
Intéférences non localisées de deux ondes totalement cohérentes

Table des matières

1	Interférence entre deux ondes lumineuses	2
1.1	Définition	2
1.2	Superposition de deux ondes lumineuses	2
1.3	Conditions d'interférence	3
1.4	Dispositifs interférentiels	4
1.4.1	Dispositif interférentiel par division du front d'onde	4
1.4.2	Dispositif interférentiel par division d'amplitude	5
1.5	Figure d'interférence	5
1.5.1	Définitions	5
1.5.2	Ordre d'interférence	6
1.5.3	Contraste du figure d'interférence ou facteur de visibilité	6
1.5.4	Observation longitudinale du figure d'interférence	6
1.5.5	Observation transversale du figure d'interférence	8
2	Applications	10
2.1	Trous de Young	10
2.2	Miroirs de Fresnel	11

1 Interférence entre deux ondes lumineuses

1.1 Définition

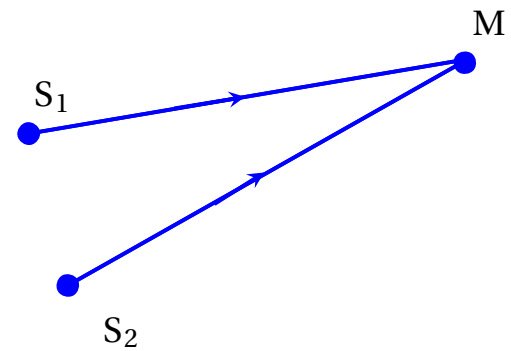
• **Définition** : On dit qu'il y a interférence entre deux ondes, si l'intensité lumineuse résultante en un point M est différente de la somme des intensités de chaque onde.

$$I \neq I_1 + I_2$$

- la définition se généralisent à N ondes : il y a interférence si $I \neq I_1 + I_2 + \dots + I_N$
- on se place dans le cadre de l'approximation scalaire de la lumière

1.2 Superposition de deux ondes lumineuses

Considérons deux sources ponctuelles monochromatiques émettant respectivement deux ondes lumineuses de pulsation ω_1 et ω_2



► au niveau des sources les vibrations lumineuses s'écrivent

- $S_1(S_1, t) = a_{10} \cos(\omega_1 t - \varphi_1)$
- $S_2(S_2, t) = a_{20} \cos(\omega_2 t - \varphi_2)$

► au point M les vibrations lumineuses s'écrivent

- $S_1(M, t) = S_1\left(S_1, t - \frac{(S_1M)}{c}\right) = a_{10} \cos\left(\omega_1 \left(t - \frac{(S_1M)}{c}\right) - \varphi_1\right)$
- $S_2(M, t) = S_2\left(S_2, t - \frac{(S_2M)}{c}\right) = a_{20} \cos\left(\omega_2 \left(t - \frac{(S_2M)}{c}\right) - \varphi_2\right)$

► en notation complexe

- $\underline{S}_1(M, t) = a_{10} \exp j \left(\omega_1 \left(t - \frac{(S_1M)}{c} \right) - \varphi_1 \right)$
- $\underline{S}_2(M, t) = a_{20} \exp j \left(\omega_2 \left(t - \frac{(S_2M)}{c} \right) - \varphi_2 \right)$

► l'onde lumineuse résultante

$$\underline{S}(M, t) = \underline{S}_1(M, t) + \underline{S}_2(M, t) = a_{10} \exp j \left(\omega_1 \left(t - \frac{(S_1M)}{c} \right) - \varphi_1 \right) + a_{20} \exp j \left(\omega_2 \left(t - \frac{(S_2M)}{c} \right) - \varphi_2 \right)$$

$$\underline{S}(M, t) = a_{10} \exp j (\omega_1 t - \phi_1) + a_{20} \exp j (\omega_2 t - \phi_2)$$

- $\phi_1 = \frac{\omega_1}{c} (S_1M) + \varphi_1$
- $\phi_2 = \frac{\omega_2}{c} (S_2M) + \varphi_2$

► l'intensité lumineuse

$$I(M, t) = k \langle S^2(M, t) \rangle_t = \frac{k}{2} \langle (\underline{S}(M, t) \cdot \underline{S}^*(M, t)) \rangle_t$$

$$= \frac{k}{2} (a_{10}^2 + a_{20}^2 + a_{10} \cdot a_{20} \langle \exp -j [(\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2 - \phi_1)] + a_{10} \cdot a_{20} \exp j [(\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2 - \phi_1)] \rangle_t)$$

- $I_1 = k \langle S_1^2(M, t) \rangle = \frac{k}{2} a_{10}^2$
- $I_2 = k \langle S_2^2(M, t) \rangle = \frac{k}{2} a_{20}^2$

