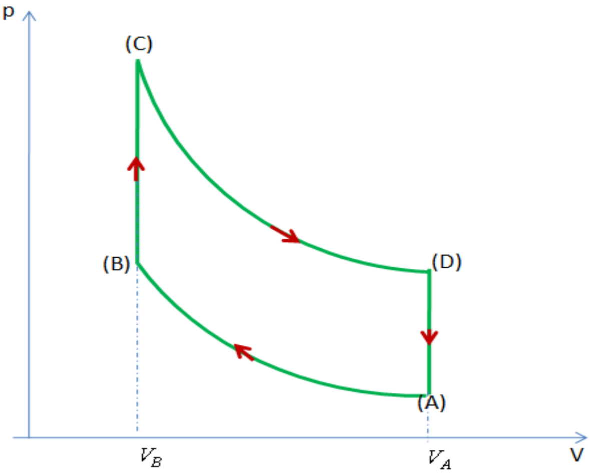
Quelques aspects sur l'utilisation des véhicules automobiles



1. Étude thermodynamique d'un moteur de voiture

1.1. Représentation du cycle

1.1.1. Allure du cycle thermodynamique.

- Le cycle est parcouru dans le sens horaire. C'est donc un cycle moteur.

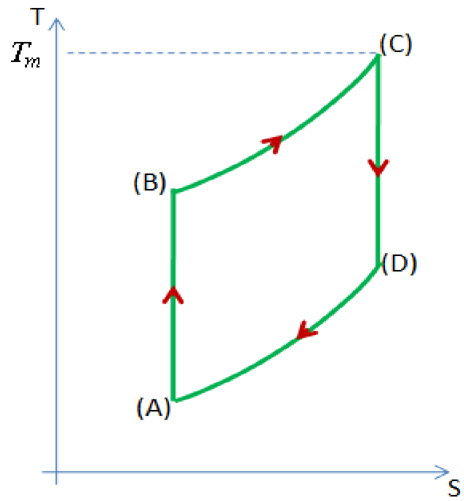
En effet, le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle est

$$W = -\oint_{cycle} pdV = \int_{(B)}^{(A)} pdV - \int_{(C)}^{(D)} pdV < 0 \ .$$

- L'aire du cycle est le travail délivré au milieu extérieur au cours d'un cycle.

1.1.2. Diagramme $T(S)$.

- Les transformations AB et CD sont adiabatiques réversibles, donc isentropiques : $S = cst$ au cours de ces transformations.
  Donc : $T(S) = cste$.



- à volume constant, $dS = C_V \dfrac{dT}{T} \Rightarrow S(T) = C_V \ln\left(\dfrac{T}{T_0}\right) + S_0$.

  $\Rightarrow T(S) = T_0 \exp\left(\dfrac{S - S_0}{C_V}\right)$: Au cours des transformations isochores BC et DA, les courbes $T(S)$ sont des branches d'exponentielle.

1.2. Expression du rendement

1.2.1. $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$. $r = -\dfrac{W}{Q_C}$. Or d'après le 1^{ier} principe ,

$W + Q_C + Q_F = 0$. d'où : $r = -\dfrac{W}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C}$.

1.2.2. $\begin{cases} Q_{AB} = 0 \\ W_{AB} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_B - T_A) \end{cases}$; $\begin{cases} W_{BC} = 0 \\ Q_{BC} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) \end{cases}$; $\begin{cases} Q_{CD} = 0 \\ W_{CD} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C) \end{cases}$; $\begin{cases} W_{DA} = 0 \\ Q_{DA} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D) \end{cases}$.

1.2.3. On a : $r = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_{AD}}{Q_{BC}} = 1 - \dfrac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$. or : $\dfrac{T_D}{T_C} = \dfrac{T_A}{T_B} = x^{1-\gamma}$, donc : $\dfrac{T_D}{T_C} = \dfrac{T_A}{T_B} = \dfrac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = x^{1-\gamma}$.

D'où : $\underline{r = 1 - x^{1-\gamma}}$. $r'(x) = (\gamma - 1)x^{\gamma - 2} > 0$: le rendement augmente avec x.

1.3. Calcul du rendement

1.3.1. $V_B = 45 cm^3$ et $V_A = V_B + lS = 420 cm^3 \Rightarrow \underline{r \# 59\%}$.

1.3.2. La durée d'un tour est 60 x 1/N (s), d'où : $\underline{\tau_c = 60 \times 2 / N \# 43ms}$.

1.3.3. La consommation en carburant par unité de temps est de $D_m = \frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{ds}\frac{ds}{dt} = \rho v_c v$. La puissance thermique délivrée par la combustion dans chacun des quatre cylindres est donc :
$\dot{Q}_C = \frac{dQ_C}{dm}\frac{dm}{dt} = \frac{1}{4} q D_m = \frac{1}{4} q\rho v_c v$. Ainsi, au cours d'un cycle, $\underline{Q_C = \frac{1}{4} q\rho v_c v\tau_c}$: AN : $\underline{Q_C \# 465J}$.

