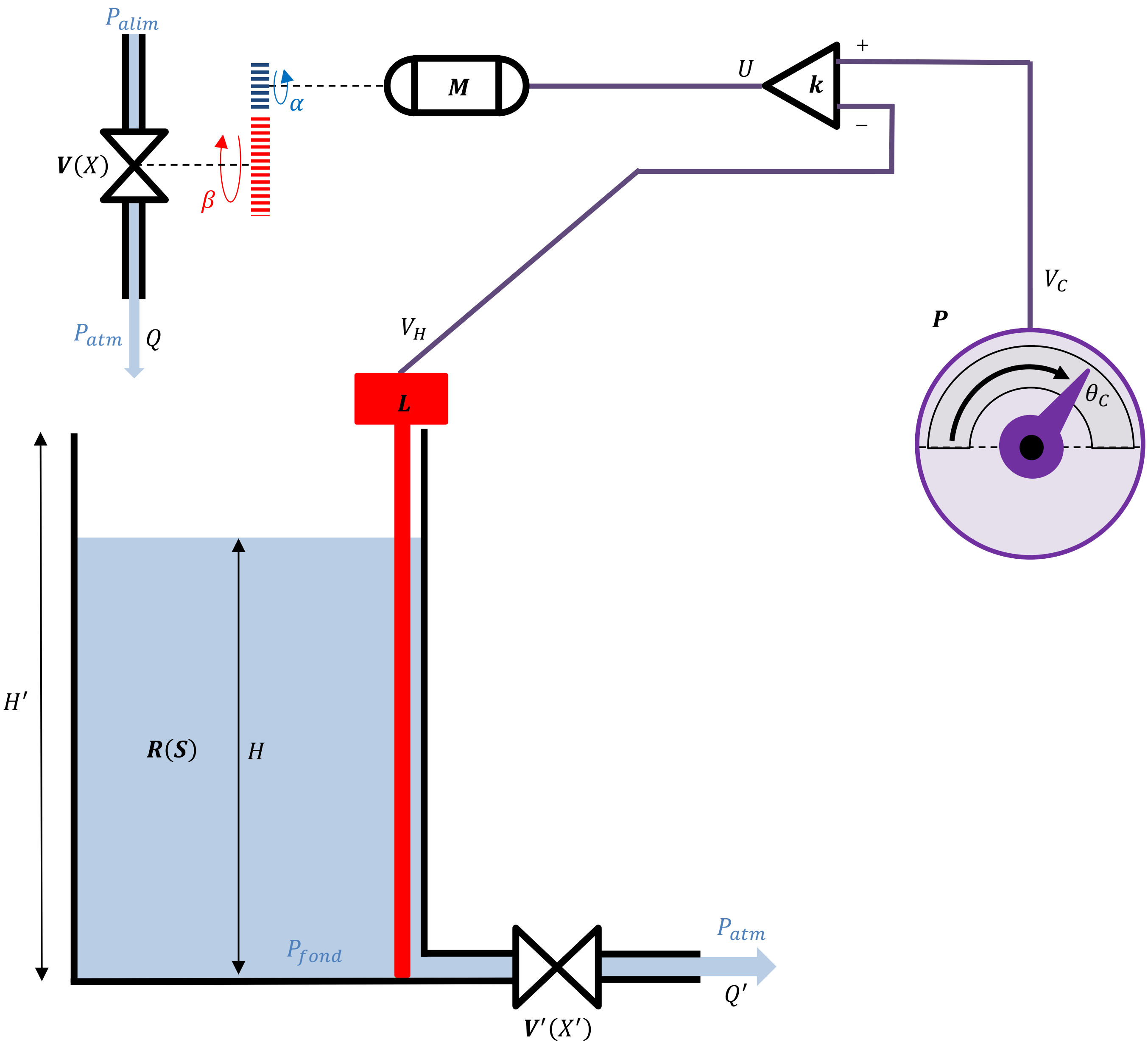
Description du système de régulation de niveau



Partie 1 : Pompage

Schéma bloc

Question 1: Donner l'expression du débit Q en fonction de k_q, X, P_{alim} et P_{atm} et la mettre sous la forme $Q = AX$ où A sera explicité (expression, valeur et unité)

$$Q = k_q X \sqrt{P_{alim} - P_{atm}}$$
$$Q = AX$$
$$A = k_q \sqrt{P_{alim} - P_{atm}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_{alim} - P_{atm}} = \sqrt{\frac{2}{1000}} \sqrt{3 * 10^5 - 101325} = 19{,}93\ m.s^{-1}$$

Question 2: Etablir la relation entre Q, Q', $\dot{H}(t)$ et la section S du réservoir dans le domaine temporel puis dans le domaine de Laplace

La section étant constante, on a :

$$Q(t) - Q'(t) = S\dot{H}(t)$$

On suppose les conditions initiales nulles :

$$Q(p) - Q'(p) = SpH(p) \Leftrightarrow \frac{H(p)}{Q(p) - Q'(p)} = \frac{1}{Sp}$$

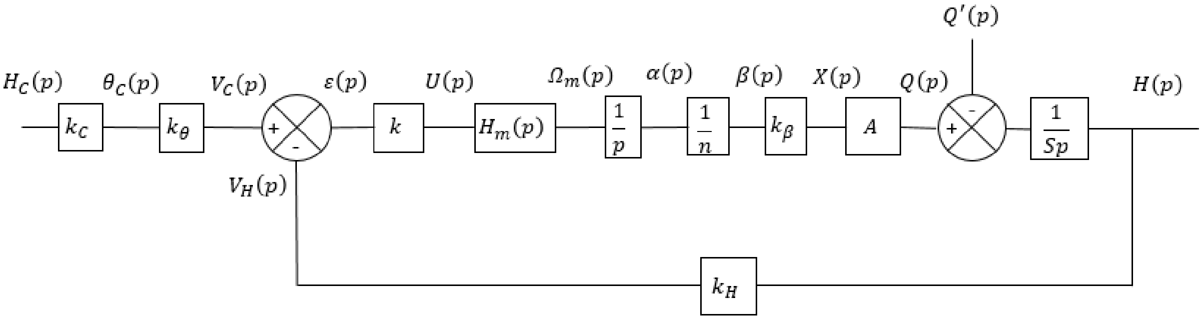
Démonstration :

$$dVol(t) = dH(t) * S$$
$$dH(t) = \dot{H}(t)dt$$
$$dVol = (Q - Q')dt$$

Soit :

$$dH(t) * S = \dot{H}(t)dt * S = (Q - Q')dt$$
$$\dot{H}(t) * S = (Q - Q')$$

Question 3: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 1 avec les données du problème traité



Question 4: Déterminer le gain qui transforme la hauteur de consigne H_C lue par l'opérateur en une position angulaire θ_C du potentiomètre

On suppose que l'opérateur a une bonne vue ☺ S'il veut 0,5 m, il met bien l'indicateur du bouton devant la graduation !

$$H_C^{min} = 0\,m \quad ; \quad H_C^{max} = 1\,m \quad ; \quad \theta_C^{min} = 0° \quad ; \quad \theta_C^{max} = 180°$$

$$\theta_c = k_C H_C$$

Attention aux unités du système international :

$$k_C = \frac{\theta_C^{max}}{H_C^{max}} = \frac{\pi}{1} = \pi = 3{,}14\,rd.m^{-1}$$

