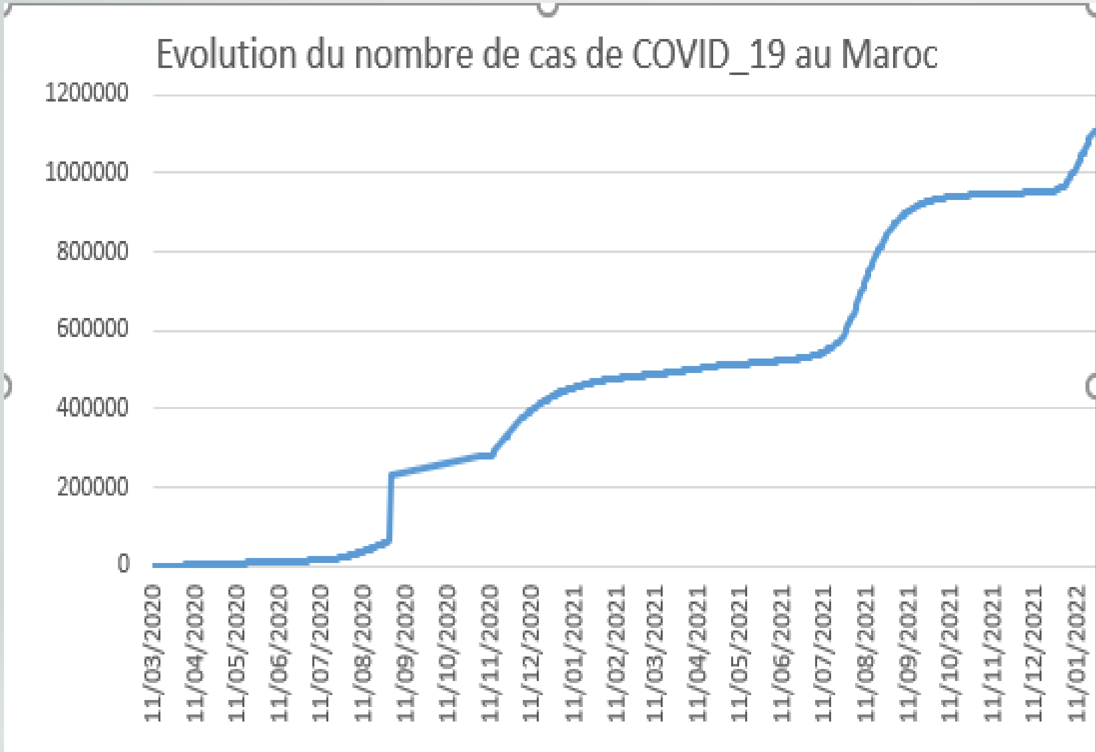
Modélisation mathématique de la propagation du covid_19 au Maroc.



Réaliser par : AFTATI Sary

*PLAN :

*INTRODUCTION:

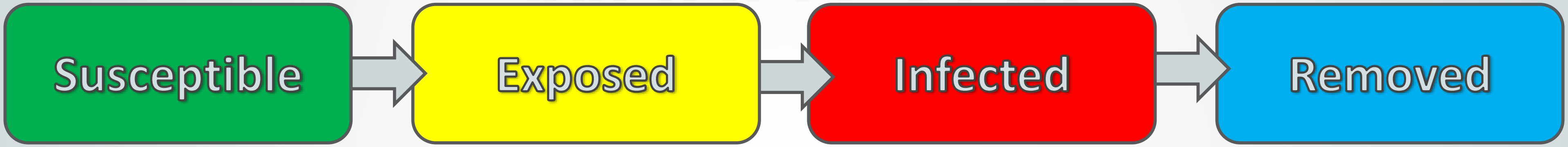


	A	B	C	D	E	F
1	date	nom	cas	deces	guerisons	S
2	11/03/2020	maroc	6	1	0	36669994
3	12/03/2020	maroc	6	1	0	36669994
4	13/03/2020	maroc	8	1	1	36669991
5	14/03/2020	maroc	18	1	1	36669981
6	15/03/2020	maroc	28	1	1	36669971
7	16/03/2020	maroc	37	1	1	36669962
8	17/03/2020	maroc	44	2	1	36669955
9	18/03/2020	maroc	54	2	1	36669945
10	19/03/2020	maroc	63	2	2	36669935
11	20/03/2020	maroc	86	3	2	36669912
12	21/03/2020	maroc	96	3	3	36669901
13	22/03/2020	maroc	115	4	3	36669882
14	23/03/2020	maroc	143	4	5	36669852
15	24/03/2020	maroc	170	5	6	36669824
16	25/03/2020	maroc	225	6	7	36669768
17	26/03/2020	maroc	275	10	8	36669717
18	27/03/2020	maroc	345	23	11	36669644
19	28/03/2020	maroc	402	25	12	36669586
20	29/03/2020	maroc	479	26	13	36669508
21	30/03/2020	maroc	556	33	15	36669429
22	31/03/2020	maroc	617	36	24	36669359
23	01/04/2020	maroc	654	39	29	36669317

Figure 1:Présentation de la base de données sous Excel

De quelle façon le modèle SEIR modélise-t-il la propagation de la COVID_19?

MODELE SEIR



On Pose :

- **N: la taille de la Population**
- **S(t) : le nombre d’individus sains à l’instant t.**
- **I(t) : le nombre d'individus infectés à l’instant t.**
- **E(t):le nombre d’individus infectés non infectieux à l’instant t .**
- **R(t) : le nombre des individus retirés (soit guéris et immunisés, soit décédés) à l’instant t .**

On suppose que :

$$N=S(t)+E(t)+I(t)+R(t)$$

Hypothèses d’étude :

- On néglige la natalité et la mortalité dans la Population
- On suppose que les individus ont la même probabilité d'être infectés.
- On présume que la population est vaste.
- On suppose qu'un seul virus circule dans la population
- Dans un premier temps on supposera que les personnes exposées n’infectent pas les autres .

<u>Considérons les équations différentielle suivantes:</u>

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \alpha E$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$\boxed{S} \xrightarrow{\beta} \boxed{E} \xrightarrow{\alpha} \boxed{I} \xrightarrow{\gamma} \boxed{R}$$

<u>Figure 2: Schéma représentatif du modèle SEIR</u>

Avec :

- β : représente le taux de transmission, il est positif .
- γ : Le taux de guérison, c'est-à-dire le taux de personnes infectées qui deviennent retirées, il est positif .
- α: le taux d'incubation qui est l'inverse de la durée d'incubation d'une maladie (période entre la contamination et l'apparition des premiers symptômes du virus) .
- αE: Le nombre de personnes exposées .
- $\frac{\beta SI}{N}$:Le nombre de personnes nouvellement infectées .
- $\gamma I(t)$:Le nombre de personnes nouvellement retirées .

Estimation des paramètres du modèle:

$$\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{N}\frac{\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}{\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}).\boldsymbol{I}(\boldsymbol{t})}$$

$$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{t}) = \frac{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}) - \boldsymbol{R}(\boldsymbol{t})}{\boldsymbol{I}(\boldsymbol{t})}$$

$$\boldsymbol{\alpha}\,(\boldsymbol{t}) = \frac{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1}) + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{t})}$$

Alors :

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{1}{card(X)} \sum_{t \in X} \boldsymbol{\beta}(t) = 0.070441$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{1}{card(X)} \sum_{t \in X} \boldsymbol{\gamma}(t) = 0.020713$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{card(X)} \sum_{t \in X} \boldsymbol{\alpha}\,(t) = 0.04250$$

Avec X représente l'ensemble des dates

Figure 3 :calcul de ces paramètres suivant Excel :

date	nom	I	deces	guerisons	S	R	E	beta(t)	alpha(t)	gamma(t)
01/06/2020	maroc	7819	205	5754	36648012	5959	8210	0,096406	0,08575	0,084026
02/06/2020	maroc	7866	206	6410	36647259	6616	8259	0,072611	0,061991	0,057971
03/06/2020	maroc	7922	206	6866	36646688	7072	8318	0,062783	0,049531	0,041782
04/06/2020	maroc	8003	208	7195	36646191	7403	8403	0,026557	0,016779	0,009122
05/06/2020	maroc	8071	208	7268	36645978	7476	8475	0,02616	0,014986	0,005823
06/06/2020	maroc	8151	208	7315	36645767	7523	8559	0,008139	0,004557	0,001595
07/06/2020	maroc	8177	208	7328	36645701	7536	8586	0,041149	0,023876	0,009784
08/06/2020	maroc	8302	208	7408	36645365	7616	8717	0,043844	0,025467	0,010479
09/06/2020	maroc	8437	210	7493	36645001	7703	8859	0,004732	0,002371	0,000356
10/06/2020	maroc	8455	210	7496	36644961	7706	8878	0,03031	0,019149	0,010408
11/06/2020	maroc	8537	211	7583	36644705	7794	8964	0,021762	0,01216	0,004217

