DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

durée: 4 heures

Sujet

Cycles moteurs de Carnot et de Beau-de-Rochas et Otto

On désignera par γ (supposé constant) le rapport des capacités thermiques molaires isobare C_P et isochore C_V avec $\gamma=\frac{C_P}{C_V}$.

Dans le problème, les gaz sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma=7/5$ constant. Les transformations sont considérées comme mécaniquement réversibles. On compare les efficacités des cycles moteurs de Carnot et de Beau de Rochas.

I. Machine ditherme

Une masse m de gaz, constituée principalement d'air, subit un cycle moteur entre deux sources thermiques, l'une la source froide à la température $T_f=290\,K$, l'autre la source chaude à la température $T_c=1450\,K$.

1. Exprimer les bilans d'énergie et d'entropie au cours d'un cycle. On introduira les quantités algébriques suivantes, relatives à un cycle : W , Q_f , Q_c , S_p ; W est le travail reçu (algébriquement) par le fluide (si $W>0$, il est effectivement reçu par le fluide, si $W<0$, il est effectivement fourni par le fluide). De même Q_f est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source froide ; Q_c est la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude. S_p désigne l'entropie produite.
2. Rappeler les signes de W , Q_f , Q_c , S_p dans ce cas du moteur thermique.
3. Établir l'expression de l'efficacité η du moteur (appelée aussi rendement thermodynamique ou même souvent très improprement : rendement), en fonction de T_c , T_f , Q_c et S_p .
4. Le cas idéal:
   - Démontrer l'existence d'une efficacité maximale pour un moteur ditherme les températures T_c , T_f étant fixées et donner l'expression de cette efficacité maximale η_C (encore appelée : rendement de Carnot). Calculer sa valeur numérique ici.
   - Justifier la nature des transformations dans ce cycle ditherme à efficacité maximale ou cycle de Carnot (exemple: isotherme, adiabatique réversible, adiabatique irréversible , isochore, isobare...etc).
   - Que penser de la durée d'une transformation isotherme. Que peut-on alors prévoir quant à la puissance théorique fournie par un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot. Conclure.
5. On compare deux moteurs dithermes, fonctionnant avec les mêmes sources T_c et T_f pour une même quantité de chaleur Q_c .
   - Le premier fonctionne selon le cycle théorique de Carnot. Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{rev} en fonction de Q_c , T_c et T_f .
   - Pour le second, on donne la valeur de S_p .Quel est le travail fourni par ce moteur W'_{ir}

en fonction de Q_c , T_c , T_f et S_p .

- On décide de définir le rendement de ce second moteur par $r=\frac{W'_{ir}}{W'_{rev}}$ (rendement exergétique) . Justifier cette définition. Exprimer le rendement en fonction de η et η_C puis en fonction de Q_c , T_c , T_f et S_p .

6. Application numérique:

Sachant que le rendement (exergétique) vaut $r=0{,}94$ et que le moteur fournit un travail de $15\,kJ$ par cycle, calculer Q_c , Q_f et S_p .

II. Entropie d'un gaz parfait

7. Établir l'expression de la variation élémentaire de l'entropie d'un gaz parfait monoatomique en fonction de sa température T et de sa pression P . Montrer que l'entropie du gaz peut s'écrire : $S(P,T)=\alpha(-\ln P+\beta\ln T)+S_0$. α étant un coefficient que l' on exprimera, en fonction du nombre n de moles et de la constante R des gaz parfaits, et β un facteur que l'on déterminera en fonction de γ . S_0 désigne une constante dont on ne s'occupe pas ici.
8. Déduire de l'expression obtenue pour S , la relation faisant intervenir γ entre la pression P et la température T d'un gaz parfait diatomique au cours d'une évolution isentropique.
9. A partir du résultat précédent, retrouver la relation entre la pression et le volume d'un gaz parfait diatomique au cours d'une évolution isentropique.

III. Cycle de Beau de Rochas et Otto

Une masse $m=2{,}9\,g$ de gaz parfait (air), dont la masse molaire vaut $M=29\,g.mol^{-1}$, suit une évolution cyclique $ABCD$, constituée de deux portions adiabatiques réversibles, AB et CD , séparées par deux portions isochores, BC et DA .

En A, le gaz est à la température de la source froide donc $T_A=T_f=290\,K$ sous une pression $P_A=1\,bar$.

En C le gaz est à la température de la source chaude donc $T_C=T_c=1450\text{K}$ sous une pression P_C .

Le taux de compression $\alpha=V_A/V_C$ a pour valeur $\alpha=8$.

10. Quel est le nombre n de moles de gaz décrivant le cycle ?
11. Représenter avec soin le cycle $ABCD$ dans le diagramme de Clapeyron (P,V) . Justifier le sens dans lequel le cycle est décrit. Quel qualificatif doit on attribuer à la transformation BC : compression, refroidissement, détente, chauffage ? Préciser aussi: réversible, irréversible? Justifier. Idem pour la transformation DA .
12. Exprimer puis calculer les pressions, en bar, P_C , P_B et P_D en C , B et D .
13. Efficacité:

- Donner l'expression de la quantité de chaleur échangée Q_c avec la source chaude pendant un cycle en fonction de n , R , T_c , T_f , γ et α .

- Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_f échangée avec la source froide pendant un cycle.
- Exprimer l'efficacité η de ce cycle moteur en fonction de γ et α . Application numérique.
- Déterminer le rendement (exergétique) de ce moteur.

IV. Entropie créée au cours du cycle

14. Donner l'expression de $S(P_C, T_C) - S(P_A, T_A)$ et en déduire la variation d'entropie du gaz au cours de la transformation BC .
15. Donner en fonction des données l'expression de l'entropie créée au cours de la transformation BC .
16. Donner en fonction des données l'expression de l'entropie créée au cours de la transformation DA .
17. Retrouver le rendement (exergétique) en utilisant la formule démontrée précédemment exprimant le rendement (exergétique) en fonction de Q_c , T_c , T_f et S_p .

Alternateur de bicyclette

I. Principe

On peut représenter un alternateur de bicyclette de la façon suivante :

- Un aimant permanent, centré en O, assimilable à un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$ tourne dans le plan $(O, \vec{y}, \vec{z})$ en faisant avec l'axe $(O, \vec{y})$ un angle $\theta = \omega t$, avec ω constante.
- Une bobine plate comportant N tours de fil (chaque tour étant assimilable à une spire de rayon a), de résistance r et d'inductance L est placée dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$, centrée en O, sa normale étant dans le sens de $\vec{y}$. Cette bobine, branchée en série avec une résistance R représentant les lampes de la bicyclette, est parcourue par un courant $i(t)$.

(On rappelle qu'un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$ est équivalent à une boucle de courant $\vec{M} = I\vec{S}$, $\|\vec{S}\|$ étant supposé beaucoup plus petite que la surface d'une spire de la bobine).

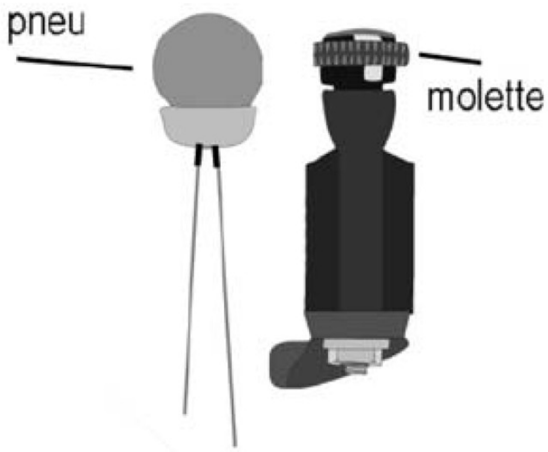
A. Étude théorique

1. Rappeler l'expression du champ magnétique créé, en un point de son axe, par une bobine circulaire de rayon a, d'axe Oy, comportant N spires parcourues par le courant $i(t)$; on précisera sur un schéma la signification des paramètres utilisés dans cette expression.
2. Exprimer le flux Φ_B du champ magnétique créé par cette bobine à travers la spire, équivalente au dipôle magnétique, de vecteur surface $\vec{S}$.
3. En utilisant les propriétés des coefficients d'inductance mutuelle $\mathscr{M}_{12}$ et $\mathscr{M}_{21}$ de deux circuits (1) et (2), déduire de ce qui précède le flux magnétique Φ_M envoyé par le dipôle dans la bobine de rayon a en fonction du temps t. On exprimera le résultat en fonction de N, M, a, ω, t et de la perméabilité magnétique du vide μ_0.
4. En déduire le flux total Φ traversant la bobine, puis la force électromotrice d'induction e dont la bobine est le siège, en fonction de M, N, L, a, i, ω et μ_0.
5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. En régime « permanent » (c'est à dire ici en régime sinusoïdal forcé), on aura donc $i(t) = I\cos(\omega t + \psi)$, I étant un nombre réel positif. Déterminer les expressions de I et ψ en fonction des données du problème.
6. Tracer le diagramme de Bode de I [représentation de $20\log(I)$ en fonction de $\log(\omega)$] et de ψ [représentation de ψ en fonction de $\log(\omega)$]. Quelle est la fonction réalisée par ce filtre ?
7. Soit U_R l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance R. On pose $U_M = \lim_{\omega \to \infty} (U_R)$. Quelle est la valeur de U_M ?
8. Quelle est la puissance instantanée absorbée par R. En déduire la puissance électrique moyenne $\langle P_{électrique} \rangle$ absorbée par les lampes de la bicyclette en fonction de U_M, R, L, ω, r. Remarque : $\langle X \rangle$ représente la valeur moyenne de $X(t)$.

9. Rappeler l'expression du couple $\vec{\Gamma}$ exercé sur un dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur B uniforme. En admettant que le champ créé par la bobine est uniforme au niveau de l'aimant tournant, calculer le couple instantané qu'il faut appliquer sur l'aimant pour que la vitesse angulaire de ce dernier soit constante, ainsi que la puissance mécanique instantanée fournie correspondante en fonction de U_M , R , L , ω , r .

10. En passant aux valeurs moyennées dans le temps, établir la relation entre $<P_{mécanique}>$ et $<P_{électrique}>$. Quel est le rendement de l'alternateur ainsi modélisé ?

B. Applications numériques



$\mu o = 4\pi 10^{-7} U.S.I.$

La puissance moyenne absorbée par les lampes de la bicyclette est de $3W$ quand l'amplitude de la tension est de $6V$. L'amplitude maximale de la tension supportée par les lampes est de $6V$. L'axe de rotation de l'aimant est solidaire d'un axe mis en mouvement par le contact d'une molette de diamètre $d_m = 25\,mm$ au contact du pneu, au voisinage immédiat de la bande de roulement. Le moment magnétique d'un aimant courant vaut $4{,}0\,U.S.I.$, la bobine est réalisée en bobinant $100\,tours$ de fils sur un support de $4\,cm$ de diamètre. La résistance électrique obtenue est de 1Ω .