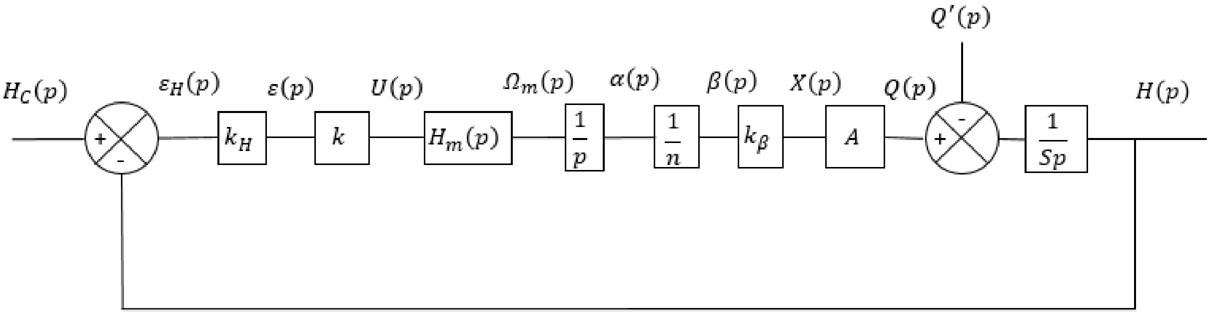
Question 5: Préciser la classe de la $FTBO$ du système et en déduire la valeur du gain du potentiomètre k_θ permettant d'assurer un écart statique entrée/sortie nul

FTBO de classe 2, le cours nous a montré que :

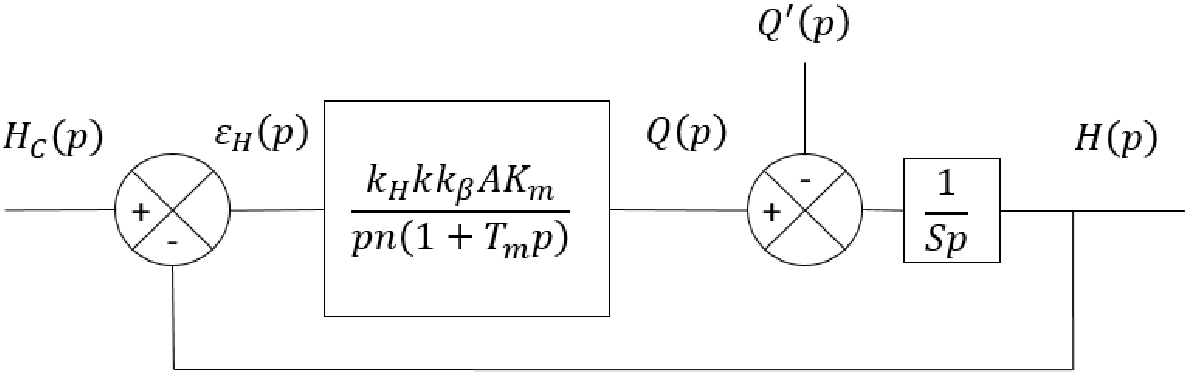
$K_{BF} = \frac{1}{k_H}$ Soit un gain total K_{tot} valant entre H_C et H : $K_{tot} = \frac{k_C k_\theta}{k_H}$ Pour assurer un écart statique nul, il faut donc : $K_{tot} = \frac{k_C k_\theta}{k_H} = 1$	A un temps assez grand : $\varepsilon = 0$ $k_C k_\theta H_C - k_H H = 0$ $k_C k_\theta H_C = k_H H$ $\frac{H}{H_C} = \frac{k_C k_\theta}{k_H}$ On veut $H = H_C$ Soit $\frac{k_C k_\theta}{k_H} = 1$

$$k_C k_\theta = k_H$$
$$k_\theta = \frac{k_H}{k_C} = \frac{1}{\pi} = 0{,}318\,V.rd^{-1}$$

Question 6: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 2-1 afin qu'il soit équivalent au schéma bloc précédemment établi



Question 7: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 2-2



Stabilité du système

Question 8: Déterminer la $FTBO$ notée $G(p)$ associée aux deux entrées H_c et $-Q'$, la mettre sous la forme $\frac{kK}{p^2}\frac{1}{(1+Tp)}$ et donner les expressions littérales, valeurs numériques et unités de K et T

$$G(p) = \frac{k_H k k_\beta A K_m}{pn(1+T_m p)Sp} = \frac{\frac{k_H k k_\beta A K_m}{nS}}{p^2}\frac{1}{(1+T_m p)}$$

$$G(p) = \frac{kK}{p^2}\frac{1}{(1+Tp)}$$

$$\begin{cases} K = \frac{k_H k_\beta A K_m}{nS} = \frac{1 * 0.1 * 19.93 * 10}{10 * 0.01} = 199.34\ s^{-2} \\ T = T_m = 1\ s \end{cases}$$

Remarque unité de k : la FTBO complète est sans unités et elle est de classe 2, donc pour contrer le s^2, il faut k en s^{-2}

Question 9: Le système étudié est-il stable ?

La FTBO est de classe 2, multipliée par un 1° ordre, la phase est donc toujours inférieure à -180°. D'après le critère du Revers, le système est donc toujours instable.

Question 10: Le réglage du facteur k peut-il permettre de stabiliser le système ? Justifier votre réponse

Le facteur k n'a aucune influence sur la phase et ne peut donc en rien stabiliser le système.

Question 11: Proposer les types de correcteurs qui permettraient de stabiliser le système

Deux solutions :

- Dérivateur
- Correcteur à avance de phase (si possible… cf TD5)

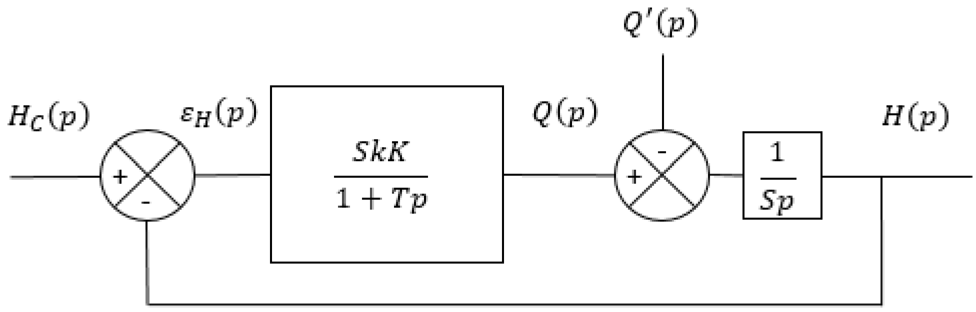
Stabilisation du système – Schéma bloc et fonctions de transfert