1.3.4. On a : $\frac{T_D}{T_C} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = x^{1-\gamma}$ et $Q_C = \frac{1}{4} q\rho v_c v\tau_c = \frac{nR}{(\gamma-1)}(T_C - T_B) = \frac{p_A V_A}{(\gamma-1)T_A}(T_C - T_B) \Rightarrow$

$T_m = T_C = x^{\gamma-1} T_D$ et $T_D - T_A = x^{1-\gamma}(T_C - T_B) = x^{1-\gamma} T_A \frac{(\gamma-1) q\rho v_c v\tau_c}{4 p_A V_A} \Rightarrow$

$T_D = T_A\left[1 + x^{1-\gamma}\frac{(\gamma-1) q\rho v_c v\tau_c}{4 p_A V_A}\right]$ et : $\underline{T_m = T_A\left[x^{\gamma-1} + \frac{(\gamma-1) q\rho v_c v\tau_c}{4 p_A V_A}\right]}$. AN : $\underline{T_m \# 2400K}$.

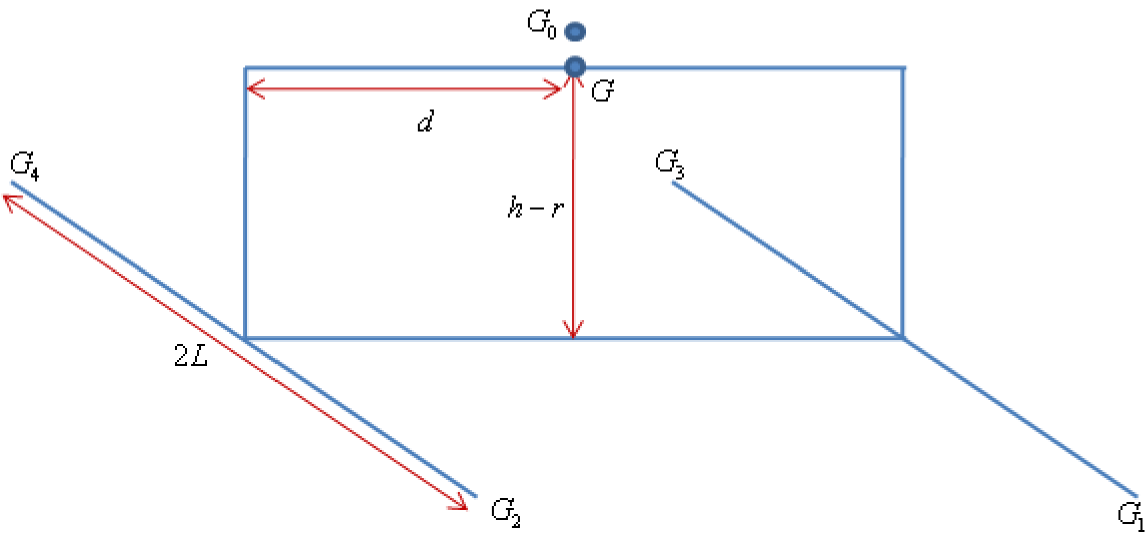
1.3.5. Le cycle de Carnot est constitué de deux isothermes T_m et T_A et deux isentropes. D'après le 2ième principe $\frac{Q_C^c}{T_m} + \frac{Q_F^c}{T_A} = 0 \Rightarrow \underline{r_c = 1 - \frac{T_A}{T_m}}$. AN : $\underline{r_c \# 85,4\%}$. $r < r_c$ conformément au théorème de Carnot.

1.3.6. La puissance mécanique délivrée par le moteur à quatre cylindres est $\underline{p_{méca} = r\dot{Q}_C = rq\rho v_c v}$.
AN : $\underline{p_{méca} \# 25,6kW}$.

2. *Étude du mouvement d'une voiture*

2.1. Préliminaire

2.1.1. Notons : x l'abscisse de G et $2L = G_1G_3 = G_2G_4$. $\overrightarrow{OG_1} = (x+d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y + L\vec{u}_z$.
$\overrightarrow{OG_3} = (x+d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y - L\vec{u}_z$. $\overrightarrow{OG_2} = (x-d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y + L\vec{u}_z$. $\overrightarrow{OG_4} = (x-d)\vec{u}_x + r\vec{u}_y - L\vec{u}_z$. $\vec{v}_i = \dot{x}\vec{u}_x$.



2.1.2. $\vec{v}_g = \vec{v}(I_i \in S_i / S') = \vec{v}_i + \overrightarrow{I_iG_i} \times \vec{\omega} = \dot{x}\vec{u}_x + r\vec{u}_y \times \dot{\theta}\vec{u}_z = (\dot{x} + r\dot{\theta})\vec{u}_x = (v_i + r\omega)\vec{u}_x$.

2.1.3. La condition de non glissement des roues sur le sol est : $\vec{v}_g = \vec{0} \Rightarrow v_i + r\omega = 0$.

2.1.4. S_0 = {carrosserie + passagers} de masse $m_0 = M$, de centre d'inertie G_0. D'après le théorème de Koenig : $E_C(\Sigma/\mathcal{R}) = \sum_{i=0}^{4} E_C(S_i) = \frac{1}{2}Mv_i^2 + 4\times\left(\frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}J\omega^2\right) = \frac{1}{2}M'v_i^2 + 2J\omega^2$.

Soit : $\underline{E_C(\Sigma/\mathcal{R}) = \left(\frac{1}{2}M' + m\right)v_i^2}$.