beta	0,070441
gamma	0,020713
lamda	48,27935
alpha	0,04259
1/alpha	23,47983

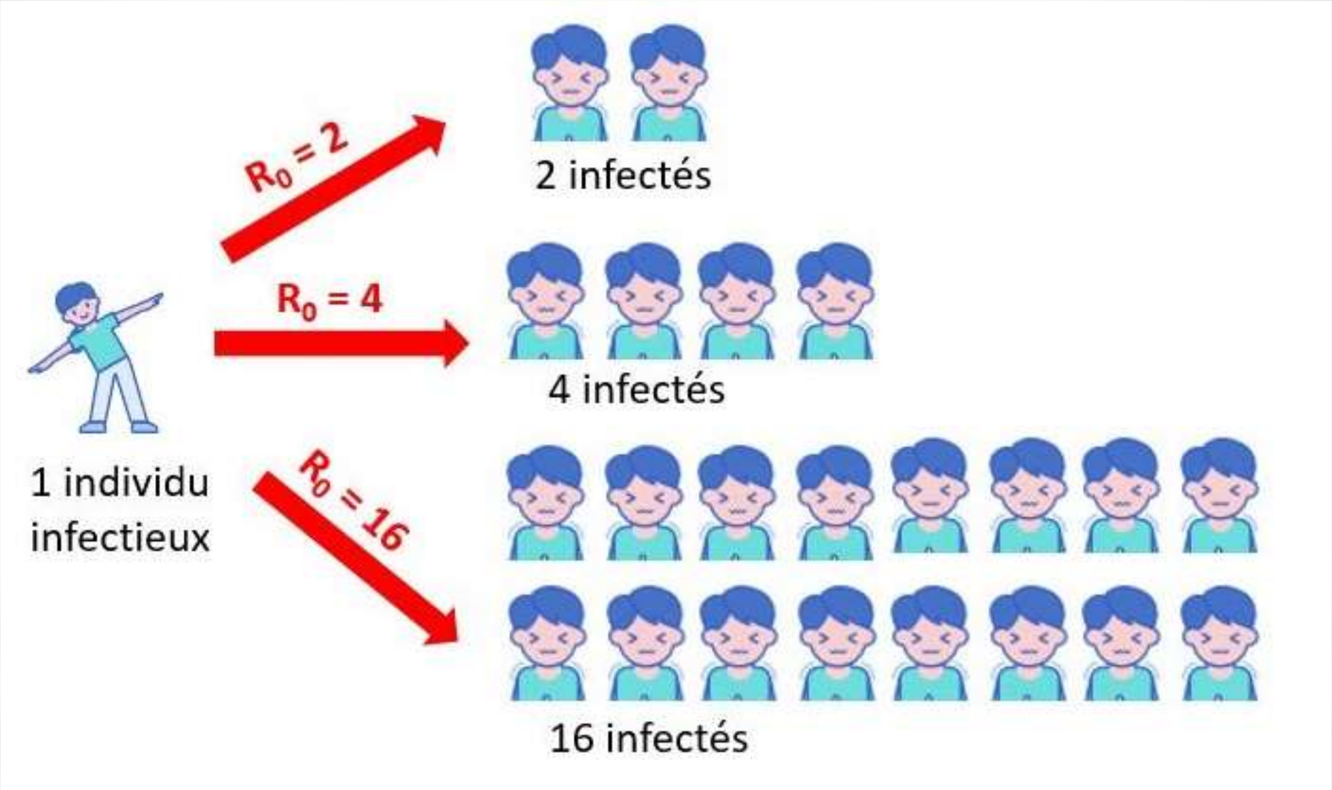
Le taux de reproduction:

Le taux de reproduction représente le nombre moyen de cas secondaires produits par un individu infectieux

$$\boldsymbol{R_0 = \frac{\beta}{\gamma}}$$

importance de R_0:(Théorème du seuil)

- **Si $R_0 > 1$, on aura une épidémie**
- **sinon le virus disparaîtra**



Exemple de taux de reproduction :

Figure 4 : Simulation du modèle SEIR :

constantes	
N	36670000
E0	8210
R0	5959
I0	7819
S0	36648012
beta	0,070441
gamma	0,020713
lamda	48,27935
alpha	0,04259
1/alpha	23,47983

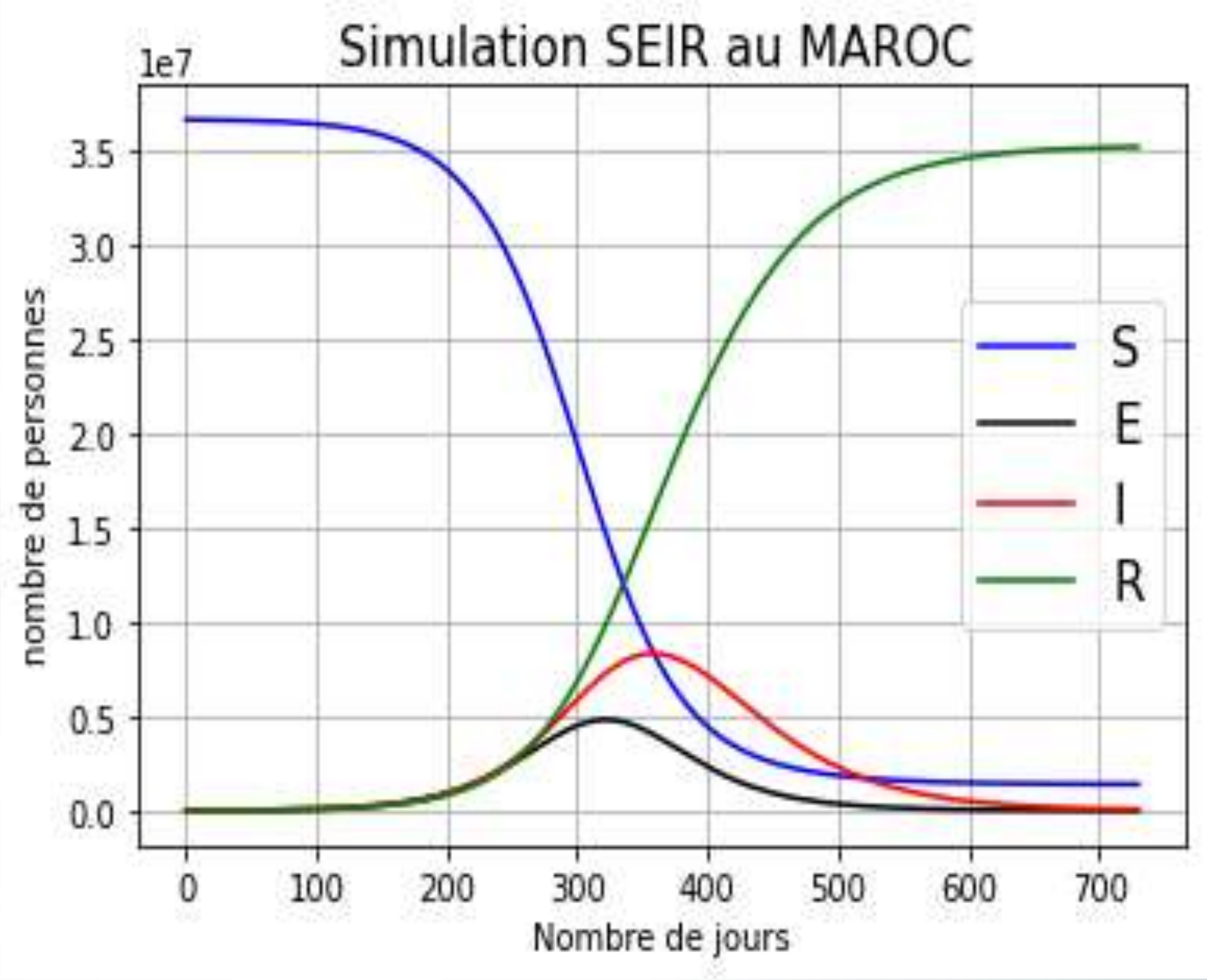
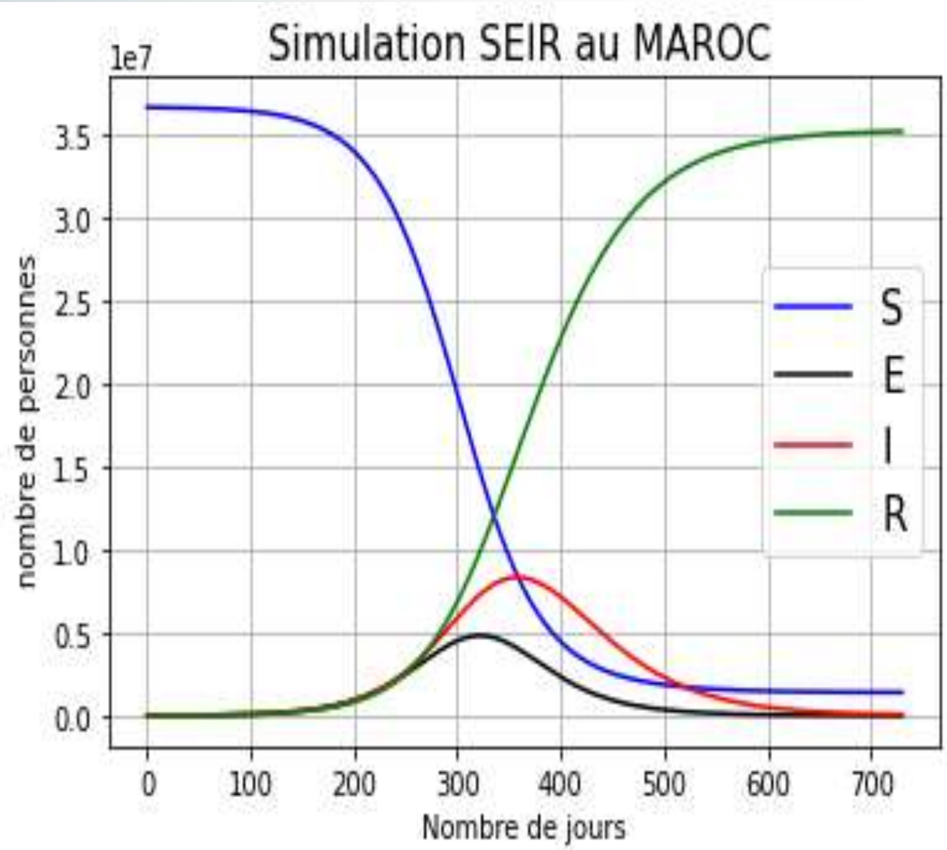
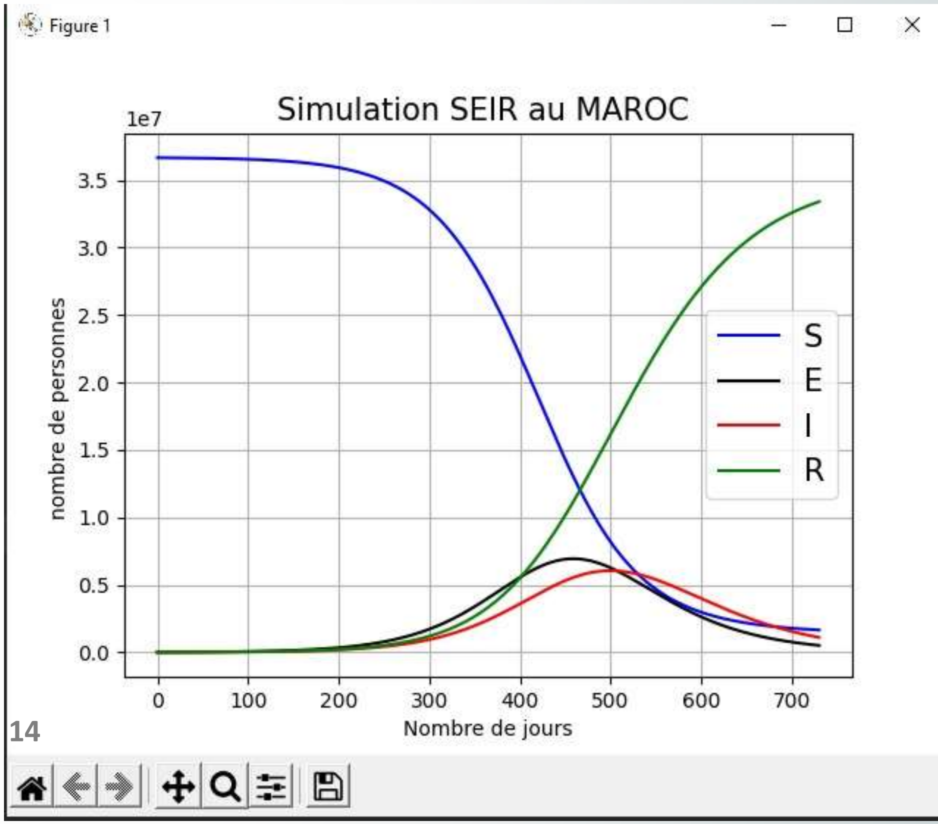


