

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE PHYSIQUE I - CNC 2016

I- Énergie transmise par rayonnement du Soleil à la Terre

I.1. Propagation du rayonnement solaire

I.1.1.

- Densité volumique d'énergie électromagnétique :

$$u_{em}(M, t) = \frac{\varepsilon_0 E^2(M, t)}{2} + \frac{B^2(M, t)}{2\mu_0}$$

où μ_0 est la perméabilité du vide.

- Le vecteur de Poynting :

$$\vec{\pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0}$$

I.1.2. La puissance rayonnée :

$$\mathcal{P}_r = \iint_{(S)} \vec{\pi}(M, t) \cdot d\vec{S}$$

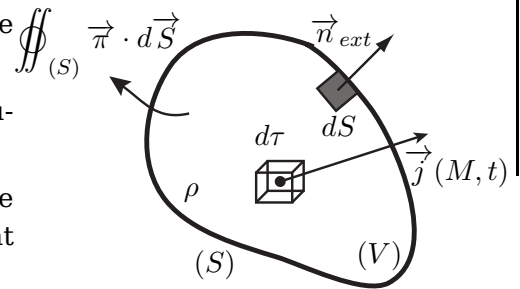
I.1.3. L'énergie électromagnétique :

$$U_{em} = \iiint_{(V)} u_{em}(M, t) d\tau$$

I.1.4. Bilan d'énergie :

Entre les instants t et $t + dt$, l'énergie électromagnétique totale U_{em} varie au cours du temps pour deux considérations :

- Transfert d'énergie aux sources de puissance volumique $\vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t)$ (nulle dans ce cas)
- Flux d'énergie à travers (S) dû à la propagation de l'onde caractérisée par un vecteur $\vec{\pi}$ (densité de courant d'énergie).



Bilan d'énergie :

$$\frac{dU_{em}}{dt} = \underbrace{- \iiint_{(V)} \vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t) d\tau}_{\text{Puissance (perdue) cédée par le champ aux sources}} + \underbrace{- \oint_{(S)} \vec{\pi}(M, t) \cdot dS \vec{n}_{ext}}_{\text{Flux (entrant) d'énergie}}$$

I.1.5. Régime permanent :

$$\frac{dU_{em}}{dt} = 0 \Rightarrow \oint_{(S)} \vec{\pi}(M, t) \cdot dS \vec{n}_{ext} = 0$$

I.1.6. Loi de Wien :

$$\lambda_m \times T_s = 3 \times 10^{-3} \text{ mK} \Rightarrow T_s = \frac{3 \times 10^{-3}}{\lambda_m} \text{ K} \simeq 6 \times 10^3 \text{ K}$$

I.1.7. La puissance rayonnée par la surface du Soleil :

$$\mathcal{P}_s = \sigma T_s^4 \times 4\pi R_s^2$$

I.1.8. L'espace entre le Soleil et la Terre est homogène et transparent, d'où la propagation rectiligne des rayonnements électromagnétiques.

I.1.9. La puissance reçue par la Terre de la part du Soleil :

$$\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_s \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$d\Omega = \frac{S_{\text{disque terrestre}}}{d_{S-T}^2} = \frac{\pi R_t^2}{D^2}$ est l'angle solide sous lequel la Terre est vue depuis le Soleil.

La puissance surfacique reçue par la Terre : $\varphi_s = \frac{\mathcal{P}_T}{S_{\text{disque terrestre}}} = \frac{\mathcal{P}_s}{4\pi D^2}$

I.1.10.

$$\varphi_s = \frac{\mathcal{P}_s}{4\pi D^2} = \frac{4\pi\sigma R_s^2 T_s^4}{4\pi D^2} \Rightarrow R_s = \frac{D}{T_s^2} \sqrt{\frac{\varphi_s}{\sigma}} \simeq 6,5 \times 10^8 \text{ m}$$

I.1.11. La Terre se comporte comme un corps noir de température T . À l'équilibre radiatif :

$$\underbrace{\mathcal{P}_e}_{\text{la puissance émise par la Terre}} = \underbrace{\mathcal{P}_a}_{\text{la puissance absorbée par la Terre}}$$