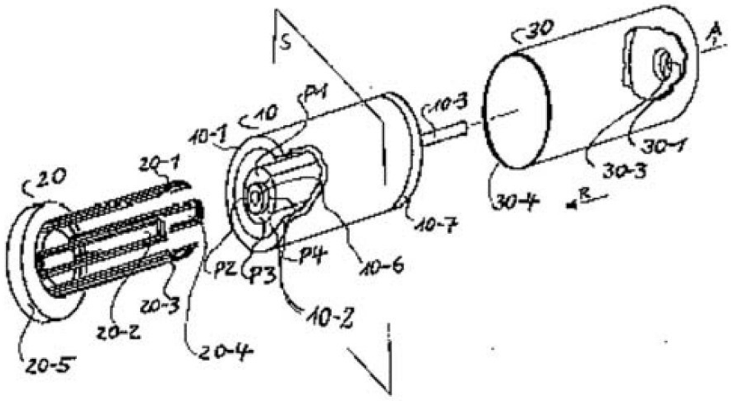
11. Calculer ω pour un vélo avançant à une vitesse de $15\,km/h$.

12. Calculer R et L .

13. Calculer numériquement la quantité $\frac{R+r}{L}$. Quelle est sa signification dans le diagramme de Bode ? Le fonctionnement d'un alternateur qui serait construit conformément à ce modèle théorique serait-il satisfaisant ?

II. Réalisation pratique

Un inventeur a déposé à l'Institut National de la Propriété Industrielle (INPI) dans le courant de l'année 2000, le brevet suivant,pour un « alternateur sans balais à rotor extérieur » peu compréhensible en première lecture :



« La présente invention concerne un alternateur à induit extérieur sans balai, et plus particulièrement une dynamo de bicyclette, dont l'induit est constitué d'une structure à aimants permanents et d'une culasse en forme de corps de cylindre réalisée dans un matériau magnétique dur ou mou, entre lesquels aimants permanents et l'induit se trouve un passage annulaire dans lequel s'enfonce une bobine à noyau d'air encastrée à une extrémité. Afin de permettre la dissipation de la chaleur, l'induit présente des lumières ou fentes ou bien alors, par le biais d'un arbre creux de l'alternateur et de prises d'air, l'air circule et est amené au passage annulaire ou en est évacué. Lors de l'entraînement d'un alternateur à induit extérieur sans balai au moyen d'un induit multipolaire et d'une bobine, laquelle comporte un nombre de pôles identique à celui de ses enroulements, les enroulements à bobine ou une partie d'entre eux sont mis en circuit selon la combinaison souhaitée soit parallèlement les uns aux autres soit en série en fonction de la fréquence de la tension alternative qui est obtenue. Grâce à cela, il en résulte une augmentation de la tension d'alternateur ou du rendement électrique.»

La suite de ce problème se propose d'étudier théoriquement ce dispositif, en le modélisant ainsi (voir figures ci-après).

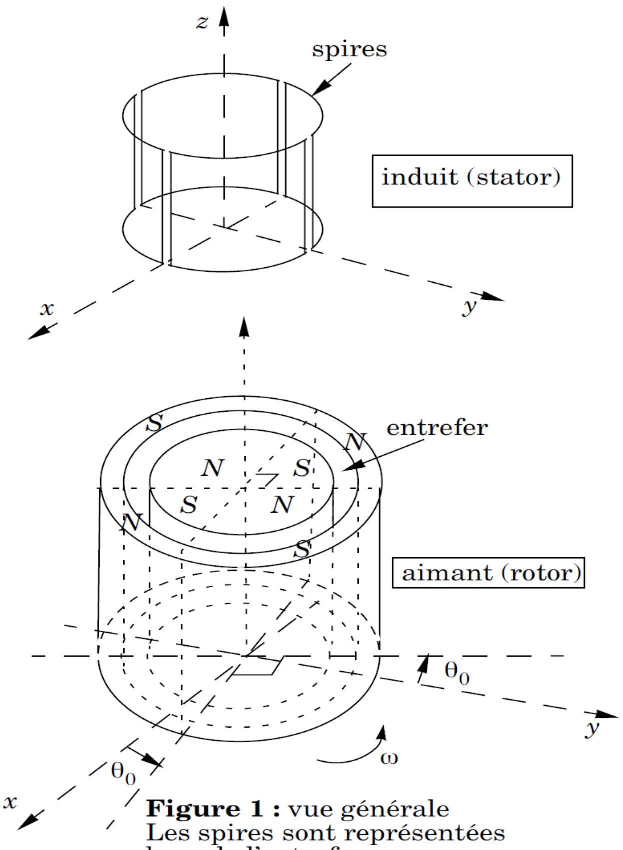


Figure 1 : vue générale
Les spires sont représentées hors de l'entrefer

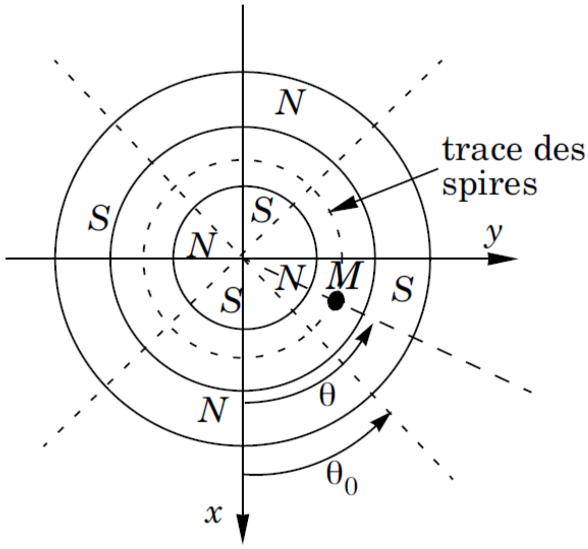


Figure 1 bis : vue générale de dessus

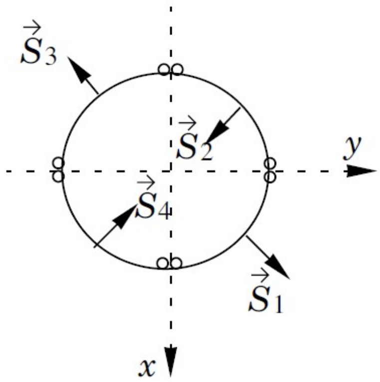


Figure 2 : Induit vu de dessus

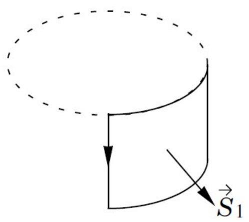


Figure 3 : Spire $\vec{S}_1$ seule

L'induit est formé de quatre spires indépendantes, reliées électriquement en série. Chaque spire est constituée de N tours de fil, géométriquement disposés sur deux segments parallèles à l'axe des cylindres, et deux arcs de cercle centrés sur l'axe reliant les segments verticaux. Le fil est bobiné de façon telle que les normales de deux spires adjacentes soient de sens contraire selon $\vec{u}_r$. La hauteur de chaque spire sera notée h, et le rayon de l'arc de cercle a.

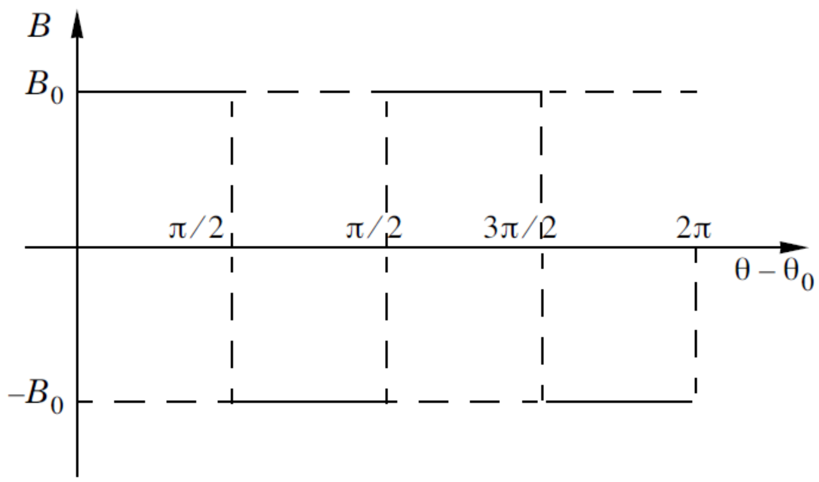
L'ensemble de ces quatre spires est immobile par rapport au repère $Oxyz$.

Le rotor est un cylindre aimanté tournant à vitesse angulaire constante ω. autour de l'axe Oz. Ce cylindre présente un entrefer ayant la forme d'une gorge cylindrique dans laquelle l'ensemble des quatre spires peut se placer.

Remarque : Les indications des pôles Nord et Sud sont représentés pour des raisons de commodité sur la *figure* 1 et la *figure* 1bis dans le plan supérieur des aimants (parallèle à xOy), mais les pôles sont en réalité au niveau des surfaces cylindriques situées dans l'entrefer, créant ainsi dans ce dernier un champ radial.

Soit θ l'angle permettant de repérer un point situé sur une des surfaces S_i, θ_0 l'angle de rotation du rotor aimanté par rapport au repère $Oxyz$.

Le champ magnétique $\vec{B}$ créé dans l'entrefer sera supposé radial, son module indépendant de z sur toute la hauteur de chaque spire, et dont la dépendance en fonction de $\theta-\theta_0$ est représentée par la fonction représentée ci-dessous.



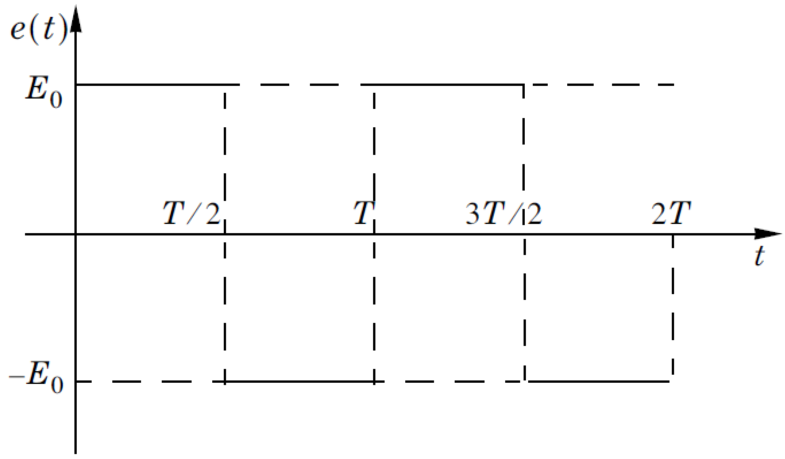
14.Montrer que pour la spire S_1 correspondant à $\theta\in(0,\pi/2)$, le flux ϕ_1 a pour expression :

$$\text{si}\left(\theta_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right):\phi_1=N\,h\,a\left(\frac{\pi}{2}-2\,\omega\,t\right)B_0$$

$$\text{si}\left(\theta_0\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]\right):\phi_1=N\,h\,a\left(2\,\omega\,t-\frac{3\,\pi}{2}\right)B_0$$

15.En déduire la loi de variation du flux créé par la rotation de l'aimant dans les 4 spires du stator en fonction du temps. On représentera ce flux total Φ_{ext} en fonction du temps en précisant sur le graphique les points remarquables.

