

TD Mécanique quantique

Exercice 1 : Couleur d'un laser

La lumière d'un faisceau laser est émise par des atomes effectuant une transition entre deux niveaux d'énergie distants de $2,28 \text{ eV}$. Quelle est la couleur de ce laser ?

On donne $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Exercice 2 : Atome d'hydrogène (30, 32, 33, 36)

Introduction :

Considérons un atome d'hydrogène. Classiquement il se compose d'un noyau fixe (un proton) et d'un électron de masse m en orbite circulaire. Cet électron est localisé dans une certaine zone de l'espace proche du noyau.

1. Que peut-on en déduire concernant les valeurs possibles pour les énergies de l'électron (ou de l'atome) ?

Pour un atome d'hydrogène, l'énergie potentielle de l'électron à la distance r du noyau est $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ où $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ est la permittivité du vide et $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ la charge élémentaire.

2. Tracer cette énergie et explique son allure.
3. En nommant a la distance typique de localisation de l'électron autour du noyau, estimer l'ordre de grandeur de la vitesse de l'électron en fonction de a .
4. Ecrire l'énergie totale de l'électron en fonction de a .
5. Tracer l'allure de E en fonction de a . En supposant que la stabilité de l'atome dans l'état fondamental impose la valeur a_0 de a rendant E minimale, exprimer a_0 en fonction des autres paramètres.
6. Que penser de l'application numérique ?

On donne $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et la constante de Planck réduite $\hbar = 1,0 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Séries spectroscopiques de l'hydrogène :

Des décharges électriques dans un tube à vide contenant un gaz à faible pression permet d'étudier l'émission d'ondes électromagnétiques par ce gaz. L'expérience montre que le spectre obtenu est constitué de raies discrètes et n'est pas continu. Rydberg notamment a montré en 1889 que la longueur d'onde émise vérifiait une relation du type $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right)$ où $R_H = 1,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ est la constante de Rydberg et p et q des entiers strictement positifs. Le cas $p = 1$ constitue la série de Lyman (1916) et le cas $p = 2$ la série de Balmer (1885).

7. Expliquer ce qu'il se passe au niveau électronique. On admettra que les décharges électriques peuvent placer un électron dans un état excité.
8. En utilisant la conservation de l'énergie, montrer que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène de la forme $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ sont cohérent avec les résultats expérimentaux. On évaluera E_1 en eV.

Exercice 3 : Corde vibrante (35, 36) [*]

On considère une corde vibrante. Cette corde admet des ondes stationnaires $f(x) \sim \cos(kx + \varphi)$ avec les conditions aux limites qui imposent $f(0) = f(l) = 0$ on a donc $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $kl = n\pi$.

1. Quelles conditions sur λ la résonance impose-t-elle ?
2. Tracer les trois premiers niveaux de vibration.

Les orbites des électrons sont considérées comme circulaire. Pour qu'une orbite circulaire corresponde à une onde stationnaire il faut que la circonférence soit un multiple de la longueur d'onde.

3. Retrouver la condition de quantification de l'atome de Bohr.

On donne d'après le PFD : $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$ avec $e^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}$

Exercice 4 : Expérience de Thomson (32)

En 1927, les physiciens américains Davisson et Germer fournissaient la preuve expérimentale de l'hypothèse de Louis de Broglie en mettant en évidence le phénomène de diffraction d'électrons sur un échantillon monocristallin de nickel. Quelques mois plus tard, le britannique G. P. Thomson confirmait ce résultat en faisant passer un faisceau d'électrons monocinétique à travers une mince feuille de métal. Avec des électrons accélérés par une différence de potentiel (tension) de l'ordre du kilovolt (kV), il obtient sur une plaque photographique placée derrière la cible une figure de diffraction identique à celle observée avec des rayons X de même énergie. La figure ci-contre représente les anneaux concentriques obtenus par diffraction sur un mince feuillet métallique :

- De rayon X



- D'électrons



Les deux figures ne sont pas à la même échelle, mais ont été re-calibrées pour aider la comparaison.

1. En quoi l'expérience de G. P. Thomson confirma-t-elle la nature ondulatoire des électrons ?

2. Donner l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rayons X. L'utilisation de ces derniers vous semble-t-elle adaptée pour mener une étude cristallographique par diffraction ?

Soumis à une différence de potentiel $U > 0$, un électron initialement au repos acquiert une énergie cinétique égale à eU .

3. Etablir la relation numérique approchée $\lambda = \frac{1,23}{\sqrt{U}}$, pour λ en nanomètres où U est la tension accélératrice en volts. En déduire la longueur d'onde des électrons utilisés par Thomson pour $U = 600 \text{ V}$. Commenter. Donnée : $h = 6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$