
Diffraction des ondes lumineuses

Table des matières

1	Principe d'Hygens-Fresnel	2
1.1	Définitions	2
1.2	Principe d'Hygens-Fresnel	3
2	Diffraction de Fraunhofer	3
2.1	Intensité diffractée par une pupille plane	3
2.2	Propriétés de la diffraction de Fraunhofer	5
2.2.1	Translation de la pupille diffractante dans son plan (Oxy)	5
2.2.2	Théorème de Babinet	5
2.3	Utilisation des lentille dans le montage de la diffraction de Fraunhofer	6
3	Applications	7
3.1	Pupille rectangulaire	7
3.2	Cas limite d'une fente infiniment fine	8
3.3	Cas des fentes de Young	9
3.4	Pouvoir de résolution -Critère de Rayleigh	10
4	Diffraction par un réseau plan	11
4.1	Définition	11
4.2	Formule des réseaux	12
4.2.1	Réseau par transmission	12
4.2.2	Réseau par réflexion	13
4.3	Amplitude et intensité diffractées à l'infini	13
4.4	Pouvoir dispersif d'un réseau	14
4.5	Minimum de déviation	14
4.6	Pouvoir de résolution d'un réseau	14

1 Principe d'Hygens-Fresnel

1.1 Définitions

• **Diffraction** : La diffraction est un phénomène d'éparpillement de la lumière que l'on observe lorsqu'une onde est matériellement limitée.

- on observe le phénomène de la diffraction lorsque la dimension du diaphragme est de même ordre de grandeur de la longueur d'onde λ

• **Pupille** : On appelle pupille toute surface matérielle qui agit sur les ondes lumineuses. Elle influe sur l'amplitude et la phase d'une onde.

• Exemples

- ▶ pupille plane : surface plane agissante sur les ondes
- ▶ pupille circulaire : surface circulaire agissante sur les ondes

• **Transparence complexe** : On définit en tout point P d'une pupille la transparence complexe, comme le rapport entre les deux amplitudes de l'onde :

$$\underline{t}(P) = \frac{\underline{A}(P_{ap})}{\underline{A}(P_{av})}$$

- P_{av} : point proche de P juste avant la pupille
- P_{ap} : point proche de P juste après la pupille

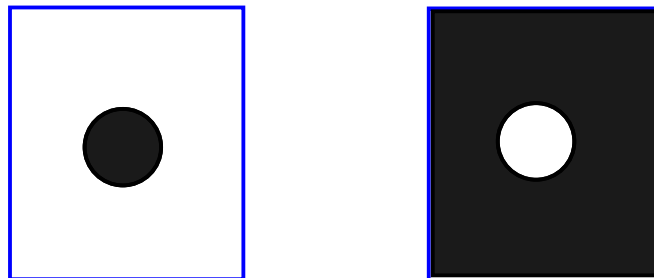
- on note

$$\underline{t}(P) = |\underline{T}(P)| e^{j\varphi(P)}$$

- si $|\underline{t}(P)| < 1$: on dit que la pupille est absorbante
- si $|\underline{t}(P)| = 1$: on dit que la pupille est transparente
- si $|\underline{t}(P)| = 0$: on dit que la pupille est opaque

• Deux pupilles sont dites complémentaires si la somme de leurs transparences est un, et leur produits est nul pour tout point P du plan

$$\underline{t}_1(P) + \underline{t}_2(P) = 1; \underline{t}_1(P) \cdot \underline{t}_2(P) = 0$$

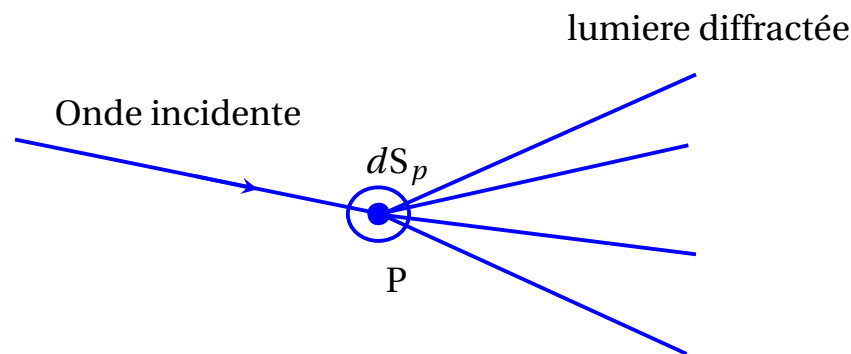


deux pupilles complémentaires

1.2 Principe d'Hygens-Fresnel

l'énoncé du principe d'Hygens-Fresnel comporte deux contributions

- **Contribution d'Hygens** : la lumière se propage de proche en proche. Chaque élément de surface atteint par elle se comporte comme une source secondaire qui émet des ondelettes sphériques dont l'amplitude est proportionnelle à cet élément.



- **Contribution de Fresnel** : L'amplitude complexe de la vibration lumineuse en un point M est la somme des amplitudes complexes des vibrations lumineuses produites par toutes les sources secondaires. On dit que toutes ces vibrations interfèrent pour former la vibration au point considéré.

- l'amplitude complexe de l'onde diffractée en un point P

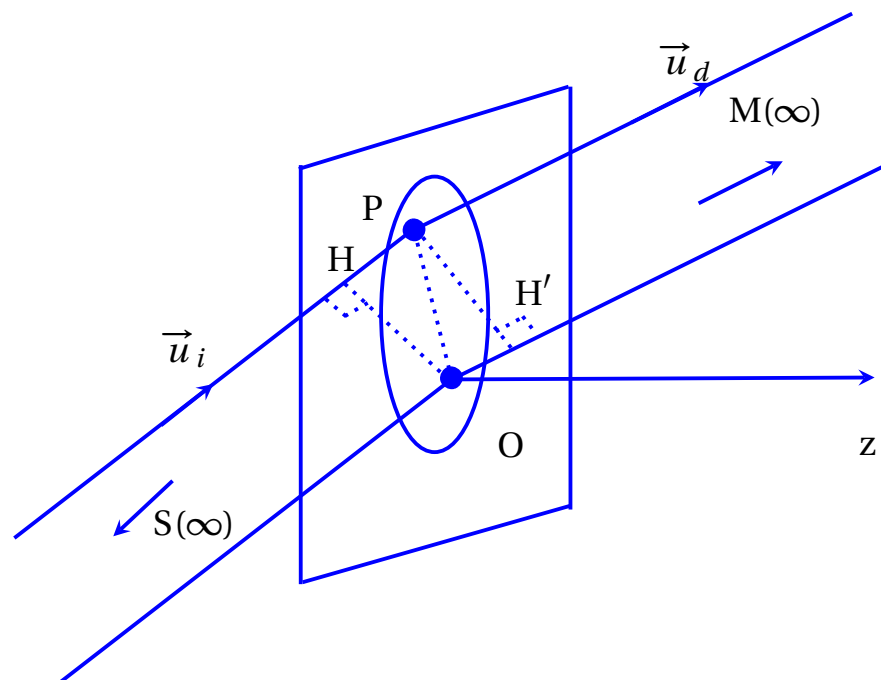
$$d\underline{A}(P) = k \cdot \underline{A}_i(P) \cdot dS_p$$

