

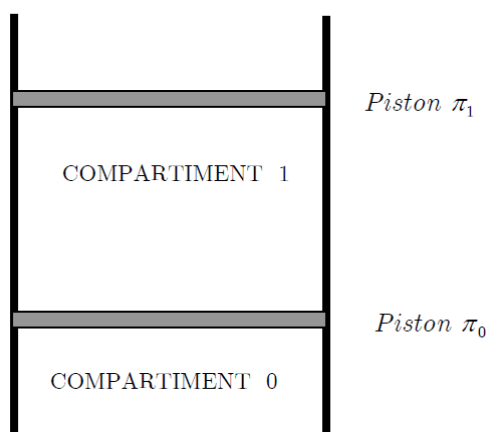
DNS

Sujet

Thermodynamique de base avec changements d'états.....	1
I. Étude de différentes transformations subies par un gaz parfait.....	2
A. Transformation AB.....	2
B. Transformation BC.....	3
II. Gaz parfait et mélange liquide-vapeur.....	3
A. Travail préparatoire.....	3
B. Transformation au contact d'un thermostat.....	4
1) État d'équilibre D.....	4
2) État d'équilibre D'.....	4

Thermodynamique de base avec changements d'états

On considère un dispositif expérimental constitué d'un cylindre vertical ouvert dans l'atmosphère, aux parois indéformables, de section S , dans lequel deux pistons de masse et d'épaisseur négligeables peuvent se déplacer. Ces deux pistons, notés π_0 et π_1 définissent deux compartiments étanches dans le cylindre (cf *figure*).



Les parois peuvent être soit calorifugées soit rendues perméables à la chaleur. Les pistons peuvent être soit bloqués soit libres de se déplacer sans frottement.

Données :

Section du cylindre: $S=10^{-2} m^2$

Accélération de la pesanteur: $g=10 m s^{-2}$

Pression atmosphérique: $p_{atm}=10^5 Pa$

Rapport de capacités thermiques du dioxygène: $\gamma_0=1,4$

Constante des gaz parfaits massique pour le dioxygène: $r_0=260 J K^{-1} kg^{-1}$

Rapport de capacités thermiques du diazote: $\gamma_1=1,4$

Constante des gaz parfaits massique pour le diazote: $r_1=297 J K^{-1} kg^{-1}$

Constante universelle des gaz parfaits: $R=8,31 J K^{-1} mol^{-1}$

Masse molaire de l'air: $M_A=29 g mol^{-1}$

Masse molaire de l'eau : $M_E=18 g mol^{-1}$

Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_l=1000 kg.m^{-3}$

Capacité calorifique massique à volume constant de l'air: $c_v=716 J kg^{-1} K^{-1}$

*Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de vapeur :
 $c_{p,g}=1616 J kg^{-1} K^{-1}$*

*Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de liquide:
 $c_{p,l}=4180 J kg^{-1} K^{-1}$*

Pression de saturation de l'eau pour une température de $T_0=373K$: $P_0=10^5 Pa$

Chaleur latente massique de vaporisation (enthalpie massique de changement d'état) de l'eau à la température $T_0=373K$: $l_v(T_0)=2240 kJ.kg^{-1}$

I. Étude de différentes transformations subies par un gaz parfait

Le compartiment inférieur contient du dioxygène assimilé à un gaz parfait. Le compartiment supérieur contient du diazote également assimilé à un gaz parfait. Les parois du cylindre sont perméables à la chaleur. Le piston π_1 est perméable à la chaleur. Le piston π_0 est calorifugé.

A. Transformation AB

On bloque le piston π_0 . Le piston π_1 peut se déplacer librement. Le dispositif expérimental est alors dans l'état d'équilibre noté A . Le dioxygène contenu dans le compartiment 0 est

caractérisé par une pression $P_A^0 = 10^5 \text{ Pa}$ et une température $T_A^0 = 300 \text{ K}$. La longueur du compartiment 0 est alors $d_A^0 = 0,2 \text{ m}$. Le diazote contenu dans le compartiment 1 est caractérisé par une pression $P_A^1 = 10^5 \text{ Pa}$ et une température $T_A^1 = 300 \text{ K}$. La longueur du compartiment 1 est alors $d_A^1 = 0,15 \text{ m}$.