Question 12: Donner la nouvelle FTBO $G(p)$ du système corrigé en fonction uniquement des variables k, K et T

$$G(p) = \frac{kK}{p}\frac{1}{(1+Tp)}$$

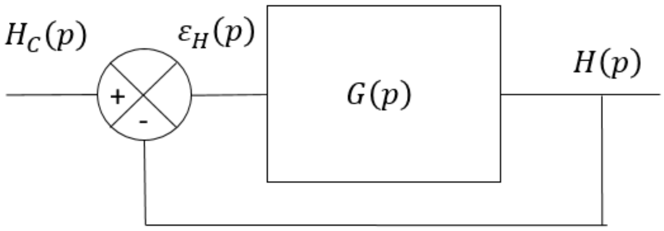
Question 13: Compléter le schéma bloc du document réponse 2-3 en faisant uniquement apparaître les variables S, k, K et T

$$G(p) = \frac{kK}{p}\frac{1}{(1+Tp)} = \frac{SkK}{1+Tp} * \frac{1}{Sp}$$



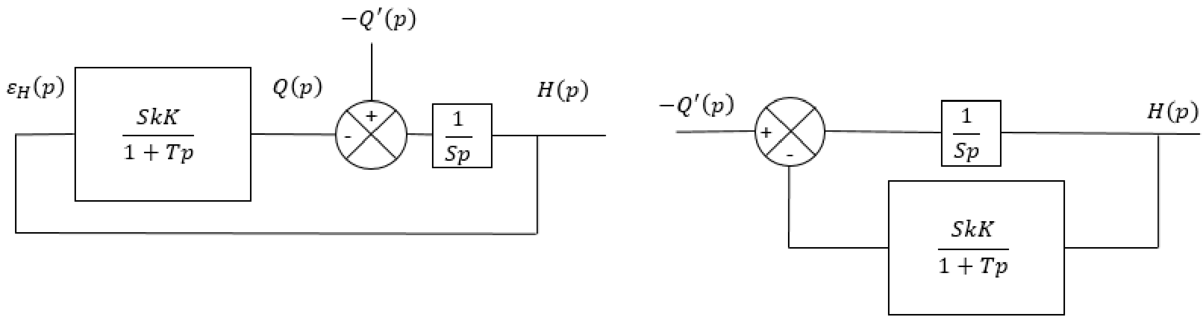
Question 14: Déterminer les fonctions de transfert en boucle fermée $G_H(p)$ et $G_{Q'}(p)$ associées aux deux entrées H_C et Q' telles que $H(p) = G_H(p)H_C(p) - G_{Q'}(p)Q'(p)$ et les mettre sous la forme $G_H(p) = \frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$ et $G_{Q'}(p) = \frac{K_{Q'}(1+Tp)}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$ où les constantes $K_{Q'}$, z et ω_0 seront explicitées en fonction de K, S et T – Proposer un schéma bloc simplifié du système

Théorème de superposition :



$$G_H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{kK}{p(1+Tp)+kK} = \frac{1}{1+\frac{p}{kK}+\frac{T}{kK}p^2}$$

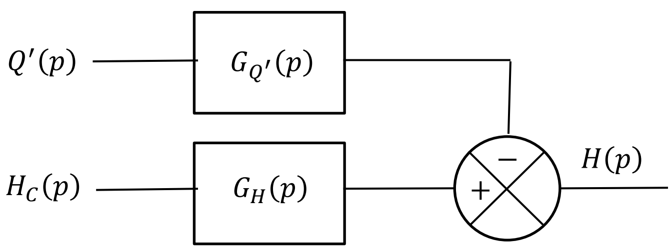
$$\boldsymbol{G_H(p) = \frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}} \quad ; \quad \begin{cases} \boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{kK}{T}}} \\ \boldsymbol{z = \frac{1}{2\sqrt{kKT}}} \end{cases}$$



$$G_{Q'}(p) = \frac{H(p)}{(-Q'(p))} = \frac{\frac{1}{Sp}}{1+\frac{kK}{p(1+Tp)}} = \frac{1}{Sp+\frac{SkK}{(1+Tp)}} = \frac{(1+Tp)}{Sp+STp^2+SkK}$$

$$= \frac{\frac{1}{SkK}(1+Tp)}{1+\frac{p}{kK}+\frac{T}{kK}p^2}$$

$$\boldsymbol{G_{Q'}(p) = \frac{K_{Q'}(1+Tp)}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}} \quad ; \quad \boldsymbol{K_{Q'} = \frac{1}{SkK}}$$



Performances

Question 15: Proposer un réglage du coefficient k permettant de respecter le critère de non-dépassement

Le système ne doit pas présenter de dépassement lors de son remplissage, et on veut qu'il soit le plus rapide possible, il faut donc :

$$z = 1 = \frac{1}{2\sqrt{kKT}} \quad \Leftrightarrow \quad 2\sqrt{kKT} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad kKT = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{1}{4KT} = \frac{1}{4 * 199{,}34 * 1} = 0{,}001254\ (sans\ unités)$$

Question 16: En déduire la valeur numérique de ω_0

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{kK}{T_m}} = \sqrt{\frac{0{,}001254 * 199.34}{1}} = 0{,}5\ rd.s^{-1}$$

Question 17: Commenter les performances de stabilité et de précision (échelon de hauteur et perturbation de pompage en échelon) du système étudié

Stabilité :

- Avec le correcteur ajouté, le système est du second ordre (en BO comme en BF), il est donc stable.

Précision :

- Entre H_c et H :
  - Système de classe 1 et retour unitaire :
    - Ecart au comparateur $\varepsilon_s = 0$
    - $K_{BF} = 1$ donc $\varepsilon_s = E_0(1 - K_{BF}) = 0$
  - $K_{BF} = 1$: $\varepsilon_s = E_0(1 - K_{BF}) = 0$
- Correction de la perturbation :
  - Attention, ou l'écart au comparateur sera nul, mais non, ce n'est pas l'erreur à étudier
  - Classe avant la perturbation nulle, non correction de la perturbation en échelon
  - On peut aussi utiliser la BF précédente, et dire que l'influence de la perturbation sera en $-K_{Q'}Q'_0$, cf question suivante

Il ne respecte donc pas le cahier des charges pour la perturbation.

Question 18: Donner l'expression littérale de l'écart de hauteur dû à une perturbation en débit de pompage Q'_0

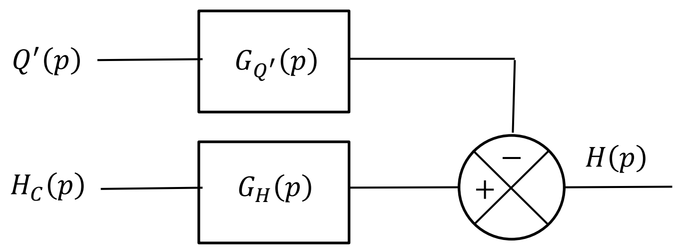
Attention à ne pas commettre l'erreur de prendre l'écart au second comparateur avec le tableau des écarts. On reprend :

$$G_{Q'}(p) = \frac{K_{Q'}(1+Tp)}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{{\omega_0}^2}} \quad ; \quad K_{Q'} = \frac{1}{SkK}$$

On a donc avec les gains statiques (TVF) :

$$H = H_{C_0} - K_{Q'}Q'_0$$

$$\Delta H = -K_{Q'}Q'_0 = -\frac{Q'_0}{SkK}$$



Question 19: Pourquoi ne pas mettre le correcteur à action dérivée après la perturbation ?

On sait corriger des signaux électriques mais avoir une action dérivée sur un débit, comment faire ?

Question 20: Déterminer le temps de réponse du système ainsi obtenu pour une entrée échelon de consigne et vérifier le critère du cahier des charges

$$t_{r_{5\%}} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{0,5} = 10\ s$$

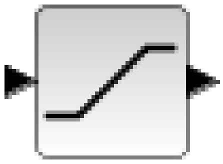
Le cahier des charges précise 10 s, le critère est donc validé.

Question 21: En changeant de correcteur, comment pourrait-on envisager de corriger une perturbation en échelon tout en maintenant un système stable ?

