

# DNS

## Sujet

Absorption d'une onde par un gaz.....	1
I. Onde électromagnétique dans le vide.....	1
II. Interaction avec un atome.....	2
III. Coefficient d'absorption.....	2

## Absorption d'une onde par un gaz

Dans le problème, on se place dans un référentiel galiléen  $(R)$ , rapporté au trièdre cartésien  $Oxyz$ , associé à la base orthonormée directe  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ .

Les fonctions harmoniques du temps, du type  $f(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , sont représentées en notation complexe par une grandeur soulignée  $\underline{f}(t) = A \exp(j(\omega t + \varphi))$  (où  $j$  est le nombre complexe de module 1 et d'argument  $+\frac{\pi}{2}$ ).

On donne :

- permittivité du vide :  $\varepsilon_0 = 8,84 \times 10^{-12} F.m^{-1}$  ;
- célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \times 10^8 m.s^{-1}$  ;
- constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$  ;
- charge élémentaire :  $e = 1,60 \times 10^{-19} C$  ;
- constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$  ;
- masse de l'électron :  $m = 9,11 \times 10^{-31} kg$  .

### I. Onde électromagnétique dans le vide

On considère une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement selon  $u_x$ , se propageant dans la direction  $\vec{u}_z$ , dans le vide. Le champ électrique associé est alors, en notation complexe:  $\underline{\vec{E}}(z, t) = E_0 \exp(j(\omega t - kz))\vec{u}_x$  ; .

1. Rappeler la relation entre  $\omega$ ,  $k$  et  $c$  .
2. Déterminer le champ magnétique complexe  $\underline{\vec{B}}(z, t)$  associé à cette onde.
3. Déterminer le vecteur de POYNTING  $\vec{P}(z, t)$  (valeur réelle).

4. On appelle intensité de l'onde électromagnétique  $I(z)$  la puissance électromagnétique moyenne traversant une surface unité perpendiculaire à  $\vec{u}_z$ , située à la cote  $z$ . Vérifier que  $I(z)$  est indépendant de  $z$ , et l'exprimer en fonction de  $\varepsilon_0$ ,  $E_0$  et  $c$ .

## II. Interaction avec un atome

On considère un atome centré en  $O$ , représenté par le modèle de la charge élastiquement liée.

Les interactions subies par un électron de l'atome (masse  $m$ , charge  $-e$ ), situé au point  $M$  et de vitesse  $\vec{v}$ , sont modélisées par les forces suivantes :

- $\vec{f} = -m\omega_0^2 \overrightarrow{OM}$  : force de rappel élastique ;
- $\vec{f}_{dis} = -m\Gamma \vec{v}$  : force dissipative ;
- la force de LORENTZ associée au champ électromagnétique de l'onde électromagnétique considérée dans la première partie.

Les dimensions de l'atome sont très faibles devant la longueur d'onde  $\lambda = 2\frac{\pi}{k}$  de l'onde électromagnétique incidente.

5. Par un raisonnement en ordre de grandeur, justifier que, dans l'approximation non relativiste, on peut négliger la force magnétique s'exerçant sur l'électron.
6. Justifier également qu'on peut remplacer le champ  $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$  par le champ  $\vec{E}(0, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$ .
7. En régime établi, l'électron acquiert un mouvement harmonique selon  $Ox$ , à la pulsation  $\omega$  de l'onde électromagnétique. Son mouvement :  $\overrightarrow{OM}(t) = x(t) \vec{u}_x$  est caractérisé en notation complexe par la grandeur  $\underline{x}(t)$ . Déterminer  $\underline{x}(t)$  en fonction de  $E_0$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $\Gamma$ ,  $e$ ,  $m$  et  $t$ .
8. Déterminer la vitesse complexe  $\underline{v} = \frac{d\underline{x}}{dt}$  puis la vitesse réelle  $v(t)$ , sous la forme  $v(t) = V_r \cos \omega t + V_i \sin \omega t$ , où  $V_r$  et  $V_i$  seront exprimées en fonction de  $E_0$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $\Gamma$ ,  $e$ ,  $m$ .
9. Montrer que la puissance moyenne  $\langle P \rangle$  de la force de LORENTZ agissant sur l'électron peut s'écrire  $\langle P \rangle = \varepsilon(\omega) \times I_0$  où  $I_0$  est l'intensité de l'onde électromagnétique incidente et où  $\varepsilon(\omega)$  est de la forme 
$$\varepsilon(\omega) = A \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\Gamma^2} \left( \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2},$$
  $A$  étant un coefficient que l'on exprimera en fonction de,  $\Gamma$ ,  $m$ ,  $e$ ,  $c$  et  $\varepsilon_0$ .