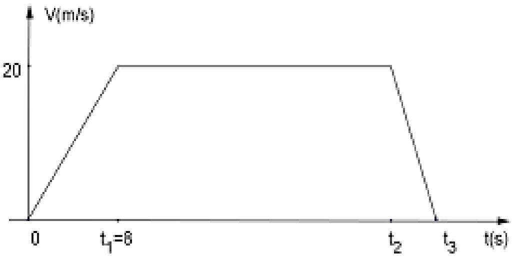
2.1.5. $\underline{\vec{P}(\Sigma/\mathcal{R}) = M'\vec{v}_G = M'v_i\vec{u}_x}$.

$$\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R}) = \overrightarrow{GG_0}\times M\vec{v}_i + 4J\vec{\omega} + \left(\sum_{i=1}^{4}\overrightarrow{GG_i}\right)\times m\vec{v}_i = 4J\vec{\omega} + \left(\sum_{i=0}^{4}\overrightarrow{GG_i}\right)\times m_i\vec{v}_i = 4J\vec{\omega} = -2mrv_i\vec{u}_z.$$

Soit : $\underline{\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R}) = -2mrv_i\vec{u}_z}$.

2.2. .

2.2.1. .



- Pour , $0 \le t \le t_1, v(t) = 2,5t\ (m.s^{-1})$ et $a(t) = 2,5ms^{-2}$.
- Pour , $t_1 \le t \le t_2, v(t) = 20\ m.s^{-1}$ et $a(t) = 0\ ms^{-2}$.
- Pour , $0 \le t \le t_1, v(t) = 2,5t\ (m.s^{-1})$ et $a(t) = 2,5ms^{-2}$.
- Pour , $t_2 \le t \le t_3, v(t) = 20\dfrac{t_3 - t}{t_3 - t_2}\ (m.s^{-1})$ et $a(t) = -\dfrac{20}{t_3 - t_2}\ ms^{-2}$.

2.2.2. La puissance délivrée par le moteur en phase d'accélération est : $p_m = p_{m1} + p_{m3} = 2\vec{\Gamma}\cdot\vec{\omega} = 2\Gamma\dfrac{v}{r}$.

2.2.3. Le TPC appliqué à $\{\Sigma \cup sol\} \Rightarrow \left.\dfrac{dE_C(\Sigma/\mathcal{R})}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = P_{int} + P_{ext} = 2\left(\dfrac{1}{2}M' + m\right)av$.

Or : $P_{ext} = M'\vec{g}\cdot\vec{v} = 0$ et $P_{int} = P_{contact} + p_m = 0 + 2\Gamma\dfrac{v}{r}$ (roulement sans glissement et contact suivant une ligne). D'où : $\underline{\Gamma = \left(\dfrac{1}{2}M' + m\right)ar}$.

2.2.4. Le TRC appliqué à la voiture s'écrit : $\left.\dfrac{d\vec{P}(\Sigma/\mathcal{R})}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = M'\vec{g} + 2\vec{R}_1 + 2\vec{R}_2 = M'a\vec{u}_x$.

En projection on obtient : $\underline{M'a = 2(T_1 + T_2)}$ (1) et $\underline{M'g = 2(N_1 + N_2)}$ (2).

Le TMC appliqué à la roue (i) s'écrit : $\left.\dfrac{d\vec{L}_i^*}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = \overrightarrow{G_iI_i}\times\vec{R}_i + \vec{0} + \vec{\Gamma}_i \Rightarrow J\left.\dfrac{d\omega}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = -\dfrac{1}{2}mra = rT_i + \Gamma_{iz}$.

On en déduit les relations : $\underline{-\dfrac{1}{2}mra = rT_1 - \Gamma}$ (3) et $\underline{-\dfrac{1}{2}mra = rT_2}$ (4).

Par ailleurs, le TMC appliqué à la voiture s'écrit :

$$\left.\frac{d\vec{L}_G(\Sigma/\mathcal{R})}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^{4}\overrightarrow{GI_i}\times\vec{R}_i + \vec{0} = \left(\overrightarrow{GI_1} + \overrightarrow{GI_3}\right)\times\vec{R}_1 + \left(\overrightarrow{GI_2} + \overrightarrow{GI_4}\right)\times\vec{R}_2 \Rightarrow .$$

$$-2mra\vec{u}_z = 2\left(-h\vec{u}_y + d\vec{u}_x\right)\times\left(T_1\vec{u}_x + N_1\vec{u}_y\right) + 2\left(-h\vec{u}_y - d\vec{u}_x\right)\times\left(T_2\vec{u}_x + N_2\vec{u}_y\right).$$