$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2 - \phi_1)) \rangle_t$$

1.3 Conditions d'interférence

► Synchronisation des ondes

- $\langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2 - \phi_1)) \rangle_t = 0$ si $\omega_2 \neq \omega_1$
- si $\omega_2 \neq \omega_1$ alors $I(M, t) = I_1(M, t) + I_2(M, t)$: pas d'interférence
- si les deux ondes ne sont pas synchrones ($\omega_2 \neq \omega_1$), elles ne peuvent plus interférer
- pour deux ondes synchrones on peut écrire

$$I(M, t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\phi(M, t)) \rangle_t$$

- $\phi(M, t) = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_2 M) - (S_1 M)) + \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) + \varphi_2 - \varphi_1$

$$\delta(M) = (S_2 M) - (S_1 M)$$

$\delta(M)$: différence de marche au point M des ondes issues de S_1 et S_2

► Cohérence mutuelle des deux sources

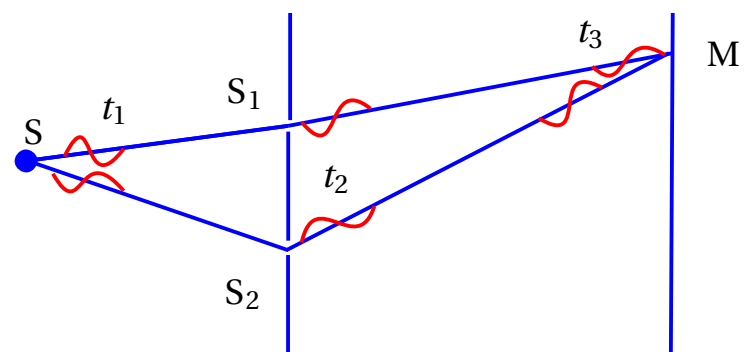
• **Définition** : Deux sources S_1 et S_2 émettant deux vibrations $S_1(M, t)$ et $S_2(M, t)$ sont dites mutuellement cohérentes si la différence des déphasages au niveau des sources ($\varphi_2 - \varphi_1$) est indépendant du temps en un point M, elles sont forcément synchrones.

- si $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ est une fonction aléatoire du temps donc $\langle \cos \phi(M, t) \rangle = 0$: pas d'interférence
- si les deux sources sont physiquement différentes (les atomes constituant la source S_1 sont différents de ceux constituant S_2), alors les trains d'ondes successifs émis par chacune des deux sources sont déphasés de manière aléatoire, donc ne peuvent plus interférer
- les rayons lumineux provenant d'une seule source lumineuse, et qui sont issues de deux trains d'ondes différents présentent un déphasage aléatoire donc ne peuvent plus interférer

Pour réaliser le phénomène d'interférence, il est nécessaire d'avoir deux sources S_1 et S_2 ponctuelles obtenues par dédoublement d'une source ponctuelle primaire S à l'aide d'un système adéquat appelé **dispositif interférentiel**.

► Recouvrement des trains d'onde

- à t_1 : la source émet un train d'onde qui se divise en deux trains, chacun des deux trains suit un chemin différent
- à t_3 : le train d'onde (1) arrive au point M
- à t_4 : le train d'onde (2) arrive au point M
- $\Delta t = t_4 - t_3$
- τ : la durée du train d'onde



- si $\tau \geq \Delta t$: il y a recouvrement des deux trains d'onde donc il y a interférence
- si $\tau < \Delta t$: pas de recouvrement des deux trains d'onde donc pas d'interférence

• **Temps de cohérence τ_c** : On appelle temps de cohérence τ_c d'une source la durée moyenne des trains d'onde en un point donné, il est de l'ordre de grandeur de τ

• **Longueur de cohérence temporelle l_c** : On appelle longueur de cohérence temporelle l_c d'une source la distance parcourue par la lumière (dans le vide) pendant τ_c

$$l_c = \tau_c \cdot c$$

- la différence de marche (des chemins optiques) des deux trajets : $\delta = c \cdot \Delta t$
- la longueur de cohérence temporelle : $l_c = \tau_c \cdot c$

• **Conclusion** : Il y a recouvrement des deux trains d'ondes en un point M si

$$\delta \leq l_c$$

- **Ordre de grandeur de l_c**

Laser hélium-néon (He-Ne)	Source spectrale Hg	Lumière blanche
$l_c = 30cm$	$l_c = 3mm$	$l_c = 3\mu m$

• **Conclusion** : La réalisation d'interférences lumineuses à deux ondes lumineuses suppose que les deux ondes :

- soient synchrones : $\omega_1 = \omega_2$
- soient mutuellement cohérentes : $\varphi_2 - \varphi_1 = cte$
- soient issues d'un même train d'onde et se recouvrent en un point M : $\delta \leq l_c$