## III. Coefficient d'absorption

La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  fournie à l'atome s'accompagne d'une diminution équivalente de la puissance transportée par l'onde électromagnétique, de telle sorte que l'intensité  $I(z)$  de l'onde électromagnétique dépend désormais de  $z$ . On suppose que, par unité de volume, le milieu

contient  $N$  atomes identiques au précédent.

10. En effectuant un bilan d'énergie sur un volume cylindrique de section  $S$  compris entre les cotes  $z$  et  $z+dz$ , montrer que  $I(z)$  vérifie l'équation différentielle :  $\frac{dI}{dz} = -\alpha(\omega)I(z)$  où le paramètre  $\alpha(\omega)$ , coefficient d'absorption de la vapeur, sera exprimé en fonction de  $N$  et  $\varepsilon(\omega)$ .

*(Complément: pour écrire le bilan d'énergie pour le volume élémentaire considéré, écrire que la variation élémentaire d'énergie électromagnétique pendant  $dt$  est égale à l'énergie électromagnétique élémentaire reçue plus l'énergie électromagnétique produite. La variation élémentaire d'énergie électromagnétique en régime permanent est évidente... L'énergie électromagnétique produite est ici négative puisque l'absorption d'énergie par les atomes correspond à un terme non pas de source mais de puits. Enfin l'énergie électromagnétique élémentaire reçue est obtenue à partir du flux d'énergie entrant en  $z$  et du flux sortant en  $z+dz$ .)*

11. Déterminer  $I(z)$  en fonction de  $I(z=0)$ .

12. Quelle signification physique peut-on donner au paramètre  $\ell(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega)}$

13. Pour quelle pulsation  $\omega_m$ ,  $\alpha(\omega)$  est-elle maximale ? Exprimer sa valeur maximale notée  $\alpha_{max}$  en fonction de  $N$ ,  $e$ ,  $m$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $c$  et  $\Gamma$ .

14. Application numérique : Pour l'atome de Césium, on a une absorption maximale pour une longueur d'onde  $\lambda_m = 0,85 \mu m$ . Déterminer  $N$  dans une vapeur de césium sous une pression de  $10^{-3} bar$  à la température de  $298 K$ . Sachant que  $\Gamma = 1,5 \times 10^7 s^{-1}$ , déterminer le coefficient d'absorption de la vapeur de Césium atomique dans ces conditions. Commenter.

15. Représenter graphiquement l'allure de la fonction  $\alpha(\omega)$ . Pourquoi appelle-t-on ce type d'absorption « absorption résonante » ?

16. On suppose  $\Gamma \ll \omega_0$ . Déterminer en fonction de  $\Gamma$  la largeur à mi-hauteur, notée  $\delta\omega$ , de la courbe  $\alpha(\omega)$  (c'est à dire la largeur de l'intervalle des valeurs de  $\omega$  dans lequel  $\alpha(\omega) \geq \alpha_{max}/2$ ).

17. Par analogie avec les résultats du cours de mécanique ou d'électrocinétique, définir le facteur de qualité  $Q$  associé à l'absorption résonante. Calculer  $Q$  numériquement pour l'atome de Césium.

18. Commenter, en comparant cette valeur à celles couramment observées, par exemple en travaux pratiques, pour les phénomènes de résonance en mécanique ou électrocinétique.