Soient :

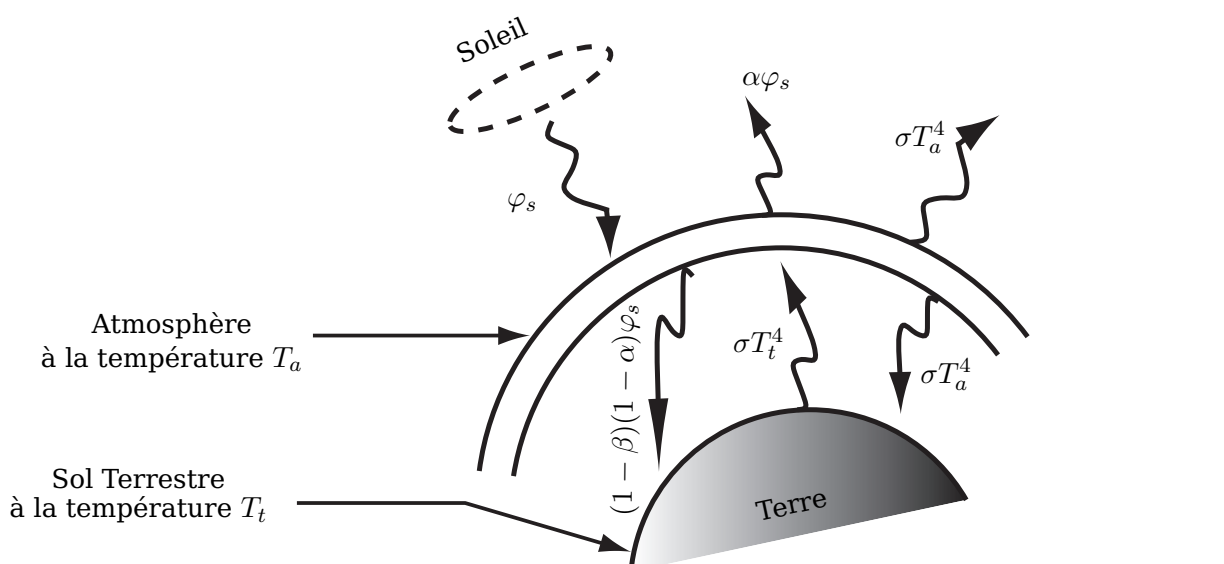
- $\mathcal{P}_T = \phi_s \pi R_t^2$: puissance incidente ou reçue par la Terre
- $\mathcal{P}_r = \alpha \phi_s \pi R_t^2$: puissance réfléchie ou diffusée par la Terre
- $\mathcal{P}_a = \mathcal{P}_e = \sigma 4\pi R_t^2 T^4$: puissance absorbée par la Terre
- Bilan de puissance s'écrit :

$$\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_r + \mathcal{P}_a \Rightarrow \phi_s \pi R_t^2 = \alpha \phi_s \pi R_t^2 + \sigma 4\pi R_t^2 T^4$$

Soit :

$$T = \sqrt[4]{\frac{\varphi_s(1-\alpha)}{4\sigma}} \simeq 250,8 \text{ K}$$

I.1.12.



- L'ensemble sol+atmosphère diffuse la fraction α du rayonnement solaire veut dire que l'ensemble reçoit la fraction $(1 - \alpha)$ du rayonnement solaire : soit une puissance surfacique $(1 - \alpha)\varphi_s$.
- L'atmosphère en absorbe la fraction β : soit une puissance surfacique $\beta(1 - \alpha)\varphi_s$.

• ► **La puissance totale absorbée par l'atmosphère est :**

$$\mathcal{P}_{ab,atm} = \beta(1 - \alpha)\varphi_s \times \pi R_t^2 + \sigma T_t^4 \times 4\pi R_t^2$$

• ► **La puissance totale émise par l'atmosphère est :**

$$\mathcal{P}_{em,atm} = 2 \times \sigma T_a^4 \times 4\pi R_t^2$$

- La puissance surfacique du rayonnement solaire absorbée par le sol en présence de l'atmosphère vaut, donc, $(1 - \beta)(1 - \alpha)\varphi_s$.