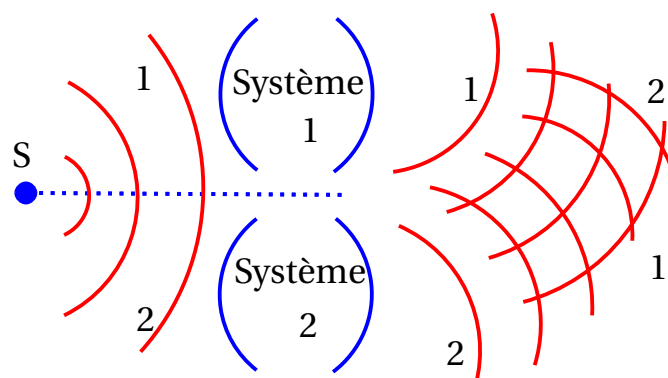
Dans ces conditions l'intensité lumineuse s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi(M)) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right)$$

1.4 Dispositifs interférentiels

1.4.1 Dispositif interférentiel par division du front d'onde

• **Définition** : Dans ce dispositif l'onde émise par la source est séparée géométriquement en deux (ou plusieurs) parties, qui suivent ensuite des trajets différents pour arriver en un point M où on observe le phénomène d'interférence.



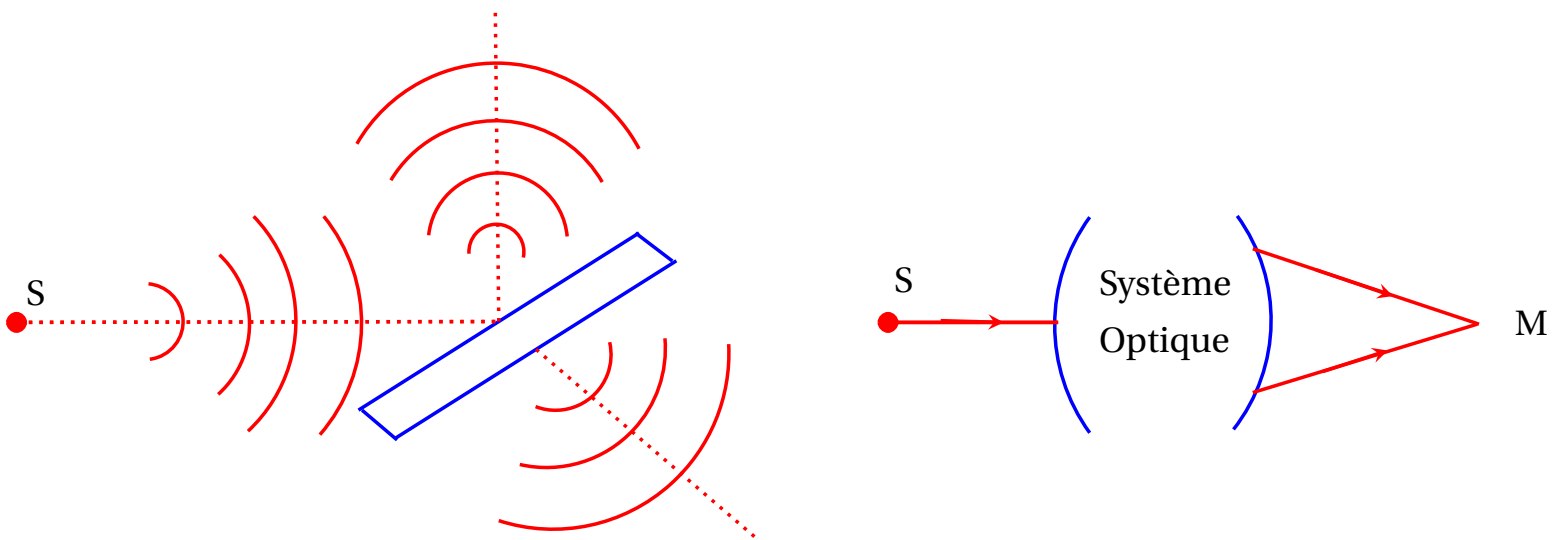
•Exemples

- Trous de Young
- Miroirs de Fresnel
- Biprisme de Fresnel

• **Champ d'interférence** : On appelle champ d'interférence, la zone de l'espace où les faisceaux issus du système optique (1) et du système optique (2) se coupent.

1.4.2 Dispositif interférentiel par division d'amplitude

• **Définition** : Dans ce dispositif, un même rayon issu d'une source S est séparé en deux parties (division énergétique), par exemple grâce à l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante.