Il faudrait garder une classe 1 avant la perturbation, et donc ajouter un correcteur à avance de phase pour rendre le système de classe 2 stable (si on y arrive, cf TD5…). En tout cas, il faudrait corriger la phase pour que le critère du Revers puisse être respecté.

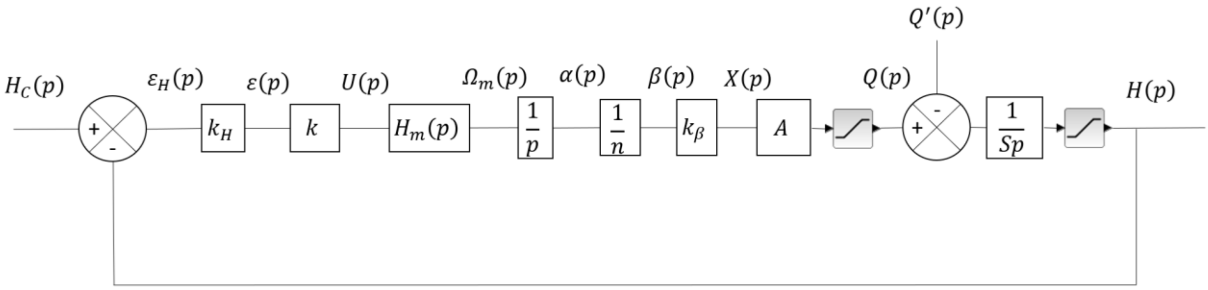
Prise en compte des non-linéarités

Question 22: Préciser le nom des non-linéarités à ajouter, leur symbole, le lieu où les ajouter à l'aide d'une flèche sur le DR 2-1, et les valeurs à y imposer



Il faut ajouter deux saturations :

- Débit d'entrée : $0 < Q < 9999999$
- Hauteur limitée : $0 < H < H' = 1{,}5$



Conditions initiales non nulles ?

Question 23: Préciser comment connaître l'intégralité de ces valeurs

Au départ, le système est à l'équilibre, donc :

- On connait la hauteur initiale à l'équilibre : $H_{c_0} = H_0$
- On connait le débit de fuite initial : Q'_0
- Si une variable en sortie d'un bloc intégrateur est constante, cela veut dire que la variable intégrée en entrée est nulle. Donc, $Q(t) - Q'_0 = 0$ soit $Q(t) = Q_0 = Q'_0$
- En remontant le schéma bloc, on a donc $X_0 = \frac{Q_0}{A}$, $\beta_0 = \frac{X_0}{k_\beta}$, $\alpha_0 = n\beta_0$
- β_0 étant constant, on a donc $\Omega_{m_0} = 0$
- On pourrait continuer à remonter, mais c'est plus simple de repartir de la gauche
- Comme $H_{c_0} = H_0$, $\varepsilon_{H_0} = 0$, donc $\varepsilon_0 = 0$ et $U_0 = 0$

Question 24: Préciser les mises à jour à effectuer sur le schéma bloc obtenu précédemment (variables, blocs, non linéarités)

Variables : On remarque que les variables ne sont pas à conditions initiales nulles, et c'est normal. Il va falloir simuler le système autour de cette position initiale en étudiant des évolutions. Il faut mettre des « d » partout pour étudier les évolutions

Blocs linéaires : RAS ! En effet :

- Le système est linéaire, on garde les relations linéaires avec les dV :

$$S = kE \quad ; \quad \Delta S = k\Delta E \quad ; \quad (S_0 + dS) - S_0 = k\big((E_0 + dE) - E_0\big) \quad ; \quad dS = kdE$$

- La relation entre $d\alpha(p)$ et $d\Omega(p)$ est inchangée. Pour le démonter, ayez bien conscience que $d\alpha(t)$ est une variable, mais pour éviter toute confusion, renommons les variables, par exemple $d\alpha(t) = \alpha'(t)$. Rappelez vous que $\Omega_0 = 0$ (système à l'équilibre au départ ☺)

  On sait que :

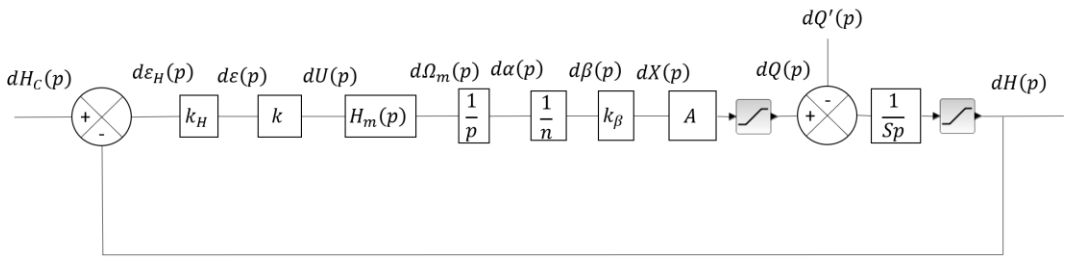
$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha'(t)\ ;\ \Omega(t) = \Omega_0 + \Omega'(t) = \Omega'(t)\ ;\ \alpha'(0) = 0\ ;\ \Omega'(0) = 0\ ;\ \frac{d\alpha(t)}{dt} = \Omega(t)$$

  On a alors :

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{d\alpha'(t)}{dt} = \Omega(t) = \Omega'(t)$$

  Soit, par transformation de Laplace avec CIN : $\frac{\alpha'(p)}{\Omega'(p)} = \frac{1}{p}$

- De la même manière, sachant qu'au départ $Q_0 - Q'_0 = 0$, on montre que la seconde FT $\frac{1}{Sp}$ est inchangée



Non linéarités : Il faut veiller à les modifier telles que :

- Débit d'entrée : $-Q_0 < dQ < 9999999$ (infini en théorie)
- Hauteur limitée : $-H_0 < dH < 1{,}5 - H_0$

Question 25: Que faut-il tracer pour visualiser l'évolution de H ?

La variable $s(t)$, c'est dH !!!
Il faut tracer $H = H_0 + s(t) = H_0 + dH$
Et c'est vrai pour toutes les variables du schéma bloc.

Question 26: Les résultats de la résolution sont-ils valables quelle que soit l'évolution obtenue ?

Oui ☺ La linéarisation d'un système linéaire fonctionne partout ! Autrement dit, on aura toujours $dS = kdE$.

Partie 2 : Débit de fuite contrôlé par la vanne

Linéarisation

Question 27: Donner l'expression du débit Q' en fonction de k_q, X', P_{fond} et P_{atm}

$$Q' = k_q X' \sqrt{P_{fond} - P_{atm}}$$

Question 28: Donner l'expression du débit Q' en fonction de k_q, X' ρ, g et H

$$P_{fond} = P_{atm} + \rho g H$$
$$Q' = k_q X' \sqrt{P_{fond} - P_{atm}}$$
$$Q' = k_q X' \sqrt{P_{atm} + \rho g H - P_{atm}}$$

$$Q' = k_q \sqrt{\rho g} X' \sqrt{H}$$

Remarque :

$$Q' = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{\rho g} X' \sqrt{H} = \sqrt{2g} X' \sqrt{H}$$

Question 29: Préciser pourquoi il n'est pas possible de prendre en compte ce débit de fuite directement dans le cadre des SLCI

Cette équation est non linéaire : produit de 2 variables $X'\sqrt{H}$ dont l'une est en plus, en racine !!!