16.Montrer que la force électromotrice d'induction due au mouvement de l'aimant par rapport au stator admet la représentation ci-dessous, ou E_0 et T seront exprimés en fonction de ω, N, h, a et B_0.



17.On suppose que l'ensemble des quatre spires en série est équivalent à une bobine d'inductance L et de résistance r . Dessiner le circuit électrique équivalent au dispositif étudié. En déduire l'équation différentielle vérifiée par le courant $i(t)$ circulant dans le stator.

18.Exprimer $i(t)$ dans les deux intervalles $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ et $\left[\frac{T}{2},T\right]$, en introduisant deux constantes d'intégration A_1 et A_2 .

19.Pour déterminer le régime permanent, écrire les deux équations portant sur A_1 et A_2 permettant l'existence de ce régime. On posera, pour simplifier les expressions : $\delta=\exp\left(-\frac{\pi}{2\omega\tau}\right)$ ou τ est une grandeur qu'on exprimera en fonction de L , R et r . En déduire les expressions de A_1 et A_2 .

20.En déduire dans le cas du régime permanent les expressions de $i(t)$ dans les deux intervalles $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ et $\left[\frac{T}{2},T\right]$.

21.Applications numériques :

On donne : $L=10\,mH$, $R+r=7\,\Omega$, $\omega=333\,rad/s$, $N=20$, $h=5\,cm$, $a=2\,cm$

- Calculer τ , $T/2$, δ
- En déduire que les valeurs extrêmes de $i(t)$ sont pratiquement atteintes au cours du fonctionnement.
- Calculer B_0 permettant d'obtenir $E_0=6\,V$
- Sachant que le champ magnétique dans l'entrefer d'un aimant courant peut atteindre $0{,}5\,T$, conclure sur la faisabilité du dispositif.

Les oxydes de cuivre

I. Configuration électronique du cuivre

Le numéro atomique du cuivre est $Z=29$.

1. Donner la configuration électronique fondamentale de l'élément cuivre en suivant le principe de Pauli, la règle de Klechkowski, la règle de Hund. On regroupera ensuite les premiers électrons sous la forme $[Ar]$, symbole de l'argon, gaz rare qui précède le cuivre dans la classification périodique.
2. Précisez quels seraient les électrons de cœur et les électrons de valence.
3. En fait, le cuivre présente une anomalie dans sa configuration électronique fondamentale et celle-ci ne laisse apparaître qu'un seul électron de valence. Donner la configuration électronique fondamentale réelle du cuivre.

II. Les oxydes

Données thermodynamiques

Température thermodynamique : $T(K)=t(°C)+273$.

Enthalpies standard de formation et entropies molaires standard indépendantes de la température.

	$Cu(s)$	$H_2(g)$	$O_2(g)$	$H_2O(g)$	$Cu_2O(s)$	$CuO(s)$
$\Delta_f H°(kJ.mol^{-1})$				$-241{,}8$	$-168{,}6$	$-157{,}3$
$S°m(J.K^{-1}.mol^{-1})$	33,32	130,6	205,1	188,8	93,17	42,65

$R=8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

Les gaz sont considérés comme parfaits.

A. Réactions d'oxydation du cuivre

4. On étudie l'oxydation du cuivre solide. Écrire les équations-bilans des deux réactions suivantes :
   - Réaction (1) : réaction d'oxydation du cuivre solide $Cu(s)$ en oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$, rapportée à une mole de dioxygène gazeux.
   - Réaction (2) : réaction d'oxydation du cuivre solide $Cu(s)$ en oxyde de cuivre II $CuO(s)$, rapportée à une mole de dioxygène gazeux.
5. Enthalpie libre standard:
   - Calculer:

     L'enthalpie standard de la réaction (1).

     L'entropie standard de la réaction (1).

- Exprimer, en fonction de la température T, l'enthalpie libre standard $\Delta_r G°_1$ de la réaction (1) en précisant l'unité.
- Déplacement de cet équilibre (1)

  Rappeler la loi de modération de Le Châtelier concernant la pression. Que peut-on en déduire quant à l'influence de la pression à température constante sur cet équilibre ?

  Rappeler la loi de modération de Van't Hoff concernant la température. Quelle est l'influence de la température à pression constante sur cet équilibre ?
- Exprimer, pour la réaction (2), l'enthalpie libre standard $\Delta_r G°_2$ en fonction de T.

6. Pression de corrosion:
   - Calculer la pression minimale P_{O2} nécessaire pour oxyder le cuivre solide $Cu(s)$ en oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$ à 298K .
   - Par un calcul, en partant de l'affinité, justifier que cette pression est bien un minimum.
   - Conclure quant à la possibilité d'oxydation du cuivre à l'air ambiant en oxyde de cuivre I.
   - Mêmes questions pour l'oxydation du cuivre en oxyde de cuivre II.

B. Dismutation de l'oxyde de cuivre I

On cherche à savoir si l'oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$ est stable vis-à-vis de sa dismutation.

7. Écrire l'équation-bilan de l'équilibre de dismutation de l'oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$ en cuivre métal $Cu(s)$ et oxyde de cuivre II $CuO(s)$ rapportée à une mole de $Cu_2O(s)$. Cette équation-bilan sera notée réaction (3).
8. Montrer que l'enthalpie libre standard $\Delta_r G°_3$ s'exprime en fonction de $\Delta_r G°_1$ et $\Delta_r G°_2$. Déterminer $\Delta_r G°_3$.
9. Montrer que l'existence simultanée des trois solides $Cu_2O(s)$, $Cu(s)$, $CuO(s)$, est impossible à toute température. Conclure aussi quant à la stabilité de l'oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$.

C. Diagramme d'Ellingham

10. Écrire l'équation bilan de la réaction d'oxydation de l'oxyde de cuivre I $Cu_2O(s)$ en oxyde de cuivre II $CuO(s)$, notée réaction (4), rapportée à une mole de dioxygène gazeux.
11. Montrer que l'enthalpie libre standard $\Delta_r G°_4$ s'exprime en fonction de $\Delta_r G°_1$ et $\Delta_r G°_2$. Déterminer $\Delta_r G°_4$ pour la réaction (4).

On réalise un diagramme en portant en ordonnées $RT\ln(P(O_2)/P°)$ et en abscisse la température en Kelvin ($P°$ pression de référence égale à 1 bar).

12. Porter sur le diagramme les points correspondants aux équilibres (1), (2)et (4). On pourra remarquer que deux de ces trois équilibres suffisent. Hachurer le domaine d'existence de $Cu_2O(s)$ et placer les espèces cuivre $Cu(s)$ et oxyde de cuivre II $CuO(s)$ dans leur domaine d'existence. Justifier.

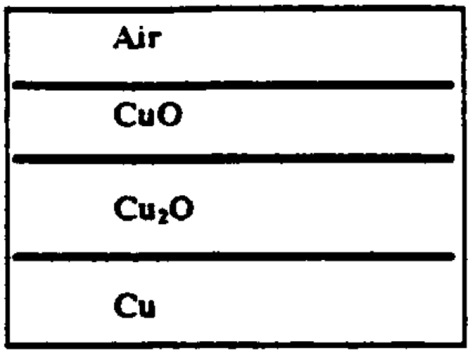
D. Aspect expérimental

13.On fait passer sur du cuivre un courant d'air à T sous $1\,bar$ (on rappelle que l'air est constitué de 20% de O_2 en pourcentage molaire).

- Tracer sur le diagramme l'isobare d'équation $RT\ln(P(O_2)_{air}/P°)$ en fonction de T .
- En déduire par lecture l'oxyde stable en fonction de la température (en supposant l'absence de changements d'états).Vérifier par calcul d'affinités pour $T=700\text{K}$.
- Est-il possible que le cuivre ne soit pas attaqué. Préciser la réponse.

14.Dans une enceinte vide de volume constant $V=0{,}5\,L$, maintenue à $700\,K$, on introduit $0{,}1\,mol$ de $CuO(s)$ et $0{,}05\,mol$ de $Cu(s)$. Déterminer l'état final du système.

15.Un morceau de cuivre abandonné à l'air atmosphérique noircit. Un examen de la couche superficielle montre la structure suivante:



Cette succession de couches est-elle conforme à l'étude faite dans le problème. Proposez une explication.

Réponses

Cycles moteurs

1) $\Delta U = 0$ (cycle) $= W + Q_F + Q_C$

$\Delta S = 0$ (cycle) $= S_{échange} + S_{créé}$

$= \dfrac{Q_F}{T_F} + \dfrac{Q_C}{T_C} + S_P$

Finalement :

$$\boxed{\begin{aligned} W + Q_F + Q_C &= 0 \\ \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} + S_P &= 0 \end{aligned}}$$

---

2) Le moteur reçoit de la chaleur de la source chaude, rend de la chaleur à la source froide et fournit du travail.

$$\boxed{\begin{aligned} Q_C &> 0 \\ Q_F &< 0 \\ W &< 0 \end{aligned}}$$

De plus $\boxed{S_P \geq 0}$

---

3) Définition $\boxed{\eta = \dfrac{(-W)}{Q_C}}$

$$= \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} \qquad \text{(cf 1}^{er}\text{ pcipe)}$$

$$= 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

avec :

$$\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} + S_P = 0 \qquad \times \frac{T_F}{Q_C}$$

$$\frac{Q_F}{Q_C} + \frac{T_F}{T_C} + \frac{T_F S_P}{Q_C} = 0$$

$$\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F}{Q_C} S_P$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F}{Q_C} S_P}$$

---

4) $\longrightarrow$ puisque $\dfrac{T_F}{Q_C} S_P \geq 0$, la valeur maximale de η est obtenue pour S_P nul (cycle réversible)

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

A.N. $= 1 - \frac{290}{1450}$

$$\boxed{\eta_C = 0{,}80}$$

→ Les tranformations sont supposées <u>mécaniquement réversibles</u> ici (cf <u>les temps de relaxation</u> pour les échanges mécaniques sont bien plus courts que les temps de relaxation pour les échanges thermiques)

Il faut assurer la <u>réversibilité thermique</u>, pour cela il y a deux possibilités :

- soit des tranformations sans échange thermique donc <u>adiabatiques</u> (donc puisqu'il n'y a pas d'autres causes d'irréversibilités car les échanges mécaniques sont réversibles, la tranformation est en plus <u>réversible</u> donc finalement isentropique)

- soit des échanges réversibles au niveau thermique : pas de $\overrightarrow{grad}\,T$ dans le fluide, pas de différence $T_{ext} - T_{fluide}$.