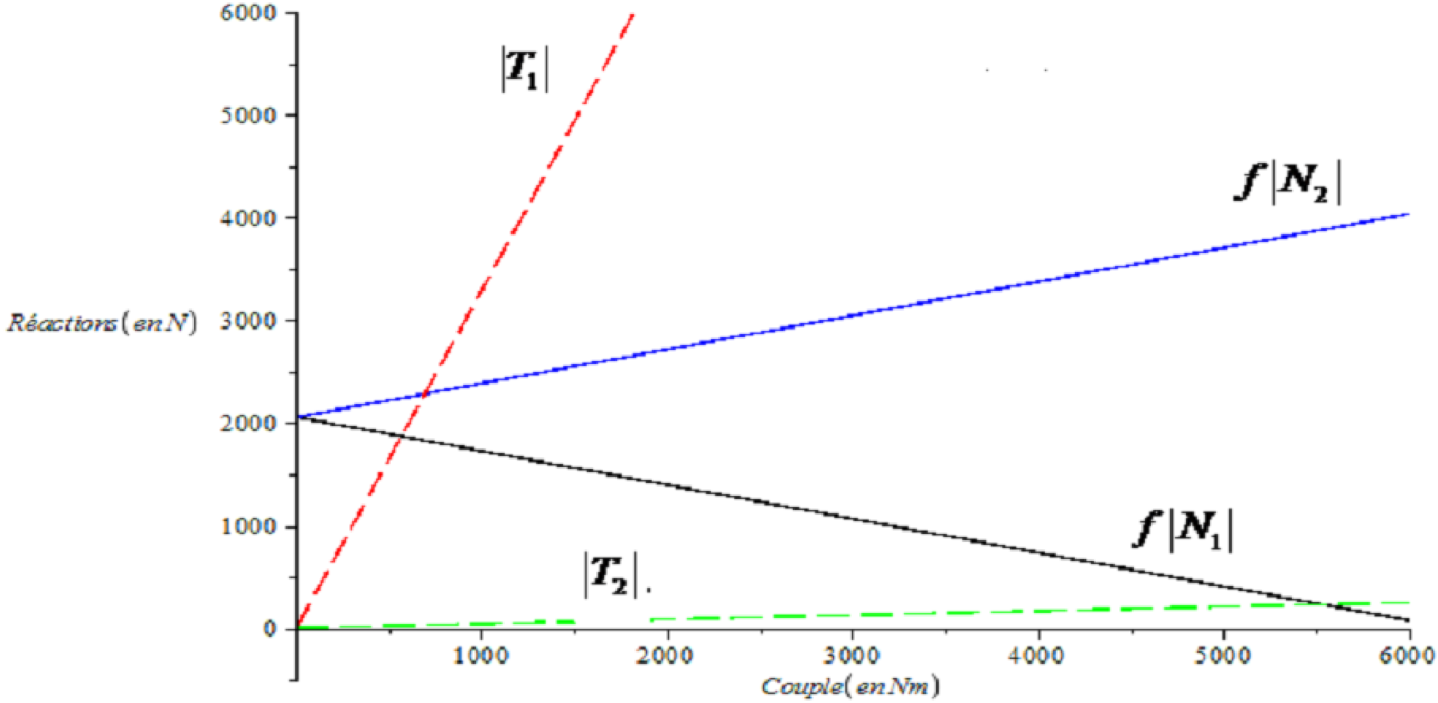
On obtient alors la relation: $\underline{-rma = h(T_1 + T_2) + d(N_1 - N_2)}$ (5).

- (1) ,(3) et (4) $\Rightarrow \dfrac{\Gamma}{r} - ma = T_1 + T_2 = \dfrac{M'}{2}a \Rightarrow a = \dfrac{\Gamma}{\left(\dfrac{M'}{2} + m\right)r}$.
- (4) $\Rightarrow \underline{T_2 = -\dfrac{m\Gamma}{(M' + 2m)r}}$. (3) $\Rightarrow \underline{T_1 = \dfrac{(M' + m)}{(M' + 2m)}\dfrac{\Gamma}{r}}$.
- (1), (2) et (5) $\Rightarrow \underline{N_1 = \dfrac{M'g}{4} - \left(\dfrac{hM'}{2d} + \dfrac{rm}{d}\right)\dfrac{\Gamma}{(M' + 2m)r}}$ et $\underline{N_2 = \dfrac{M'g}{4} + \left(\dfrac{hM'}{2d} + \dfrac{rm}{d}\right)\dfrac{\Gamma}{(M' + 2m)r}}$.

2.2.5. On a : $N_2 > N_1$. Les roues arrières ne décollent jamais car $N_2 > 0$. Les roues avant peuvent décoller si N_1 est nulle. C'est-à-dire pour $\Gamma = \dfrac{(M'+2m)M'gd}{\left(\dfrac{2hM'}{r}+4m\right)}$.

2.2.6. Influence du couple moteur.

2.2.6.1.



2.2.6.2..

1) pas de patinage tant que $|T_i| < f\,|N_i|$. Soit pour un couple $\Gamma < \Gamma_0 = \dfrac{(M'+2m)\,fM'gr}{4\left[M'+m+f\left(\dfrac{hM'}{2d}+\dfrac{rm}{d}\right)\right]}$.

2) pas de décollage des roues tant que $N_i > 0$. Soit : $\Gamma < \Gamma_1 = \dfrac{(M'+2m)}{2\left(\dfrac{M'h}{r}+2m\right)}M'gd$.

2.2.7. Dans cette phase de glissement, (1) et (2) $\Rightarrow M'a = 2(T_1+T_2) = -2fM'g \Rightarrow d(v^2) = 2vadt = 2adx$

$\Rightarrow v^2(t_2) = 2fgd_f$. Soit : $\underline{d_f = \dfrac{v^2(t_2)}{2fg}}$. AN : $\underline{d_f \# 34m}$.

2.2.8. Les facteurs susceptibles de diminuer la valeur de f :

- Surface de contact lisse (vieillissement des pneus),
- Présence sur la route de verglas, de pluie, d'huile

…

3. Quelques situations à risques

3.1. Mouvement dans un virage

3.1.1. $f \neq f'$: la forme du maillage des pneus (dessin) vis-à-vis les deux mouvements n'est pas la même.

Remarque (complément) : autre différence selon la surface de contact, on pourrait aussi envisager la possibilité de culbutement (renversement du véhicule).