Figure 5 : Sensibilité du modèle par rapport aux variations de alpha :

```
# Nombre initial
I0, R0,D0,E0, = 7819, 5959,300 ,8210
S0 = N - I0 - R0 - E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789
```

```
# Nombre initial
I0, R0,D0,E0, = 7819, 5959,300 ,8210
S0 = N - I0 - R0 - E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.02,0.07044064 ,0.020712789
```

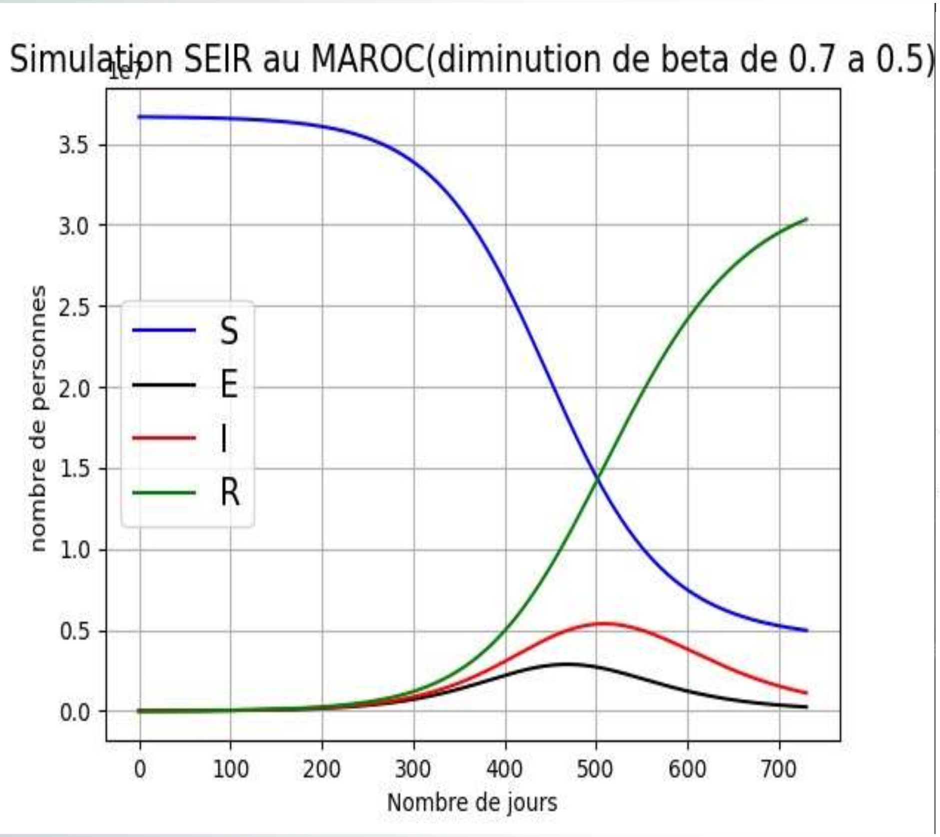


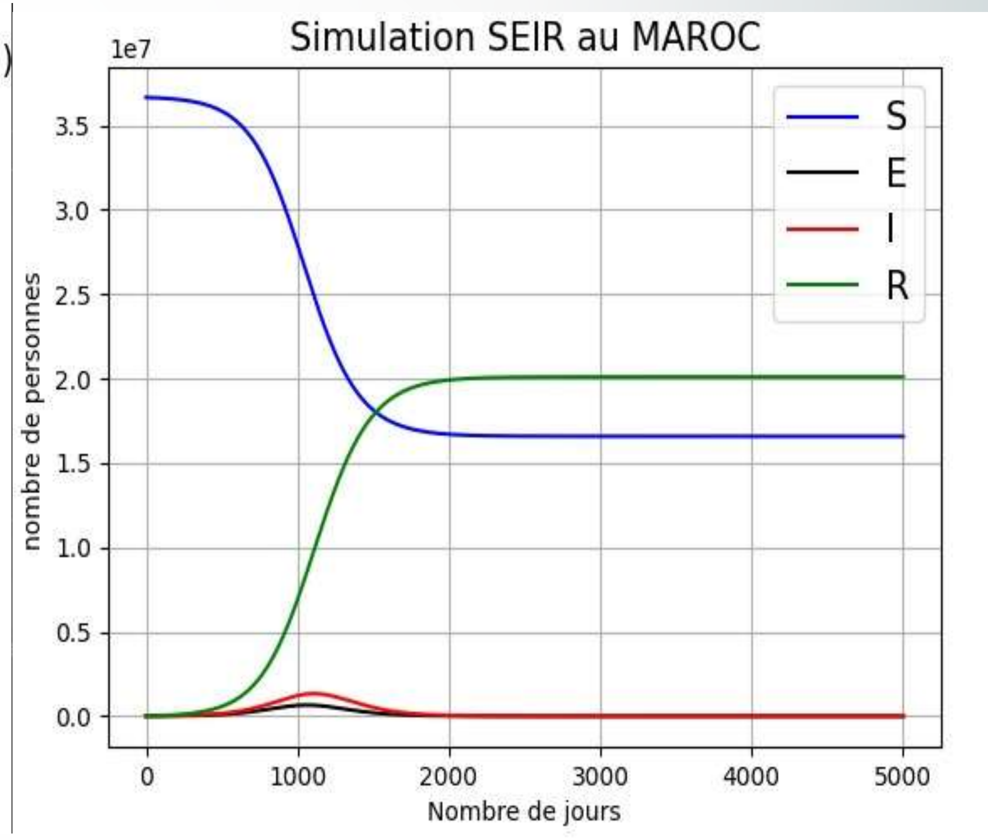


Sensibilité du modèle par rapport aux variations de beta :

```
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.05 ,0.020712789
```

```
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.03 ,0.020712789
```