Réponses1) Dans le vide :  $\omega^2 = k^2 c^2$ 

$$k = \frac{\omega}{c}$$

2)

$$\vec{E} = E_0 \exp j(\omega t - k z) \vec{u}_x$$

D'après Maxwell-Faraday

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - j \omega \vec{B}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} = -jk \end{pmatrix} \vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-jk E \vec{u}_y = -j \omega \vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{k}{\omega} E \vec{u}_y$$

(on vient de retrouver pour une OPPM

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} \\ &= \frac{k \vec{u}_z \wedge E \vec{u}_x}{\omega} \\ &= \frac{k E}{\omega} \vec{u}_y \end{aligned}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} E \vec{u}_y$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \exp j(\omega t - k z) \vec{u}_y$$

3)

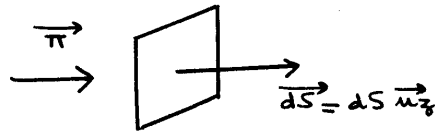
$$\vec{\pi} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$= E_0 \cos(\omega t - k z) \vec{u}_x \wedge \frac{E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t - k z) \vec{u}_y$$

$$\vec{\pi} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - k z) \vec{u}_z$$

$$\text{ou } \vec{\pi} = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - k z) \vec{u}_z$$

4)



$$\begin{aligned} dP &= \vec{\pi} \cdot d\vec{S} \\ &= \pi \vec{u}_z \cdot dS \vec{u}_z \\ &= \pi dS \end{aligned}$$

$$I = \frac{\langle dP \rangle}{dS}$$

$$I = \langle \pi \rangle$$

$$I = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} \quad (\text{indépendant de } z)$$

5)

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

donc

$$\frac{\|\vec{F}_B\|}{\|\vec{F}_E\|} \leq \frac{\|\vec{v}\| \|\vec{B}\|}{\|\vec{E}\|}$$

$$\text{avec cf 3) } \|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$

$$\frac{\|\vec{F}_B\|}{\|\vec{F}_E\|} \leq \frac{\|\vec{v}\|}{c} \ll 1 \quad \text{car dans l'approximation non relativiste } \|\vec{v}\| < c$$

On peut donc négliger la force magnétique par rapport à la force électrique.

6)

$$k z_f = 2\pi \frac{z_f}{\lambda_0}$$

Le  $z_f$  de l'électron est inférieur au rayon de l'atome:  $a$

$$k z_f < 2\pi \frac{a}{\lambda_0}$$

or

$$\frac{a}{\lambda_0} \ll 1$$

On pourra donc négliger le déphasage du champ par rapport au centre 0 de l'atome dans la mesure où la longueur

d'onde est très supérieure au rayon de l'atome.

7) Principe fondamental appliqué à l'électron :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{élastique}} + \vec{F}_{\text{dissipative}} + \vec{F}_{\text{champ onde}} &= m \vec{a} \\ -m\omega_0^2 \vec{OM} - m\Gamma \frac{d\vec{OM}}{dt} - e \vec{E} &= m \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \\ /x \quad -m\omega_0^2 x - m\Gamma \dot{x} - e E_0 \cos \omega t &= m \ddot{x} \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 \cos(\omega t)$$

on cherche la solution en régime forcé sinusoïdal :

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x &= -\frac{e}{m} E_0 \exp(j\omega t) \\ (j\omega)^2 x + \Gamma j\omega x + \omega_0^2 x &= -\frac{e}{m} E_0 \exp(j\omega t) \end{aligned}$$

$$x = \frac{\frac{e}{m} E_0}{(\omega^2 - \omega_0^2) - j\omega\Gamma} \exp(j\omega t)$$

$$\begin{aligned} 8) \quad v &= \frac{dx}{dt} \\ &= j\omega x \end{aligned}$$

$$v = \frac{j\omega \frac{e}{m} E_0}{(\omega^2 - \omega_0^2) - j\omega\Gamma} \exp(j\omega t)$$

remarque

En général, on cherche alors à récupérer le module et l'argument.