Donc des tranformations <u>isothermes</u>
(obligatoirement réversibles car les échanges mécaniques plus rapides sont alors aussi réversibles)

→ Les échanges thermiques étant lents, pour qu'une tranformation (ex : compression) soit isotherme, il <u>faut procéder très lentement</u> (sinon lors d'une compression, T_{fluide} augmente et $T_{fluide} > T_{ext}$ donc irréversibilité)
<u>Cette durée tend vers l'infini</u> et <u>donc la puissance du moteur de Carnot tendra vers 0</u> $\left(P_{moyen} = \frac{(-W)}{durée}\right)$

Le moteur de Carnot a certes l'efficacité idéale mais <u>sa puissance est nulle.</u>
On doit donc <u>inventer d'autres cycles</u> (sans isothermes)

5) → $W'_{rev} = -W_{rev}$

$= Q_c \, \eta_c$

$$\boxed{W'_{rev} = \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) Q_C}$$

→ $W'_{ir} = Q_c \, \eta$

$$\boxed{W'_{ir} = \underbrace{\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) Q_C}_{W'_{rev}} - \underbrace{T_F \, S_P}_{\text{pertes d'exergie } (T_F = T_{ambiant})}} < W'_{rev}$$

→ Pour le fonctionnement réversible donc idéal, on obtient le travail maximal "prévu par la nature". Le "rendement" est donc égal à 100%

Dans le cas irréversible, le rendement obtenu est inférieur car $W'_{ir} < W'_{rev}$.

Il est logique de définir le rendement en prenant comme référence W'_{rev}

$$r = \frac{W'_{ir}}{W'_{rev}}$$

$$\boxed{r = \frac{\eta}{\eta_c}}$$

$$= 1 - \frac{T_F \, S_P}{\eta_c \, Q_{chaud}}$$

$$\boxed{r = 1 - \frac{T_C T_F}{T_C - T_F} \frac{1}{Q_C} S_P}$$

---

5) $\eta_c = 0{,}80$ (déjà vu plus haut)

$\eta = r \, \eta_c$

$= 0{,}94 \times 0{,}80$

$$\boxed{\eta = 0{,}752}$$

$Q_c = \frac{W'}{\eta}$

$= \frac{15}{0{,}752}$

$$\boxed{Q_c = 19{,}9\ \text{kJ}}$$

$$Q_f = W' - Q_c$$
$$= 15 - 19{,}9$$
$$\boxed{Q_f = -4{,}95\ \text{kJ}}$$

$$S_P = -\frac{Q_F}{T_F} - \frac{Q_c}{T_c}$$
$$= -\frac{-4{,}95}{290} - \frac{19{,}9}{1450}$$
$$\boxed{S_P = 3{,}30\ 10^{-3}\ \text{kJ K}^{-1}}$$

---

7) Entropie avec les variables T et P pour un gaz parfait

$$dH = T\,dS + V\,dP$$
$$dS = \frac{dH}{T} - \frac{V}{T}\,dP$$
$$= n C_p \frac{dT}{T} - nR\frac{dP}{P}$$
$$= n\frac{R\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T} - nR\frac{dP}{P}$$
$$= nR\left(d\ln T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - d\ln P\right)$$

$$\boxed{S_{(P,T)} = nR\left(\ln T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - \ln P\right) + S_0}$$

$$\boxed{\alpha = nR}$$
$$\boxed{\beta = \frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

---

8) Au cours d'une évolution isentropique.

$$\boxed{\frac{T^{\gamma/(\gamma-1)}}{P} = \text{cste}}$$

---

9) avec $T = \dfrac{PV}{nR}$

$$\frac{P^{\gamma/\gamma-1}\ V^{\gamma/\gamma-1}}{P} = K$$

$$P^{\frac{1}{\gamma-1}}\ V^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = K$$

$$P\ V^{\gamma} = K^{\gamma-1}$$

$$\boxed{P\ V^{\gamma} = cste}$$

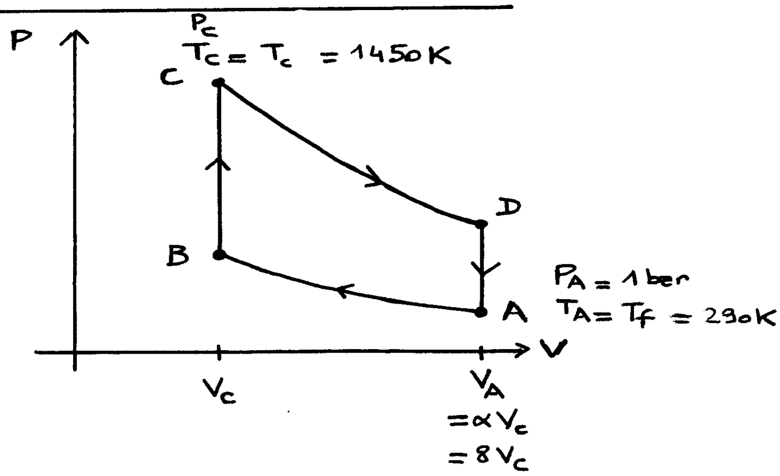
---

10)
$$n = \frac{m}{M}$$

$$\boxed{n = 0{,}1\ mol}$$

---

11)



Pour un cycle moteur

$$W = -\oint P\,dV < 0$$

donc
$$\oint P\,dV > 0$$
(aire dans le diagramme PV)

> L'aire du cycle doit être <u>positive</u>. On tourne donc <u>dans le sens des aiguilles d'une montre</u>

BC <u>chauffage</u> par la source chaude.
<u>irréversible</u> au niveau thermique
(car $T_{ext} = T_c$ différent de T_{gaz})

DA <u>refroidissement</u> par la source froide
<u>irréversible</u> au niveau thermique

(car $T_{ext} = T_F$ différent de T gaz)

---

12) On écrit la loi des gaz parfaits entre A et C

$$\frac{P_C\, V_C}{T_C} = \frac{P_A\, V_A}{T_A}$$

$$P_C = P_A\, \frac{V_A}{V_C}\, \frac{T_C}{T_A}$$

$$\boxed{P_C = P_A\, \alpha\, \frac{T_C}{T_F}}$$

A.N. $= 1 \quad 8 \quad \frac{1450}{290}$

$$\boxed{P_C = 40 \text{ bar}}$$

Puis AB étant une isentropique

$$P_B\, V_B^{\gamma} = P_A\, V_A^{\gamma}$$

$$\boxed{P_B = P_A\, \alpha^{\gamma}}$$

A.N $= 1 \quad 8^{1,4}$

$$\boxed{P_B = 18{,}4 \text{ bar}}$$

et CD étant une isentropique

$$P_D\, V_D^{\gamma} = P_C\, V_C^{\gamma}$$

$$P_D = P_C\, \alpha^{-\gamma}$$

$$\boxed{P_D = P_A\, \alpha^{1-\gamma}\, \frac{T_C}{T_F}}$$

A.N. $= 1 \quad 8^{-0,4} \quad \frac{1450}{290}$

$$\boxed{P_D = 2{,}18 \text{ bar}}$$

---

13) "Chaleur" échangée avec la source chaude :

$$Q_C = \Delta U_{BC}$$

$$= n\, C_V\, (T_C - T_B)$$

avec pour l'isentropique AB

$$P V^{\gamma} = cste$$

$$nR\, \frac{T}{V}\, V^{\gamma} = cste$$

$$T\, V^{\gamma-1} = cste$$

donc

$$T_B\, V_B^{\gamma-1} = T_A\, V_A^{\gamma-1}$$

$$T_B = T_F\, \alpha^{\gamma-1}$$

$$\boxed{Q_C = n\, \frac{R}{\gamma-1}\, (T_C - T_F\, \alpha^{\gamma-1})}$$

→ "chaleur" échangée avec la source froide.

De même :

$$Q_F = n\, C_V\, (T_A - T_D)$$

et en considérant l'isentropique CD

$$T_D\, V_D^{\gamma-1} = T_C\, V_C^{\gamma-1}$$

$$T_D = T_C\, \alpha^{-(\gamma-1)}$$

$$\boxed{Q_F = \frac{nR}{\gamma-1}\left(T_F - T_C\, \alpha^{-(\gamma-1)}\right)}$$

→

$$\eta = \frac{-W}{Q_C}$$

$$= 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$= 1 + \frac{T_F - T_C\, \alpha^{-(\gamma-1)}}{T_C - T_F\, \alpha^{(\gamma-1)}}$$

$$= 1 - \frac{T_C\, \alpha^{-(\gamma-1)} - T_F}{T_C - T_F\, \alpha^{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \alpha^{-(\gamma-1)}}$$

A.N. $\quad = 1 - 8^{(-0,4)}$

$$\boxed{\eta = 0{,}565}$$

→ rendement exergétique :

$$r = \frac{\eta}{\eta_C}$$

$$= \frac{0{,}565}{0{,}8}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} r = 0{,}706 \\ \text{ou } 70{,}6\ \% \end{array}}$$

14)
$$\Delta S_{AC} = S_C - S_A \quad (\text{cf } 7))$$
$$= nR\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{T_C}{T_F} - \underbrace{\ln\frac{P_C}{P_A}}_{\alpha\frac{T_C}{T_F}}\right)$$

$$\boxed{\Delta S_{AC} = nR\left(\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_C}{T_F} - \ln\alpha\right)}$$

(on retrouve ΔS avec les variables T et V)

or
$$\Delta S_{AC} = \underbrace{\Delta S_{AB}}_{\text{nul car isentropique}} + \Delta S_{BC}$$

$$\boxed{\Delta S_{BC} = \Delta S_{AC}}$$

---

15) Entropie créée pendant le chauffage BC (irréversible puisque $T_{source} \neq T_{système}$)

$$S_{\substack{\text{créé}\\BC}} = \Delta S_{BC} - S_{\substack{\text{échange}\\BC}}$$

$$\boxed{S_{\substack{\text{créé}\\BC}} = \Delta S_{AC} - \frac{Q_C}{T_C}}$$

$$\boxed{S_{\substack{\text{créé}\\BC}} = \frac{nR}{\gamma-1}\left[\ln\frac{T_C}{T_F} - 1 + \frac{T_F}{T_C}\alpha^{\gamma-1} - nR\ln\alpha\right]}$$

---

16)
$$\Delta S_{CA} = -\Delta S_{AC}$$
$$= \underbrace{\Delta S_{CD}}_{\text{nul}} + \Delta S_{DA}$$
donc
$$\Delta S_{DA} = -\Delta S_{AC}$$

$$\boxed{S_{\substack{\text{créé}\\DA}} = -\Delta S_{AC} - \frac{Q_F}{T_F}}$$

$$\boxed{S_{\substack{\text{créé}\\DA}} = \frac{nR}{\gamma-1}\left[-\ln\frac{T_C}{T_F} - 1 + \frac{T_C}{T_F}\alpha^{-(\gamma-1)} + nR\ln\alpha\right]}$$