• ► **La puissance totale absorbée par le sol est :**

$$\mathcal{P}_{ab,sol} = (1 - \beta)(1 - \alpha)\varphi_s \times \pi R_t^2 + \sigma T_a^4 \times 4\pi R_t^2$$

• ► **La puissance totale émise par le sol est :**

$$\mathcal{P}_{em,sol} = \sigma T_t^4 \times 4\pi R_t^2$$

- À l'équilibre radiatif de l'atmosphère et du sol, on a respectivement :

$$\mathcal{P}_{ab,atm} = \mathcal{P}_{em,atm} \Rightarrow 4\sigma(2T_a^4 - T_t^4) = \beta(1 - \alpha)\varphi_s \quad (\text{EQ I-1})$$

$$\mathcal{P}_{ab,sol} = \mathcal{P}_{em,sol} \Rightarrow 4\sigma(T_t^4 - T_a^4) = (1 - \beta)(1 - \alpha)\varphi_s \quad (\text{EQ I-2})$$

I.1.13. Des deux équations bilan (EQ I-1) et (EQ I-2), On en déduit :

$$T_a = \sqrt[4]{\frac{(1 - \alpha)\varphi_s}{4\sigma}} = T \simeq 250,8 \text{ K} \quad \text{et} \quad T_t = \sqrt[4]{\frac{(1 - \alpha)\varphi_s}{4\sigma}(2 - \beta)} = T \sqrt[4]{(2 - \beta)} \simeq 286,4 \text{ K}$$

Commentaire : Dans le premier modèle (absence de l'atmosphère), la valeur de la température trouvée est très inférieure à la température moyenne (entre 293 K et 295 K). Alors que dans le second modèle, la valeur trouvée est acceptable!! (*proche de la réalité*) : on pourra dire que notre atmosphère est un "régulateur thermique naturel et indispensable" pour vie sur Terre!!!

I.2. Production de l'énergie du Soleil

I.2.1. Le principe fondamental de la dynamique appliquée aux protons M_1 et M_2 dans \mathcal{R}^* s'écrit :

$$\begin{aligned} m_p \frac{d^2 \vec{GM}_1}{dt^2} &= \vec{f}_{21} = + \frac{\mathcal{G} m_p^2 \vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} \\ m_p \frac{d^2 \vec{GM}_2}{dt^2} &= \vec{f}_{12} = - \frac{\mathcal{G} m_p^2 \vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned} m_p \frac{d^2}{dt^2} (\vec{GM}_1 - \vec{GM}_2) &= +2 \frac{\mathcal{G} m_p^2 \vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} - 2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} \\ \mu \frac{d^2 \vec{GM}}{dt^2} &= + \frac{\mathcal{G} m_p^2 \vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{\|\vec{M}_1 \vec{M}_2\|^3} = \vec{f}_{21} \\ \vec{GM} &= \vec{M}_2 \vec{M}_1 \quad \text{et} \quad \mu = \frac{m_p}{2} \end{aligned}$$

Le système, dans \mathcal{R}^* , est équivalent à une particule fictive M , de masse μ , de vecteur position \vec{GM} et soumise à la force \vec{f}_{21} .

1.2.2. On pose $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{M_2M_1} = \overrightarrow{r} = r \overrightarrow{u}_r$:

$$\overrightarrow{f}_{21} = \overrightarrow{f} = -\frac{Gm_p^2}{r^2} \overrightarrow{u}_r + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \overrightarrow{u}_r = \left(-Gm_p^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{\overrightarrow{u}_r}{r^2} \simeq \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overrightarrow{u}_r}{r^2}$$

$$\overrightarrow{v}(M/\mathcal{R}^*) = \dot{\overrightarrow{r}} = \dot{r} \overrightarrow{u}_r \quad \text{mouvement radial}$$