avec \underline{A}_i : l'amplitude complexe de l'onde incidente

- les sources secondaires sont cohérentes entre elles
- On distingue entre deux types de diffraction :
 - ▶ diffraction de Fresnel : diffraction à une distance finie (distance petite)
 - ▶ diffraction de Fraunhofer : diffraction à l'infinie (distance grande)

2 Diffraction de Fraunhofer

2.1 Intensité diffractée par une pupille plane



- $\vec{k}_i = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_i; \vec{k}_d = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_d$
- l'amplitude élémentaire au point P : $d\vec{A}(P) = k \cdot \vec{A}_i(P_{ap}) dS_p$
- $\vec{A}(P_{ap}) = \vec{t}(P) \vec{A}(P_{av})$

$$d\vec{A}(P) = k \cdot \vec{t}(P) \vec{A}_i(P_{av}) dS_p$$

- $\vec{A}_i(P_{av}) = \vec{A}_0 \exp i(-\vec{k}_i \cdot \vec{SP})$
- en un point M : $d\vec{A}(M) = d\vec{A}(P) \exp i(-\vec{k}_d \cdot \vec{PM})$
- $d\vec{A}(M) = k \cdot \vec{A}_0 \cdot \vec{t}(P) \cdot \exp i(-\vec{k}_i \cdot \vec{SP}) \cdot \exp i(-\vec{k}_d \cdot \vec{PM}) dS_p$
- $\vec{k}_i(\vec{SP}) = \vec{k}_i(\vec{SO} + \vec{OP}); \vec{k}_d(\vec{PM}) = \vec{k}_d(\vec{PO} + \vec{OM})$
- $d\vec{A}(M) = k \cdot \vec{A}_0 \cdot \vec{t}(P) \exp i(-\vec{k}_i \cdot \vec{SO} - \vec{k}_d \cdot \vec{OM}) \cdot \exp [i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dS_p$
- $\vec{K} = k \cdot \vec{A}_0 \cdot \exp [-i(\vec{k}_i \cdot \vec{SO} + \vec{k}_d \cdot \vec{OM})]$
- $d\vec{A}(M) = \vec{K} \cdot \vec{t}(P) \cdot \exp [i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dS_p$

$$\vec{A}(M) = \vec{K} \iint_{pupille} \vec{t}(P) \cdot \exp [i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dS_p$$

- l'intensité diffractée par la pupille : $I(M) = C \cdot \vec{A}(M) \cdot \vec{A}^*(M)$

$$I(M) = k' \iint_{pupille} \vec{t}(P) \cdot \exp [i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dS_p \cdot \iint_{pupille} \vec{t}^*(P) \cdot \exp [-i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dS_p$$

- le plan de la pupille est noté Oxy, le vecteur \vec{OP} a pour coordonnées (x,y,0)
- l'amplitude diffractée au point M

$$\vec{A}(M) = \vec{K} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{t}(x, y) \exp [i(\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{OP}] dx dy$$

- $\vec{k} = \vec{k}_i - \vec{k}_d$, le vecteur \vec{k} a pour coordonnées (k_x, k_y, k_z)
- $(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{OP} = \vec{k} \cdot \vec{OP} = k_x \cdot x + k_y \cdot y$

$$\vec{A}(k_x, k_y) = \vec{K} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{t}(x, y) \exp [-i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)] dx dy$$

- $\vec{u}_d(\alpha, \beta, \gamma); \vec{u}_i(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$

$$\vec{A}(M) = \vec{K} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{t}(x, y) \exp i \left[\frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_0)x + (\beta - \beta_0)y) \right] dx dy$$

- $u = \frac{\alpha}{\lambda}; v = \frac{\beta}{\lambda}; u_0 = \frac{\alpha_0}{\lambda}; v_0 = \frac{\beta_0}{\lambda}$ sont appelées les fréquences spatiales, car elles sont homogènes à l'inverse de la période spatiale λ

$$\vec{A}(M) = \vec{K} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{t}(x, y) \exp (2\pi i [(u - u_0)x + (v - v_0)y]) dx dy$$

- donc

$$\vec{A}(M) = \vec{K} \cdot \vec{T}(u - u_0, v - v_0)$$

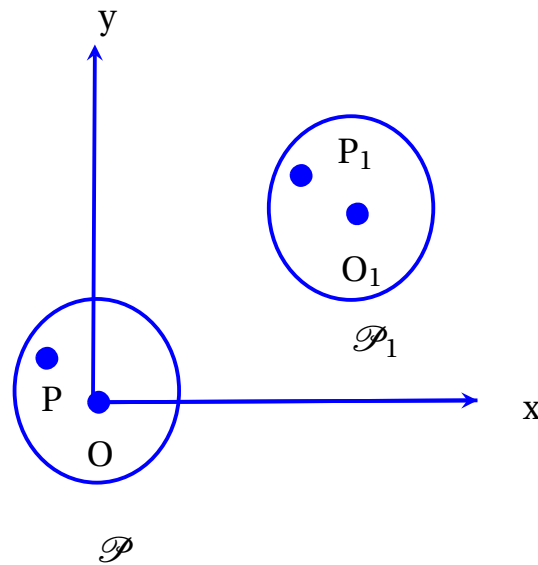
avec

$$\underline{T}(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x, y) \exp(2\pi i [ux + vy]) dx dy$$

- $\underline{T}(u, v)$ est appelée la transformée de Fourier de la transmittance pupillaire $\underline{t}(x, y)$

