Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
21/11/2016	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD2 - Sujet

# Mécanismes Vitesses et accélération - Lois entrée/sortie

# TD2

# Vitesse et accélération par composition du mouvement Eolienne – Robot ERICC3

Programme - Compétences		
B29	MODELISER	Solide indéformable: - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre
C26	RESOUDRE	Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts Composition des vitesses angulaires Composition des vitesses

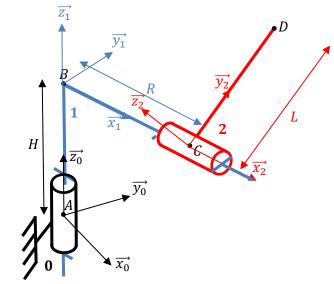
Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
21/11/2016	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD2 - Sujet

# Calculs de vitesses par composition du mouvement

### **Exercice 1: Eolienne**

Reprenons l'éolienne étudiée au TD précédemment.





$$\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{z_0} \quad ; \quad \overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{x_1} \quad ; \quad \overrightarrow{CD} = L\overrightarrow{y_2}$$

$$\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1} \quad ; \quad (\widehat{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\widehat{y_0}, \overrightarrow{y_1}) = \theta_{1/0} \quad ; \quad \overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2} \quad ; \quad (\widehat{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\widehat{z_1}, \overrightarrow{z_2}) = \theta_{2/1}$$

A l'aide de la dérivation du vecteur position, nous avions trouvé :

$$\vec{V}(D/0) = R\dot{\theta}_{1/0}\vec{y_1} + L\dot{\theta}_{2/1}\vec{z_2} - L\dot{\theta}_{1/0}\cos\theta_{21}\vec{x_1}$$
$$\vec{V}(D/0) = \vec{V}(D/2) + \vec{V}(D,2/0) = \vec{V}(D,2/0)$$

Question 1: Etablir le graphe des liaisons du système.

Question 2: Exprimer les deux vecteurs rotation de l'éolienne. Question 3: Calculer  $\vec{V}(D,2/0)$  par composition du mouvement.

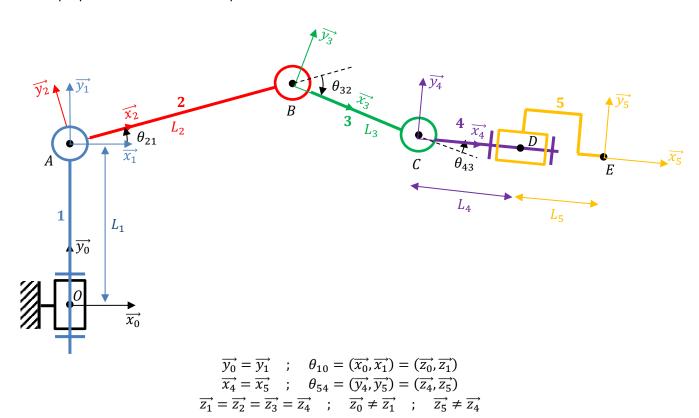
Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
21/11/2016	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD2 - Sujet

# Exercice 2: Bras manipulateur ERICC 3

Les bras manipulateurs sont des systèmes à chaîne ouverte très utiles pour le transport de produits d'un point à un autre de l'espace. Intéressons-nous ici au bras du robot ERICC3.



On propose le schéma cinématique suivant :



Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
21/11/2016	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD2 - Sujet

# Cas général

Question 1: Exprimer le vecteur position du point E par rapport au bâti.

Question 2: Exprimer les différents vecteurs rotation du système.

Question 3: Déterminer la vitesse  $\vec{V}(E,5/0)$  par la définition

Question 4: Etablir le graphe des liaisons du système.

Question 5: Déterminer la vitesse  $\vec{V}(E,5/0)$  par composition du mouvement

Question 6: Déterminer les conditions permettant de déplacer le point E

horizontalement, uniquement suivant  $\overrightarrow{x_1}$ .

### Condition d'un mouvement horizontal

Intéressons-nous à un robot serveur dont la photo est proposée ci-dessous :



Voyons comment imposer un mouvement de translation (pilotage des 3 moteurs épaule/coude/poignet) au plateau à une vitesse déterminée tout en maintenant celui-ci horizontal.

### Prenons les hypothèses suivantes :

- Chaque longueur est identique :  $L_3 = L_2 = L$ 

- La pièce 4 est horizontale :  $\theta_{43}+\theta_{32}+\theta_{21}=0$ 

- Et cette pièce 4 reste horizontale :  $\dot{\theta}_{43} + \dot{\theta}_{32} + \dot{\theta}_{21} = 0$ 

Question 7: Simplifier les conditions obtenues dans le cas proposé afin d'obtenir en particulier une relation entre  $\dot{\theta}_{32}$ ,  $\dot{\theta}_{21}$ ,  $\theta_{43}$  et  $\theta_{21}$ 

Question 8: En déduire l'expression de  $\dot{\theta}_{32}$  en fonction de  $\dot{\theta}_{21}$  permettant de garder les pièces 4 et 5 horizontales et d'imposer au point D un déplacement horizontal

Dernière mise à jour	Mécanismes – Vitesses –	Denis DEFAUCHY
21/11/2016	Accélérations – Lois entrée/sortie	TD2 - Sujet

Hypothèse supplémentaire :

- Considérons qu'à l'instant initial, les points A, C et D sont alignés.

Question 9: Quelle relation existe-t-il à tout instant entre  $\theta_{21}$  et  $\theta_{43}$  Question 10: Déterminer la relation liant  $\dot{\theta}_{43}$  et  $\dot{\theta}_{32}$  à  $\dot{\theta}_{21}$ .

On note  $\theta_{21} = \theta$  et  $\dot{\theta}_{21} = \dot{\theta}$ ,  $\dot{\theta}$  étant la vitesse de rotation de référence pour ce mouvement.

Question 11: Récapituler les conditions imposées aux 5 moteurs en fonction de  $\dot{\theta}$  afin d'obtenir le mouvement souhaité.

# Vitesse de rotation à imposer

On souhaite déterminer l'expression littérale de  $\theta(t)$  afin que la vitesse du point E soit de  $1~m.s^{-1}$  On prend L=10~cm

On suppose qu'en position initiale à t=0 s,  $\theta=0$ . Cet angle va alors augmenter jusqu'à  $90^\circ$ , ramenant le point E sur l'axe vertical du robot  $(0, \overrightarrow{y_0})$  (on supposera que cette position peut être atteinte).

Question 12: Déterminer la norme  $V_E$  de la vitesse  $\vec{V}(E,5/0)$  pour le cas étudié en fonction de  $\dot{\theta}$ , L et  $\theta$ .

On remarque que la vitesse du moteur  $\dot{\theta}(t)$  à imposer est reliée à la position angulaire  $\theta(t)$ . La position impose la vitesse, et la position évolue en fonction du temps en fonction de la vitesse, nous allons donc déterminer l'évolution temporelle  $\theta(t)$  permettant d'avoir une vitesse  $V_E$  constante.

Question 13: En déduire l'expression de  $\cos(\theta(t))$  en fonction  $V_E$ , L et du temps t. Question 14: Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du temps de fonctionnement permettant au point E d'arriver sur l'axe vertical du robot.

Pour la suite, on rappelle la relation :  $\sin\theta = \pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$ . On déterminera le signe à prendre en compte dans le cas étudié.

Question 15: En déduire l'expression de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}(t)$  à imposer en fonction du temps afin d'assurer le mouvement à horizontal à la vitesse souhaitée.