3.1.2. En mouvement circulaire uniforme : $\underline{\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_n}$.

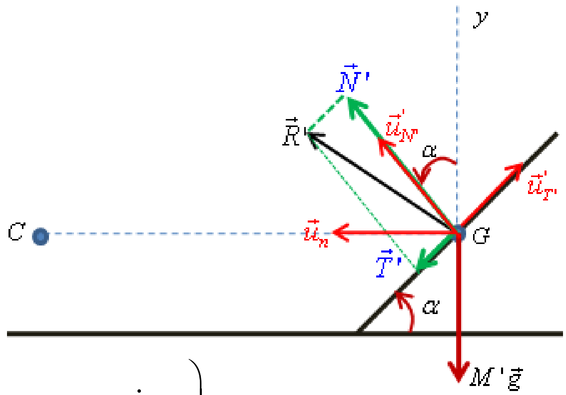
3.1.3. La voiture ne glisse pas tant que: $|T'| = M'\frac{v^2}{R} < f'N' = f'M'g$. Soit : $\underline{v < v_{\lim} = \sqrt{f'gR}}$.

AN : $\underline{v_{\lim} \# 12,5 m.s^{-1}}$ ou $\underline{v_{\lim} \# 45 km.h^{-1}}$.

3.1.4. Route de virage inclinée

3.1.4.1. D'après le TRC : $M'\frac{v^2}{R}\vec{u}_n = \vec{R}' + M'\vec{g} \Rightarrow$

$$M'\frac{v^2}{R}\left(\sin\alpha\vec{u}_{N'}^{'} - \cos\alpha\vec{u}_{T'}^{'}\right) = \vec{R}' - M'g\left(\cos\alpha\vec{u}_{N'}^{'} + \sin\alpha\vec{u}_{T'}^{'}\right)$$



D'où : $\underline{N' = M'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)}$ et $\underline{T' = -M'\left(\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)}$.

3.1.4.2. La réaction est normale à la route si : $T' = 0 \Rightarrow \frac{v_{cr}^2}{R}\cos\alpha = g\sin\alpha \Rightarrow$ $\underline{v_{cr} = \sqrt{Rg\tan\alpha}}$.

3.1.4.3. Pour $v < v_{cr}$, $|T'| = M'\left(g\sin\alpha - \frac{v^2}{R}\cos\alpha\right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant que : $|T'| < f'N'$.

Soit : $g\sin\alpha - \frac{v^2}{R}\cos\alpha < f'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)$ ou $g\left(\sin\alpha - f'\cos\alpha\right) < \frac{v^2}{R}\left(f'\sin\alpha + \cos\alpha\right)$.

Ou encore : $\underline{v > v_{\min} = \sqrt{\frac{Rg\left(\tan\alpha - f'\right)}{\left(f'\tan\alpha + 1\right)}}}$: Dans un virage incliné, la voiture risque de déraper si la vitesse est assez faible sous l'effet de son poids.

3.1.4.4. Pour $v > v_{cr}$, $|T'| = M'\left(\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)$. Il n'y aura pas de dérapage tant que :

$\frac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha < f'\left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha + g\cos\alpha\right)$ ou : $\frac{v^2}{R}\left(\cos\alpha - f'\sin\alpha\right) < g\left(\sin\alpha + f'\cos\alpha\right)$.

Ou encore : $\underline{v < v_{\max} = \sqrt{\frac{Rg\left(\tan\alpha + f'\right)}{\left(1 - f'\tan\alpha\right)}}}$: contrairement au virage plan, on peut aborder un virage incliné avec une vitesse beaucoup supérieure à $v_{\lim}$ sans risque de dérapage.

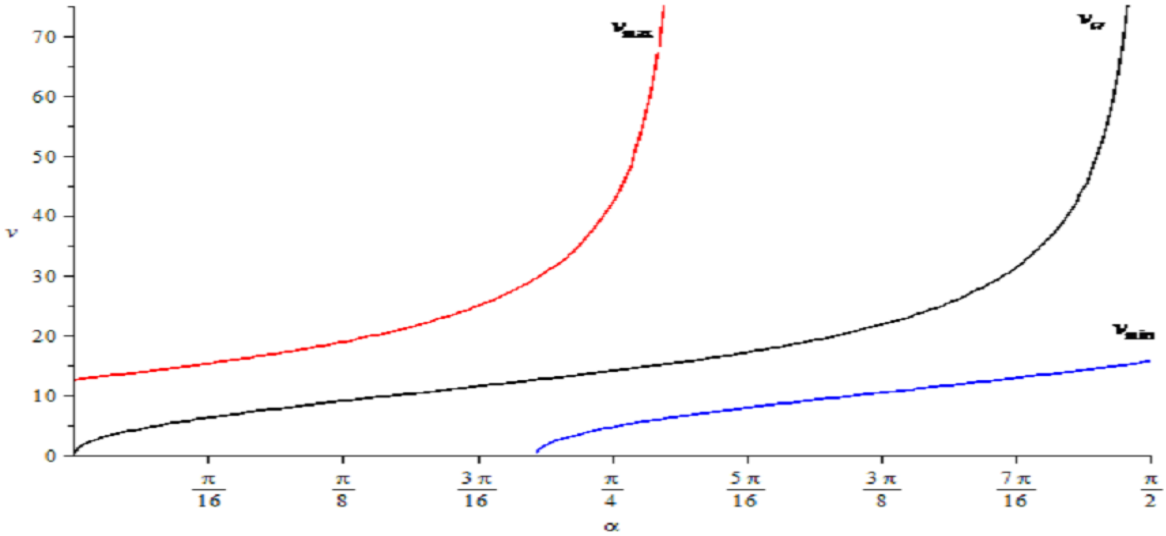
3.1.4.5. D'après 3.1.4.3: $v_{\min,0} = 0 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(f') = \alpha_0 \# 38,66°, v_{cr}(\alpha_0) = \sqrt{f'Rg} = v_{\lim} \# 45 km.h^{-1}$.