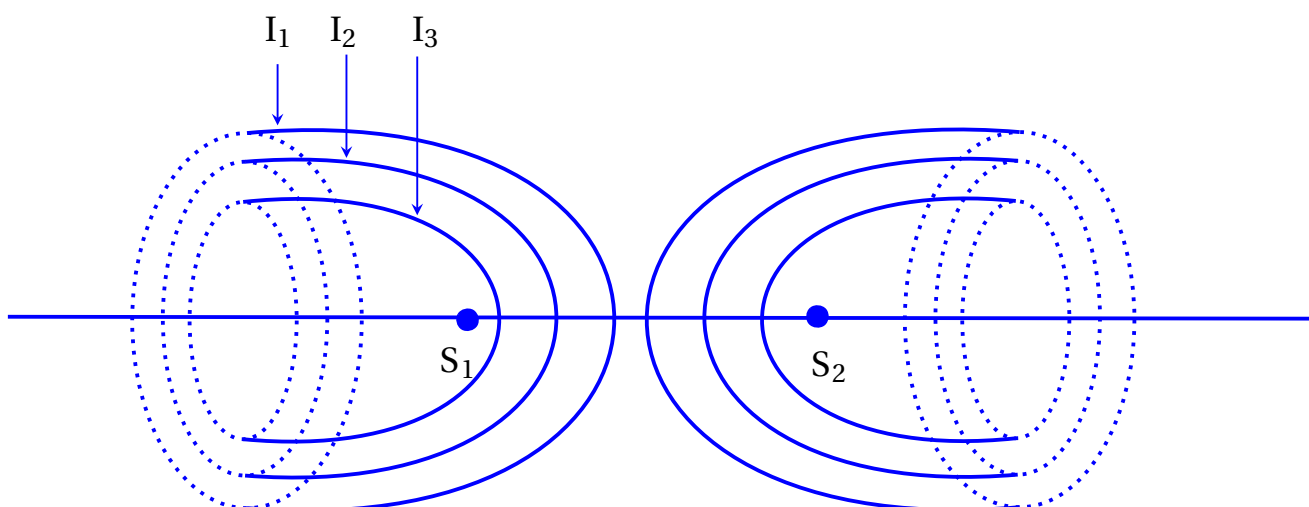
• **Exemple** : Interféromètre de Michelson

1.5 Figure d'interférence

1.5.1 Définitions

• **Surface d'égale intensité** : est l'ensemble des points M de l'espace pour lequel : $I(M) = cte$

- $I(M) = cte \Rightarrow \delta(M) = cte \Rightarrow S_2M - S_1M = cte$
- les surfaces d'égales intensités sont des **hyperboloïdes** de foyers S_1 et S_2 et de révolution S_1S_2



• **Franges d'interférence** : On appelle franges d'interférence, les lignes d'intersection des surfaces égales intensités et un écran plan.

- si l'écran est perpendiculaire à S_1S_2 (vision transversale) : les franges sont des anneaux
- si l'écran est parallèle à S_1S_2 (vision longitudinale) : les franges sont des arcs d'hyperboles, pratiquement rectilignes au voisinage du plan bissecteur de S_1S_2

1.5.2 Ordre d'interférence

• **Définition** : On appelle ordre d'interférence $p(M)$ la quantité

$$p(M) = \frac{\phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi p(M))$$

- **Franges brillantes** : les lignes d'intensité maximale : $I = I_{max}$
 $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \Rightarrow \cos(2\pi p(M)) = 1 \Rightarrow 2\pi p(M) = 2\pi n$ avec $n \in \mathbb{N}$

$$\text{franges brillantes : } p(M) = n$$

- **Franges sombres** : les lignes d'intensité minimale : $I = I_{min}$
 $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \Rightarrow \cos(2\pi p(M)) = -1 \Rightarrow 2\pi p(M) = (2n+1)\pi$

$$\text{franges sombres : } p(M) = n + \frac{1}{2}$$

- **Frage centrale** : correspond à $\delta(M) = 0$

1.5.3 Contraste du figure d'interférence ou facteur de visibilité

• **Définition** : On appelle contraste d'une figure d'interférence C (ou facteur de visibilité) la quantité suivante

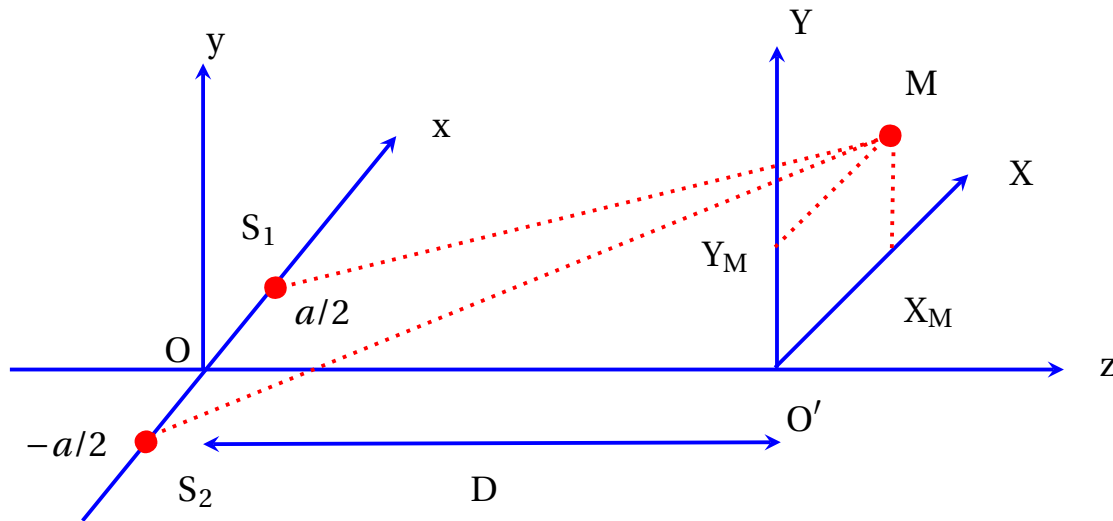
$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

