

## Planche n° 12. Fonctions puissances

\* très facile    \*\* facile    \*\*\* difficulté moyenne    \*\*\*\* difficile    \*\*\*\*\* très difficile  
I : Incontournable    T : pour travailler et mémoriser le cours

### Exercice n° 1 (\*\*T)

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes puis étudier leur dérivabilité :

1)  $f_1 : x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$

2)  $f_2 : x \mapsto \sqrt[3]{x^3 + 1}$ .

2)  $f_3 : x \mapsto \sqrt{x^3 - x^4}$ .

### Exercice n° 2 (\*T)

Donner la dérivée des fonctions suivantes :

1)  $\sqrt{x^2 + 1}$     2)  $\sqrt[3]{x^3 + 1}$     3)  $\frac{1}{\left(\sqrt[4]{x^2 + x + 1}\right)^3}$   
4)  $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$     5)  $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ .

### Exercice n° 3 (\*\*T)

Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} + x \right)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} + x \right)$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 + 1} - x \right)$

3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{x-1}$  et  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+5} - 1}{\sqrt{3x+15} - 3}$ .

### Exercice n° 4 (\*\*\*)

Etude complète de la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$ . On étudiera en particulier la dérivabilité de  $f$  en 0 à gauche. D'autre part, on montrera que la droite d'équation  $y = x + \frac{1}{2}$  est asymptote à la courbe de  $f$  en  $+\infty$  et que la droite d'équation  $y = -x - \frac{1}{2}$  est asymptote à la courbe de  $f$  en  $-\infty$ .

### Exercice n° 5 (\*\*)

Etudier le signe de  $\sqrt{x^2 + 1} - x$  et  $\sqrt{x^2 + 1} + x$ .

**Exercice n° 6 (\*\*)** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2^{4 \cos^2 x + 1} + 16 \cdot 2^{4 \sin^2 x - 3} = 20$ .