$v_{\max}(\alpha_0) = \sqrt{Rg\tan(2\alpha_0)} = \sqrt{\frac{2gRf'}{1 - f'^2}} = v_{\max,0} \# 106 km.h^{-1}$. Pour un angle d'inclinaison α_0, il n'y'aura pas de dérapage, pour des vitesses relativement faibles, si : $0 < v < v_{\lim}$, et pour des vitesses relativement grandes si $v_{\lim} < v < v_{\max,0}$.

Conclusion :

Une route construite avec un angle d'inclinaison $\alpha_0 = \tan^{-1}(f')$ permet une vitesse maximale d'abordage $v_{max,0} = \sqrt{Rg\tan(2\alpha_0)}$: pas de dérapage pour toute vitesse $0 < v < v_{max,0}$.

Remarque (complément non demandé) : variation de l'intervalle des vitesses (en *m/s*) de non dérapage avec l'angle d'inclinaison de la route sur l'horizontale.



3.2.Etude d'un accident entre deux véhicules

3.2.1. Cas t_r=0

3.2.1.1. D'après le TRC, $M_i\vec{a}_i = \vec{T}_i + \vec{N}_i + M_i\vec{g}$. En projection, $\vec{N}_i = -M_i\vec{g}$ et $M_i\vec{a}_i = \vec{T}_i = -fN_i\vec{u}_x$.

$\Rightarrow \underline{\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = -fg\vec{u}_x}$.

3.2.1.2. $d_1 - d_2 = \dfrac{v_0^2}{2fg} - \dfrac{k^2v_0^2}{2fg} = \dfrac{v_0^2}{2fg}\left(1-k^2\right) = \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}$. à l'arrêt, $x_2 - x_1 = D + d_2 - d_1 = D - \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}$.

AN : $x_2 - x_1 \# 5,5m$. Pas d'accident.

3.2.1.3. $x_1' = v_0t_{rm} + d_1 = x_2 = D + d_2 \Rightarrow v_0t_{rm} = D + d_2 - d_1 \Rightarrow \underline{t_{rm} = \dfrac{1}{v_0}\left(D - \dfrac{5}{18}\dfrac{v_0^2}{fg}\right)}$.AN : $\underline{t_{rm} \# 0,22s}$.

Précautions : laisser une distance ''suffisante ''entre les véhicules qui se suivent, diminuer la vitesse, être attentif et vigilant (somnolence, effets de médicaments et autres…), freinage assisté, pneus en bon état,…

3.2.2. Cas t_r=2t_{rm}

3.2.2.1. On suppose le camion immobile au moment du choc. Ainsi :

$$x_1'' = 2v_0t_{rm} + \frac{v_0^2 - v_a^2}{2fg} = 2v_0t_{rm} + d_1 - \frac{v_a^2}{2fg} = x_2 = D + d_2 \Rightarrow \frac{v_a^2}{2fg} = 2v_0t_{rm} + d_1 - d_2 - D = D - d_1 + d_2 .$$

$\Rightarrow \underline{v_a = \sqrt{2fg\left(D - d_1 + d_2\right)}}$.

Remarque (non demandée) : on peut s'assurer que le camion était déjà immobile, son temps d'arrêt est t_{a2} ~2.83s, alors que le choc survient après 3,32s.

3.2.2.2. La conservation de la quantité de mouvement du système isolé donne :

$\left(M' + M_c\right)v_a' = M'v_a \Rightarrow \underline{v_a' = \dfrac{M'}{M' + M_c}v_a = \dfrac{v_a}{10}}$.

3.2.2.3. D'après le TRC : $a = -fg = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{0 - v_a^{'}}{T} \Rightarrow \underline{T = \dfrac{v_a}{10\,fg}}$. AN : $\underline{T \# 0{,}136s}$.

3.2.3. Effet d'un accident sur les usagers de véhicules

Juste après le choc et d'après le principe d'inertie, les passagers (le conducteur et les autres) poursuivent leur mouvement à la vitesse v_a (t = 0^-), supposée celle qu'ils avaient respectivement avant l'impact avec la ceinture, le pare-brise ou le siège du conducteur.

3.2.3.1. $\underline{F_1 = \dfrac{m_c|\Delta v|}{T} = \dfrac{m_c v_a}{T}}$.

3.2.3.2. AN : $\underline{F_1 \approx 411 daN}$.

$F_1 < 800 daN$: en utilisant sa ceinture, le risque que court le conducteur jeune n'est pas critique, mais il peut l'être pour un conducteur âgé.

3.2.3.3. On suppose le pare-brise immobile au moment de l'impact. $\underline{p = \dfrac{m_t|\Delta v|}{\tau S} = \dfrac{9 m_t v_a}{10 \tau S}}$.