(le module est le produit des modules  
l'argument est la somme des arguments  
pour un produit de facteurs)

Si on est "adepte" de l'arctang - compris entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$  - il faut des complexes ayant une partie réelle positive.

d'où la réécriture - à cause de  $(\omega^2 - \omega_0^2) -$

$$\begin{aligned}
 \underline{v} &= \frac{j\omega \frac{e}{m} E_0}{j^2(\omega_0^2 - \omega^2) - j\omega\Gamma} \exp j\omega t \\
 &= \frac{-\omega \frac{e}{m} E_0}{\omega\Gamma + j(\omega^2 - \omega_0^2)} \exp j\omega t \\
 \underline{v} &= -\frac{\omega \frac{e}{m} E_0}{\sqrt{\omega^2\Gamma^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}} \exp j(\omega t - \arctan \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\Gamma})
 \end{aligned}$$

Ici, on veut la partie réelle sous la forme  $V_r \cos \omega t + V_i \sin \omega t$ .  
 le plus simple est donc de se lancer dans le calcul, lourd, qu'on ne fait généralement pas, en rendant le dénominateur réel.

$$\underline{v} = \frac{j\omega \frac{e}{m} E_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\Gamma^2} [(\omega^2 - \omega_0^2) + j\omega\Gamma] \exp(j\omega t) \quad \rightarrow \cos \omega t + j \sin \omega t$$

D'où la partie réelle :

$$v = \underbrace{\frac{-\omega \frac{e}{m} E_0 (\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\Gamma^2}}_{V_i} \sin \omega t + \underbrace{\frac{-\omega^2 \frac{e}{m} E_0 \Gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\Gamma^2}}_{V_r} \cos \omega t$$

$$V_r = \frac{-\frac{e}{m} E_0 \omega^2 \Gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\Gamma^2}$$

$$V_i = \frac{-\frac{e}{m} E_0 \omega (\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\Gamma^2}$$

g)

$$\begin{aligned}
 P &= \vec{F} \cdot \vec{v} \\
 &= (-e \vec{E} - e \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} \\
 &= -e \vec{E} \cdot \vec{v}
 \end{aligned}$$

(la puissance de la force magnétique est nulle)

$$\begin{aligned}
 &= -e E_0 \cos(\omega t) (V_r \cos(\omega t) + V_i \sin(\omega t)) \\
 &= -e E_0 V_r \cos^2(\omega t) - e E_0 V_i \sin(\omega t) \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

La réponse (vitesse) à l'excitation comporte une partie en phase avec l'excitation (champ électrique) en  $\cos(\omega t)$  et une partie en quadrature en  $\sin(\omega t)$ .

La puissance moyenne pour cette partie en quadrature sera nulle.

$$\langle P \rangle = -e E_0 V_r \langle \cos^2(\omega t) \rangle - e E_0 V_i \underbrace{\langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle}_{\text{nul}}$$

$$\boxed{\langle P \rangle = -e E_0 V_r \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{e^2 E_0^2}{2m} \frac{\omega^2 \Gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$$

$$\text{avec } I_0 = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2}$$

$$= \frac{e^2}{m \epsilon_0 c} I_0 \frac{1/\Gamma}{\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \Gamma}\right)^2 + 1}$$

$$= \frac{e^2}{m \epsilon_0 c} I_0 \frac{1/\Gamma}{\left(\frac{\omega_0}{\Gamma}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 + 1}$$

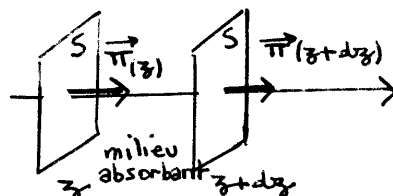
finallement:

$$\boxed{\langle P \rangle = \underbrace{\frac{e^2}{m \epsilon_0 c \Gamma} \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\Gamma^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}_{\xi(\omega)} I_0}$$

avec

$$\boxed{A = \frac{e^2}{m \epsilon_0 c \Gamma}}$$

10)