On place le cylindre au contact d'une source (thermostat) à la température $T_s = 600 \text{ K}$. On note P_B^0 , T_B^0 , d_B^0 , P_B^1 , T_B^1 , d_B^1 les différentes grandeurs dans le nouvel état d'équilibre B .

1. Exprimer puis calculer la masse m_0 de dioxygène contenue dans le compartiment 0 et la masse m_1 de diazote contenue dans le compartiment 1.
2. Pour chaque gaz, caractériser la transformation subie. En déduire P_B^0 , T_B^0 , d_B^0 , P_B^1 , T_B^1 , d_B^1 .
3. Pour chaque gaz et pour le système, faire un bilan d'énergie au cours de la transformation AB .
4. Faire un bilan d'entropie au cours de la transformation AB et déterminer l'entropie produite.

B. Transformation BC

Le deux sous-systèmes étant dans l'état d'équilibre B , on bloque le piston π_1 , puis on débloque le piston π_0 . L'état d'équilibre final est noté C .

5. Déterminer P_C^0 , T_C^0 , d_C^0 , P_C^1 , T_C^1 , d_C^1 .
6. Faire un bilan d'entropie au cours de la transformation BC et déterminer l'entropie produite.

II. Gaz parfait et mélange liquide-vapeur

Le compartiment supérieur est rempli d'air et le compartiment inférieur est rempli d'eau en équilibre diphasique. L'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits et le liquide est supposé parfaitement incompressible.

A. Travail préparatoire

Pour un mélange liquide-vapeur à l'équilibre à la température T , la pression de saturation est reliée à la température par la relation de Clapeyron: $l_v(T) = T \frac{dP_{sat}}{dT} (v_g - v_l)$ dans laquelle $l_v(T)$ désigne la chaleur latente massique de vaporisation, égale à la différence des enthalpies massiques de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation. Le terme $\frac{dP_{sat}}{dT}$ est la dérivée de la pression de saturation par rapport à la température de saturation, v_g et v_l représentent respectivement, le volume massique de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation pour la température considérée.

7. Donner l'expression du volume massique v_g de la vapeur d'eau à la saturation en fonction de la pression P_{sat} , de la température T , de M_E et de R .
8. Montrer numériquement que pour des pressions et des températures respectivement voisines de 10^5 Pa et 373 K , le volume massique de l'eau liquide est négligeable devant celui de la

vapeur. On fera cette hypothèse pour la suite.

9. Justifier rapidement que si $\frac{T}{T_0} \approx 1$ la relation de Clapeyron permet d'écrire de manière approchée pour la pression de saturation de l'eau à la température T :

$$P_{sat} \approx P_0 \exp \left[\frac{M_E l_v(T_0)}{R T_0^2} (T - T_0) \right]. \text{ On utilisera cette expression pour les calculs de la partie suivante.}$$

B. Transformation au contact d'un thermostat

Les parois du cylindre et les pistons sont perméables à la chaleur. Le piston π_0 est libre de se déplacer et le piston π_1 est bloqué. Une partie de l'eau peut être sous forme liquide, le reste sous forme de vapeur.

1) État d'équilibre D

Dans l'état initial d'équilibre noté D , on mesure la température dans un compartiment $T_D = 380 \text{ K}$, la longueur du compartiment 1 (rempli d'air) $d_D^1 = 0,1 \text{ m}$ et la longueur du compartiment 0 (rempli d'eau) $d_D^0 = 0,1 \text{ m}$. Dans le compartiment 0, on note que l'eau est sous forme de liquide et vapeur et que la hauteur d'eau liquide en bas du compartiment vaut $d_{D,l}^0 = 0,002 \text{ m}$.