2.2 Propriétés de la diffraction de Fraunhofer

2.2.1 Translation de la pupille diffractante dans son plan (Oxy)



- $\underline{T}(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x, y) \exp(2\pi i [ux + vy]) dx dy$
- $\overrightarrow{OP} = x \overrightarrow{e}_x + y \overrightarrow{e}_y$
- $\underline{T}_1(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x, y) \exp(2\pi i [ux_1 + vy_1]) dx dy$
- $\overrightarrow{OP}_1 = x_1 \overrightarrow{e}_x + y_1 \overrightarrow{e}_y = \overrightarrow{OO}_1 + \overrightarrow{O}_1\overrightarrow{P}_1 = \overrightarrow{O}_1\overrightarrow{O} + \overrightarrow{OP}$
- $x_1 = x + x_0; y_1 = y + y_0$
- $\underline{t}_1(x, y) = \underline{t}(x, y)$
- $\underline{T}_1(u, v) = \exp[2\pi i(ux_0 + vy_0)] \iint \underline{t}(x, y) \exp[2\pi i(ux + vy)] dx dy$

$$\underline{T}_1(u, v) = \underline{T}(u, v) \exp[2\pi i(ux_0 + vy_0)]$$

- l'intensité diffractée : $I_1(M) = k \cdot \underline{A}(M) \cdot \underline{A}^* = I_1(M)$

- La figure de diffraction est inchangée par translation de la pupille dans son plan

2.2.2 Théorème de Babinet

- \underline{t}_1 et \underline{t}_2 sont deux pupilles complémentaires : $\underline{t}_1 + \underline{t}_2 = 1$
- S' est l'image de la source S
- $\underline{A}_{og}(M)$: l'amplitude obtenue sans pupille dans le cadre de l'optique géométrique, donc $\underline{A}_{og}(M) = 0$ pour tout point $M \neq S'$
- $\underline{A}_1(M)$: l'amplitude diffractée par la pupille 1
- $\underline{A}_2(M)$: l'amplitude diffractée par la pupille 2

- donc

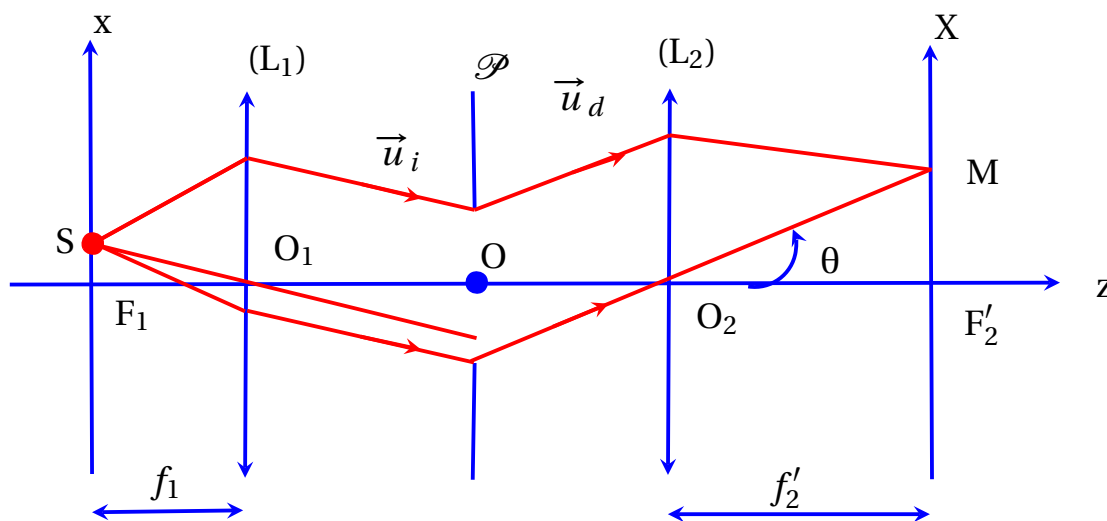
$$\underline{A}_1(M) + \underline{A}_2(M) = \underline{A}_{og}(M)$$

- pour tout point $M \neq S'$: $\underline{A}_1(M) = -\underline{A}_2(M)$

$$I_1(M) = I_2(M) \text{ pour tout point } M \neq S'$$

- **Théorème de Babinet** : La figure de diffraction de deux pupilles complémentaires est la même sauf en image géométrique de la source

2.3 Utilisation des lentille dans le montage de la diffraction de Fraunhofer



- dans le système F_1xyz : $S(x_s, y_s, 0)$; $O_1(0, 0, -f'_1)$
- $\vec{u}_i = \frac{\vec{SO}_1}{SO_1} = -\frac{x_s \vec{e}_x + y_s \vec{e}_y - f'_1 \vec{e}_z}{O_1S} = \alpha_0 \vec{e}_x + \beta_0 \vec{e}_y + \gamma_0 \vec{e}_z$
- dans le système F'_2XYZ : $M(X, Y, 0)$; $O_2(0, 0, -f'_2)$
- $\vec{u}_d = \frac{\vec{O_2M}}{O_2M} = \frac{X \vec{e}_x + Y \vec{e}_y + f'_2 \vec{e}_z}{O_2M} = \alpha \vec{e}_x + \beta \vec{e}_y + \gamma \vec{e}_z$
- dans l'approximation de Gauss : $O_1S \approx f'_1$; $O_2M \approx f'_2$

$$\text{donc } \vec{u}_i = \begin{vmatrix} \alpha_0 \approx -\frac{x_s}{f'_1} \\ \beta_0 \approx -\frac{y_s}{f'_1} \\ \gamma_0 \approx 1 \end{vmatrix} ; \vec{u}_d = \begin{vmatrix} \alpha \approx \frac{X}{f'_2} \\ \beta \approx \frac{Y}{f'_2} \\ \gamma \approx 1 \end{vmatrix}$$