- le contraste est toujours compris entre 0 et 1
- pour avoir un meilleur contraste il faut : $C = C_{max} = 1 \Rightarrow I_{min} = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$

• **Conclusion** : Pour obtenir des figures d'interférences bien contrastées, il faut faire interférer deux rayons de même intensité.

1.5.4 Observation longitudinale du figure d'interférence

- On place l'écran parallèle à l'axe S_1S_2
- a : la distance qui sépare les deux sources
- D : la distance entre les sources et l'écran



► Calcul de la différence de marche

- dans le système $(Oxyz)$ on a : $S_1\left(\frac{a}{2}, 0, 0\right)$ et $S_2\left(-\frac{a}{2}, 0, 0\right)$
- $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M = \frac{S_2M^2 - S_1M^2}{S_2M + S_1M}$
- $S_2M \approx S_1M \approx D$
- donc $\delta(M) = \frac{S_2M^2 - S_1M^2}{2D}$
- dans le système de coordonnées $(O'XYZ)$: $M(X_M, Y_M, 0)$, $S_1\left(\frac{a}{2}, 0, -D\right)$, $S_2\left(-\frac{a}{2}, 0, -D\right)$
- $S_1M^2 = \left(X_M - \frac{a}{2}\right)^2 + Y_M^2 + D^2$
- $S_2M^2 = \left(X_M + \frac{a}{2}\right)^2 + Y_M^2 + D^2$
- en posant $X_M = x$

$$\delta(M) = \frac{ax}{D}$$

- les franges correspondent à $\delta = cte \Rightarrow x = cte$: les franges d'interférence sont des droites parallèles à Oy
- l'ordre d'interférence : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda}$
- franges brillantes (F.B) : $\frac{ax_p}{\lambda D} = p$

$$x_p = p \left(\frac{\lambda D}{a} \right)$$

- franges sombres (F.S) : $\frac{ax_p}{\lambda D} = p + \frac{1}{2}$

$$x_p = \frac{\lambda D}{a} \left(p + \frac{1}{2} \right)$$

► Interfrange

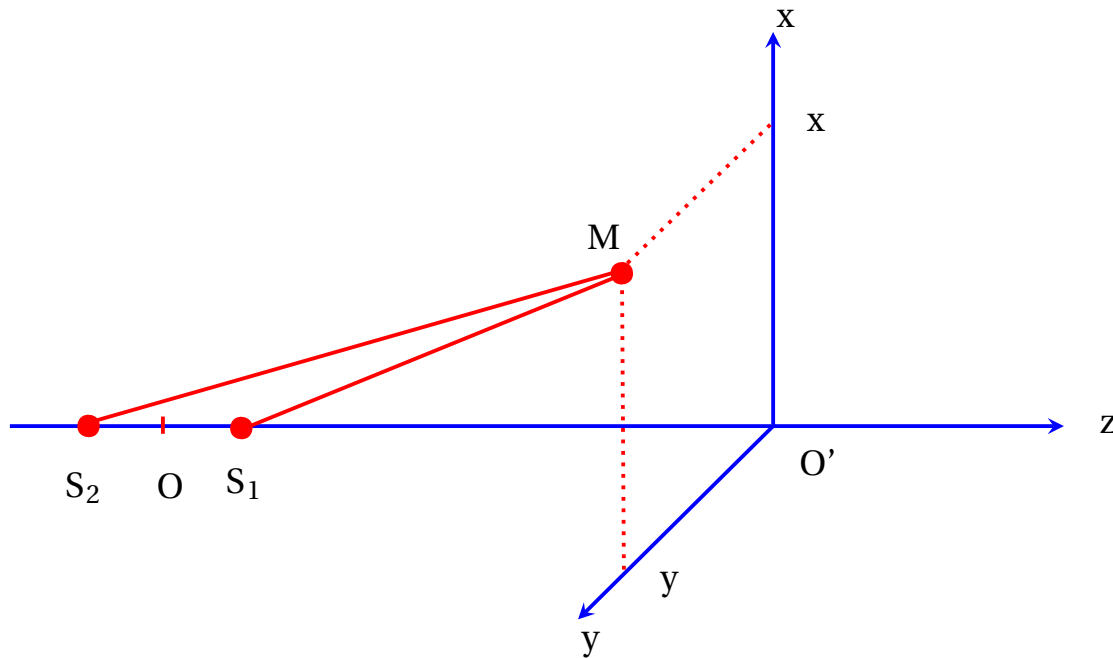
• **Définition** : On appelle interfrange (i), la distance entre deux franges successives de même nature