Pour le volume élémentaire  $S dz$   
Pendant la durée élémentaire  $dt$

$$\begin{array}{lcl} \text{Variation} & & \\ \text{d'énergie} & & \\ \text{électromagnétique} & = & \text{énergie} \\ \text{du système} & & \text{électromagnétique} \\ & & \text{reçue} \\ & & \text{par transfert} \\ & & \text{(flux)} \end{array} + \begin{array}{l} \text{énergie} \\ \text{électromag} \\ \text{produite} \\ \text{par des sources} \end{array}$$

↓

↓

↓

$$\begin{array}{lcl} d^2 U_{EM} & = & S^2 U_{EM} \\ & & \text{reçue} \\ & & \text{On tient} \\ & & \text{compte du flux} \\ & & \text{entrant} \\ & & \text{en } x \\ & & \text{et du flux} \\ & & \text{sortant} \\ & & \text{en } x+dx \end{array} + \begin{array}{l} S^2 U_{EM} \\ \text{produite} \\ \text{Pas de source} \\ \text{positive ici} \\ \text{mais source} \\ \text{négative} \\ \text{correspondant} \\ \text{à l'énergie} \\ \text{puisée à l'onde} \\ \text{par les atomes} \end{array}$$

Ce terme est nul  
puisque en régime  
permanent, l'énergie  
du système ne change  
pas.

(on travaille en valeurs moyennes pour  $\pi$ )

$$\begin{array}{lcl} 0 & = & \langle \pi(z) \rangle S dt \\ & & - \langle \pi(z+dz) \rangle S dt \\ & & - \underbrace{\langle P \rangle N dz dt}_{\substack{\text{nbre} \\ \text{d'atomes} \\ \text{dans } dz = \\ S dz}} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 0 & = & \underbrace{(I(z) - I(z+dz)) S dt}_{- \frac{dI(z)}{dz} dz} - \epsilon(\omega) I(z) N S dz dt \end{array}$$

On obtient :

$$\boxed{\frac{dI}{dz} = - \underbrace{N \epsilon(\omega)}_{\alpha(\omega)} I(z)}$$

11)

$$\frac{dI(z)}{dz} = -\alpha I(z)$$

$$\int_{I(z=0)}^{I(z)} \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^z dz'$$

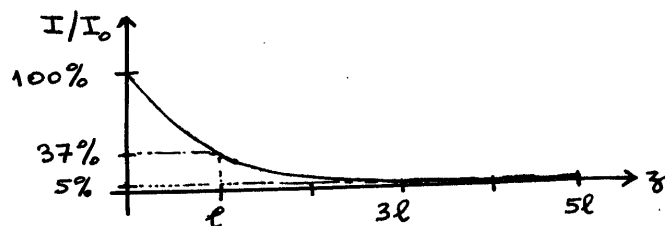
$$\ln \frac{I(z)}{I(z=0)} = -\alpha z$$

$$I(z) = I_0 \exp(-\alpha z)$$

12) avec  $\alpha = \frac{1}{\ell(\omega)}$  :

$$I(z) = I_0 \exp\left(-\frac{z}{\ell}\right)$$

$\ell$  est la longueur caractéristique pour la décroissance de  $I$  due à l'absorption de l'onde pour les molécules



pour un parcours  $\ell$ ,  $I$  a diminué de 63%  
 3 $\ell$  \_\_\_\_\_ 95%  
 5 $\ell$  \_\_\_\_\_ de plus de 99%

13) Dans  $\alpha(\omega)$ , seul le dénominateur :  $1 + \frac{\omega_0^2}{\Gamma^2} \left( \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2$  dépend de  $\omega$ .  
 $\alpha(\omega)$  est maximal si le dénominateur est minimal, c'est à dire pour  $\omega = \omega_0$  (le dénominateur est alors égal à 1).

$$\alpha = \alpha_{\max} \text{ pour } \omega = \omega_0$$

$$\alpha_{\max} = \alpha(\omega_0)$$

$$= N A$$

$$\alpha_{\max} = \frac{N e^2}{m \epsilon_0 c \Gamma}$$

14) Application numérique :