Question 30: Linéariser l'équation trouvée autour d'un point de fonctionnement et montrer que dQ' s'écrit sous la forme $dQ' = BdX' + CdH$ où B sera exprimé en fonction de g et H_f et C en fonction de g, H_f et X'_f

On suppose que le système ne s'éloigne « pas trop » de ce point de fonctionnement.

$$Q'_f + dQ' = k_q\sqrt{\rho g}(X'_f + dX')\sqrt{H_f + dH}$$

Avec au départ une situation d'équilibre, le point de fonctionnement vérifie donc l'équation :

$$\boldsymbol{Q'_f = k_q\sqrt{\rho g}X'_f\sqrt{H_f}}$$

On rappelle le développement de Taylor à l'ordre 1 d'une fonction : $f(x + dx) = f(x) + dxf'(x)$

$$Q'_f + dQ' = k_q\sqrt{\rho g}X'_f\sqrt{H_f + dH} + k_q\sqrt{\rho g}dX'\sqrt{H_f + dH}$$

$$\sqrt{H_f + dH} = \sqrt{H_f} + dH\frac{1}{2\sqrt{H_f}} + o(dH)$$

$$Q'_f + dQ' = k_q\sqrt{\rho g}X'_f\left(\sqrt{H_f} + dH\frac{1}{2\sqrt{H_f}}\right) + k_q\sqrt{\rho g}dX'\left(\sqrt{H_f} + dH\frac{1}{2\sqrt{H_f}}\right)$$

$$Q'_f + dQ' = \left(k_q\sqrt{\rho g}X'_f\sqrt{H_f} + k_q\sqrt{\rho g}X'_f dH\frac{1}{2\sqrt{H_f}}\right) + \left(k_q\sqrt{\rho g}dX'\sqrt{H_f} + k_q\sqrt{\rho g}\boldsymbol{dX'dH}\frac{1}{2\sqrt{H_f}}\right)$$

$$\boldsymbol{Q'_f} + dQ' = \boldsymbol{k_q\sqrt{\rho g}X'_f\sqrt{H_f}} + k_q\sqrt{\rho g}X'_f\frac{1}{2\sqrt{H_f}}dH + k_q\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f}dX'$$

$$dQ' = k_q\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f}dX' + k_q\sqrt{\rho g}X'_f\frac{1}{2\sqrt{H_f}}dH$$

$$dQ' = BdX' + CdH$$

$$\begin{cases} B = k_q\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f} = \sqrt{\dfrac{2}{\rho}}\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f} = \sqrt{2g}\sqrt{H_f} \\ C = \dfrac{k_q\sqrt{\rho g}}{2\sqrt{H_f}}X'_f = \sqrt{\dfrac{2}{\rho}}\dfrac{\sqrt{\rho g}}{2\sqrt{H_f}}X'_f = \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{2H_f}}X'_f \end{cases}$$

Sinon, on trouve ce résultat avec les dérivées partielles :

$$Q' = k_q\sqrt{\rho g}X'\sqrt{H}$$

$$dQ' = \left(\frac{\partial Q'}{\partial H}\right)_{X'_f,H_f}dH + \left(\frac{\partial Q'}{\partial X'}\right)_{X'_f,H_f}dX'$$

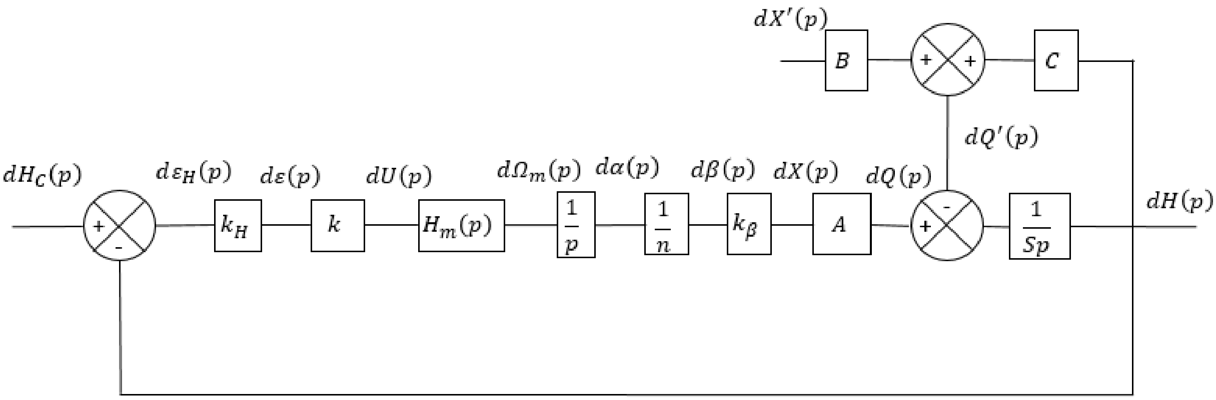
$$\left(\frac{\partial Q'}{\partial H}\right)_{X'_f,H_f} = k_q\sqrt{\rho g}X'_f\frac{1}{2\sqrt{H_f}} = C$$

$$\left(\frac{\partial Q'}{\partial X'}\right)_{X'_f,H_f} = k_q\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f} = B$$

$$dQ' = k_q\sqrt{\rho g}X'_f\frac{1}{2\sqrt{H_f}}dH + k_q\sqrt{\rho g}\sqrt{H_f}dX'$$

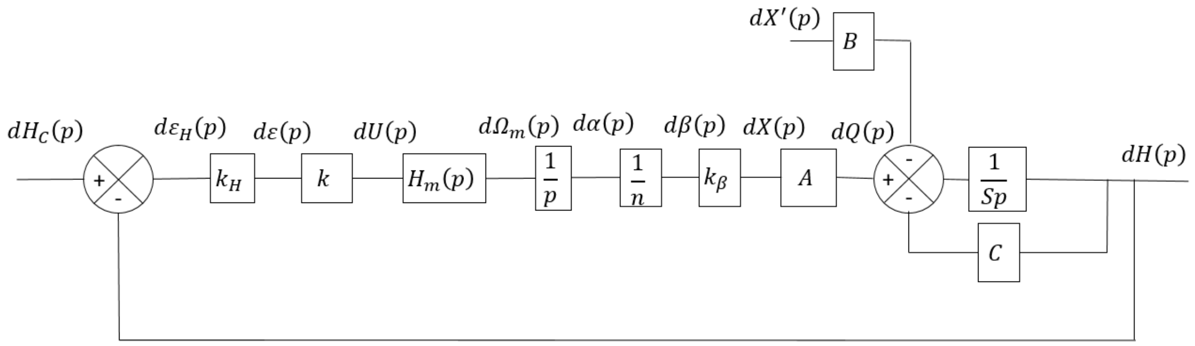
Schéma bloc

Question 31: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 3-1 afin de modéliser le système autour d'un point de fonctionnement

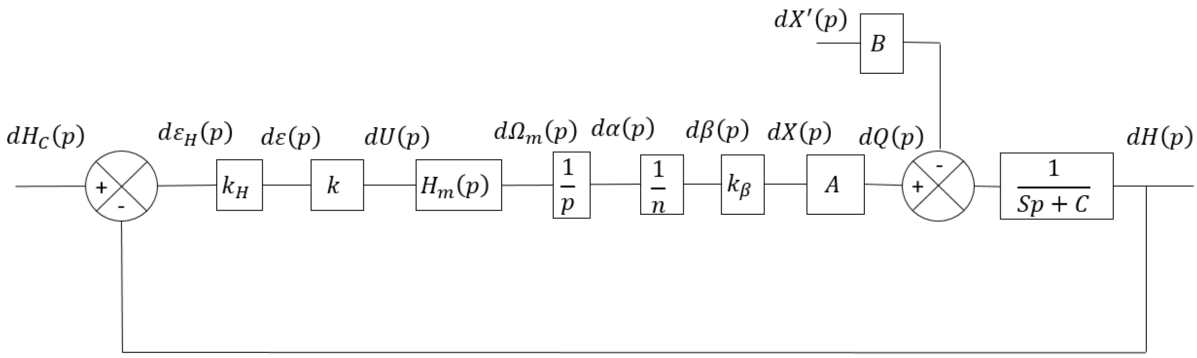


Question 32: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 3-2 afin qu'il soit équivalent au schéma bloc du document réponse 3-1