10. Calculer la pression d'équilibre P_D .

11. Calculer la masse d'air m_A dans le compartiment 1 et la masse d'eau m_E dans le compartiment 0.

12. Calculer le titre massique de vapeur d'eau x_D dans le compartiment 0.

2) État d'équilibre D'

Le cylindre est mis au contact d'un thermostat à la température 390 K . Le système atteint un nouvel état d'équilibre noté D' .

13. Montrer en raisonnant par l'absurde (on calculera la valeur de d^0 correspondante) que l'eau ne peut pas se trouver sous forme de vapeur sèche dans le compartiment 0.

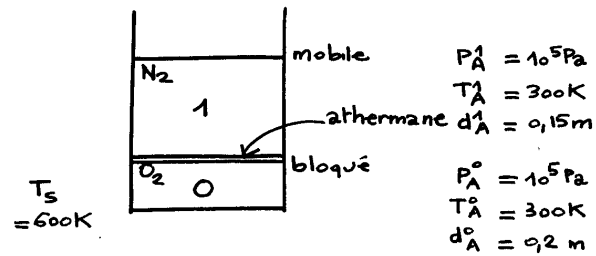
14. Montrer en raisonnant par l'absurde (on calculera la valeur de P^1 correspondante dans le compartiment 1) que l'eau ne peut pas se trouver entièrement sous forme liquide dans le compartiment 0.

15. Calculer la pression d'équilibre $P_{D'}$.

16. Calculer, à l'équilibre, la longueur du compartiment remplie d'air $d_{D'}^1$.

17. Calculer, à l'équilibre, la masse volumique de la vapeur d'eau, la hauteur de la zone vapeur $d_{D',v}^0$, la hauteur de la zone liquide $d_{D',l}^0$, le titre massique de vapeur d'eau $x_{D'}$.

Réponses



$$1) \quad n = \frac{PV}{RT}$$

$$m = \frac{PV}{RT} M \quad \text{avec } r = R/M$$

$$m = \frac{PSd}{rT}$$

A.N.

$$m_0 = \frac{10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,2}{260 \cdot 300}$$

$$m_0 = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_1 = \frac{10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,15}{297 \cdot 300}$$

$$m_1 = 1,68 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

3) compartiment 0 :

chauffage isochore

compartiment 1 :

chauffage isobare

$$T_B^0 = T_S = 600 \text{ K}$$

$$d_B^0 = d_A^0 = 0,2 \text{ m}$$

(cf isochore)

$$\frac{P_B^0}{T_B^0} = \frac{P_A^0}{T_A^0}$$

$$P_B^0 = P_A^0 \frac{T_B^0}{T_A^0}$$

A.N.

$$= 10^5 \frac{600}{300}$$

$$P_B^0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_B^1 = T_S = 600 \text{ K}$$

$$P_B^1 = P_B^0 = 10^5 \text{ Pa} \quad (\text{cf isobare})$$

$$\frac{d_B^1}{T_B^1} = \frac{d_A^1}{T_A^1}$$

$$d_B^1 = d_A^1 \frac{T_B^1}{T_A^1}$$

A.N.

$$= 0,15 \frac{600}{300}$$

$$d_B^1 = 0,3 \text{ m}$$

3) Bilan d'énergie pour le compartiment 0

$$\Delta U_0 \begin{cases} \Delta U_0 = \underbrace{W_0}_{\text{nul}} + Q_0 \quad (\text{cf } Q_V = \Delta U) \\ \Delta U_0 = m_0 \frac{r_0}{\gamma - 1} (T_B^0 - T_A^0) \end{cases}$$

$$\Delta U_0 = \frac{P_A^0 d_A^0 S}{\gamma - 1} \left(\frac{T_B^0}{T_A^0} - 1 \right)$$

A.N.

$$= \frac{10^5 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2}}{1,4 - 1} \left(\frac{600}{300} - 1 \right) = 500 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \Delta U_0 &= 500 \text{ J} \\ W_0 &= 0 \\ Q_0 &= 500 \text{ J} \end{aligned}$$