- Énergie potentielle $\varepsilon_p(r)$:

$$\varepsilon_p(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Énergie cinétique $\varepsilon_c(r)$:

$$\varepsilon_c(r) = \frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2$$

- Énergie mécanique $\varepsilon_m(r)$:

$$\varepsilon_m(r) = \varepsilon_c(r) + \varepsilon_p(r) = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

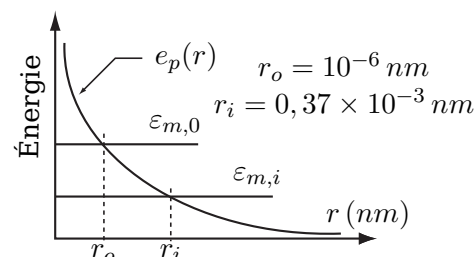
1.2.3. $r = r_o$ est une situation du repos ($\varepsilon_c(r_o) = 0$) :

$$\varepsilon_{m,0} = \varepsilon_m(r_o) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_o}$$

$$\varepsilon_{m,0} = 2 \times \underbrace{\varepsilon_{th} + \varepsilon_{p,i}}_0 \Rightarrow \varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{th} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_o} \simeq 8,3 \times 10^6 \text{ kJ} \Rightarrow T_o = \frac{e^2}{12k\pi\epsilon_0 r_o} \simeq 5,6 \times 10^9 \text{ K}$$

1.2.4.

- $T_o > T \Rightarrow \varepsilon_{m,0} = 3kT_o > \varepsilon_{m,i} = 3kT$
- pour $\varepsilon_m < \varepsilon_{m,0}$ (en particulier pour $\varepsilon_{m,i}$), la fusion ne peut avoir lieu.
- pour $\varepsilon_m > \varepsilon_{m,0}$, possibilité d'avoir la fusion.



1.2.5.

1.2.6.

- L'hydrogène 1H constitue 10% de la masse du soleil :

$$M_H = 10\% M_S = 2 \times 10^{29} \text{ kg}$$

- La réaction de fusion nucléaire de quatre noyaux d'hydrogène 1H dégage une énergie de 25 MeV :

$$\text{pour un noyau d'hydrogène, l'énergie dégagée : } \mathcal{E}_{d,H} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ MeV}$$

- Le nombre de noyau d'hydrogène = nombre de proton :

$$N_H = \frac{M_H}{m_p} = 1,18 \times 10^{56}$$

- L'énergie totale rayonnée par le Soleil :

$$\mathcal{E}_S = N_H \times \mathcal{E}_{d,H} = 7,375 \times 10^{56} \text{ MeV}$$

- La puissance totale rayonnée par le Soleil est l'énergie totale rayonnée pendant τ :

$$\mathcal{P}_S \times \tau = \mathcal{E}_S \Rightarrow \tau = \frac{\mathcal{E}_S}{\mathcal{P}_S} \simeq 2,95 \times 10^{17} \text{ s} \approx 9,5 \text{ Milliards d'années!!}$$

I.3. Influence du rayonnement solaire sur la température du sol

I.3.1. Variation de la température avec le lieu sur la Terre

I.3.1.1. La Terre est très éloignée du Soleil ($D \simeq 23438 R_t$), On pourra considérer les rayons solaires parallèles !!

I.3.1.2. Si on désigne par φ_s le flux surfacique du rayonnement solaire incident, la puissance reçue par S_E est $\mathcal{P}_E = \varphi_s \times S_E$. La surface (réceptrice) centrée sur M est telle que $S_M = S_E \cos \lambda$ (faisceaux identiques) :

$$\mathcal{P}_M = \mathcal{P}(\lambda) = \mathcal{P}_E \cos \lambda$$

Cette puissance est maximale à l'équateur et minimale aux pôles, soit : $T_E > T_M > T_N$.

I.3.2. Influence du mouvement orbital de la Terre sur la température du globe

I.3.2.1. Force gravitationnelle

$$\vec{f}_g = -G \frac{M_s M_t}{\|\vec{OO'}\|^3} \vec{OO'}$$

I.3.2.2. Le théorème du moment cinétique appliquée à la Terre dans $\mathcal{R}(OXYZ)$:

$$\frac{d\vec{\sigma}_O(Terre)}{dt} / \mathcal{R} = \mathcal{M}_O(\vec{f}_g) = \vec{OO'} \wedge \vec{f}_g = \vec{0}$$

le moment cinétique $\vec{\sigma}_O(Terre)$ est une constante vectorielle, donc le mouvement de la Terre dans le référentiel \mathcal{R} est plan.