- $i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda D}{a}$

$$\text{interfrange : } i = \frac{\lambda D}{a}$$

1.5.5 Observation transversale du figure d'interférence

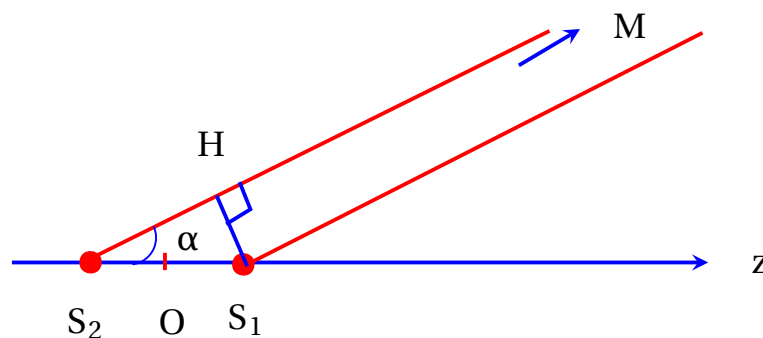
- on place l'écran parallèle à l'axe S_1S_2
- $a = S_1S_2$
- $D = OO'$: la distance séparant entre O et l'écran



- $S_1 \left(0, 0, -D + \frac{a}{2}\right); S_2 \left(0, 0, -D - \frac{a}{2}\right); M(x, y, 0)$
- $S_1M^2 = x^2 + y^2 + \left(D - \frac{a}{2}\right)^2$
- $S_2M^2 = x^2 + y^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2$
- $\delta(M) = \frac{S_2M^2 - S_1M^2}{S_1M + S_2M}$
- $S_2M^2 - S_1M^2 = 2Da$
- $S_2M \left[x^2 + y^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^2 \approx D \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{D^2} \right]^{1/2}$
- $S_1M \left[x^2 + y^2 + \left(D - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^2 \approx D \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{D^2} \right]^{1/2}$
- $\delta(M) = \frac{2Da}{2D \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{D^2} \right]^{1/2}} \approx a \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2} \right)$

$$\delta(M) = a \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2} \right)$$

- **Remarque** : On retrouve la même résultat si le point M est à l'infini

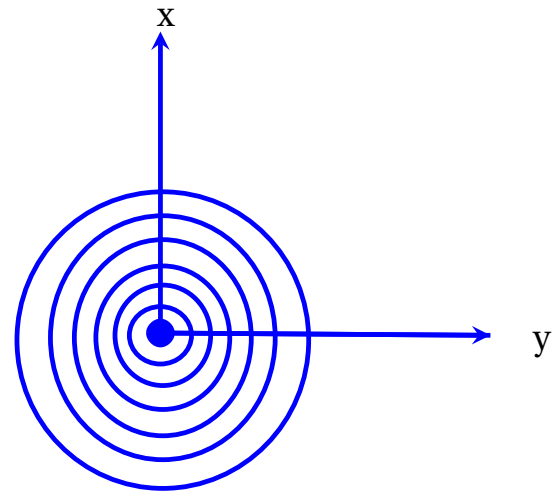


- $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1H)$
- théorème de Malus : $(HM) = (S_1M)$
- donc $\delta(M) = (S_2H) = S_2H$
- $\alpha \ll 1 \text{ rad}$ donc $\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$
- $\delta(M) = a \cos \alpha = a \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$
- $\alpha^2 \approx \tan^2 \alpha = \frac{x^2 + y^2}{D^2}$

$$\delta(M) = a \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2}\right)$$

► Nature des franges

franges correspondent à $\delta(M) = \text{cte} \Rightarrow x^2 + y^2 = \text{cte}$: les franges sont des anneaux concentriques (de centre O')



► Ordre d'interférence

- $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2}\right)$
- au centre $x = y = 0$ donc $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow p_0 = \frac{a}{\lambda_0}$
- donc l'ordre d'interférence

$$p(M) = p_0 \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2D^2}\right)$$

l'ordre d'interférence est maximal au centre

► Rayon R_p de l'anneau de l'ordre p

- $R_p = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\frac{p(M)}{p_0} = 1 - \frac{R_p^2}{2D^2}$

$$R_p = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{p(M)}{p_0}\right)}$$