---

17)
$$S_P = S_{\text{créé }BC} + S_{\text{créé }DA}$$

$$\boxed{s_P = \frac{nR}{\gamma-1}\left[-2+\frac{T_F}{T_C}\alpha^{\gamma-1}+\frac{T_C}{T_F}\alpha^{-(\gamma-1)}\right]}$$

puis

$$\frac{s_P}{Q_C} = \frac{\cancel{\frac{nR}{\gamma-1}}\left(-1+\frac{T_F}{T_C}\alpha^{\gamma-1}-1+\frac{T_C}{T_F}\alpha^{-(\gamma-1)}\right)}{-\cancel{\frac{nR}{\gamma-1}}T_C\left(-1+\frac{T_F}{T_C}\alpha^{\gamma-1}\right)}$$

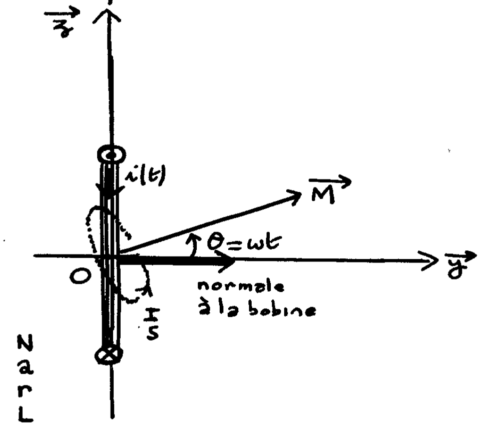
$$= +\frac{1}{T_C}\left(-1+\frac{T_C}{T_F}\alpha^{-(\gamma-1)}\right)$$

$$r = 1-\frac{T_C T_F}{T_C-T_F}\frac{s_P}{Q_C}$$

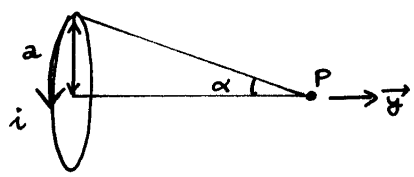
$$= 1-\frac{\cancel{T_C}T_F}{T_C-T_F}\frac{1}{\cancel{T_C}}\left(-1+\frac{T_C}{T_F}\alpha^{-(\gamma-1)}\right)$$

$$= \frac{T_C}{T_C-T_F}\left(1-\alpha^{-(\gamma-1)}\right)$$

Alternateur de bicyclette



1)



$$\boxed{\vec{B}_{\text{axe}}(P,t) = N\mu_0 \frac{i(t)}{2a} \sin^3\alpha \; \vec{y}}$$

---

2)

$$\phi_B = \vec{B}\,\vec{S} \qquad \text{avec ici} \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{N\mu_0 \, i(t) \cancel{\sin^3\alpha}}{2a} S \cos\theta$$

$$\boxed{\phi_{B \ \text{bobine} \to \text{spire}} = \frac{\mu_0 N \, i(t)}{2a} S \cos\underbrace{\theta}_{\omega t}}$$

---

3) donc

$$\underset{\text{mutuelle inductance}}{\mathcal{M}} = \frac{\mu_0 N}{2a} S \cos(\omega t)$$

$$\phi_{M \ \text{dipôle} \to \text{bobine}} = \frac{\mu_0 N}{2a} \cos\omega t \underbrace{S I}_{M}$$

$$\boxed{\phi_M = \frac{\mu_0 N M}{2a} \cos\omega t}$$

---

4)

$$\boxed{\phi_{\text{total dans bobine}} = \frac{\mu_0 N M}{2a} \cos(\omega t) + \underbrace{L i}_{\text{Flux propre}}}$$

---

5) La force électromotrice induite dans la bobine est :

$$e_{(t)} = -\frac{d\phi}{dt}$$
$$= \underbrace{\frac{\mu_0 N M \omega}{2a}}_{\text{noté ici } e_{max}} \sin \omega t - L\frac{di}{dt}$$

L'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ est

$$e(t) = (R+r)\, i(t)$$

$$e_{max} \sin\omega t = (R+r)\, i(t) + L\frac{di}{dt}(t)$$

on résout en complexes pour obtenir le régime forcé :

$$\underline{e} = (R+r)\, \underline{i}(t) + jL\omega\, \underline{i}(t)$$

$$\underline{i}(t) = \frac{\underline{e}}{(R+r) + jL\omega}$$

donc en posant $\varphi = \arg[(R+r) + jL\omega]$

$$i(t) = \frac{e_{max}}{\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i(t) = \frac{\mu_0 N M \omega}{2a\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}} \cos(\omega t \underbrace{- \varphi - \frac{\pi}{2}}_{+\psi})$$

Finalement avec

$$\boxed{I = \frac{\mu_0 N M \omega}{2a\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}}}$$

$$\psi = -\varphi - \frac{\pi}{2}$$

$$\psi = -\arg[(R+r) + jL\omega] - \frac{\pi}{2}$$

ou

$$\boxed{\psi = -\arctan\frac{L\omega}{R+r} - \frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{i(t) = I\cos(\omega t + \psi)}$$

---

6) diagramme de Bode pour I

$$I = \frac{\mu_0 N M}{2a(R+r)} \frac{\omega}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R+r}\right)^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 N M}{2aL} \frac{L\omega/R+r}{\sqrt{1+(L\omega/R+r)^2}}$$

On définit une pulsation de coupure :

$$\boxed{\omega_c = \frac{R+r}{L}}$$

$$\boxed{I = \underbrace{\frac{\mu_0 N M}{2aL}}_{\text{noté } I_M} \frac{\omega/\omega_c}{\sqrt{1+(\omega/\omega_c)^2}}}$$

diagramme asymptotique

$\omega \ll \omega_c$ $\quad I \sim I_M \frac{\omega}{\omega_c}$

$$20\log(I) \sim 20\log I_M + \underbrace{20\log\frac{\omega}{\omega_c}}_{\text{cf pente de 20 dB/décade}}$$

$\omega \gg \omega_c$ $\quad I \sim I_M$

$$20\log(I) \sim 20\log I_M$$

$\omega = \omega_c$ $\quad I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$

$$20\log(I) = 20\log I_M - \underbrace{20\log\sqrt{2}}_{-3\text{ dB}}$$

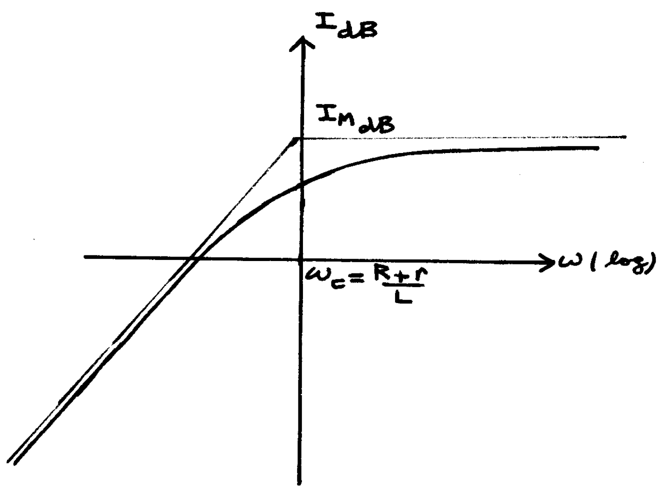
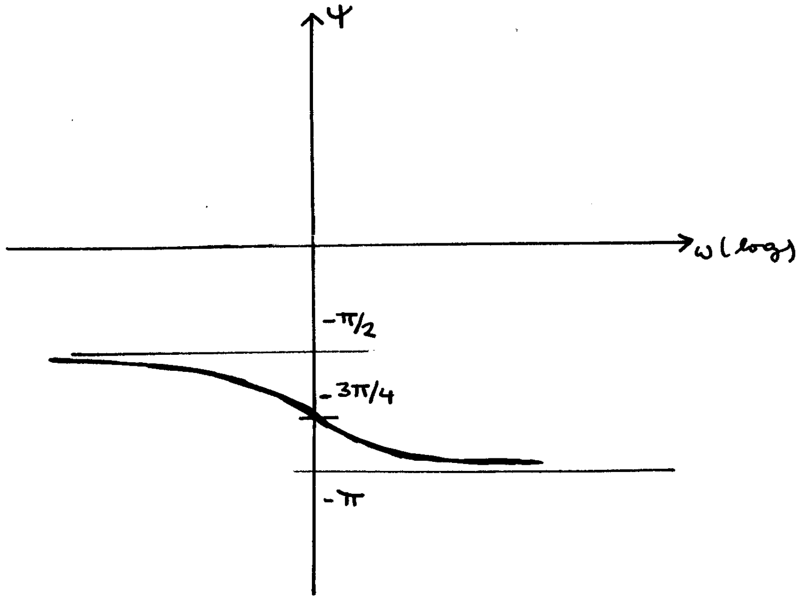


diagramme de Bode pour Ψ

$$\Psi = -\left(\arctan \frac{L\omega}{R+r} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{\Psi = -\left(\arctan \frac{\omega}{\omega_c} + \frac{\pi}{2}\right)}$$



Le filtre est un $\boxed{\text{filtre passe-haut}}$ d'ordre 1

---

7)

$$U_R = R\, I$$

$$U_M = \lim_{\omega \to \infty} U_R$$

$$= R\, I_M$$

$$\boxed{U_M = \frac{\mu_0 N M R}{2 a L}}$$

---

8)

$$p(t) = R\, i^2(t)$$

$$= R\, I^2 \cos^2(\omega t + \Psi)$$

$$\langle P_{elect} \rangle = R I^2 \langle \cos^2(\omega t + \Psi) \rangle$$

$$= \frac{R I^2}{2}$$

$$= \frac{R\, \mu_0^2 N^2 M^2 \omega^2}{8 a^2 \left((R+r)^2 + L^2\omega^2\right)}$$

$$\boxed{\langle P_{elect} \rangle = \frac{U_M^2}{2R} \, \frac{L^2\omega^2}{L^2\omega^2 + (R+r)^2}}$$

---

9) Couple sur le dipôle

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

$$= - M\, B \sin\theta \; \vec{x}$$

Pour maintenir la vitesse de l'aimant, il faut appliquer :

$$\boxed{\vec{\Gamma}' = M\, B \sin\theta \; \vec{x}}$$

(alors $\Sigma \mathcal{M}_{oments/axe} = 0$

et la vitesse de rotation est une constante)

$$= M \frac{N\mu_0\, i(t)}{2a} \sin(\omega t)\; \vec{x}$$

$$= \frac{M N \mu_0 I}{2a} \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t)\; \vec{x}$$

$$\boxed{\vec{\Gamma}' = \frac{\mu_0^2 N^2 M^2 \omega}{4a^2 \sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}} \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t)\; \vec{x}}$$

$$\vec{\Gamma}' = U_M^2 \frac{L^2}{R^2} \omega \frac{1}{\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}} \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t)\; \vec{x}$$

$$\mathcal{P}_{meca}(t) = \vec{\Gamma}' \, \vec{\omega}$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{meca}(t) = U_M^2 \frac{L^2\omega^2}{R^2} \frac{1}{\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}} \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t)}$$