I.3.2.3.

$$r_{min} = \frac{r_o}{1+e} \quad \text{et} \quad r_{max} = \frac{r_o}{1-e}$$

I.3.2.4.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_{min}} = \frac{2e}{1-e}$$

I.3.2.5.

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_{min}} = -1 + \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

I.3.2.6.

$$\frac{T_{min}}{T_{max}} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \Rightarrow T_{max} = 277,7 \text{ K}$$

La valeur de T_{max} est très loin de la valeur moyenne ; le modèle considéré est, donc, incomplet !!

I.3.3. Influence de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre sur la température

I.3.3.1.

I.3.3.2. Moment cinétique

$$\vec{\sigma}_O = \overrightarrow{OO'} \wedge M_t \vec{v}(O'/\mathcal{R}) = M_t r^2 \dot{\theta} \vec{u}_Z$$

La surface élémentaire balayée par le vecteur position $\vec{r} = \overrightarrow{OO'}$:

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{1}{2} \vec{r} \wedge d\vec{r} \Rightarrow \frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{1}{2} \vec{r} \wedge \vec{v}(O'/\mathcal{R}) = \frac{\vec{\sigma}_O}{2M_t} \text{ est une constante vectorielle.}$$

On retrouve la loi des Aires qui s'énonce comme suite : *Les surfaces balayées pendant les mêmes intervalles du temps sont égales.*

I.3.3.3. pour $e_t = 0,017$; $r_{max} \approx r_{min}$: la trajectoire de la Terre dans le repère de Cœpernic est assimilable à une trajectoire circulaire. La durée de l'hiver, dans ces conditions, est estimée au quart de la période de l'année, soit : $\tau_{hiver} \approx 0,25 \text{ an.}$

I.3.3.4.

$$\varepsilon_\varphi(\lambda) = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{\varphi_{min}} = -1 + \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\cos(\lambda + \alpha)} = 0,37 \text{ pour } \lambda = 30^\circ.$$

I.3.3.5. λ en C_1 est $-\alpha = -23,5^\circ$; et la saison est l'été.

I.3.3.6. $\tau_{12} = \frac{\tau_a}{2}.$

I.3.3.7. τ_{lc} ne peut pas être constante à cause de l'inclinaison α de l'axe polaire.

I.3.3.8.

Position considérée	M_1	M_2	M'_1	S_1
Saison	Hiver	Été	Hiver	Été
Comparaison de τ_{lc} et τ_{jm}	$\tau_{lc} < \tau_{jm}$	$\tau_{lc} > \tau_{jm}$	$\tau_{lc} < \tau_{jm}$	$\tau_{lc} > \tau_{jm}$

I.3.3.9.

I.4. Utilisation de satellites en météorologie

I.4.1. Un satellite gestionnaire est un satellite fixe par rapport à un observateur Terrestre :

- Sa période est $\tau_s = 1 \text{ jour} = 24 \text{ h}$;
- Sa trajectoire est plane et le plan de la trajectoire est le plan équatorial lui même.

I.4.2.

- La trajectoire d'un satellite gestionnaire est circulaire $\Rightarrow \vec{r}_o \perp \vec{v}_o$: $\vec{v}_o = \vec{\Omega}_s \wedge \vec{r}_o$;

$$\text{avec : } \Omega_s = \frac{v_o}{r_o} = \frac{2\pi}{\tau_s}$$

- Le mouvement est circulaire et la force est Newtonienne $\Rightarrow \varepsilon_m = \frac{\varepsilon_p}{2} = -\varepsilon_c$

$$\begin{aligned} \text{Soit : } -\mathcal{G} \frac{M_t m_s}{2r_o^2} &= -\frac{1}{2} m_s v_o^2 \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{\mathcal{G} M_t}{r_o}} = \frac{2\pi r_o}{\tau_s} \\ &\Rightarrow r_o = R_t + h = \sqrt[3]{\frac{\mathcal{G} M_t \tau_s^2}{4\pi^2}} \end{aligned}$$

- **Remarque** : On pourra penser à utiliser la troisième loi de Kepler pour déterminer r_o ...