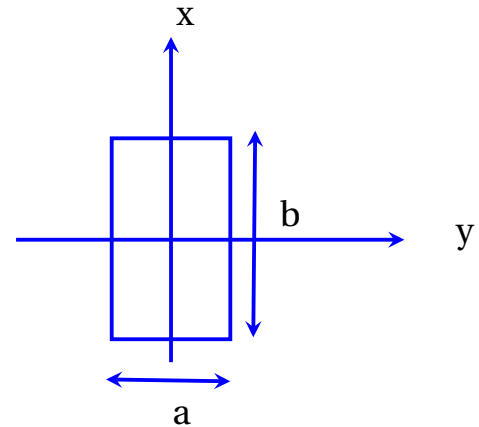
3 Applications

3.1 Pupille rectangulaire

- la transmittance de la fente rectangulaire

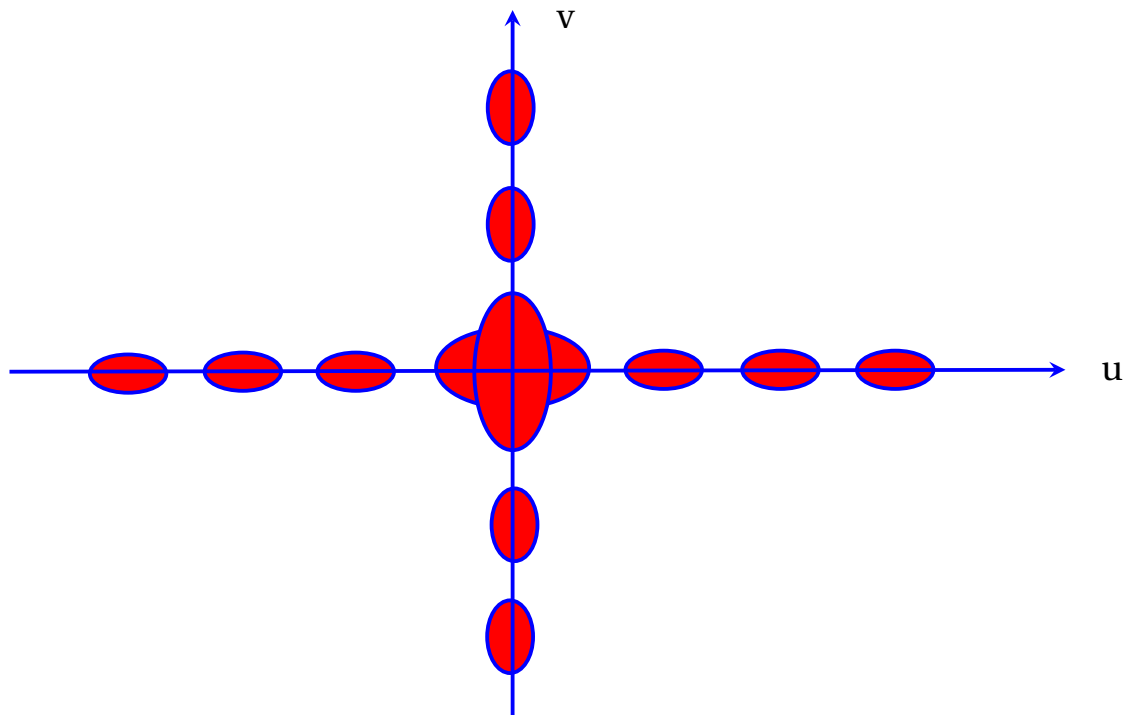
$$\begin{cases} \underline{t}(x, y) = 1; |x| \leq \frac{a}{2}; |y| \leq \frac{b}{2} \\ \underline{t}(x, y) = 0; \text{ailleurs} \end{cases}$$

- en incidence normale $u_0 = v_0 = 0$



$$\begin{aligned} \underline{A}(u, v) &= \underline{k} \iint_{\text{pupille}} \underline{t}(x, y) \exp[2\pi i(ux + vy)] dx dy \\ \underline{A}(u, v) &= \underline{k} \int_{-a/2}^{a/2} \exp(2\pi i ux) dx \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \exp(2\pi i vy) dy \\ &= \underline{k} \left[\frac{2i \sin(\pi au)}{-2\pi i u} \right] \left[\frac{2i \sin(\pi vb)}{-2\pi i v} \right] \end{aligned}$$

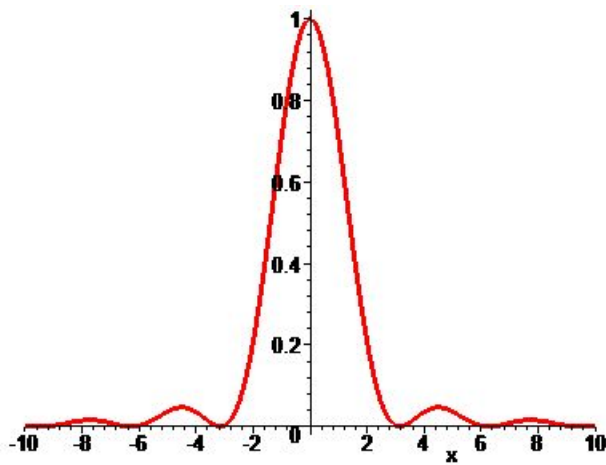
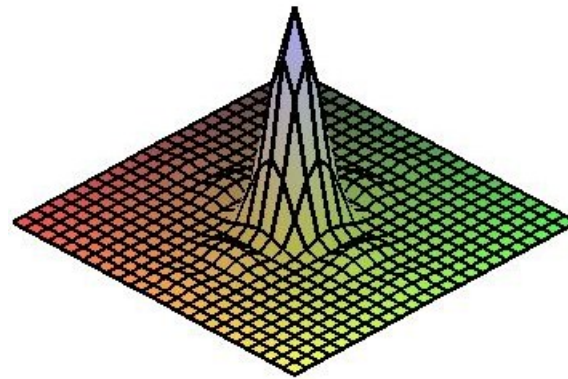
$$\underline{A}(u, v) = \underline{k} \cdot ab \cdot \text{Sinc}(\pi ua) \cdot \text{Sinc}(\pi vb)$$



- $\text{Sinc} X = \frac{\sin X}{X}$: fonction sinus cardinal de X
- l'intensité lumineuse : $I(u, v) = k' \underline{A}(u, v) \cdot \underline{A}^*(u, v)$
- $I(0, 0) = k' a^2 b^2$

$$I(u, v) = I(0, 0) \cdot \text{Sinc}^2(\pi ua) \cdot \text{Sinc}^2(\pi vb)$$

- $u = \frac{\alpha}{\lambda}; v = \frac{\beta}{\lambda}$

Représentation de la fonction Sinc^2 Représentation en 3D de la fonction $\text{Sinc}^2 X \cdot \text{Sinc}^2 Y$ 

- la figure de diffraction est constituée d'une tache centrale, et des taches secondaires
- la tache centrale est centrée sur l'image géométrique de la source
- la largeur de la tache centrale est deux fois plus grande que celle des taches secondaires
- la maximum de l'intensité maximale est obtenue en tache centrale
- les extensions de la tache centrale : $\Delta u = \frac{2}{a}$; $\Delta v = \frac{2}{b}$
- les extensions angulaires de la tache centrale : $2\frac{\lambda}{a}$; $2\frac{\lambda}{b}$