Bilan d'énergie pour le compartiment 1

$$\Delta U_1 \begin{cases} \Delta U_1 = W_1 + Q_1 \\ \Delta U_1 = \frac{P_A^1 d_A^1 S}{\gamma - 1} \left(\frac{T_B^1}{T_A^1} - 1 \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} \quad &= \frac{10^5 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2}}{1,4 - 1} \left(\frac{600}{300} - 1 \right) \\ &= 375 \text{ J} \end{aligned}$$

avec :

$$Q_1 = Q_P = \Delta H_1 = \gamma \Delta U_1 \quad (\text{cf gaz parfait})$$

$$Q_1 = 8 \Delta U_1$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= 1,4 \times 375 \\ &= 525 \text{ J} \end{aligned}$$

avec

$$W_1 = - \int_{P_{\text{ext}}} P_{\text{ext}} dV$$

$$= - P_A^1 (V_B^1 - V_A^1)$$

$$W_1 = - P_A^1 S (d_B^1 - d_A^1)$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= - 10^5 10^{-2} (0,3 - 0,15) \\ &= - 150 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\Delta U_1 = 375 \text{ J}$$

$$W_1 = -150 \text{ J}$$

$$Q_1 = 525 \text{ J}$$

Bilan d'énergie pour l'ensemble

$$\begin{array}{ccccc} \Delta U & = & W & + & Q \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \Delta U_1 + \Delta U_2 & & W_1 + W_2 & & Q_1 + Q_2 \end{array}$$

$$\Delta U = 875 \text{ J}$$

$$W = -150 \text{ J}$$

$$Q = 1025 \text{ J}$$

4) Bilan d'entropie pour le compartiment 0

$$\Delta S_0 = \Delta S_0 = S_{\text{ech}}^0 + S_{\text{créé}}^0$$

$$\Delta S_0 = \frac{m_0 r_0}{\gamma - 1} \ln \frac{T_B^0}{T_A^0} + m_0 r_0 \ln \frac{V_B^0}{V_A^0}$$

nul

$$\Delta S_0 = \frac{P_A^0 d_A^0 S}{(\gamma - 1) T_A^0} \ln \frac{T_B^0}{T_A^0}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= \frac{10^5 0,2 10^2}{(1,4 - 1) 300} \ln \frac{600}{300} \\ &= 116 \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{S}_{\text{ech}}^0 = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{frontière}}}$$

$$\boxed{\mathcal{S}_{\text{ech}}^0 = \frac{Q_0}{T_S}}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= \frac{500}{600} \\ &= 0,833 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta S_0 &= 1,16 \text{ JK}^{-1} \\ \mathcal{S}_{\text{ech}}^0 &= 0,833 \text{ JK}^{-1} \\ \mathcal{S}_{\text{créé}}^0 &= 0,322 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

Bilan d'entropie pour le compartiment 1

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= \mathcal{S}_{\text{ech}}^1 + \mathcal{S}_{\text{créé}}^1 \\ \Delta S_1 &= \frac{m_1 r_1 \gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_B^1}{T_A^1} - \underbrace{m_1 r_1 \ln \frac{P_B^1}{P_A^1}}_{\text{nul}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta S_1 = \frac{P_A^1 d_A^1 S \gamma}{(\gamma - 1) T_A^1} \ln \frac{T_B^1}{T_A^1}}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= \frac{10^5 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2} \cdot 1,4}{(1,4 - 1) \cdot 300} \ln \frac{600}{300} \\ &= 1,21 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{S}_{\text{ech}}^1 = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{frontière}}}$$

$$\boxed{\mathcal{S}_{\text{ech}}^1 = \frac{Q_1}{T_S}}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= \frac{525}{600} \\ &= 0,875 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= 1,21 \text{ JK}^{-1} \\ \mathcal{S}_{\text{ech}}^1 &= 0,875 \text{ JK}^{-1} \\ \mathcal{S}_{\text{créé}}^1 &= 0,338 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