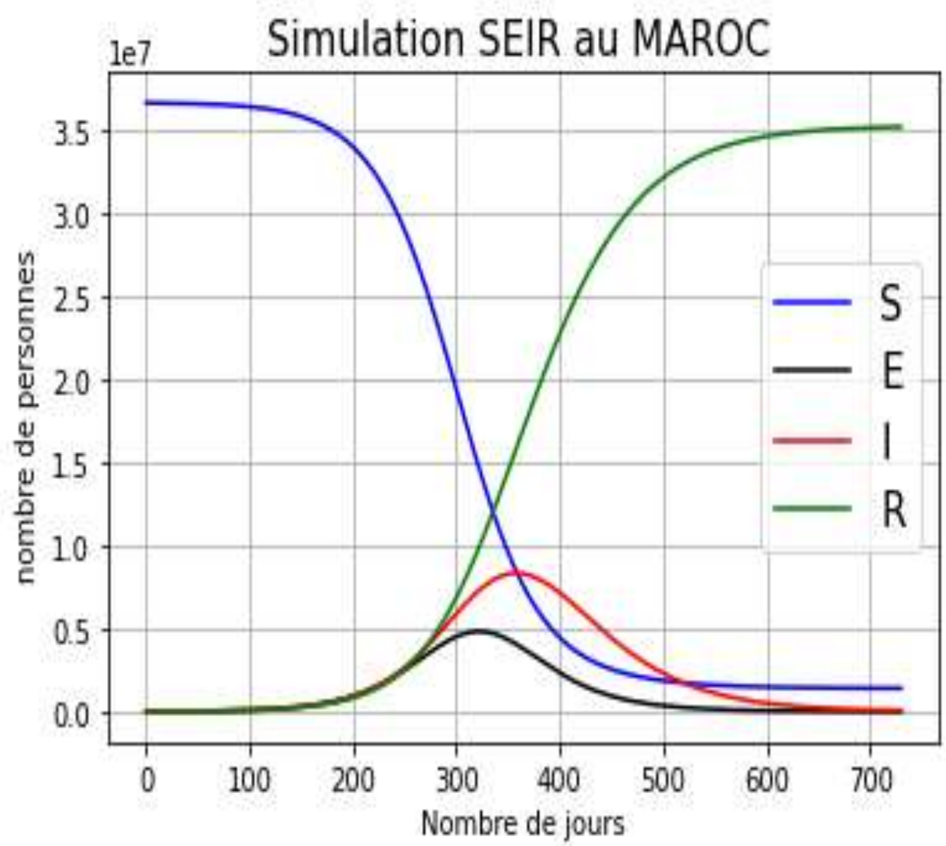


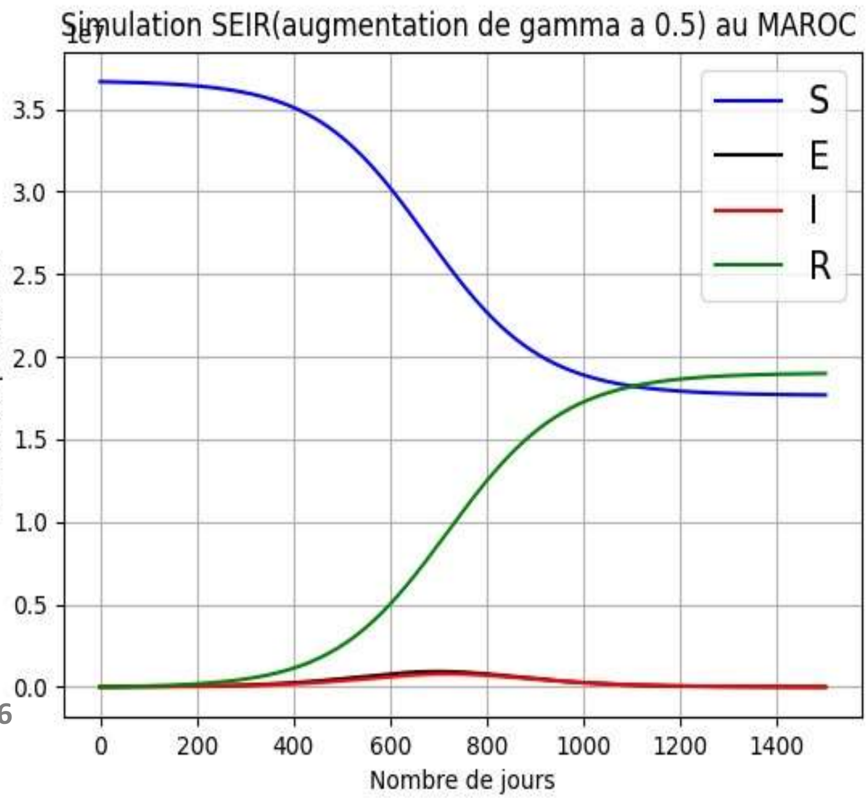


Sensibilité du modèle par rapport aux variations de gamma :

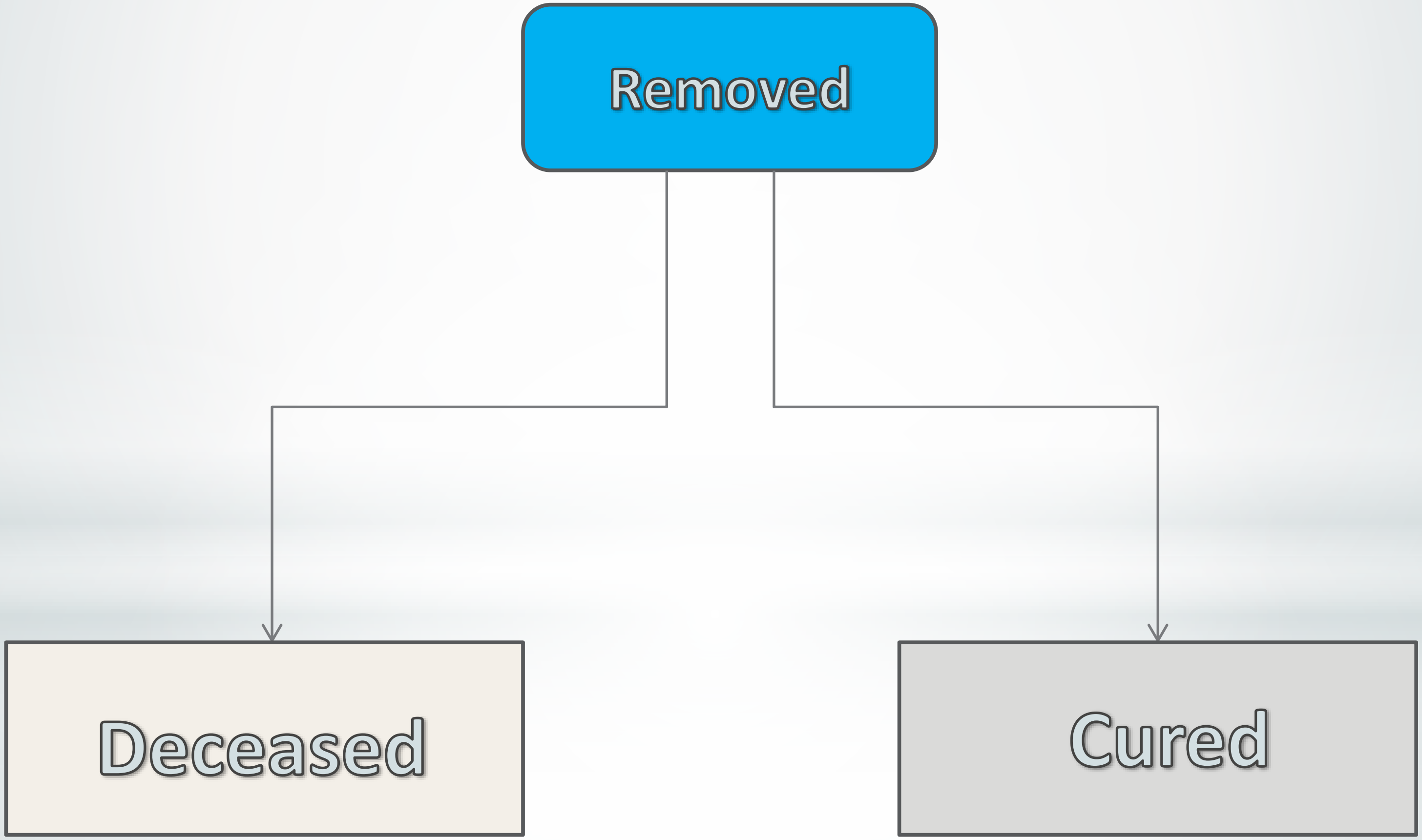
```
# Nombre initial
I0, R0,D0,E0, = 7819, 5959,300 ,8210
S0 = N - I0 - R0 - E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789
```

```
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.05
```





Développement du modèle SEIR:



Système d'équations différentiel :