3.2 Cas limite d'une fente infiniment fine

dans le cas d'une fente infiniment fine

- $b \gg a$
- $$t(x) = \begin{cases} 1; |x| \leq \frac{a}{2} \\ 0; \text{ailleurs} \end{cases}$$
- l'amplitude de l'onde diffractée

$$\underline{A}(u) = \underline{k} \cdot a \cdot \text{Sinc}(\pi u a)$$

- l'intensité de l'onde diffractée

$$I(u) = I(0) \cdot \text{Sinc}^2(\pi u a)$$

- avec $I(0) = k^2 a^2$

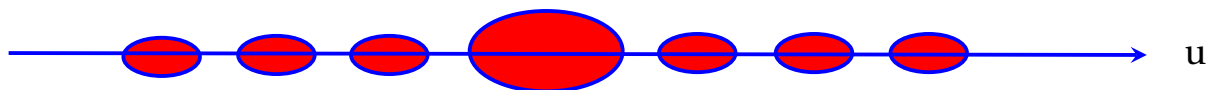
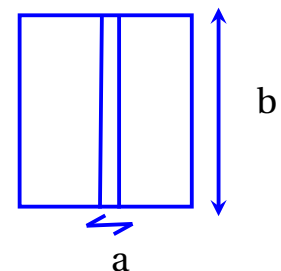
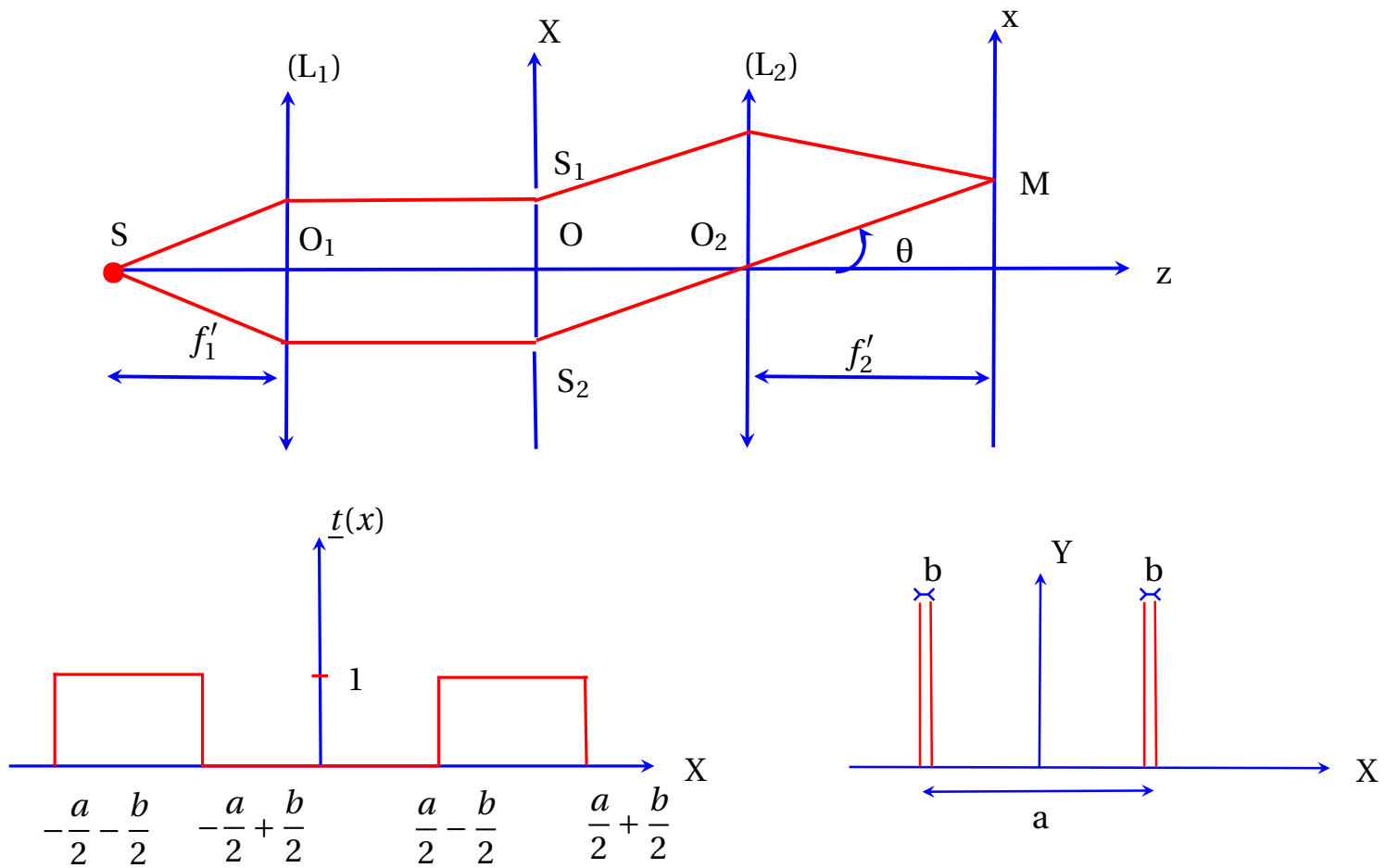


Figure de diffraction

- la largeur de la tache centrale : $\Delta u = \frac{2}{a}$
 - la tache centrale est deux fois plus large que les taches secondaires
 - la tache centrale est centrée sur l'image géométrique de la source
- La figure de diffraction de Fraunhofer entoure l'image géométrique de l'objet lumineux

3.3 Cas des fentes de Young



- incidence normale $u_0 = v_0 = 0$

$$\underline{A}(u) = \underline{k} \left[\int_{-\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{-\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \exp(2\pi i u x) dx + \int_{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \exp(2\pi i u x) dx \right]$$

$$\underline{A}(u) = \underline{k} \cdot b \cdot \text{Sinc}(\pi u b) \cos(\pi u a)$$