---

10) avec $\langle \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t) \rangle$

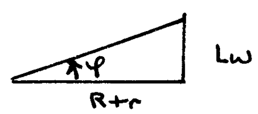
$$= \langle (\cos\omega t \cos\varphi - \sin\omega t \sin\varphi) \sin(\omega t) \rangle$$

$$= \langle \sin\omega t \cos\omega t \rangle \cos\varphi - \langle \sin^2\omega t \rangle \sin\varphi$$

$$= \quad 0 \quad - \frac{\sin\varphi}{2}$$

$$= \quad - \frac{1}{2} \sin\left(-\varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \quad \frac{1}{2} \cos\varphi$$



$$= \quad \frac{1}{2} \frac{(R+r)}{\sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2}}$$

$$\boxed{\langle P_{méca} \rangle = \frac{U_M^2}{2R} \frac{R+r}{R} \frac{L^2\omega^2}{(R+r)^2 + L^2\omega^2}}$$

$$\boxed{\langle P_{méca} \rangle = \langle P_{elec} \rangle \frac{R+r}{R}}$$

$$\text{rendement} = \frac{\langle P_{elec} \rangle}{\langle P_{méca} \rangle}$$

$$\boxed{\text{rendement} = \frac{R}{R+r}}$$

---

11) La molette roule sans glisser sur le pneu

Donc $v_{I\in molette} = v_{I\in pneu}$

$$\frac{d_m}{2} \omega = v$$

$$\boxed{\omega = \frac{2v}{d_m}}$$

A.N. $= \dfrac{2 \dfrac{15000}{3600}}{25 \ 10^{-3}}$

$$\boxed{\omega = 333 \text{ rad s}^{-1}}$$

---

12) $R = \dfrac{U_{efficace}^2}{P}$

$$\boxed{R = \frac{U_R^2}{2P}}$$

A.N. $= \dfrac{6^2}{2 \times 3}$

$$\boxed{R = 6 \, \Omega}$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N M R}{2a \, U_M}}$$

A.N. $= \dfrac{4\pi 10^{-7} . 100 . 4 . 6}{2 \ \ 2 . 10^{-2} \ \ 6}$

$$\boxed{L = 12{,}6 \text{ mH}}$$

---

13) On calcule ici la pulsation de coupure du passe-haut

$$\omega_c = \frac{R+r}{L}$$

A.N. $$= \frac{6+1}{12{,}5\ 10^{-3}}$$

$$\boxed{\omega_c = 557\ \text{rad s}^{-1}}$$

ce qui correspond pour la bicyclette à une vitesse

$$v = \frac{d_m}{2}\omega_c$$

$$= 25\ \text{km/h}$$

et la tension, au lieu de 6V vaut alors (amplitude)

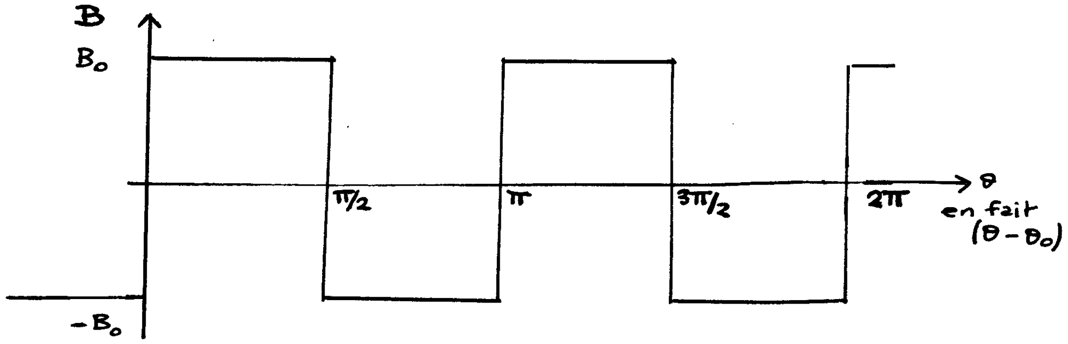
$$U = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4{,}3\ \text{V}$$

Pour les vitesses supérieures U se rapproche donc des 6V.

L' induit est fixe. La position d'un point est repérée par θ. Bobine 1 : $\theta \in (0, \pi/2)$.

L'aimant ou rotor tourne à la vitesse ω avec $\theta_0 = \omega t$.

<u>Pour $\theta_0 = 0$</u> ($\vec{B} = B\,\vec{u_r}$, $\vec{B}$ du nord vers le sud)



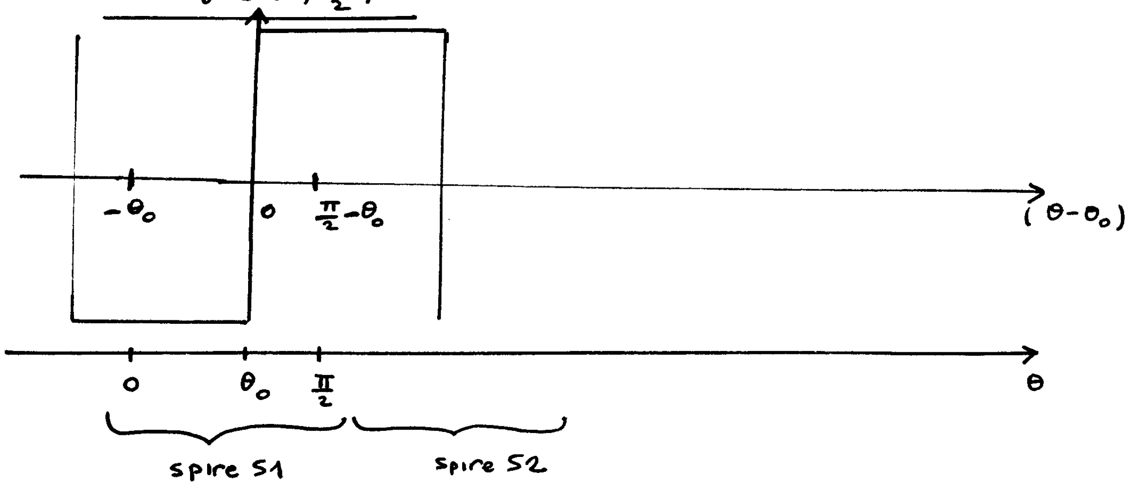
<u>Pour $\theta_0 \neq 0$</u> on retrouve cette configuration mais décalée de θ_0 selon θ. On obtient donc le même champ en mettant <u>$\theta - \theta_0$ en abscisse</u>.

<u>14)</u> flux dans la spire S1 :

$$\theta \in (0, \pi/2)$$

$$\theta - \theta_0 \in (-\theta_0 , \pi/2 - \theta_0)$$

• si $\theta_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$



alors
$$\phi_1 = N \iint_{1\,spire} \vec{B}\,\vec{dS}$$
$$= N \iint_{1\,spire} B\, a\, d\theta\, dz$$

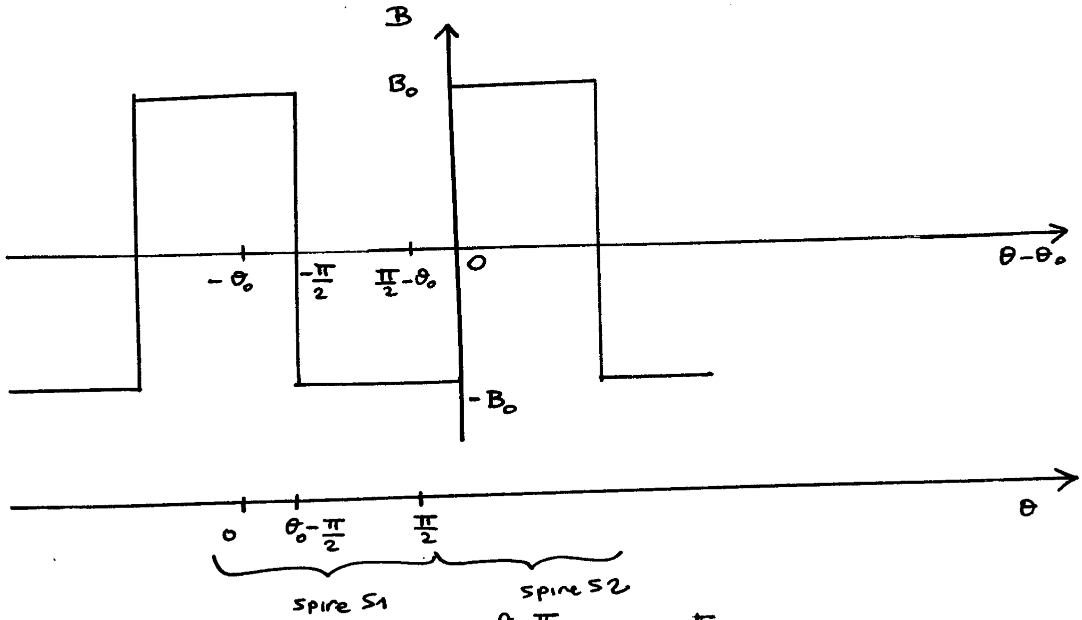
$$= N h a \left[\int_0^{\theta_0} -B_0 \, d\theta + \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} B_0 \, d\theta \right]$$

$$= N h a \left(-B_0 \theta_0 + B_0 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) \right)$$

$$= N h a B_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\theta_0\right)$$

$$\boxed{\phi_1 = N h a B_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\omega t\right)}$$

• <u>si $\theta_0 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$</u>



alors $\phi_1 = N h a \left[\int_0^{\theta_0 - \frac{\pi}{2}} B_0 \, d\theta + \int_{\theta_0 - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -B_0 \, d\theta \right]$

$$= N h a \left[B_0 \left(\theta_0 - \frac{\pi}{2}\right) - B_0 (\pi - \theta_0) \right]$$

$$= N h a B_0 \left(2\theta_0 - \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\boxed{\phi_1 = N h a B_0 \left(2\omega t - \frac{3\pi}{2}\right)}$$

---

15) Pour la spire 2, <u>B est inversé</u> mais le bobinage étant en sens contraire <u>la surface est orientée dans l'autre sens.</u>