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \alpha E$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \xi)\gamma I$$

$$\frac{dD}{dt} = \xi\gamma I$$

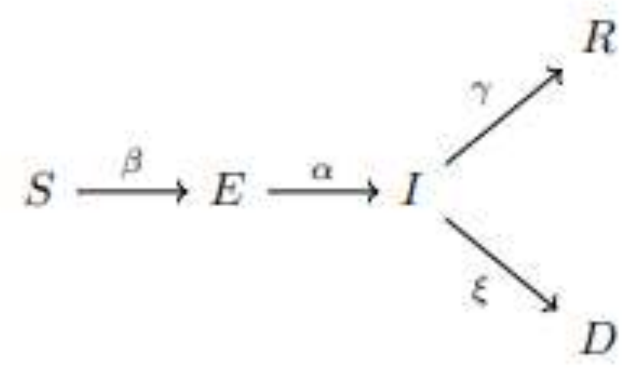


Figure 6 : Modèle SEIRD:

avec ξ représente le taux de mortalité

Estimation des paramètres du modèle:

$$\gamma\xi(t) = \frac{D(t+1) - D(t)}{I(t)}$$

$$\gamma(1 - \xi(t)) = \frac{R(t+1) - R(t)}{I(t)}$$

En sommant on trouve que :

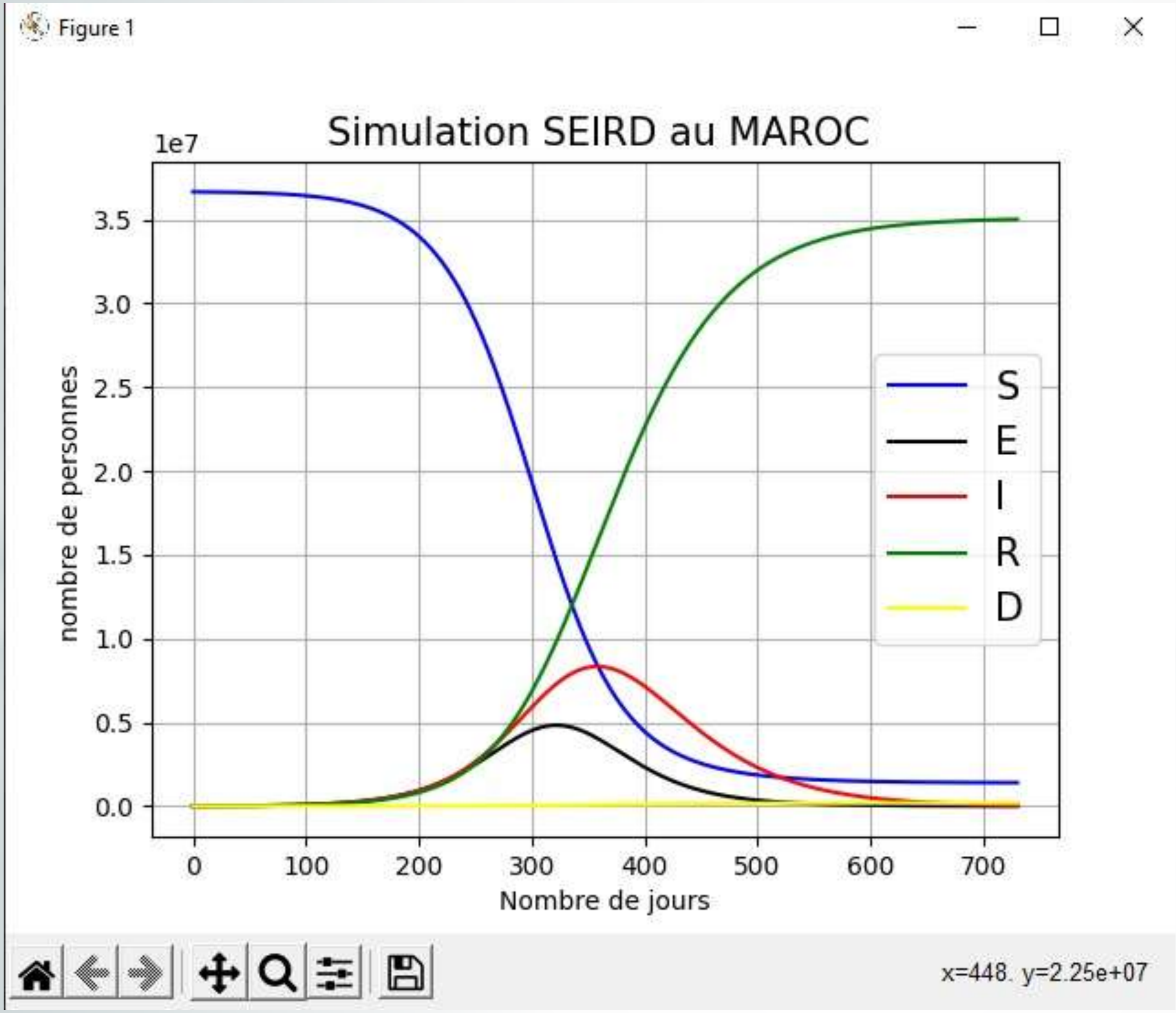
$$\gamma = \frac{D(t+1) - D(t)}{I(t)} + \frac{R(t+1) - R(t)}{I(t)}$$

$$\gamma\xi(t) = \frac{D(t+1) - D(t)}{\gamma I(t)}$$

$$\gamma = \frac{1}{card(X)} \sum_{t \in X} \gamma(t)$$

$$\xi = \frac{1}{card(X)} \sum_{t \in X} \xi(t)$$

Figure 7 :Simulation python du modèle SEIRD:



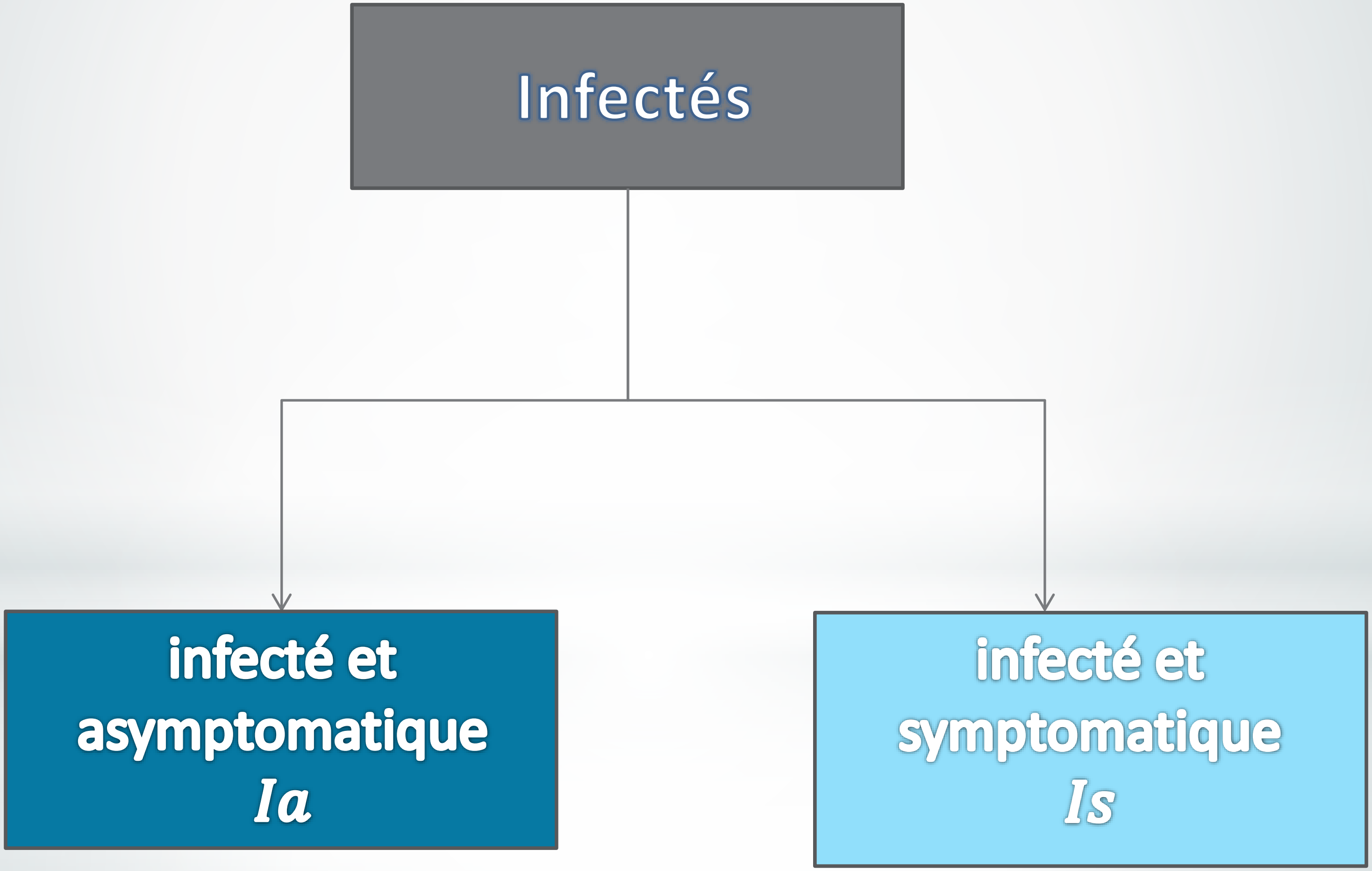
Commentaire:

On remarque que la courbe jaune reste nulle, est cela est dû au faible taux de mortalité de ce virus au Maroc, en effet il tend vers 0

$$\xi = \frac{\text{nombre des décès}}{\text{chiffre de la population}}$$

$$\xi = \frac{\mathbf{5.5}}{\mathbf{1000}}$$

Le taux d'infection:



Dans cette partie en s’intéresse aux personnes infectées et symptomatique.