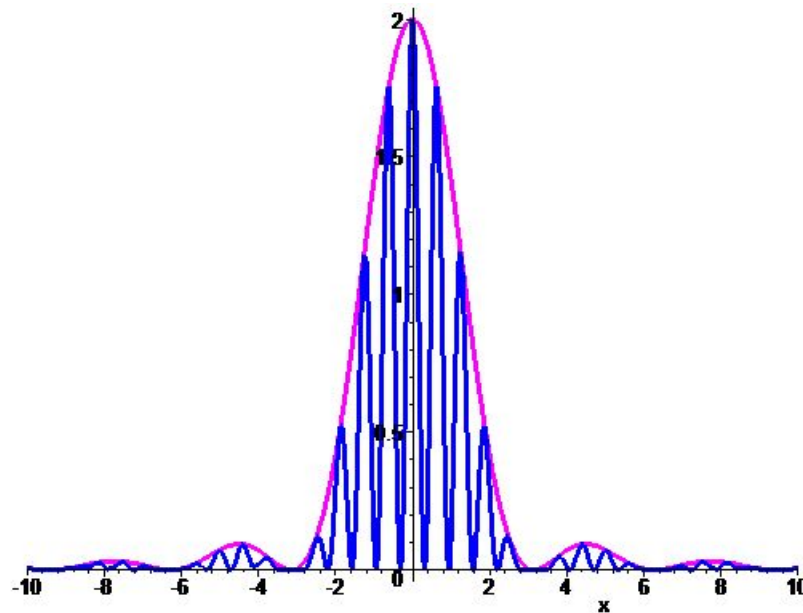
- l'intensité : $I(u) = I_0 \text{Sinc}^2(\pi u b) \cos^2(\pi u a)$

$$I(u) = \frac{I_0}{2} \text{Sinc}^2(\pi u b) (1 + \cos(2\pi u a))$$

- $u = \frac{\alpha}{\lambda} \approx \frac{x}{f'_2}$

$$I(x) = \frac{I_0}{2} \text{Sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda f'_2}\right) \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x a}{\lambda f'_2}\right)\right)$$

- $\text{Sinc}^2(\pi u b)$: terme de diffraction (diffraction par une fente de largeur b)
- $(1 + \cos(2\pi u a)) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right)$: terme d'interférence
- $\delta(M) = \frac{ax}{f'_2}$
- **représentation de l'intensité en fonction de u**

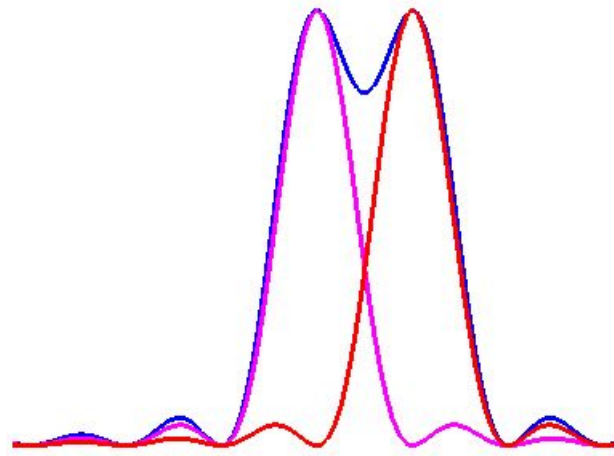


- il s'agit d'une figure de diffraction modulée par l'interférence
- l'ordre d'interférence : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda f'_2}$
- l'interfrange correspond à $\Delta p = 1$ donc $i = \frac{\lambda f'_2}{a}$
- augmenter l'écartement des fentes a pour effet de réduire l'interfrange des interférences
- élargir simultanément les deux fentes d'Young a pour effet de rétrécir la figure de diffraction, il y a donc moins des franges d'interférences dans le lobe central de diffraction
- pour des fentes très fines $b \rightarrow 0 \Rightarrow \text{Sinc}^2(\pi ub) \rightarrow 1 : I(x) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi xa}{\lambda f'_2}\right) \right]$

3.4 Pouvoir de résolution -Critère de Rayleigh

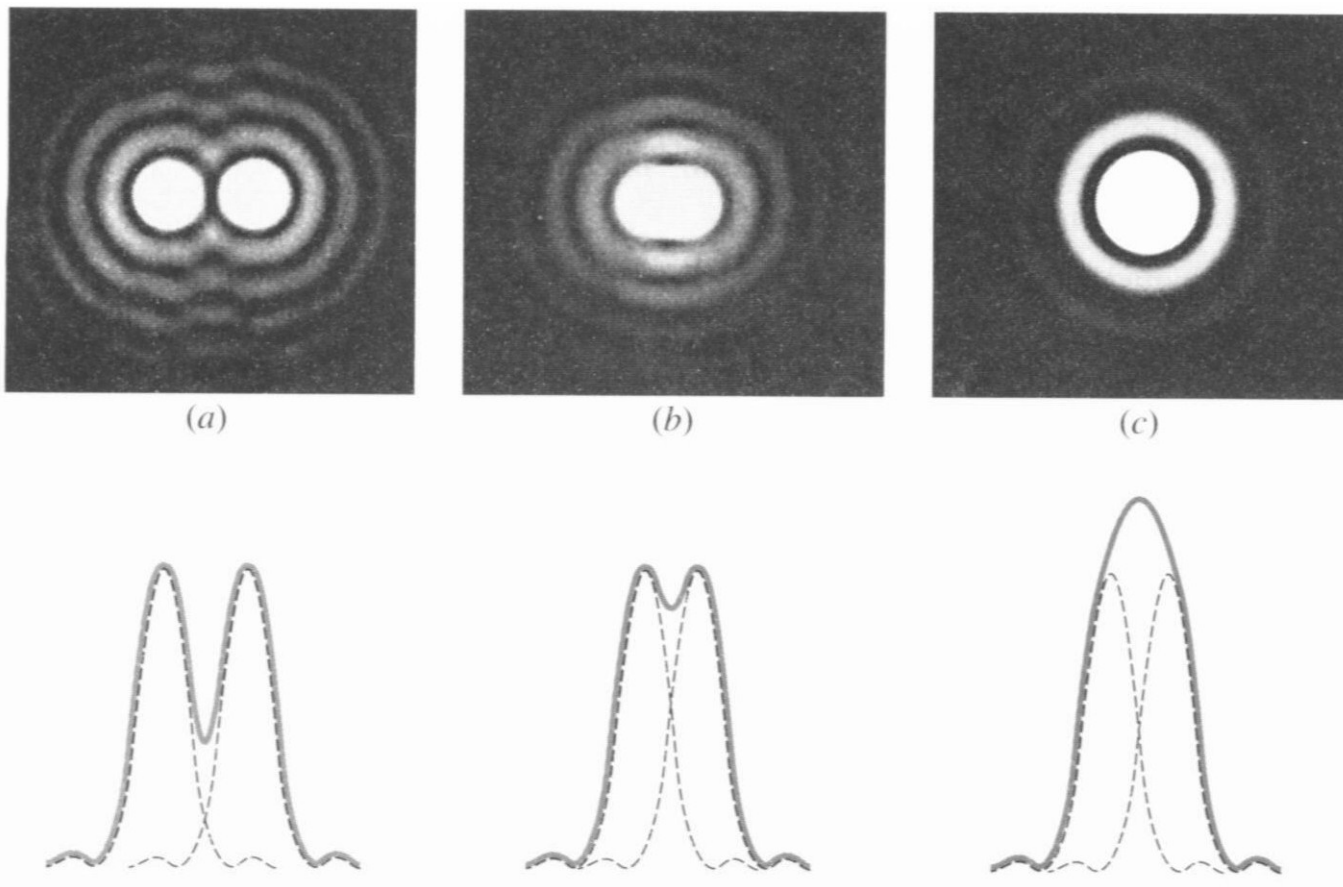
- La diffraction est un facteur limitant le pouvoir de résolution d'un instrument optique
- la figure de diffraction de Fraunhofer entoure l'image géométrique d'un objet lumineux
- l'image d'un point lumineux n'est plus un point mais une tache de diffraction qui entoure ce point
- si deux images sont très proches et les taches de diffraction sont suffisamment larges, un observateur aura du mal à distinguer entre les deux taches. On admet le critère de séparation des images dit critère de Rayleigh :