Bilan d'entropie pour l'ensemble

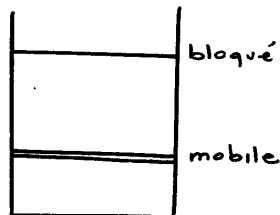
$$\begin{array}{ccccc} \Delta S & = & \mathcal{S}_{\text{ech}} & + & \mathcal{S}_{\text{créé}} \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \Delta S_1 + \Delta S_2 & & \mathcal{S}_{\text{ech}}^0 + \mathcal{S}_{\text{ech}}^1 & & \mathcal{S}_{\text{créé}}^0 + \mathcal{S}_{\text{créé}}^1 \end{array}$$

$$\Delta S = 2,37 \text{ J K}^{-1}$$

$$s_{\text{ech}} = 1,71 \text{ J K}^{-1}$$

$$s_{\text{créé}} = 0,660 \text{ J K}^{-1}$$

$$T_S = 600 \text{ K}$$



$$P_B^1 = 1.10^5 \text{ Pa}$$

$$T_B^1 = 600 \text{ K}$$

$$d_B^1 = 0,3 \text{ m}$$

$$P_B^0 = 2.10^5 \text{ Pa}$$

$$T_B^0 = 600 \text{ K}$$

$$d_B^0 = 0,2 \text{ m}$$

5)

compartiment 0 :

détente monotherme

compartiment 1 :

compression monotherme

$$T_C^0 = T_S = 600 \text{ K}$$

$$T_C^1 = T_S = 600 \text{ K}$$

De plus puisque $PV = \text{constante}$ pour chaque compartiment :

$$\left. \begin{aligned} P_C^0 d_C^0 &= P_B^0 d_B^0 \\ P_C^1 d_C^1 &= P_B^1 d_B^1 \end{aligned} \right\}$$

avec puisque il y a équilibre mécanique de Π_0

$$P_C^0 = P_B^1$$

et puisque Π_1 est bloqué

$$d_C^0 + d_C^1 = d_B^0 + d_B^1$$

finalement, en faisant la somme des deux équations de départ

$$P_C^0 = P_C^1 = \frac{P_B^0 d_B^0 + P_B^1 d_B^1}{d_B^0 + d_B^1}$$

$$\text{A.N.} \quad = \frac{2.10^5 \times 0,2 + 1.10^5 \times 0,3}{0,2 + 0,3}$$

$$P_C^0 = P_C^1 = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$d_C^0 = \frac{P_B^0}{P_C^0} d_B^0$$

$$\text{A.N.} = \frac{2 \cdot 10^5}{1,4 \cdot 10^5} \cdot 0,2$$

$$d_C^0 = 0,286 \text{ m}$$

$$d_C^1 = \frac{P_B^1}{P_C^1} d_B^1$$

$$\text{A.N.} = \frac{1 \cdot 10^5}{1,4 \cdot 10^5} \cdot 0,3$$

$$d_C^1 = 0,214 \text{ m}$$

$$\textcircled{g} \quad \Delta S_{0+1} \begin{array}{l} \text{bilan} \\ \text{expression} \end{array} = \underbrace{\Delta S_{0+1}}_{\text{échange}} + \underbrace{\Delta S_{0+1}}_{\text{créé}} = \Delta S_0 + \Delta S_1$$

→ avec (je prends les formules donnant ΔS en fn des P et T)

$$\Delta S_{0+1} = -m_0 r_0 \ln \frac{P_C^0}{P_B^0} - m_1 r_1 \ln \frac{P_C^1}{P_B^1}$$

$$\Delta S = - \left[\left(\frac{P_A^0 d_A^0 S}{T_A^0} \right) \ln \left(\frac{P_C^0}{P_B^0} \right) + \left(\frac{P_A^1 d_A^1 S}{T_A^1} \right) \ln \left(\frac{P_C^1}{P_B^1} \right) \right]$$

$$\text{A.N.} = - \left[\frac{10^5 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2}}{300} \ln \left(\frac{1,4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5} \right) + \frac{10^5 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2}}{300} \ln \left(\frac{1,4 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right) \right]$$

$$\Delta S = 0,0695 \text{ JK}^{-1}$$

→ entropie échangée.