Finalement $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4$

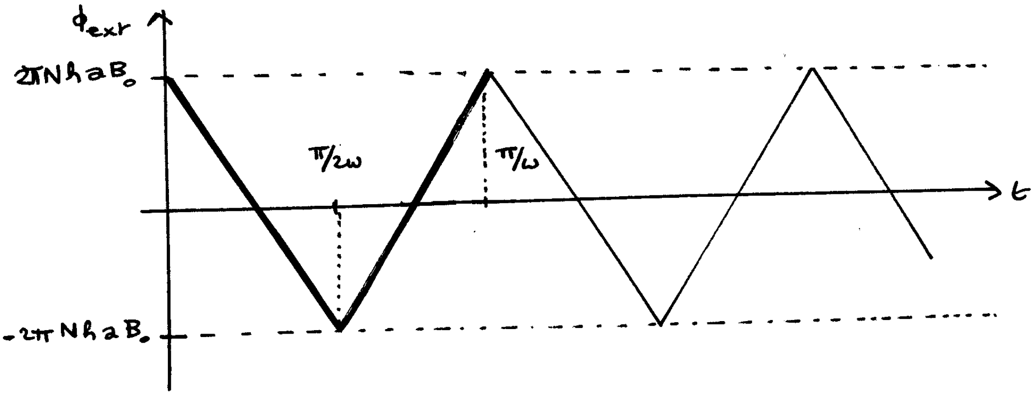
$$\boxed{\phi_{ext} = 4 \, \phi_1}$$

$\longrightarrow$ $\theta_0 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{0 < t < \frac{\pi}{2\omega} \quad \phi_{ext} = 4 \, N h a B_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2\omega t\right)}$$

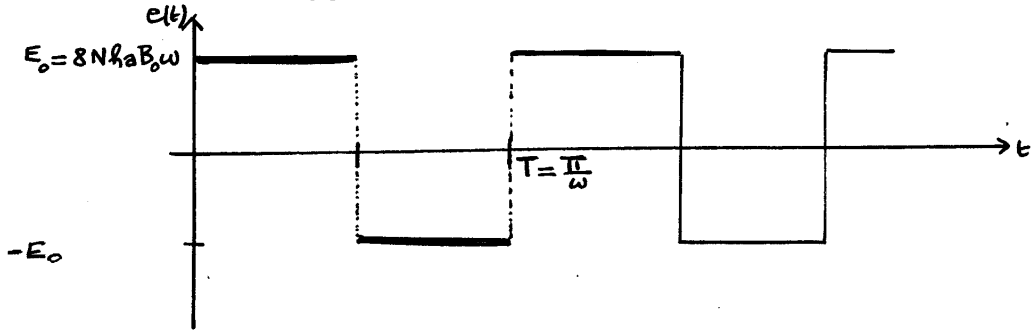
$\longrightarrow \quad \theta_o \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

$$\boxed{\frac{\pi}{2\omega} < t < \frac{\pi}{\omega} \qquad \phi_{ext} = 4\, N h a B_o \,(2\omega t - \frac{3\pi}{2})}$$



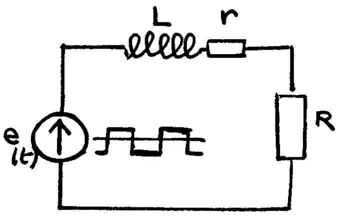
---

16) $\quad e = -\frac{d\phi}{dt}$



---

17)



$$e(t) = L \frac{di}{dt} + (R+r)\, i$$ On pose alors :

$$\boxed{\tau = \frac{L}{(R+r)}}$$

$$\boxed{\frac{e(t)}{(R+r)} = \tau \frac{di(t)}{dt} + i(t)}$$

---

18) $\quad t \in (0, T/2) \qquad e = E_o$

$$\boxed{i = \frac{E_o}{(R+r)} + A_1\, e^{-t/\tau}}$$

$t \in (T/2\ , T) \qquad e = -E_0$

$$\boxed{i = -\frac{E_0}{(R+r)} + A_2\, e^{-t/\tau}}$$

---

19) En présence d'une inductance, il y a continuité du courant.

$\longrightarrow$

$$i(T/2^-) = i(T/2^+)$$

$$\frac{E_0}{R+r} + A_1 \underbrace{e^{-T/2\tau}}_{\delta} = -\frac{E_0}{R+r} + A_2 \underbrace{e^{-T/2\tau}}_{\delta}$$

$\longrightarrow$

$$i(0^+) = i(0^-)$$

$$= i(T^-)$$

$$\frac{E_0}{R+r} + A_1 = -\frac{E_0}{R+r} + A_2 \underbrace{e^{-T/\tau}}_{\delta^2}$$

La différence entre ces deux équations donne

$$A_1(\delta - 1) = A_2\, \delta\, (1-\delta)$$

$$A_1 = -A_2\, \delta$$

finalement, en reportant dans la première équation :

$$\frac{2E_0}{R+r} = \delta\,(A_2 - A_1)$$

$$\boxed{\begin{aligned} A_2 &= \frac{2E_0}{R+r}\,\frac{1}{\delta(\delta+1)} \\ A_1 &= -\frac{2E_0}{R+r}\,\frac{1}{\delta+1} \end{aligned}}$$

---

20)

$$\boxed{\begin{aligned} &t \in (0, T/2) \\ &\quad i(t) = \frac{E_0}{(R+r)}\left(1 - 2\,\frac{e^{-t/\tau}}{1+e^{-T/2\tau}}\right) \\ &t \in (T/2, T) \\ &\quad i(t) = -\frac{E_0}{R+r}\left(1 - 2\,\frac{e^{-(t-T/2)\tau}}{1+e^{-T/2\tau}}\right) \end{aligned}}$$

---

21) applications numériques :

$$\tau = \frac{L}{(R+r)}$$

$$= \frac{0{,}01}{7}$$

$$\boxed{\tau = 1{,}43\ 10^{-3}\ s}$$

$$T/2 = \frac{\pi}{2\omega}$$

$$= \frac{\pi}{2 \times 333}$$

$$\boxed{T/2 = 4{,}72\ 10^{-3}\ s}$$

$$\delta = \exp\left(-\frac{T/2}{\tau}\right)$$

$$= \exp\left(-\frac{4{,}72\ 10^{-3}}{1{,}43\ 10^{-3}}\right)$$

$$\boxed{\delta = 0{,}037}$$

$\tau < T/2$ donc à la fin de chaque régime transitoire $i(t)$ on atteint quasiment le régime permanent (ici $\boxed{T/2 \simeq 3\tau}$)

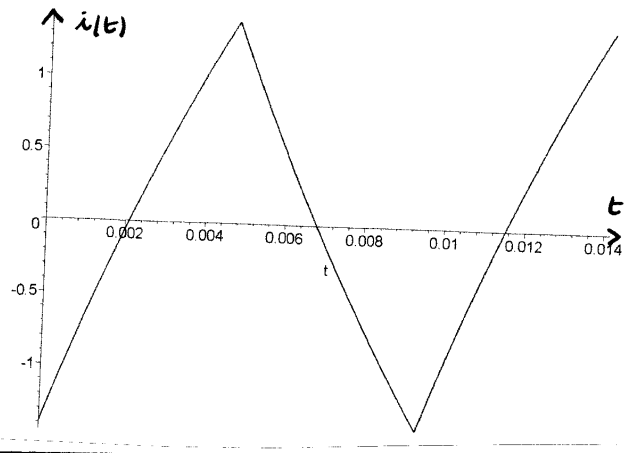
$$B_o = \frac{E_o}{8Nh\,a\,\omega}$$

$$= \frac{6}{8 \times 20 \times 0{,}05 \times 0{,}02 \times 333}$$

$$\boxed{B_o = 0{,}113\ T}$$

Dispositif réalisable.

remarque : l'intérêt du dispositif repose sur le fait que l'induit étant fixe, pas besoin de frotteurs ou de balais pour récupérer la tension induite.



Les oxydes de cuivre

1) cuivre

$4s^2$ → $3d^9$
$3s^2$ → $3p^6$
$2s^2$ → $2p^6$
$1s^2$

$$\underbrace{1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6}\ 3d^9\ 4s^2$$

$$\boxed{[Ar]\ 3d^9\ 4s^2}$$

---

2) électrons de coeur (ne participant pas aux liaisons) : ceux de [Ar]
18 électrons

électrons de valence : $3d^9\ 4s^2$
11 électrons

---

3) configuration réelle :

$$\boxed{[Ar]\ 3d^{10}\ 4s^1}$$

---

4) réaction (1) : $\boxed{4\,Cu(s) + O_2(g) = 2\,Cu_2O(s)}$

réaction (2) : $\boxed{2\,Cu(s) + O_2(g) = 2\,CuO(s)}$

---

5) réaction (1) :

$$\Delta_rH^o_1 = 2 \times -168{,}6$$

$$\boxed{\Delta_rH^o_1 = -337{,}2\ kJ.mol^{-1}}$$

$$\Delta_rS^o_1 = 2 \times 93{,}17 - (4 \times 33{,}32 + 205{,}1)$$

$$\boxed{\Delta_rS^o_1 = -152{,}0\ J.mol^{-1}\,K^{-1}}$$

$$\Delta_rG^o_1 = \Delta_rH^o_1 - T\Delta_rS^o_1$$

$$\boxed{\underset{kJ.mol^{-1}}{\Delta_rG^o_1} = -337{,}2 + 0{,}1520\ T}$$

<u>Loi de modération de Le Chatelier :</u>

> Une augmentation de pression à température et à composition constantes entraîne une évolution du système dans le sens d'une diminution de la quantité de gaz dans le milieu.

$$4\,Cu(s) + O_2(g) = 2\,Cu_2O(s)$$

si on augmente la pression, l'évolution se fait donc <u>vers la droite</u> (formation de l'oxyde)

<u>Loi de modération de Van't Hoff :</u>

> Une élévation de température à pression et composition constantes entraîne une évolution du système dans le sens endothermique de la réaction

$$4\,Cu(s) + O_2(g) = 2\,Cu_2O(s) \qquad \Delta_r H^\circ_1 < 0 \text{ (exothermique)}$$

si on augmente la température, l'évolution se fait donc <u>vers la gauche</u> (réduction de l'oxyde)

réaction (2) :

$$\Delta_r H^\circ_2 = 2 \times -157{,}3$$
$$= -314{,}6 \text{ kJ.mol}^{-1}$$
$$\Delta_r S^\circ_2 = 2\times 42{,}65 - (2\times 33{,}32 + 205{,}1)$$
$$= -186{,}4 \text{ J.mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$$

$$\boxed{\Delta_r G^\circ_2 \,/\,\text{kJ.mol}^{-1} = -314{,}6 + 0{,}1864\,T}$$

---

6) <u>réaction (1)</u>

pression à l'équilibre à 298 K

$$\Delta_r G^\circ_1 = -RT \ln K^\circ_1$$
$$= -RT \ln \frac{1}{\frac{P_{O_2}}{P^\circ}}$$

$$\boxed{P_{O_2\,1} = P^\circ \exp\left(\frac{\Delta_r G^\circ_1}{RT}\right)}$$

travailler en Joules

A.N. $= 1_{\text{bar}} \exp\left(\frac{(-337{,}2 + 0{,}152\ 298)\,10^3}{8{,}314\ \ 298}\right)$

$$\boxed{(P_{O_2})_1 = 6,8\ 10^{-52}\ \text{bar}}$$

minimum

On montre que cette pression est bien la pression minimale pour oxyder le cuivre à température ambiante

$$A_1 = -(\Delta_r G_1)$$
$$= -\left(\Delta_r G^\circ_1(T) + RT \ln \frac{1}{P_{O_2}/P^\circ}\right) > 0$$

$$RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^\circ} > \Delta_r G^\circ_1(T)$$

$$P_{O_2} > P^\circ \exp \frac{\Delta_r G^\circ_1(T)}{RT}$$

$$\boxed{P_{O_2} > (P_{O_2})_1}$$

pression de corrosion à T ambiante

conclusion

Dans l'air, il y a environ 20% d'O_2 donc une pression en O_2 de 0,2 bar environ $\gg P_{corrosion}$.
Le cuivre doit donc s'oxyder (sauf raisons cinétiques).

reaction (2)

étude identique

$$P_{O_2\,2} = P^\circ \exp\left(\frac{\Delta_r G^\circ_2}{RT}\right)$$

$$\boxed{(P_{O_2})_2 = 3,9\ 10^{-46}\ \text{bar}}$$

Ici aussi le cuivre doit donc s'oxyder dans l'air.