► différence de deux rayons de deux anneaux successives de même nature

- $R_{p-1} - R_p = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{p-1}{p_0}\right)} - D \sqrt{2 \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)} = \sqrt{2} D \left(\sqrt{1 - \frac{p-1}{p_0}} - \sqrt{1 - \frac{p}{p_0}} \right)$

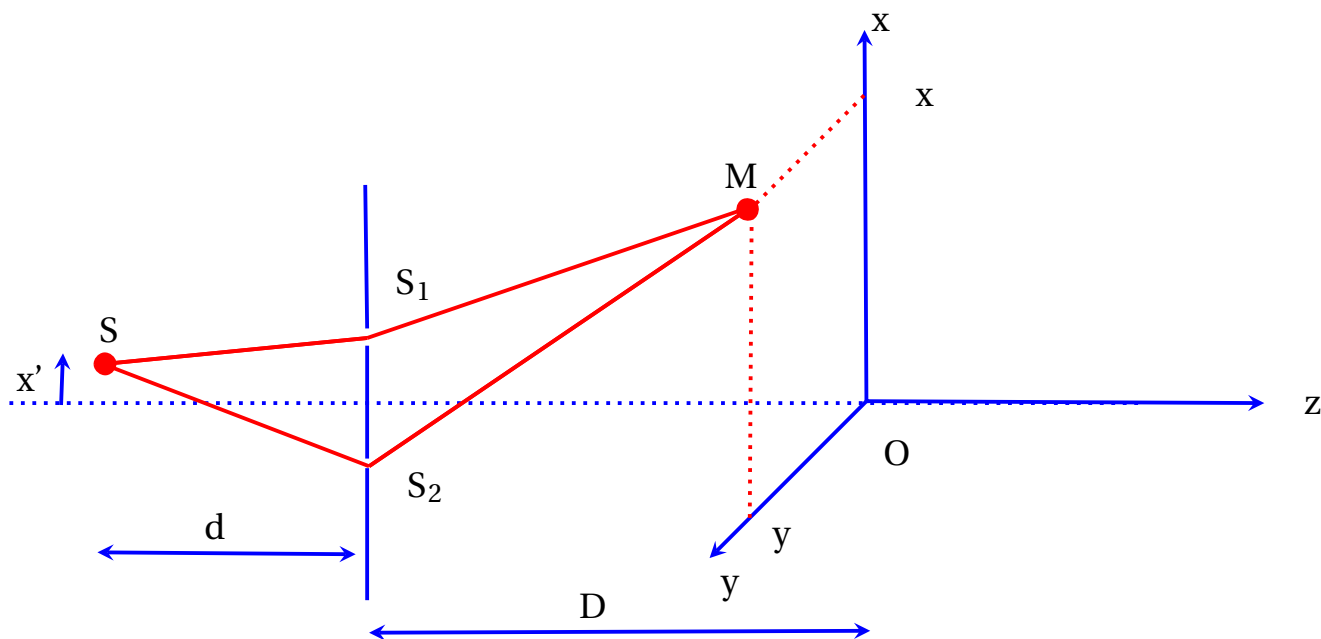
- $\frac{d(R_{p-1} - R_p)}{dp} = \frac{D}{p_0 \sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{p}{p_0}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{p-1}{p_0}}} \right]$
- $\frac{d(R_{p-1} - R_p)}{dp} \geq 0$: lorsque p diminue $(R_{p-1} - R_p)$ diminue aussi
- $R_{p-1} - R_p$ n'est plus constante, donc on peut plus parler de l'interfrange

• **Conclusion** : Les anneaux se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre

2 Applications

2.1 Trous de Young

- D : la distance entre l'axe des sources S_1 et S_2 et l'écran
- d : distance entre la source primaire S et l'axe des sources S_1S_2
- x' : l'abscisse de la source S



► Différence de marche $\delta(M)$

- $\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$
- $\delta(M) = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (SS_2 - SS_1) + (S_2M - S_1M)$
- $S_2M - S_1M = \frac{ax}{D}$
- $SS_2 - SS_1 = \frac{ax'}{d}$

$$\delta(M) = \frac{ax'}{d} + \frac{ax}{D}$$

• **Remarque** : dans le cas particulier où la source S est située sur l'axe Oz : $SS_2 = SS_1$ donc

$$\delta(M) = \frac{ax}{D}$$

- les franges : $\delta(M) = cte \Rightarrow x = cte$ les franges sont des droites parallèles à Oy
- la frange centrale : $\delta(M) = 0 \Rightarrow x_{fc} = -\frac{Dx'}{d}$
- dans le cas particulier où la source est située sur l'axe OZ : $x_{fc} = 0$

• **Conclusion** : lorsqu'on déplace la source S avec une distance x' en haut (perpendiculaire à l'axe OZ), la frange centrale se déplace en bas (sens contraire) avec une distance $x = -\frac{Dx'}{d}$