II- Chaleur issue de l'intérieur de la Terre

II.1. Contribution des roches radioactives

II.1.1.

- le pourcentage massique x_X (en %) de l'élément X , de masse m_X , dans l'échantillon de masse m :

$$x_X = \frac{m_X}{m} \times 100$$

- le nombre de noyaux N_X de X par unité de masse de l'échantillon :

$$\begin{aligned} N_X &= \frac{n_X \mathcal{N}_A}{m} \quad \text{avec } n_X \text{ nombre de mole de l'élément dans l'échantillon} \\ &= \frac{m_X \mathcal{N}_A}{M_X m} = \frac{x_X \mathcal{N}_A}{100 M_X} \quad \text{avec } M_X \text{ masse molaire l'élément} \end{aligned}$$

II.1.2. La puissance thermique $\mathcal{P}_{th,d}$ dégagée par unité de masse de l'échantillon :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{th,d} &= \sum_{X=1}^3 \underbrace{\mathcal{P}_{X,d}}_{\substack{\text{puissance thermique} \\ \text{dégagée par chaque élément}}} \\ \text{avec } \mathcal{P}_{X,d} &= -\epsilon_X \frac{dN_X}{dt} = \epsilon_X \frac{0,69}{\tau_X} N_X = \epsilon_X \frac{0,69}{\tau_X} \frac{x_X \mathcal{N}_A}{100 M_X} \end{aligned}$$

Soit :

$$\mathcal{P}_{th,d} = \frac{0,69 \times \mathcal{N}_A}{100} \sum_{X=1}^3 \frac{x_X \epsilon_X}{\tau_X M_X}$$

II.1.3. La puissance volumique p dégagée par radioactivité :

$$p = \frac{\mathcal{P}_d}{V} = \frac{m \mathcal{P}_{th,d}}{V} = \rho_G \mathcal{P}_{th,d} = \frac{0,69 \times \mathcal{N}_A \times \rho_G}{100} \sum_{X=1}^3 \frac{x_X \epsilon_X}{\tau_X M_X}$$

Application numérique : $p = 2,4 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-3}$.

II.2. Conduction de chaleur vers le sol

II.2.1. Loi de Fourier: Le flux surfacique ou vecteur densité thermique est proportionnel au gradient de la température.

$$\vec{J}_{th} = -\lambda_{th} \overrightarrow{\text{grad}T}(\vec{r}, t)$$

λ_{th} est la conductivité thermique ; son unité est $\text{W.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$

II.2.2.

Appliquons le premier principe de la thermodynamique à la tranche de section Σ comprise entre z et $z + dz$:

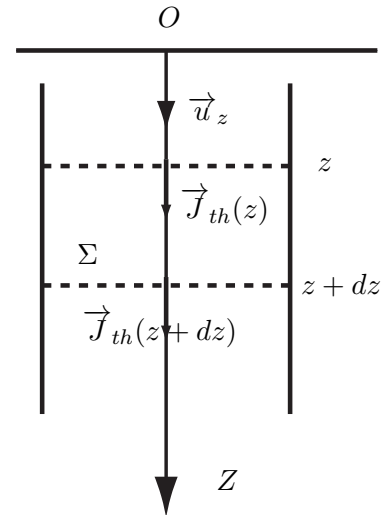
- ▷ entre t et $t + dt$: $dU = \delta Q = \delta Q^e + \delta Q^p$;
- ▷ En régime permanent $dU = 0$ et $J_{th}(z, t) = J_{th}(z) = -\lambda \frac{dT(z)}{dz}$;

$$\delta Q^p = p d\tau dt$$

$$\delta Q^e = (\varphi_e - \varphi_s) dt = (J_{th}(z) - J_{th}(z + dz)) \Sigma dt = -\frac{dJ_{th}(z)}{dz} d\tau dt$$