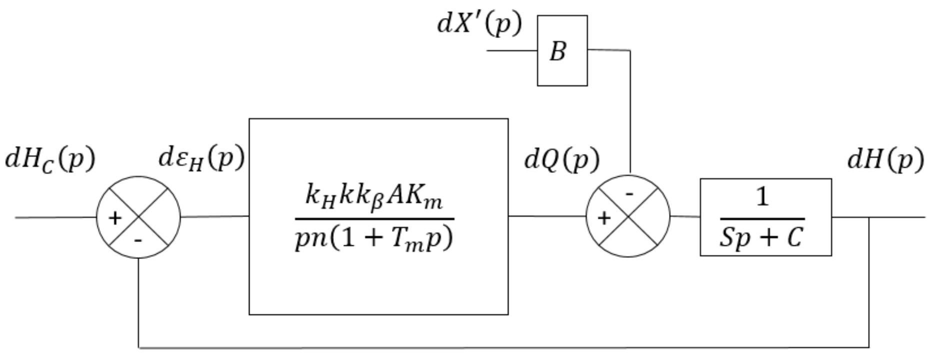
Modification du schéma bloc :



$$\frac{\frac{1}{Sp}}{1+\frac{C}{Sp}} = \frac{1}{Sp+C}$$



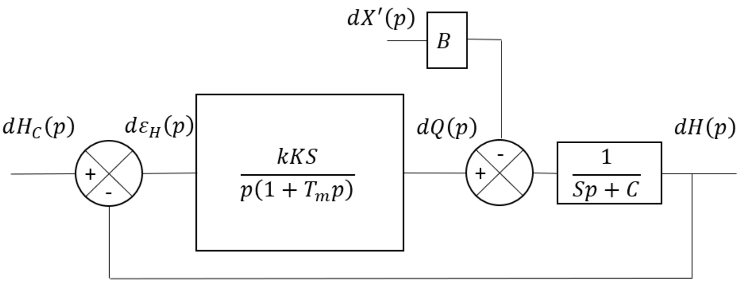
Question 33: Compléter le schéma bloc du document réponse 3-3 représentant simplement le système autour de son point de fonctionnement



Question 34: Finalement, compléter le schéma bloc du document réponse 3-4 en faisant uniquement apparaître les variables K, k, C, S, T_m et B

$$K = \frac{k_H k_\beta A K_m}{nS}$$

$$G_f(p) = \frac{k_H k k_\beta A K_m}{pn(1+T_m p)(C+Sp)}\frac{S}{S} = \frac{kKS}{p(1+T_m p)(C+Sp)}$$



Point de fonctionnement

Question 35: Donner les coordonnées du point de fonctionnement $\left(H_f, X'_f, Q'_f\right)$

Attention, lorsqu'il n'y a pas de fuite et qu'on en crée une, le système est instable car de classe 2 ($C = 0$) mais j'imagine que juste après, il est stable et donc c'est un cas à ne pas étudier ! Dans le sujet, on exige un débit de fuite jamais nul afin d'éviter ce problème.

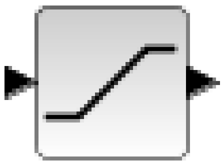
$$\begin{cases} H_f = 0{,}5\ m \\ X'_f = \pi r^2 = \pi * 10^{-4} = 0{,}000314\ m^2 \\ Q'_f = k_q\sqrt{\rho g H_f} X'_f = \sqrt{2 g H_f} X'_f = 0{,}00098 m^3.s^{-1} \end{cases}$$

$$P_f = \left(H_f = 0{,}5\ m, X'_f = 0{,}000314\ m^2, Q'_f = 0{,}00098 m^3.s^{-1}\right)$$

Question 36: Donner les valeurs numériques de B et C et préciser leurs unités

$$\begin{cases} B = \sqrt{2g}\sqrt{H_f} = \sqrt{2 * 9{,}81}\sqrt{0{,}5} = 3{,}13\ m.s^{-1} \\ C = \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{2H_f}} X'_f = \dfrac{\sqrt{9{,}81}}{\sqrt{2 * 0{,}5}} \pi * 10^{-4} = 0{,}00098\ m^2.s^{-1} \end{cases}$$

Question 37: Préciser les modifications à réaliser dans les non-linéarités proposées en première partie de ce TD



Il faut modifier les deux saturations :

- Débit d'entrée : $-Q'_f < dQ < 9999999$
- Hauteur limitée : $-H_f < dH < -H_f + H' = 1{,}5 - H_f$

Question 38: Préciser enfin la consigne à imposer au schéma bloc en entrée en évolution de hauteur pour simuler l'influence de la variation de section du trou de fuite

Il faut imposer :

$$dH_C = 0$$

Fonction de transfert

Question 39: Déterminer la $FTBO$ notée $G_f(p)$ associée aux deux entrées H_c et $-X'$, la mettre sous la forme $\frac{kK_f}{p}\frac{1}{(1+T_{f_1}p)(1+T_{f_2}p)}$ et donner les expressions littérales de K_f, T_{f_1} et T_{f_2}

$$G_f(p) = \frac{k_H k k_\beta A K_m}{pn(1+T_m p)(Sp+C)} = \frac{k\frac{k_H k_\beta A K_m}{nC}}{p}\frac{1}{(1+T_m p)\left(1+\frac{S}{C}p\right)}$$

$$G_f(p) = \frac{kK_f}{p}\frac{1}{\left(1+T_{f_1}p\right)\left(1+T_{f_2}p\right)}$$

$$\begin{cases} K_f = \frac{KS}{C} = \frac{k_H k_\beta A K_m}{nC} \\ T_{f_1} = T_m \\ T_{f_2} = \frac{S}{C} \end{cases}$$

Question 40: Préciser l'ordre et la classe de la FTBO, justifier le fait qu'il ne soit plus nécessaire d'ajouter un correcteur à action dérivée et préciser la démarche de stabilisation qu'il est possible de réaliser sans ajouter de correcteur

Ordre 3. La classe vaut 1 maintenant car on est passés de $\frac{1}{Sp}$ à $\left(1+\frac{S}{C}p\right)$
La phase part donc d'une valeur de -90° et il existe donc des solutions de marge de phase positive.
On va régler k de manière à faire concorder ω_{c_0} avec le lieu où la phase vaut $-135°$, soit $\Delta\varphi = 45°$