AN : $\underline{p \approx 70.10^5 Pa}$.

3.2.3.4. $\underline{F_3 = \dfrac{m_c}{2}\dfrac{|\Delta v|}{\tau} = \dfrac{9 m_c v_a}{20\tau}}$. AN : $\underline{F_3 \approx 4000 daN}$: tous les passagers doivent mettre les ceintures de sécurité. Le conducteur est ''écrasé'' par l'avant et par l'arrière, d'où la possibilité d'un effet critique sur le thorax.

3.2.4.

3.2.4.1. A T constante : $PV_v = (P+p)(V_v - \pi r_a^2 h_a) \Rightarrow \underline{p = \dfrac{\pi r_a^2 h_a}{(V_v - \pi r_a^2 h_a)} P}$. AN : $\underline{p \# 1600 Pa}$.

3.2.4.2. $p > 20Pa$: le son suivant l'ouverture de l'air bag est douloureux pour les oreilles.

4. Utilisation des radars pour mesurer des vitesses

4.1. Mesure de la vitesse d'un véhicule par un radar.

4.1.1. A t_0, la voiture est en $x_0 = d_0 + vt_0 = ct_0 \Rightarrow \underline{t_0 = \dfrac{d_0}{c - v}}$.

4.1.2. $t_1 = t_0 + \dfrac{x_0}{c} = 2t_0$. $\underline{t_1 = \dfrac{2d_0}{c - v}}$.

4.1.3. A t_2, la voiture est en $x_2 = d_0 + vt_2 = c(t_2 - T) \Rightarrow \underline{t_2 = \dfrac{d_0 + cT}{c - v}}$.

4.1.4. $t_3 = t_2 + \dfrac{x_2}{c} = 2t_2 - T = 2\dfrac{d_0 + cT}{c - v} - T$. $\underline{t_3 = \dfrac{2d_0 + (c + v)T}{c - v}}$.

4.1.5. $T' = t_3 - t_1 = \dfrac{2d_0 + (c + \mathrm{v})T}{c - \mathrm{v}} - \dfrac{2d_0}{c - \mathrm{v}}$. soit : $\underline{T' = \dfrac{(1 - \mathrm{v}/c)}{(1 + \mathrm{v}/c)} T}$ et $\underline{\nu' = \dfrac{(c - \mathrm{v})}{(c + \mathrm{v})} \nu}$.

$T' > T$: L'écho est plus grave que le signal émis lorsque le véhicule s'éloigne de la source.

4.1.6. $\delta\nu = \nu' - \nu = \left(\dfrac{c - \mathrm{v}}{c + \mathrm{v}} - 1\right)\nu = -\dfrac{2\mathrm{v}}{c + \mathrm{v}}\nu$. Soit : $\underline{\delta\nu \approx -\dfrac{2\mathrm{v}}{c}\nu}$.

4.1.7. $\underline{\mathrm{v} \approx \dfrac{c\,\delta\nu}{2\nu}}$. AN : $\underline{\mathrm{v} \# 29 m.s^{-1}}$. Ou : $\underline{\mathrm{v} \# 105 km.h^{-1}}$: excès de vitesse !!

4.1.8. décalage vers le rouge et extension de l'univers. Elargissement spectral des lampes haute pression.

4.2. Principe de la détection radar.

4.2.1. $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\vec{u}_y = E_0 \cos\left(2\pi\nu\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right)\vec{u}_y$.

4.2.2. $\vec{B}_i(M,t) = \dfrac{\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_i(M,t) = \dfrac{E_0}{c}\cos\left(2\pi\nu\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right)\vec{u}_z$.

4.2.3. Conditions de passage : $\vec{E}\left(x_V^+,t\right) - \vec{E}\left(x_V^-,t\right) = \vec{0} - \vec{E}\left(x_V^-,t\right) = \dfrac{\sigma(x_V,t)}{\varepsilon_0}\vec{u}_x$ (L1).

$\underbrace{\vec{B}\left(x_V^+,t\right)}_{=\vec{0}} - \vec{B}\left(x_V^-,t\right) = \mu_0 \vec{j}_s(x_V,t) \times \vec{u}_x$ (L2).

Le champ de l'onde incidente, à elle seule, ne peut pas vérifier ces conditions. En effet, avec l'onde incidente seule, (L1) $\Rightarrow -\vec{E}_i\left(x_V^-,t\right) = -E_{iy}\left(x_V^-,t\right)\vec{u}_y = \dfrac{\sigma(x_V,t)}{\varepsilon_0}\vec{u}_x = \vec{0}$: absurde. D'où l'existence de l'onde réfléchie vérifiant : $\vec{E}\left(x_V^-,t\right) = \vec{E}_i(x_V,t) + \vec{E}_r(x_V,t) = \vec{0}$ (L1) et $\vec{B}_i(x_V,t) + \vec{B}_r(x_V,t) = \mu_0 \vec{u}_x \times \vec{j}_s(x_V,t)$ (L2).

4.2.4. Soient $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ deux référentiels galiléens. $\mathcal{R}'$ en translation à la vitesse $\vec{v}_e$ par rapport à $\mathcal{R}$. La célérité c de la lumière dans le vide, la charge q d'une particule ponctuelle et la loi d'interaction de Lorentz qu'elle subi dans un champ électromagnétique $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ sont invariants par changement de référentiel galiléen.