Soit :

$$\frac{dJ(z, t)}{dz} = -\lambda \frac{d^2 T(z)}{dz^2} = p \quad (\text{EQ II-3})$$



II.2.3. La solution de l'équation précédente (EQ II-3) s'écrit :

$$T(z) = -\frac{p}{2\lambda} z^2 + Az + B \quad \text{avec} \quad T(z=0) = T_1 \quad \text{et} \quad T(z=h) = T_2$$

Soit :

$$T(z) = -\frac{p}{2\lambda} z^2 + \left[\frac{T_2 - T_1}{h} + \frac{ph}{2\lambda} \right] z + T_1$$

II.2.4.

$$\varphi_i = \varphi_{Sol \rightarrow \text{extérieur}} = +\lambda \frac{dT(z)}{dz} (z=0) = \lambda \frac{T_2 - T_1}{h} + \frac{ph}{2}$$

II.2.5.

$$\%rad/puiss = 100 \times \frac{[\text{La contribution de la radioactivité}]}{\varphi_i} = 100 \times \frac{\left[\frac{ph}{2} \right]}{2\varphi_i} = 100 \times \frac{ph}{2\varphi_i}$$

La puissance restante est attribué au noyau Terrestre !!

II.3. $\varphi_s = 1,36 \text{ kWm}^{-2} \gg \varphi_c = 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$ et φ_c ne peut être qu'inférieur à φ_i :

$$\varphi_c < \varphi_i \ll \varphi_s$$

III- L'atmosphère et les océans de la Terre

III.1. L'atmosphère de la Terre

III.1.1. Énergie interne molaire d'un gaz parfait

$U_m = c_{vm}T + U_{om}$ avec c_{vm} est la capacité thermique molaire à volume constant et U_{om} une constante.

III.1.2. pour une particule ponctuelle de masse m , la seule contribution de l'énergie cinétique est celle de translation :

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \implies \langle \varepsilon_c \rangle = \frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle \quad \underbrace{\quad}_{\text{Théorème d'équipartition}} \quad 3 \times \frac{1}{2}kT$$

$$\text{Soit :} \quad v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

III.1.3. L'énergie mécanique d'une particule de masse m dans le champ gravitationnel terrestre :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}mv^2 - \mathcal{G} \frac{M_t m}{r}$$

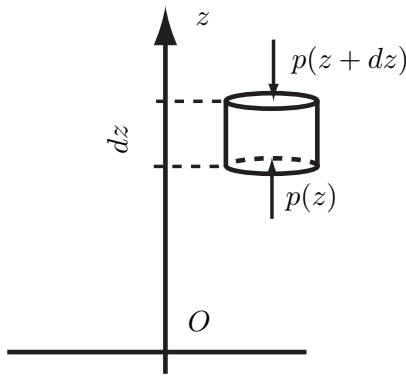
La vitesse de libération est la *vitesse minimale* v_ℓ à communiquer à la particule pour s'échapper à l'attraction gravitationnelle ; la particule se trouve, alors, dans un état libre et sa trajectoire est *parabolique* : $\varepsilon_m(v_\ell) = 0$.

$$\text{Soit : } v_\ell = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}M_t}{R_t}}$$

III.1.4. La condition de la rétention de l'atmosphère par la Terre est telle que $v_q < v_\ell$.

$$\text{Soit : } T < \frac{2\mathcal{G}M_t m}{3kR_t}$$

III.2.



Considérons un tranche cylindrique (volume $d\tau = Sdz$) de gaz parfait, de masse $dm = \rho(z)d\tau$. La condition d'équilibre de cette tranche se traduit par :

$$p(z)S - p(z+dz)S - dm g = 0$$

$$\text{ou } \frac{dp(z)}{dz} + \rho(z)g = 0 \quad (\text{EQ III-4})$$

$p(z)$ est la pression du gaz à la cote z , et g est l'accélération de pesanteur.