Application du premier principe :

$$\Delta U_{0+1} = \underbrace{W_{0+1}}_{\text{nul car indéformable}} + Q_{0+1}$$

$$\Delta U_{0+1} = 0 \quad \text{car gaz parfait et T inchangé.}$$

d'où

$$Q_{0+1} = 0$$

(le gaz 0 a reçu de la "chaleur", le gaz 1 en a perdu)

| le total étant nul)

$$\dot{s}_{0+1 \text{ échange}} = \frac{Q_{0+1}}{T_s}$$

$$\dot{s}_{0+1 \text{ échange}} = 0$$

$$\dot{s}_{0+1 \text{ créé}} = \Delta S = 0,0695 \text{ J K}^{-1}$$

7) $P v = n T$

$$v = \frac{n T}{P}$$

$$v_g = \frac{R T}{M_E P_{\text{sat}}}$$

8) $v_l = \frac{1}{\rho_l}$

A.N. $v_g = \frac{8,31 \cdot 373}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}$

$$v_g = 1,72 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$v_l = 0,001 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

On a effectivement

$$v_l \ll v_g$$

9) $l_v(T) = T \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} (v_g - v_l)$

on néglige $v_l \ll v_g$ et on remplace v_g par $\frac{RT}{M_E P_{\text{sat}}}$

$$l_v(T) \simeq T \frac{dP_{\text{sat}}}{dT} \left(\frac{RT}{M_E P_{\text{sat}}} \right)$$

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{P_{\text{sat}}} = \frac{M_E l_v(T)}{R} \frac{dT}{T^2}$$

on intègre, en faisant $l_v(T) \simeq l_v(T_0)$ car $T \simeq T_0$

$$\int_{P_0}^{P_{sat}} \frac{dP}{P} = \frac{M_E l_v(T_0)}{R} \int_{T_0}^T \frac{dT}{T^2}$$

$$\ln \frac{P_{sat}}{P_0} = \frac{M_E l_v(T_0)}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

$$P_{sat} = P_0 \exp \left(\frac{M_E l_v(T_0)}{R} \frac{T - T_0}{T_0 T} \right)$$

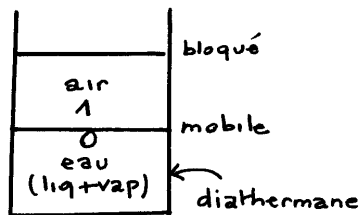
(en posant alors $T = T_0(1+\varepsilon)$ car $T \simeq T_0$)

$$\text{on aura } \frac{T - T_0}{T_0 T} = \frac{\varepsilon}{T_0(1+\varepsilon)}$$

$$\simeq \frac{\varepsilon}{T_0} \quad \text{au premier ordre en } \varepsilon$$

$$= \frac{T - T_0}{T_0^2}$$

et l'on obtient la formule proposée.



$$\begin{aligned} P_D^1 &= P_D^0 = P_D \\ T_D^1 &= 380\text{ K} \\ d_D^1 &= 0,1\text{ m} \\ P_D^0 &= 10^5\text{ Pa} \\ T_D^0 &= 373\text{ K} \\ d_D^0 &= 0,1\text{ m} \\ \begin{cases} d_{D,v}^0 &= 0,098\text{ m} \\ d_{D,l}^0 &= 0,002\text{ m} \end{cases} \end{aligned}$$

$$1) \quad P_D^1 = P_D^0 = P_{D,sat}$$

C'est la pression de saturation à 380K

$$P_D = P_0 \exp \left(\frac{M_E l_v(T_0)}{R T_0^2} (T - T_0) \right)$$

$$= 10^5 \exp \left(\frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 2240 \cdot 10^3}{8,31 (373)^2} (380 - 373) \right)$$