La proportion de la population asymptotique pour le COVID_19 est Pa.

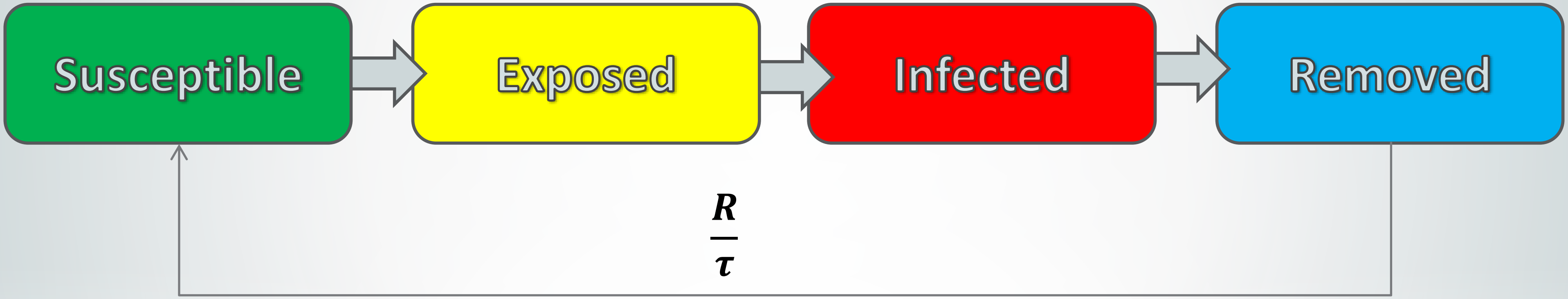
Le taux d’infection pour les cas asymptomatiques: Tβ

Le taux de guérison : $\theta = \gamma^{-1}$

Le taux d’infection pour les cas symptomatiques:

$$R0 = \frac{\beta}{\gamma}\left(Pa \times \mathrm{T}\beta + (1 - Pa)\right)$$

Développement du modèle SEIR:



$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N} + \frac{R}{\tau}$$

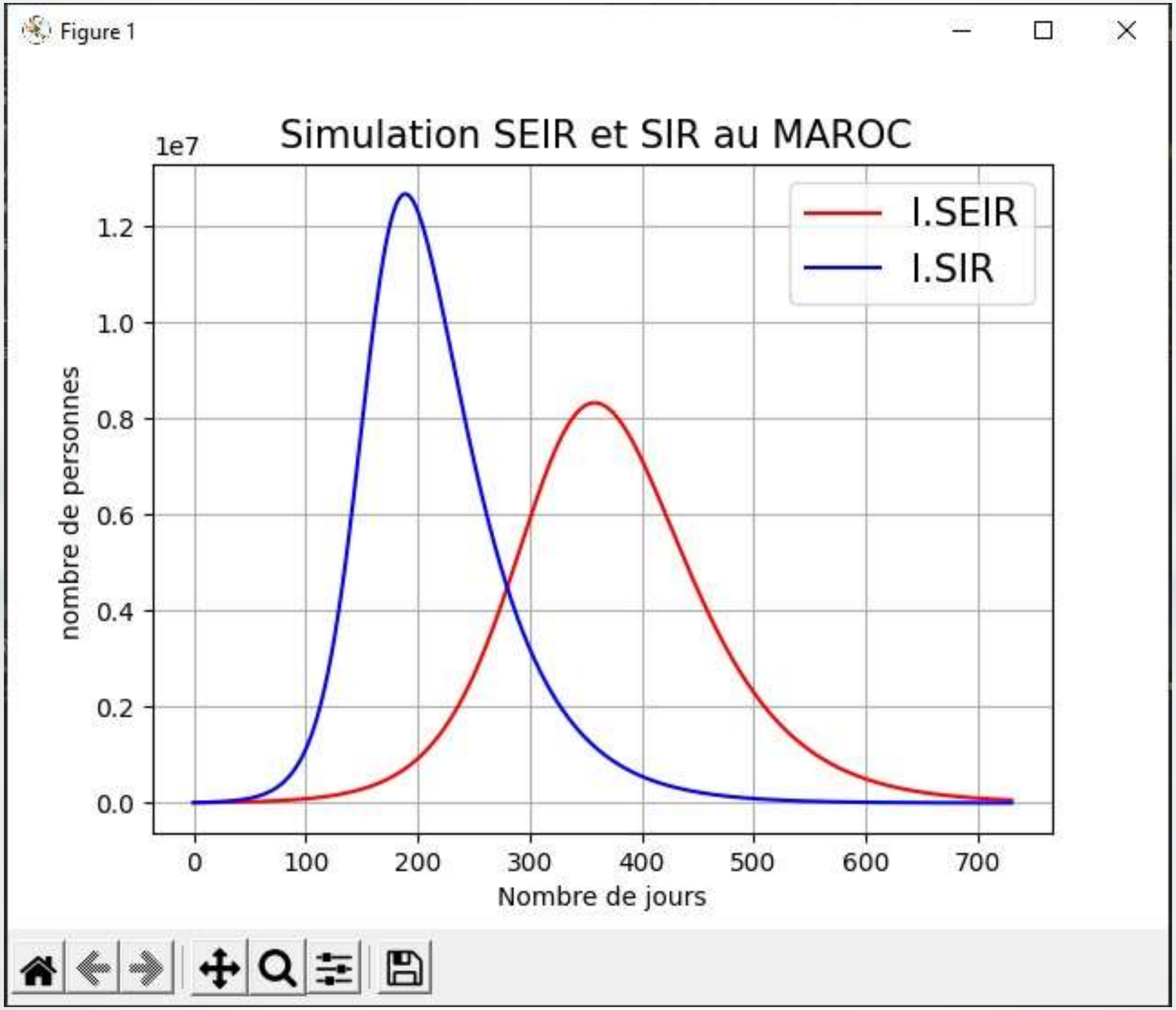
$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \alpha E$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \frac{R}{\tau}$$

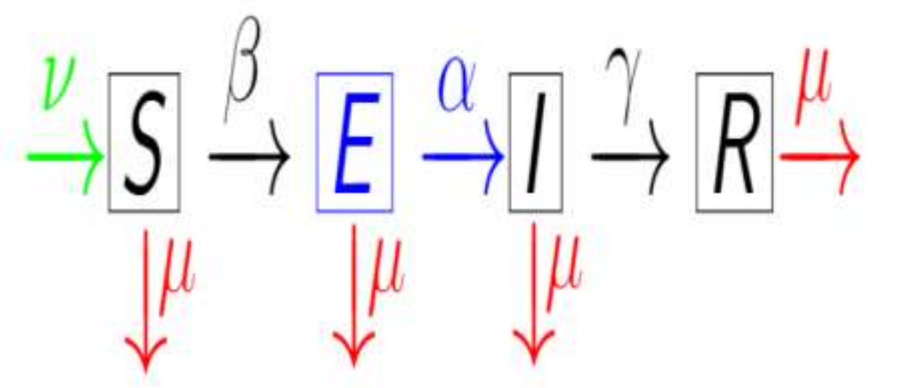
Les personnes guéries ne sont pas immunisées de manière permanente. Au bout d'un temps Moyen τ, ils sont susceptibles à l'infection.

Figure 8 : Comparaison entre la population infectée dans un modèle SIR et SEIR avec les mêmes paramètres:



Modélisation mathématique

Figure 9 : Modèle SEIR avec natalité et



Mise en équation :

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)\dfrac{I(t)}{N(t)} + \nu N(t) - \mu S(t) \\ \dfrac{dE(t)}{dt} = \beta S(t)\dfrac{I(t)}{N(t)} - \alpha E(t) - \mu E(t) \\ \dfrac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - \gamma I(t) - \mu I(t) \\ \dfrac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) - \mu R(t) \end{cases}$$