III.3. Modèle de l'atmosphère isotherme : $T = T_o$

III.3.1. De l'équation précédente (EQ III-4) et l'équation d'état d'un gaz parfait : $p(z) = \frac{\rho(z)RT}{M}$:

$$\frac{dp(z)}{dz} + \frac{Mg}{RT_o} p(z) = 0 \quad \Rightarrow \quad p(z) = P_o \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \quad \text{avec} \quad H = \frac{RT_o}{Mg}$$

III.3.2. Facteur de Boltzmann : $\exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$.

III.3.3. Applications numériques

$$H \approx 8,6 \text{ km} \quad \text{avec} \quad p(z = H) \approx 0,37 \text{ bar}$$

III.3.4.

$$p(z = 1 \text{ m}) \approx P_o \quad \text{expression indépendante de } z$$

III.4. Quelques ordres de grandeur sur l'atmosphère et les océans

III.4.1. Modes de transferts thermiques : Conduction, convection et rayonnement !!

III.4.2. Loi de Newton

$$\varphi_{a \rightarrow s} = h_s(T - T_s) \quad \text{et} \quad \varphi_{a \rightarrow o} = h_{oc}(T - T_{oc})$$

h_s et h_{oc} sont, respectivement, des coefficients d'échanges entre l'atmosphère et le sol, et entre l'atmosphère et les océans.

III.4.3. La masse de l'atmosphère $M_{at} = \int_{\text{Atmosphère}} \rho d\tau$;

Si on modélise l'atmosphère par une sphère de centre O' (centre de la Terre) et de rayon $r = R_t + z$:

$$M_{at} = 4\pi \int_{\text{Atmosphère}} r^2 \rho(r) dr \quad \text{et} \quad \rho(r) = \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(-\frac{z}{H}\right) = \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(-\frac{r - R_t}{H}\right)$$

$$\Rightarrow M_{at} = 4\pi \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(\frac{R_t}{H}\right) \int_{R_t}^{+\infty} r^2 \exp\left(-\frac{r}{H}\right) dr$$

$$= 4\pi H^3 \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(\frac{R_t}{H}\right) \int_{R_t}^{+\infty} x^2 \exp\left(-\frac{x}{H}\right) dx$$

$$= 4\pi H^3 \frac{MP_o}{RT_o} \left(2 + 2\frac{R_t}{H} + \frac{R_t^2}{H^2}\right) \approx 4\pi H R_t^2 \frac{MP_o}{RT_o}$$

Application numérique : $M_{at} = 4\pi R_t^2 \frac{P_o}{g} \simeq 5 \times 10^{18} \text{ kg}$.

Commentaires : $M_{at} \ll M_t$ ainsi le barycentre du système {Atmosphère-Terre} est le centre O' de la Terre et que l'atmosphère n'est pas fixe par rapport à un observateur Terrestre.

III.4.4. La masse des océans : $M_{oc} = \rho_{oc} \underbrace{V_{oc}}_{\text{Volume couvert par les océans}} \simeq 70\% \rho_{oc} \frac{4}{3} \pi [(R_t + h_{oc})^3 - R_t^3]$.

$$\text{Soit } M_{oc} = 2,8\pi R_t^2 h_{oc} \rho_{oc} \simeq 1,4 \times 10^{21} \text{ kg}$$

III.4.5.

$$M_{oc} = 1,4 \times 10^{21} \text{ kg} \gg M_{at} = 5 \times 10^{18} \text{ kg}$$

L'atmosphère est, par conséquent, plus sensible aux perturbations climatiques dues à l'activité humaine !!

III.5. Lors d'un changement d'état physique d'un corps pur d'une phase φ_1 à une phase φ_2 , la pression p varie en fonction de T selon la relation :

$$L_{\varphi_1 \rightarrow \varphi_2} = T(v_2 - v_1) \left(\frac{dp}{dT} \right) = T \Delta v \left(\frac{dp}{dT} \right)$$

$L_{\varphi_1 \rightarrow \varphi_2}$ est la chaleur latente (massique ou molaire) de changement d'état.

Δv est la variation du volume (massique ou molaire) du corps au cours de son changement d'état.