• **Critère de Rayleigh** : Les images de deux objets lumineux très proches ne peuvent être séparés que si le maximum de la figure de diffraction autour de l'image géométrique de l'une des objets soit situé sur le premier minimum de la figure de diffraction donnée par l'autre objet.



limite de séparation des deux images

- (a) : les deux sources sont largement séparées
- (b) : les deux sources sont tout juste résolues (limite de Rayleigh)
- (c) : les deux sources ne sont plus résolues



4 Diffraction par un réseau plan

4.1 Définition

• **Définition** : Un réseau est une surface diffractante sur laquelle un motif diffractant est répété un grand nombre de fois. La période spatiale est appelée **pas du réseau**.

- le réseau le plus simple est constitué par un ensemble de fentes parallèles réalisant une transmittance en amplitude périodique
- Actuellement, on réalise d'excellents réseaux à partir de l'interférence d'ondes planes : ce sont les réseaux holographiques (réseaux sinusoïdaux dont la transmittance est proportionnelle à l'intensité du phénomène d'interférences).

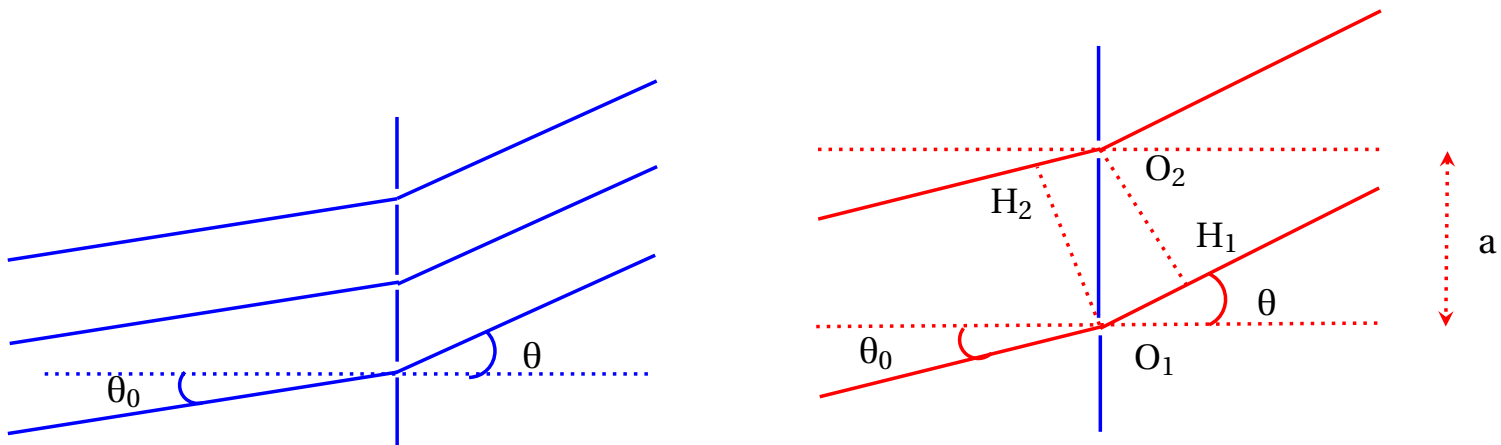
- il existe deux types de réseau :
 - ▶ réseau par transmission
 - ▶ réseau par réflexion
- souvent le pas de réseau est donné en *traits/mm* ; par exemple un réseau de 100 traits/mm correspond à un réseau de $a = 10 \mu\text{m}$
- pour un réseau de $N \text{ traits/mm}$

$$a = \frac{1}{N} (\text{mm})$$

4.2 Formule des réseaux

4.2.1 Réseau par transmission

Considérons un réseau de N fentes parallèles. a représente le pas du réseau



- $\delta(M) = (SO_1M) - (SO_2M) = (SO_1 + O_1H_1 + H_1M) - (SH_2 + H_2O_2 + O_2M)$
- $(SO_1) = (SH_2); (O_2M) = (HM); O_2O_1H_2 = \theta_0$
- $\delta(M) = (O_1H_1) - (O_2H_2) = O_1H_1 - O_2H_2 = a(\sin \theta - \sin \theta_0)$

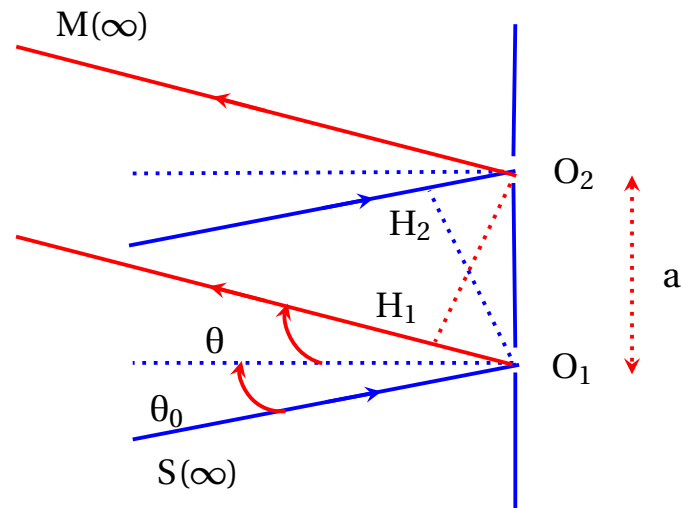
$$\delta(M) = a(\sin \theta - \sin \theta_0)$$