Question 41: Déterminer $G_f(p)$ sous forme numérique (arrondis aux entiers) en gardant le paramètre k

$$\begin{cases} K = \frac{k_H k_\beta A K_m}{nC} = \frac{1*0{,}1*19{,}93*10}{10*0.00098} = 2026\,m^3.s^{-1}.m^{-1} \\ T_{f_1} = 1\,s \\ T_{f_2} = \frac{0{,}01}{0{,}00098} \approx \frac{0{,}01}{0{,}001} = 10\,s \end{cases}$$

$$G_f(p) = \frac{2026k}{p}\frac{1}{(1+p)(1+10p)}$$

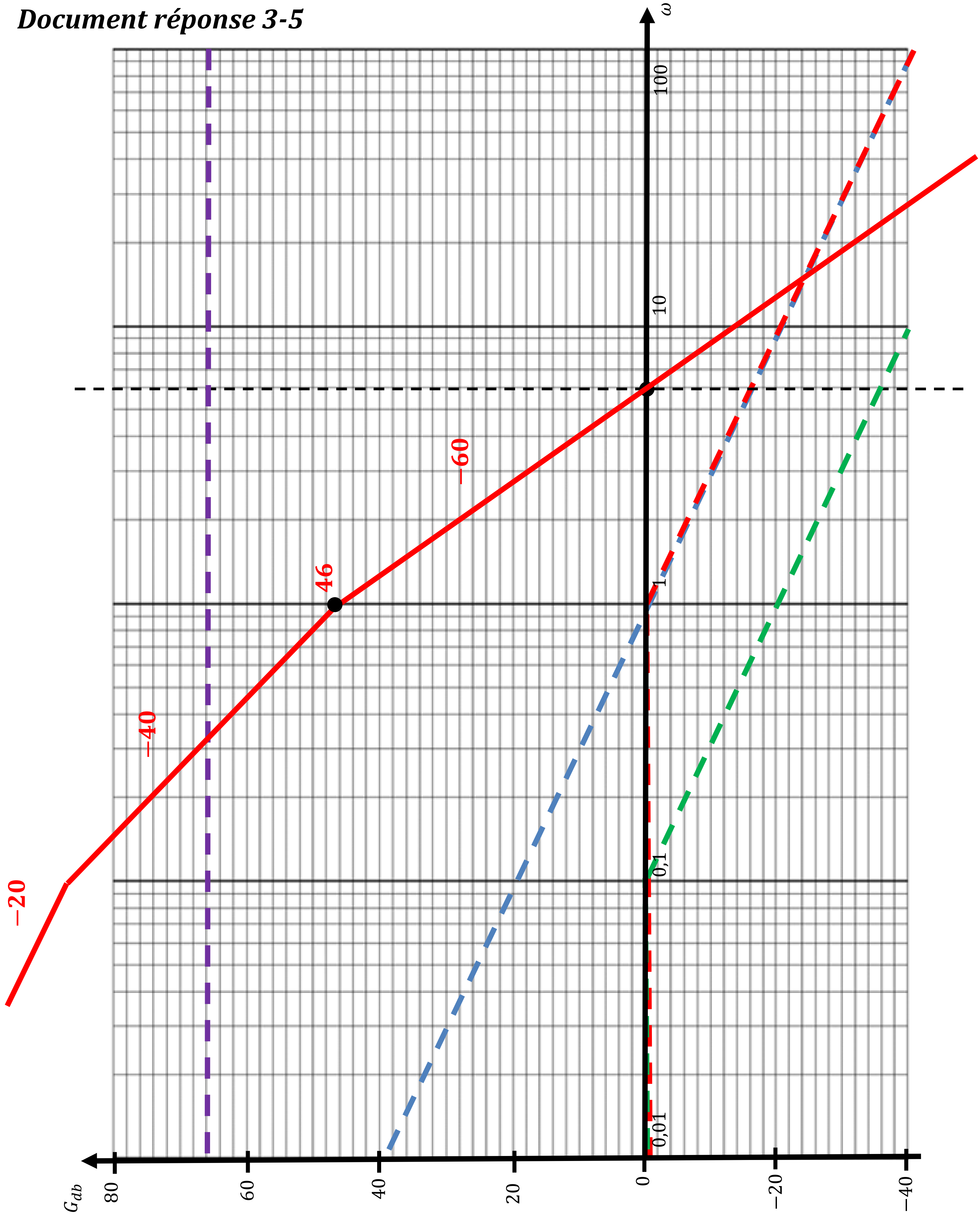
Stabilité

Question 42: Etablir le diagramme de Bode de la FTBO sur le document réponse 3-5 et 3-6

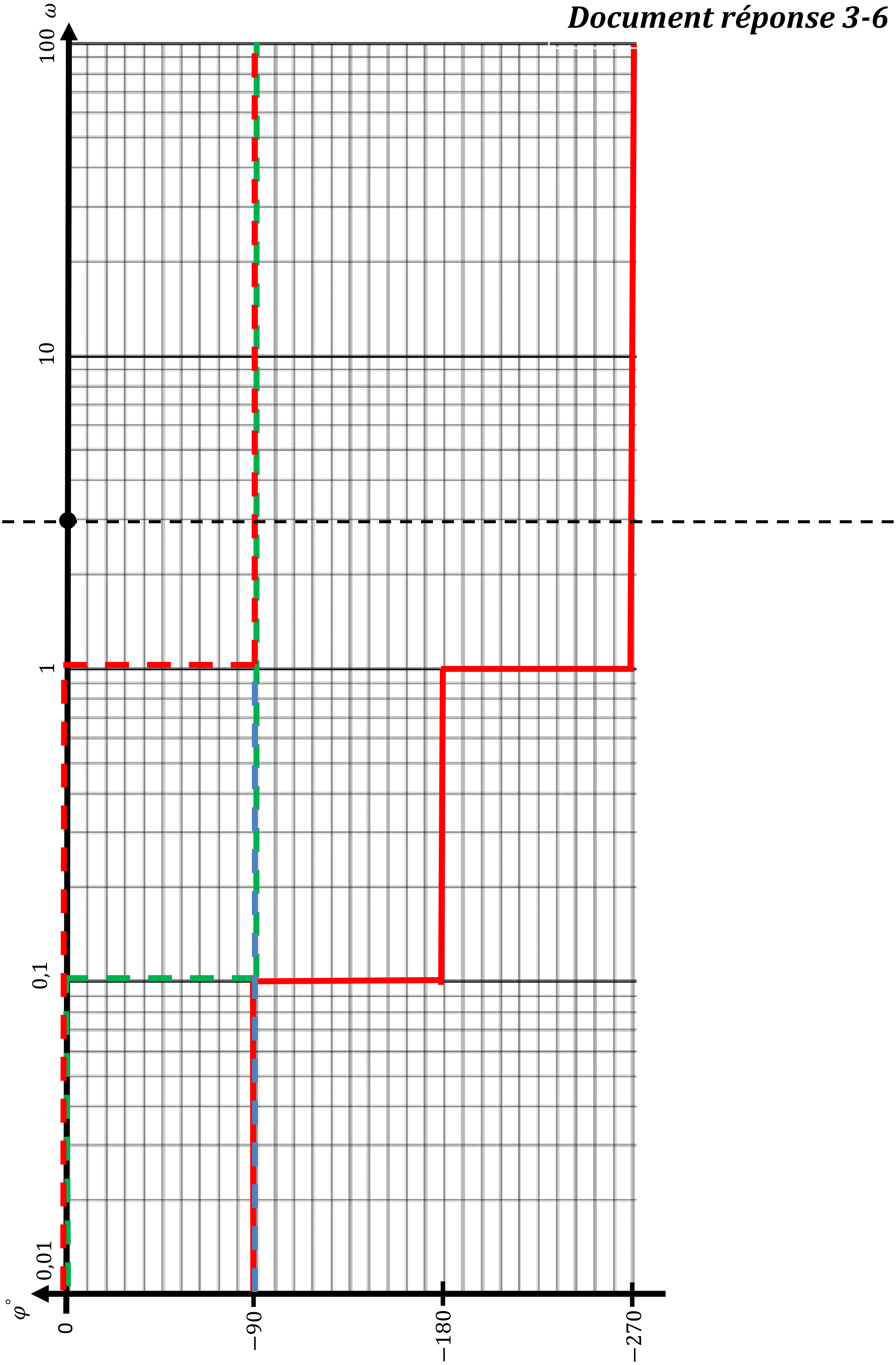
$$G_f(p) = \frac{2026k}{p}\frac{1}{(1+p)(1+10p)}$$