- l'ordre d'interférence $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{ax'}{d} + \frac{ax}{D} \right)$
- les franges brillantes : $p = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{ax'}{d} + \frac{ax_p}{D} \right)$

$$x_p = p \left(\frac{\lambda D}{a} \right) - \frac{x' D}{d}$$

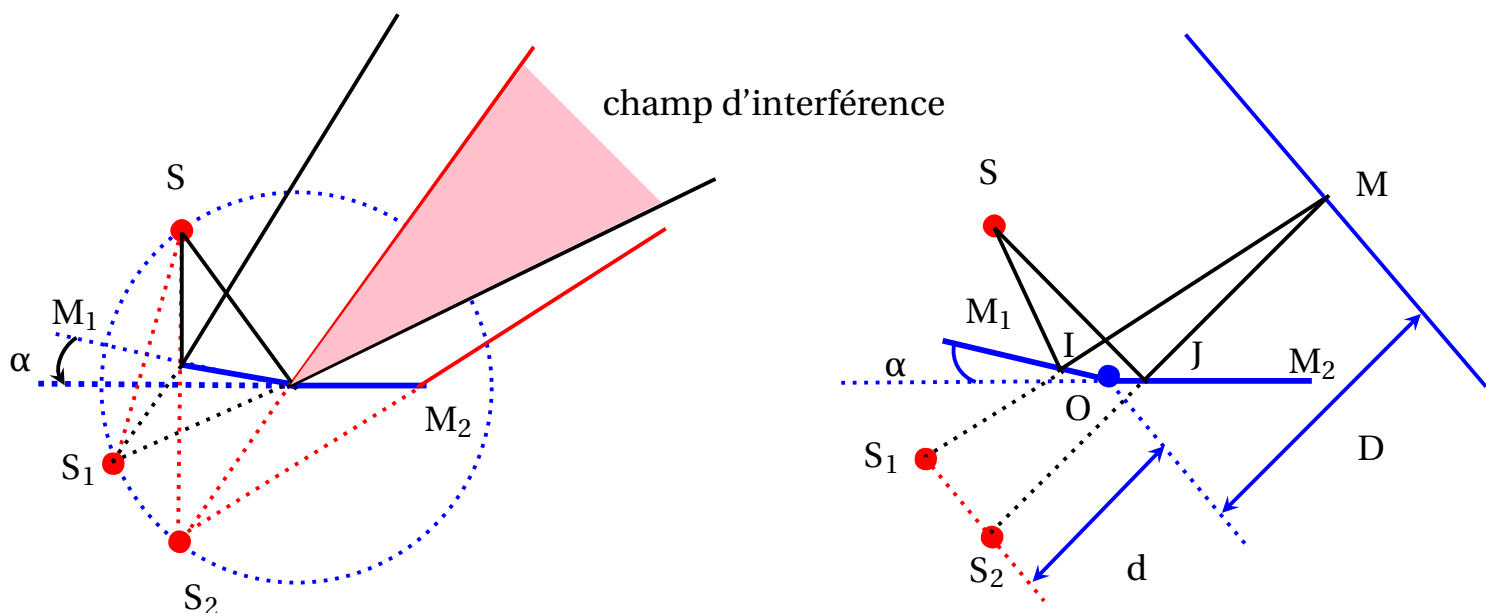
- les franges sombres : $p + \frac{1}{2} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{ax'}{d} + \frac{ax}{D} \right)$

$$x_p = \frac{D\lambda}{a} \left(p + \frac{1}{2} \right) - \frac{Dx'}{d}$$

- l'interfrange : $i = x_{(p+1)} - x_p = \frac{\lambda D}{a}$

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

2.2 Miroirs de Fresnel



- les deux miroirs d'arrêt commun font entre eux un angle $\alpha \ll 1 \text{ rad}$
- D : la distance entre l'arrêt des miroirs et l'écran
- d : distance entre l'axe des sources $S_1 S_2$ et l'arrêt des miroirs
- $a = S_1 S_2$ et x : l'abscisse du point M
- $\delta(M) = (SJM) - (SIM) = (SJ + JM + \frac{\lambda}{2}) - (SI + IM + \frac{\lambda}{2})$
- $SI = S_1 I$ et $SJ = S_2 J$

- $\delta(M) = S_2M - S_1M = \frac{ax}{d+D}$
- on montre facilement que $a \approx 2\alpha d$

$$\delta(M) = \frac{2\alpha dx}{d+D}$$

- les franges : $\delta(M) = cte \Rightarrow x = cte$: droites parallèles à Oy
- l'ordre d'interférence : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2\alpha d \cdot x}{\lambda(D+d)}$
- $\delta P = 1 \Rightarrow 1 = \frac{2\alpha d \cdot i}{\lambda(D+d)}$

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{D}{d} \right)$$