- pour que la lumière diffractée dans une direction θ soit observable, il faut que les interférences entre les ondes issues de deux motifs successifs soient constructives, on obtient la formule des réseaux :

$$a(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda$$

m : représente l'ordre d'interférence, $m \in \mathbb{Z}$

4.2.2 Réseau par réflexion



- $\delta(M) = (SO_1M) - (SO_2M) = (O_1H_1) - (O_2H_2) = a(\sin\theta + \sin\theta_0)$

$$a(\sin\theta + \sin\theta_0) = m\lambda$$

4.3 Amplitude et intensité diffractées à l'infini

- pour une fente fine : $\underline{A}(u) = k \iint_{\text{pupille}} \underline{t}(x) \exp[2\pi i(u - u_0)x] dx dy$
- pour une seule fente fine on a : $\underline{A}_d(u) = A_0 \text{Sinc}(u') ; u' = \frac{\pi b(\sin\theta - \sin\theta_0)}{\lambda}$
- la relation fondamentale du réseau : $a(\sin\theta_k - \sin\theta_0) = k\lambda$
- le déphasage d'une fente à la suivante est constant : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin\theta - \sin\theta_0)$
- l'amplitude totale

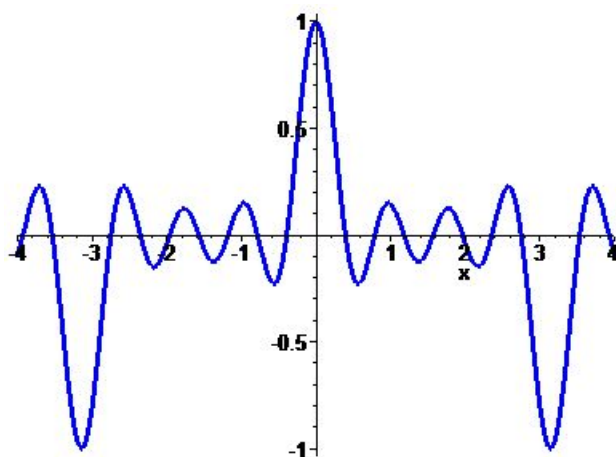
$$\underline{A}(\theta) = A_d(1 + e^{-i\varphi} + e^{-2i\varphi} + \dots + e^{-(N-1)i\varphi}) = A_d \frac{1 - e^{-Ni\varphi}}{1 - e^{-i\varphi}}$$

$$\underline{A}(\theta) = NA_d e^{-i(\frac{N-1}{2}\varphi)} \frac{\sin(N\varphi/2)}{N \sin(\varphi/2)}$$

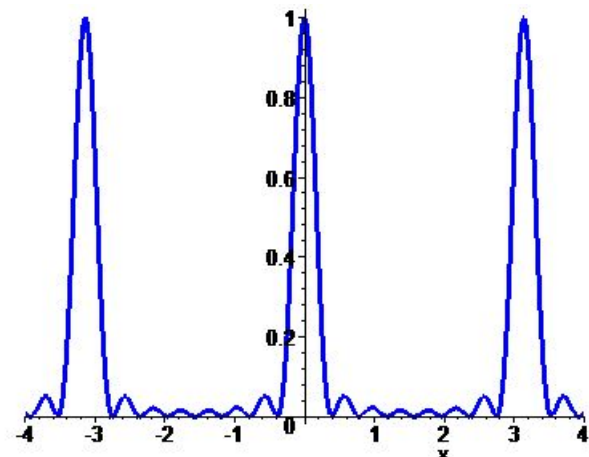
- $R(\varphi) = \frac{\sin(N\varphi/2)}{N \sin(\varphi/2)}$: s'appelle fonction réseau

- l'intensité lumineuse est :

$$I(\theta) = N^2 I_0 \text{Sinc}^2(u') \left(\frac{\sin(N\varphi/2)}{N \sin(\varphi/2)} \right)^2$$



Fonction réseau N = 8



Fonction réseau carré N = 8

- $\text{Sinc}(u')$: terme de diffraction
- $\left(\frac{\sin(N\varphi/2)}{N \sin(\varphi/2)} \right)^2$: terme d'interférence à N ondes

4.4 Pouvoir dispersif d'un réseau

• **Définition** : On définit le pouvoir de résolution d'un réseau par

$$D_a = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

- $a(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda$; m : l'ordre d'interférence
- $a \cos \theta d\theta = m d\lambda$
- le pouvoir dispersif d'un réseau ,dans le voisinage de l'ordre m

$$D_a = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{a \cos \theta_m} = \frac{1}{\lambda} \frac{\sin \theta_m - \sin \theta_0}{\cos \theta_m}$$

- la dispersion est plus forte lorsque l'ordre est élevé et le pas faible

4.5 Minimum de déviation

- dans un réseau par transmission la déviation : $D = \theta - \theta_0$
- $\frac{dD}{d\theta_0} = \frac{d\theta}{d\theta_0} - 1$
- $a(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda \Rightarrow \cos \theta d\theta - \cos \theta_0 d\theta_0 = 0$
- $\frac{d\theta}{d\theta_0} = \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta}$
- $\frac{dD}{d\theta_0} = \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta} - 1$
- $\frac{d^2 D}{d\theta_0^2} = \frac{-\cos \theta \sin \theta_0 + \cos \theta_0 \tan \theta}{\cos^2 \theta}$
- $\frac{dD}{d\theta_0} = 0 \Rightarrow \theta = -\theta_0$ (le cas $\theta = \theta_0$) correspond au rayon non diffracté
- en plus on a $\frac{d^2 D}{d\theta_0^2} = -2 \tan \theta_0 > 0$, la déviation donc est minimale pour $\theta = -\theta_0$ et vaut $D_m = 2\theta_0$

4.6 Pouvoir de résolution d'un réseau

• **Définition** : On définit le pouvoir de résolution d'un réseau de N traits par

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

$\Delta\lambda$: la petite valeur de $\lambda' - \lambda$ pour laquelle deux longueurs d'onde voisines justes séparées d'après le critère de Rayleigh

- $\sin \theta = \sin \theta_0 + m \frac{\lambda}{a}$

- $\Delta(\sin \theta) = m \frac{\Delta \lambda}{a}$
- à la limite de résolution : $\frac{\lambda}{Na} = m \frac{\Delta \lambda}{a}$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN$$