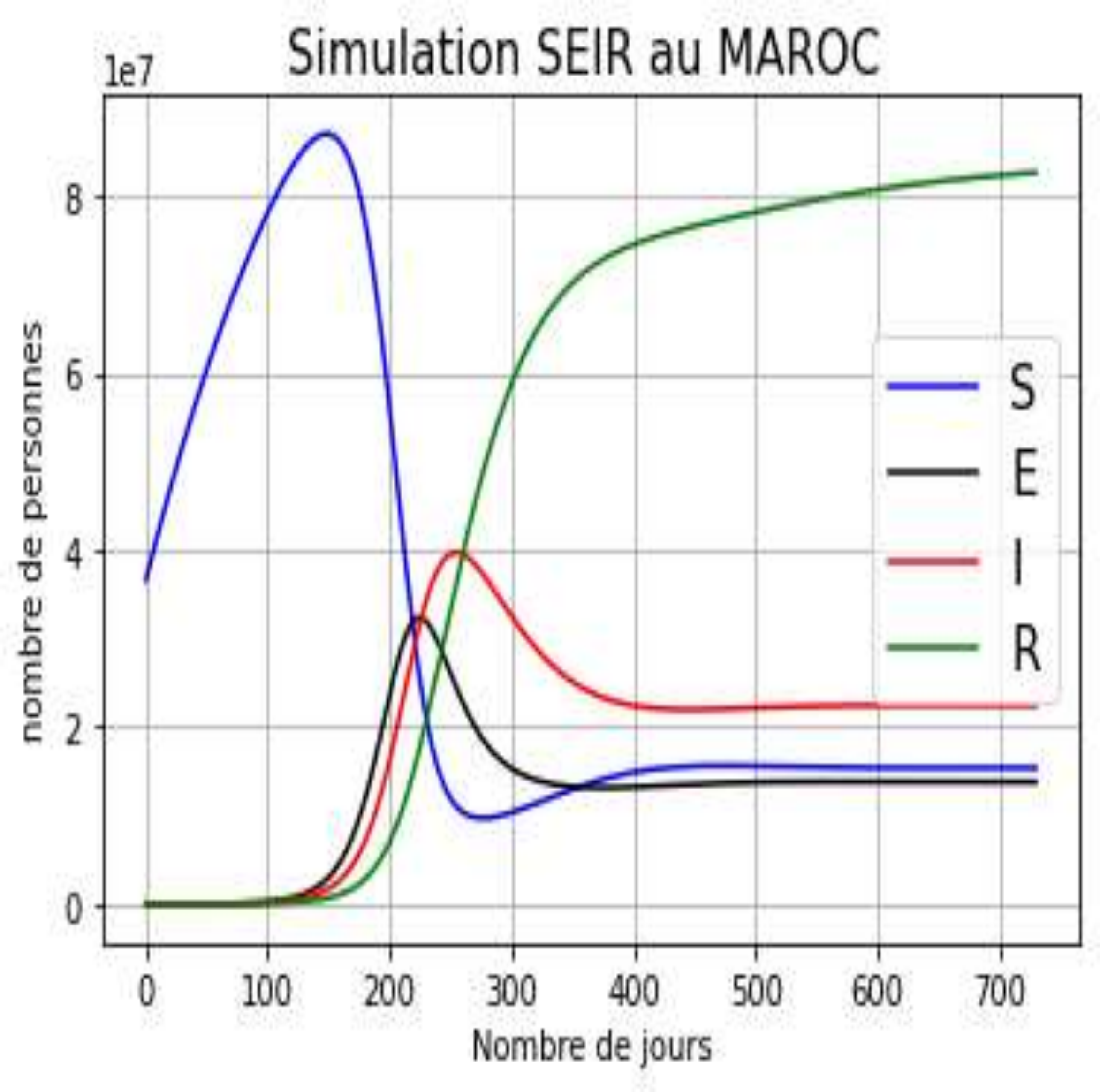
Avec :

ν : est le taux de natalité au Maroc

μ: est le taux de mortalité au Maroc

Figure 10 :Simulation SEIR avec natalité et mortalité:

constantes	
N	36670000
E0	8210
R0	5959
I0	7819
S0	36648012
beta	0,070441
gamma	0,020713
lamda	48,27935
alpha	0,04259
1/alpha	23,47983
natalite	0,204
mortalite	0,054



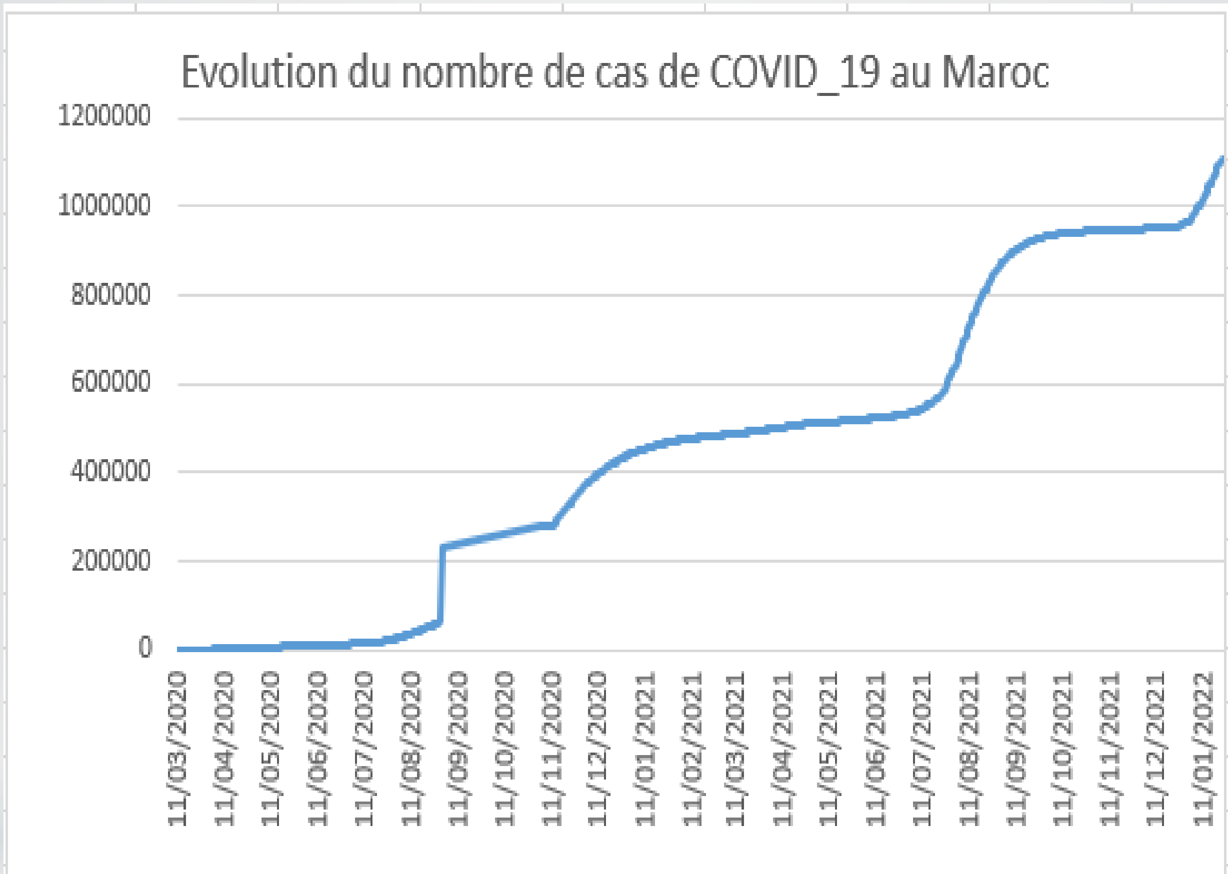
Limite du modèle:

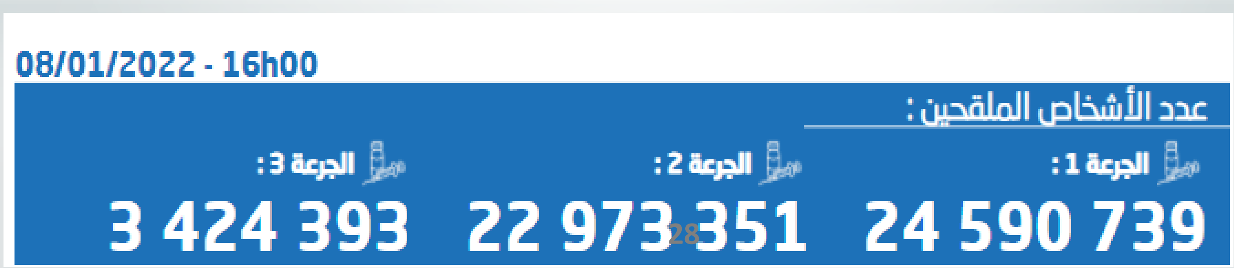
- On néglige la natalité et la mortalité dans la population
- on suppose que les individus ont même probabilité d'être infectés
- On suppose qu'un seul virus circule dans la population
- Les individus guéris sont immunisés contre le virus

$$\boxed{S} \xrightarrow{\beta} \boxed{E} \xrightarrow{\alpha} \boxed{I} \xrightarrow{\gamma} \boxed{R}$$