---

7) (1) : $4\ Cu(s) + O_2(g) = 2\ Cu_2O(s)$
(2) : $2\ Cu(s) + O_2(g) = 2\ CuO(s)$

(2) − (1) : $-2\ Cu(s) = 2\ CuO_{(s)} - 2\ Cu_2O(s)$
ou (sans changer le sens)

$$2\ Cu_2O(s) = 2\ CuO_{(s)} + 2\ Cu(s)$$

Finalement $(3) = \frac{(2)-(1)}{2}$

(3) $\boxed{Cu_2O(s) = CuO(s) + Cu(s)}$

---

8) $\boxed{\Delta_r G^\circ_3 = \frac{\Delta_r G^\circ_2 - \Delta_r G^\circ_1}{2}}$

$\boxed{\Delta_r G^\circ_3 = 11{,}3 + 0{,}0172\ T}$

---

9) On étudie l'affinité de (3)

$$A = -\Delta_r G$$
$$= -\Delta_r G^\circ_{(T)}$$
$$= -(11{,}3 + 0{,}0172T)$$

L'affinité est négative à toute température.

→ elle ne peut être nulle donc l'équilibre précédent est impossible

→ elle est négative
donc totale vers la gauche (avec rupture d'équilibre)
$Cu_2O(s)$ est donc stable

---

10) $$Cu_2O(s) + \frac{1}{2}O_2(g) = 2\,CuO(s)$$

Donc pour une mole de O_2

(4) $\boxed{2\,Cu_2O(s) + O_2(g) = 4\,CuO(s)}$

---

11) On voit facilement que

$$(4) = 2 \times (2) - (1)$$

$\boxed{\Delta_r G^\circ_4 = 2 \times \Delta_r G^\circ_2 - \Delta_r G^\circ_1}$

$\boxed{\Delta_r G^\circ_4 = -292 + 0{,}2208\ T}$

---

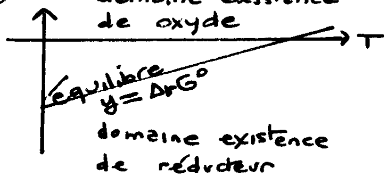
12) Pour les réactions (1), (2), (4) on aura

$$A = -\left(\Delta_r G^\circ - RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^\circ}\right)$$

$\longrightarrow$ équilibre $A = 0$ donc $RT \ln \frac{(P_{O_2})_{equilibre}}{P^\circ} = \Delta_r G^\circ$

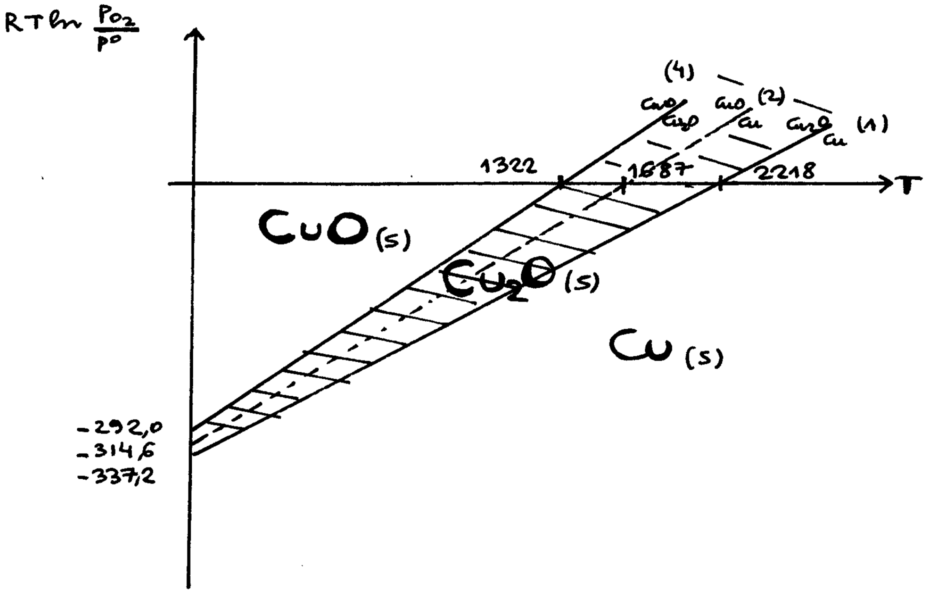
$\longrightarrow$ rupture vers formation de l'oxyde $A > 0$ donc $RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^\circ} > \Delta_r G^\circ$

$\longrightarrow$ rupture vers formation du réducteur $A < 0$ donc $RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^\circ} < \Delta_r G^\circ$



Il suffit ici de porter les couples $CuO_{(s)}/Cu_2O_{(s)}$ (4)

et $Cu_2O_{(s)}/Cu_{(s)}$ (1)



---

13) On connait $P_{(O_2)air} = \frac{1}{5} P$

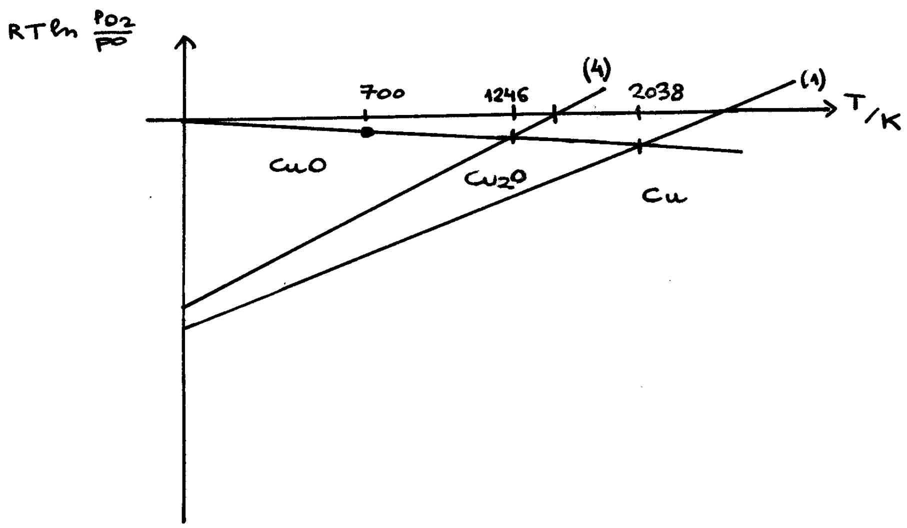
$= 0,2$ bar

donc

$$y = RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^\circ}$$
$$= RT \ln 0,2$$
$$= -13,38\ T$$

$$\boxed{\frac{y}{\text{kJ.mol}^{-1}} = -13,38\ 10^{-3}\ T}$$

On trace cette droite dans le diagramme.



→ cette droite donne le point représentatif

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{pour } T < 1246\,K & : \text{oxyde } CuO \\ \text{sinon} & : \text{oxyde } Cu_2O \end{array}}$$

→ Vérification à 700 K

On considère (4) à 700 K avec $P_{O_2} = 0{,}2$ bar

$$2\,Cu_2O\,(s) + O_2(g) = 4\,CuO\,(s)$$

$$A = -\left(\Delta_r G_4^0 - RT \ln \frac{P_{O_2}}{P^0}\right)$$

$$= -\left((-292 + 0{,}2268 \times 700)\,10^{+3} - 8{,}314 \times 700 \ln 0{,}2\right)$$

$$= 128\;10^3 > 0 \quad \text{donc réaction totale vers la droite}$$

Donc <u>la forme stable est bien CuO(s)</u>

→ $\boxed{\text{pour } T > 2038\,K \text{ le cuivre n'est pas attaqué}}$

---

14) On a vu que la réaction (3) est totale en sens inverse

	$Cu_2O(s)$ ←	$CuO(s)$ +	$Cu(s)$
moles	ξ'	$0{,}1-\xi'$	$0{,}05-\xi'$

donc à la fin, le <u>cuivre est le réactif limitant</u>

$$\boxed{\begin{array}{lcl} Cu(s) & : & 0 \text{ mol} \\ CuO(s) & : & 0{,}05 \text{ mol} \\ Cu_2O(s) & : & 0{,}05 \text{ mol} \end{array}}$$

Puis équilibre entre les deux oxydes cf reaction (4)

$$\begin{array}{lcccc} & 2\,Cu_2O(s) & +\;O_2(g) & = & 4\,CuO \\ \text{moles} & 0{,}05+2\xi'' & \xi'' & & 0{,}05-4\xi'' \end{array}$$

A l'équilibre : $\underset{(\text{en J.mol}^{-1})}{\Delta_r G^\circ_4} - RT \ln \dfrac{P_{O_2}}{P^\circ} = 0$

$$\boxed{P_{O_2} = 56\;10^{-12}\ \text{bar}}$$

ce qui correspond à

$$n_{O_2} = \frac{\overset{\text{en Pa}}{P}\,\underset{\text{en } m^3}{V}}{RT} = \frac{56\;10^{-12}\;10^{5}\;.\;0{,}5\;10^{-3}}{8{,}314\;.\;700}$$

$$\boxed{n_{O_2} = 4{,}8\;10^{-13}\ \text{mol}}$$

(donc $\xi'' = n_{O_2} \ll 1$ et les nombres de moles de CuO et Cu_2O sont "inchangés")

---

15) → On a vu en 6) que le cuivre s'oxyde en CuO (noir) sous $P_{O_2} = 0{,}2$ bar si $T < 1246\,K$.

On devrait alors observer

air	
CuO (s)	(noir)
Cu (s)	

→ on a vu en 9) que $Cu + CuO$ donne totalement Cu_2O (rouge)

On peut alors s'attendre à l'existence d'une couche intermédiaire de Cu_2O entre Cu et CuO.