- $P = 10^{-3} \text{ bar}$   
 $= 10^2 \text{ Pa}$

$$T = 298 \text{ K}$$

$$P V = n R T$$

$$P = \frac{n}{V} R T$$

on cherche  $N = \frac{n}{V} \times N_A$

$$N = \frac{P}{R T} N_A$$

$$= \frac{10^2}{8,31 \times 298} 6,02 \cdot 10^{23}$$

$$N = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$\alpha_{\max} = \frac{N e^2}{m \epsilon_0 c \Gamma}$$

$$= \frac{2,4 \cdot 10^{22} (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,5 \cdot 10^7}$$

$$\alpha_{\max} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

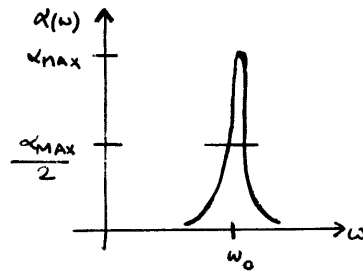
(remarque: pour  $\alpha_{\max}$ , on a

$$l = 0,06 \text{ nm}$$

$$5l = 0,29 \text{ nm}$$

L'absorption est totale (à moins de 1% près) au bout de 0,3 nm c'est à dire 2 à 3 rayons d'atome )

15)



Il s'agit d'une courbe de résonance.  
 L'absorption est maximale à la fréquence de résonance.  
 (On verra que cette résonance est très aigüe. Si la fréquence d'excitation des atomes n'est pas bonne, il n'y aura pas d'absorption)

16)

remarque:

On détermine la bande passante à -3 dB  
 → pour une énergie ou une puissance  
 (ex:  $P = u i$  en électricité) on cherche à résoudre: grandeur = grandeur maximale / 2  
 → sinon (ex: tension  $u$  en électricité, intensité  $i$  en électricité) on cherche à résoudre: grandeur = grandeur maximale /  $\sqrt{2}$

On cherche les  $\omega$  tels que:

$$\frac{\omega_0^2}{\Gamma^2} \left( \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = 1$$

$$\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} = \pm \frac{\Gamma}{\omega_0}$$

• pulsation de coupe basse  $\omega_B$

$$\frac{\omega_0}{\omega_B} - \frac{\omega_B}{\omega_0} = \frac{\Gamma}{\omega_0}$$

$$\left( \frac{\omega_B}{\omega_0} \right)^2 + \frac{\Gamma}{\omega_0} \left( \frac{\omega_B}{\omega_0} \right) - 1 = 0$$

$$\left( \frac{\omega_B}{\omega_0} \right) = -\frac{\Gamma}{2\omega_0} + \sqrt{\left( \frac{\Gamma}{2\omega_0} \right)^2 + 1}$$

$$\omega_B = -\frac{\Gamma}{2} + \omega_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\Gamma}{2\omega_0} \right)^2}$$

- pulsation de coupure haute  $\omega_H$

$$\frac{\omega_0}{\omega_H} - \frac{\omega_H}{\omega_0} = -\frac{\Gamma}{\omega_0}$$

$$\omega_H = \frac{\Gamma}{2} + \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Gamma}{2\omega_0}\right)^2}$$

- largeur de la bande passante

$$\delta\omega = \omega_H - \omega_B$$

$$\delta\omega = \Gamma$$

17)

$$Q = \frac{\omega_0}{\delta\omega}$$

donc :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Gamma}$$

A.N.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Gamma}$$

$$\text{avec } \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_m}$$

$$Q = \frac{2\pi c}{\lambda_m \Gamma}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{0,85 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^7}$$

$$Q = 0,15 \cdot 10^9$$

- 18) En T.P. en mécanique  $Q_{\max} \simeq 10$   
 en électricité  $Q_{\max} \simeq 100$

Ici  $Q \simeq 10^9$  donc la raie d'absorption dans le spectre est très fine. la résonance est très aigue.