Ainsi : $q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) = q\left(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}'\right) = q\left(\vec{E}' + (\vec{v} - \vec{v}_e) \times \vec{B}'\right) \Rightarrow \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}' - \vec{v}_e \times \vec{B}' + \vec{v} \times \vec{B}' \quad \forall \vec{v}$.

D'où les lois de transformation des champs : $\vec{B}' = \vec{B}$ et $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}$.

- pour l'onde incidente : $\vec{E}_i' = \vec{E}_i + \vec{v}_e \times \vec{B}_i = \vec{E}_i + \vec{v} \times \left(\dfrac{\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_i\right) = \vec{E}_i + \left(\vec{0} - \left(\vec{v} \cdot \dfrac{\vec{u}_x}{c}\right)\vec{E}_i\right) = \left(1 - \dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)\vec{E}_i$.
- pour l'onde réfléchie : $\vec{E}_r' = \vec{E}_r + \vec{v}_e \times \vec{B}_r = \vec{E}_r + \vec{v} \times \left(\dfrac{-\vec{u}_x}{c} \times \vec{E}_r\right) = \left(1 + \dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)\vec{E}_r$.

4.2.5. $x_V(t) = \mathrm{v}t$. (On prend $x_V(0) = 0$).

4.2.6. Dans $\mathcal{R}'$, (L1) $\Rightarrow \vec{E}_i'(V,t) + \vec{E}_r'(V,t) = \vec{0}$

$\Rightarrow E_0'\cos\left(2\pi\nu(1 - \mathrm{v}/c)t\right)\vec{u}_y + \vec{E}_{0r}'\cos\left(2\pi\nu_r(1 + \mathrm{v}/c)t\right) = \vec{0} \ \forall t$ (L1').

4.2.7. (L1') $\Rightarrow \nu(1 - \mathrm{v}/c) = \nu_r(1 + \mathrm{v}/c) \Rightarrow \underline{\nu_r = \dfrac{(1 - \mathrm{v}/c)}{(1 + \mathrm{v}/c)}\nu}$. (la même qu'en 4.1.5.)

($\vec{E}_{0r}' = -E_0'\vec{u}_y = \left(1 - \dfrac{\mathrm{v}}{c}\right)E_0\vec{u}_y$. $\vec{E}_{0r} = \dfrac{(1 - \mathrm{v}/c)}{(1 + \mathrm{v}/c)}E_0\vec{u}_y$)

4.2.8. Loi de Faraday – Lenz : $e = -\dfrac{d\Phi(t)}{dt}$. $\Phi(t) = N \iint\limits_{une\ spire} \vec{B}_r \cdot d\vec{s}$.

4.2.9. $\lambda_r = \dfrac{c}{\nu_r} = \dfrac{(1 - \mathrm{v}/c)}{(1 + \mathrm{v}/c)}\dfrac{c}{\nu}$. AN : $\lambda_r \# 6cm$: la largeur du cadre $l = 5mm \ll \lambda_r$. on peut donc supposer le champ réfléchi comme uniforme sur le cadre.

Ainsi : $\Phi(t) = NlLB_{rz}(0,t) = NlL\dfrac{(1 - \mathrm{v}/c)}{(1 + \mathrm{v}/c)}\dfrac{E_0}{c}\cos(2\pi\nu_r t)$.

Approximativement : $\underline{\Phi(t) \simeq NlL\left(1 - \dfrac{2\mathrm{v}}{c}\right)\dfrac{E_0}{c}\cos(2\pi\nu_r t) \approx NlL\dfrac{E_0}{c}\cos(2\pi\nu_r t)}$.

4.2.10. $e(t) = 2\pi\nu NlL\dfrac{(1-\mathrm{v}/c)}{(1+\mathrm{v}/c)}\dfrac{E_0}{c}\sin(2\pi\nu_r t)$. $V_{d,eff} = \sqrt{2}\pi\nu NlL\dfrac{(1-\mathrm{v}/c)}{(1+\mathrm{v}/c)}\dfrac{E_0}{c} \approx \sqrt{2}\pi\nu NlL(1-2\mathrm{v}/c)\dfrac{E_0}{c}$.

Approximativement : $\underline{V_{d,eff} \square \sqrt{2}\pi\nu NlL(1-2\mathrm{v}/c)\dfrac{E_0}{c} \approx \sqrt{2}\pi\nu NlL\dfrac{E_0}{c}}$.

4.2.11. Par unité de surface, la puissance moyenne détectée est: $\dfrac{1}{S}\iint_S \langle\vec{\pi}_r\rangle \square d\vec{s}$. Or : $\vec{\pi}_r = \vec{E}_r \times \dfrac{\vec{B}_r}{\mu_0} = \varepsilon_0 c\vec{E}_r^{\,2}$.

$P_{m,s} = \varepsilon_0 c\left\langle \vec{E}_r^2 \right\rangle = \dfrac{\varepsilon_0 c}{2}\left[\dfrac{(1-\mathrm{v}/c)}{(1+\mathrm{v}/c)}\right]^2 E_0^2 = \dfrac{\varepsilon_0 c^3}{4N^2\pi^2}\left(\dfrac{V_{d,eff}}{\nu_r lL}\right)^2$. AN : $\underline{P_{m,s}\, \# 9,7.10^{-17} W}$, trop faible. Ce radar est donc très sensible.