$$P_D = 1,28 \cdot 10^5 P_2$$

11) masse d'air

$$m_A = \frac{P_D V_D^1}{R T_D} M_A$$

$$m_A = \frac{P_D d_D^1 S M_A}{R T_D}$$

$$\text{A.N.} = \frac{1,28 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 380}$$

$$m_A = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

masse d'eau

- sous forme vapeur

$$m_{E,V} = \frac{P_D d_{D,V}^0 S M_E}{R T_D}$$

$$\text{A.N.} = \frac{1,28 \cdot 10^5 \cdot 0,098 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 380}$$

$$m_{E,V} = 0,713 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

- sous forme liquide

$$m_{E,L} = \rho_l V_{D,L}^0$$

$$m_{E,L} = \rho_l d_{D,L}^0 S$$

$$\text{A.N.} = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}$$

$$m_{E,L} = 20,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

- total

$$m_E = m_{E,V} + m_{E,L}$$

$$m_E = 20,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

12) titre massique de vapeur

$$x_D = \frac{m_{E,V}}{m_E}$$

$$x_D = 3,44 \%$$

13) on cherche la pression de saturation à $T_{D1} = 390 \text{ K}$

on trouve

$$P_{D1, \text{sat}} = 1,81 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Si la vapeur est sèche $P < P_{D', \text{sat}}$

$$d_{D'}^0 > \frac{m_E R T_{D'}}{M_E P_{D', S}}$$

$$d_{D'}^0 > 2,06 \text{ m}$$

impossible car la course du piston est limitée à 0,2 m.

14) Si l'eau est totalement liquide :

$$d_{D'}^0 = 2,07 \text{ mm}$$

$$\text{et donc } d_{D'}^1 = 20 - 0,207 = 19,8 \text{ cm}$$

ce qui permet de calculer la pression :

$$P = \frac{m_A R T_{D'}}{V_{D'} M_A} \quad \text{ou :}$$

$$P = P_D \frac{d_D^1}{d_{D'}^1} \frac{T_{D'}}{T_D}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= 1,28 \cdot 10^5 \frac{0,1}{0,198} \frac{390}{380} \\ &= 0,663 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Cela serait aussi la pression de l'eau. Si l'eau est liquide, on doit obtenir

$$P > P_{D', \text{sat}}$$

ce qui n'est pas le cas.

L'hypothèse est donc infirmée.

15) Donc

$$P = P_{D', \text{sat}} = 1,81 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

16)

$$d_{D'}^1 = d_D^1 \frac{P_D}{P_{D'}} \frac{T_{D'}}{T_D}$$

$$\text{A.N.} = 0,1 \frac{1,28 \cdot 10^5}{1,81 \cdot 10^5} \frac{390}{380}$$

$$d_{D'}^1 = 7,24 \text{ cm}$$

17) - masse volumique de l'eau vapeur

$$P v = r T$$

$$v = \frac{r T}{P}$$

$$\rho = \frac{P}{r T}$$

$$\rho_v = \frac{M_E P_v}{R T_{D'}}$$

$$= \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 1,81 \cdot 10^5}{8,31 \cdot 390}$$

$$\rho_v = 1,0048 \text{ kg m}^{-3}$$

- hauteurs de la zone vapeur et de la zone liquide

on a : - masse de l'eau liquide : $m_L = \rho_L d_L S$

- masse de l'eau vapeur : $m_v = \rho_v d_v S$

avec $m_L + m_v = m_E$ ($20,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$)

avec $d_L + d_v = d$ ($20 - 7,24 = 12,76 \text{ cm}$)

le calcul littéral donne :

$$d_L = \frac{m_{E/S} - \rho_v d}{\rho_L - \rho_v}$$

$$d_v = \frac{m_{E/S} - \rho_L d}{\rho_v - \rho_L}$$

et l'application numérique :

$$\begin{aligned} d_L &= 0,195 \text{ cm} \\ d_v &= 12,56 \text{ cm} \end{aligned}$$

- titre massique en vapeur

$$x = \frac{m_v}{m_E}$$

$$x = \frac{\rho_v d_v S}{m_E}$$

$$x = 6,09\%$$