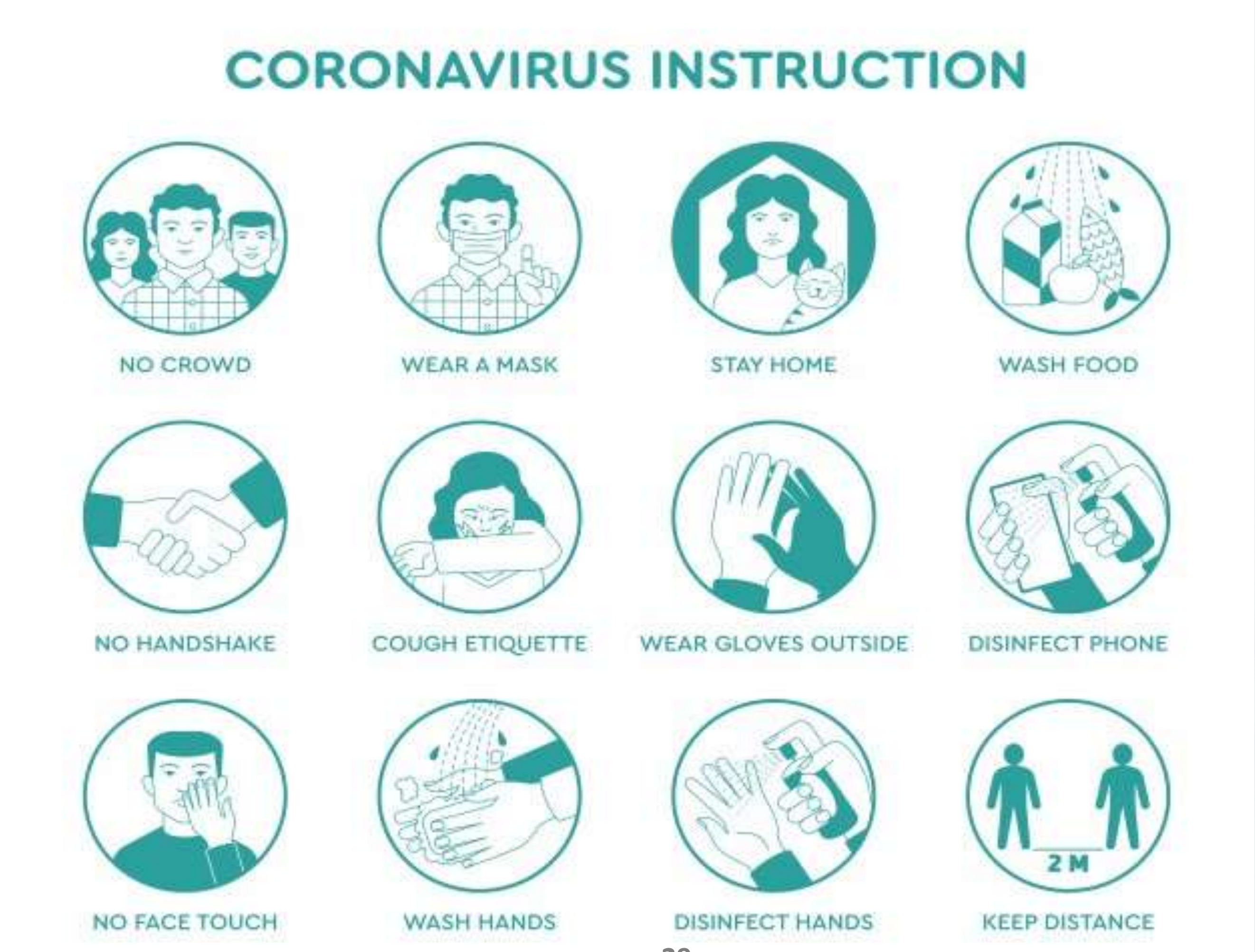
Stratégies de contrôle :

Confinement et vaccination





*CONCLUSION


CORONAVIRUS INSTRUCTION
NO CROWD
WEAR A MASK
STAY HOME
WASH FOOD
NO HANDSHAKE
COUGH ETIQUETTE
WEAR GLOVES OUTSIDE
DISINFECT PHONE
NO FACE TOUCH
WASH HANDS
DISINFECT HANDS
2 M
KEEP DISTANCE

* ANNEXE1: simulation SEIR et SEIRD

```python
#SIMULATION SEIR  avec natalite et mortalite (SOUS LES CONSTANTES DE MAROC)
import numpy as np
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
# Population totale, N.
N = 36670000
# Nombre initial
I0, R0,D0,E0, = 7819, 5959,300 ,8210
S0 = N - I0 - R0 - E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789
mor=5.5/1000
# la grille de temps pour le graphique
t = np.linspace(0, 730, 730)
# Les équations différentielles du modèle SEIR.
def deriv(y, t, N, beta, gamma,alpha,mor):
    S, E,I, R, D = y
    dSdt = -beta * S * (I/N)
    dEdt = beta * S * (I/N) -alpha*E
    dIdt = alpha*E -gamma*I
    dRdt = (1-mor)*gamma*I
    dDdt = mor*gamma*I
    return dSdt,dEdt, dIdt, dRdt, dDdt
# vecteur initial
y0 = S0 , E0 , I0 , R0 ,D0
# Lance l'intégration des équations différentielles
ret = odeint(deriv, y0, t, args=(N, beta, gamma,alpha,mor))
S, E, I, R, D = ret.T
# Trace les courbes
plt.title('Simulation SEIRD au MAROC ',fontsize=15)
plt.plot(t, S, color='blue', label='S')
plt.plot(t, E, color='black', label='E')
plt.plot(t, I, color='red', label='I')
plt.plot(t, R, color='green', label='R')
plt.plot(t, D, color='yellow', label='D')
plt.xlabel('Nombre de jours',fontsize=10)
plt.ylabel('nombre de personnes ',fontsize=10)
leg = plt.legend(fontsize=15);
plt.grid()
plt.show()
```

```python
#SIMULATION SEIR (SOUS LES CONSTANTES DE MAROC)
import numpy as np
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
# Population totale, N.
N = 36670000
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789

# la grille de temps pour le graphique
t = np.linspace(0, 730, 730)
# Les équations différentielles du modèle SEIR.
def deriv(y, t, N, beta, gamma,alpha):
    S, E,I, R = y
    dSdt = -beta * S * (I/N)
    dEdt = beta * S * (I/N) -alpha*E
    dIdt = alpha*E -gamma*I
    dRdt = gamma*I
    return dSdt,dEdt, dIdt, dRdt
# vecteur initial
y0 = S0, E0,I0, R0,
# Lance l'intégration des équations différentielles
ret = odeint(deriv, y0, t, args=(N, beta, gamma,alpha))
S, E, I, R = ret.T
# Trace les courbes
plt.title('Simulation SEIR au MAROC ',fontsize=15)
plt.plot(t, S, color='blue', label='S')
plt.plot(t, E, color='black', label='E')
plt.plot(t, I, color='red', label='I')
plt.plot(t, R, color='green', label='R')
plt.xlabel('Nombre de jours',fontsize=10)
plt.ylabel('nombre de personnes ',fontsize=10)
leg = plt.legend(fontsize=15);
plt.grid()
plt.show()
```

ANNEXE2: simulation SEIR avec natalité et mortalité et comparaison entre SEIR et SIR:

```python
#SIMULATION SEIR (SOUS LES CONSTANTES DE MAROC)
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
# Population totale, N.
N = 36670000
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789

# la grille de temps pour le graphique
t = np.linspace(0, 730, 730)
# Les équations différentielles du modèle SEIR.
def deriv(y, t , N, beta, gamma,alpha):
    S, E,I1, R = y
    dSdt = -beta * S * (I1/N)
    dEdt = beta * S * (I1/N) -alpha*E
    dIdt = alpha*E -gamma*I1
    dRdt = gamma*I1
    return dSdt,dEdt, dIdt, dRdt
def derivl(y, t , N, beta, gamma):
    S, I2, R = y
    dSdt = -beta * S * (I2/N)
    dIdt = beta * S * (I2/N) -gamma*I2
    dRdt = gamma * I2
    return dSdt, dIdt, dRdt
# vecteur initial
y0 = S0, E0,I0, R0,
yl = S0, E0,I0
# Lance l'intégration des équations différentielles
ret = odeint(deriv, y0, t, args=(N, beta, gamma,alpha))
S, E, I1, R = ret.T
ret = odeint(derivl, yl, t, args=(N, beta, gamma))
S, I2, R = ret.T
# Trace les courbes
plt.title('Simulation SEIR et SIR au MAROC ',fontsize=15)

plt.plot(t, I1, color='red', label='I.SEIR')
plt.plot(t, I2,color='blue', label='I.SIR')
plt.xlabel('Nombre de jours',fontsize=10)
plt.ylabel('nombre de personnes ',fontsize=10)
leg = plt.legend(fontsize=15);
plt.grid()
plt.show()
```

```python
#SIMULATION SEIR  avec natalite et mortalite (SOUS LES CONSTANTES DE MAROC)
import numpy as np
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
# Population totale, N.
N = 36670000
# Nombre initial
I0, R0,E0 = 7819, 5959,8210
S0 = N - I0 - R0-E0
# les constantes
alpha,beta,gamma= 0.042589744,0.07044064 ,0.020712789
nat=20.4/1000
mor=5.5/1000
# la grille de temps pour le graphique
t = np.linspace(0, 730, 730)
# Les équations différentielles du modèle SEIR.
def deriv(y, t, N, beta, gamma,alpha,nat,mor):
    S, E,I, R = y
    dSdt = -beta * S * (I/N)+nat*N-mor*S
    dEdt = beta * S * (I/N) -alpha*E-mor*E
    dIdt = alpha*E -gamma*I-mor*I
    dRdt = gamma*I-mor*R
    return dSdt,dEdt, dIdt, dRdt
# vecteur initial
y0 = S0, E0,I0, R0,
# Lance l'intégration des équations différentielles
ret = odeint(deriv, y0, t, args=(N, beta, gamma,alpha,nat,mor))
S, E, I, R = ret.T
# Trace les courbes
plt.title('Simulation SEIR au MAROC ',fontsize=15)
plt.plot(t, S, color='blue', label='S')
plt.plot(t, E, color='black', label='E')
plt.plot(t, I, color='red', label='I')
plt.plot(t, R, color='green', label='R')
plt.xlabel('Nombre de jours',fontsize=10)
plt.ylabel('nombre de personnes ',fontsize=10)
leg = plt.legend(fontsize=15);
plt.grid()
plt.show()
```