$$G_0 = 20\log 2026 = 66{,}13$$

Document réponse 3-5



Document réponse 3-6



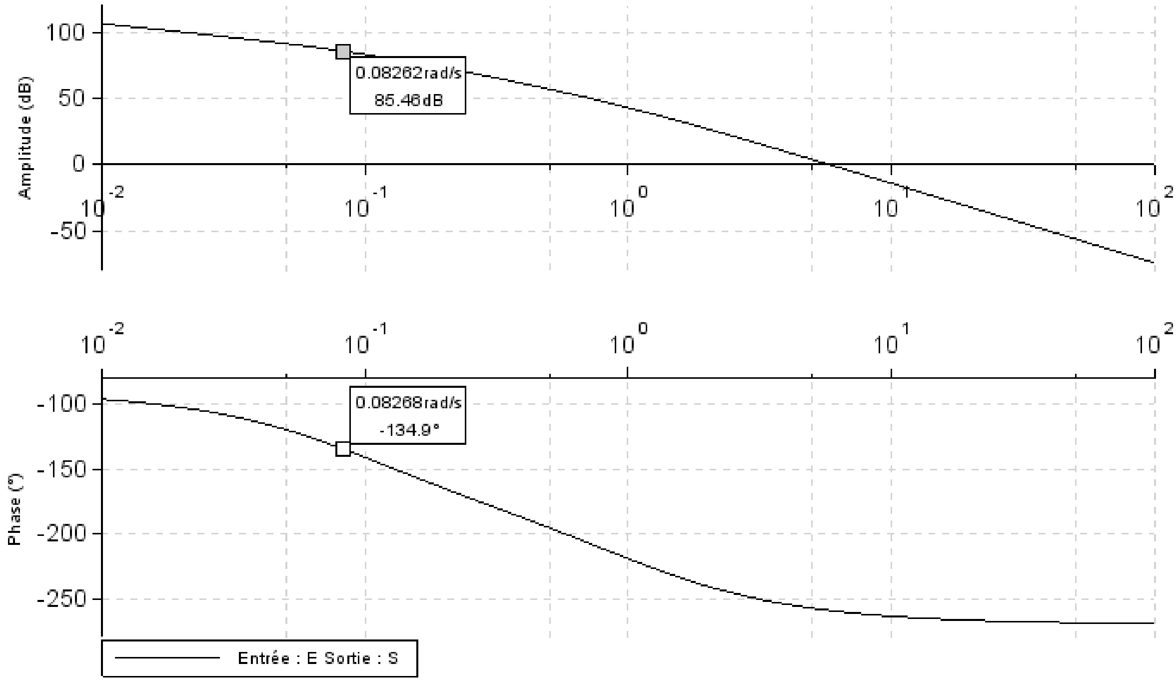
Question 43: Le système est-il stable – Justifier la réponse

Par lecture graphique, on trouve :

$$\omega_{c_0} \approx 6 \quad ; \quad \varphi < -180°$$

On voit clairement que la phase est en dessous de -180°, d'après le critère du Revers, le système est instable.

Question 44: Déterminer le gain k permettant de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges



Il faut descendre le gain de 85.46 dB, soit :

$$k = 10^{\frac{-85.46}{20}} = 0{,}0000533$$

N'oubliez pas que si le tracé avait été réalisé pour un gain $k = a$, le nouveau gain k serait :

$$k = 0{,}0000533 * a$$

Stabilité

Question 45: Si l'on voulait garantir une marge de phase constante quel que soit le niveau, que pourrait-on envisager comme solution ?

Comme on le fait dans les asservissements de drones, on pourrait envisager un coefficient k variable selon la situation. Il faudrait donc passer sur un système numérique, mesurer H (déjà fait) et X', et imposé une correction proportionnelle calculée avec ces valeurs.
Sinon, on pourrait régler k pour avoir une marge de phase de 45° dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire $r = 0,5\ cm, H = 1m$

Précision

Question 46: Donner la valeur et l'unité de l'échelon dX'_f

$$dX'_f = \pi(r + dr)^2 - \pi r^2 = \pi(0,01 + 0,001)^2 - \pi * 0,01^2 = 0,0000659\ m^2$$

Question 47: Commenter les performances de précision liées à l'évolution de la section de la vanne

Il y a la présence d'une intégration avant la perturbation en échelon d'ouverture de la vanne, le système va donc corriger cette perturbation.
Il était à la hauteur initiale demandée par l'asservissement, il va y revenir.

Question 48: En se référant aux courbes proposées ci-dessus, donner l'ordre de grandeur de la variation de niveau causée par la variation du rayon d'ouverture de la vanne de 1 mm

On voit en gros une variation de 10 cm à chaque variation de 1mm du rayon d'ouverture de la vanne lorsque la hauteur vaut 0,5m et de l'ordre de 15 à 20 cm lorsque le niveau est de 1m.

Question 49: Commenter cette variation compte tenu de la linéarisation mise en place et proposer des solutions permettant d'être plus fiable

Les variations de l'ordre de 20 cm sont relativement importantes vis-à-vis de la hauteur initiale de 0,5m, les coefficients B et C doivent onc être relativement faux dès que les variations sont importantes.
On ne peut donc pas accorder une grande confiance aux valeurs des évolutions de hauteur.
Idéalement, pour être plus précis sur le comportement du système, il faudrait :

- Effectuer de plus petites variations des variables d'entrée, ici la section du trou pour obtenir de plus faibles variations
- Adapter constamment les coefficients B et C pour qu'ils soient toujours corrects

Mais : cela ne change pas l'aptitude du système

- A être précis à une consigne
- A corriger une perturbation
- A être stable, même si la marge peut être trop faible

Les outils des SLCI sont donc utiles pour un système linéarisé.

Rapidité

Question 50: Commenter les performances de rapidité du système vis-à-vis du cahier des charges

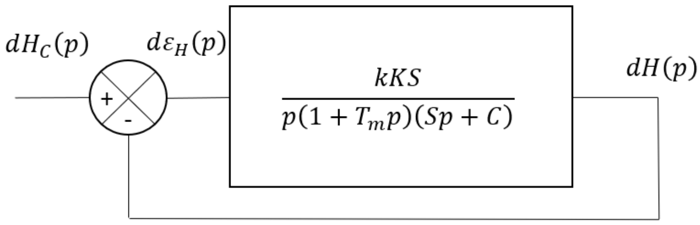
Tant que les ouvertures sont de l'ordre de 1 cm à 1,5 cm, le système répond en un temps de l'ordre de 3 minutes et le cahier des charges est respecté.
Cependant, dès que l'ouverture de la vanne est inférieure à 1 cm, le temps de réponse à une variation d'ouverture est de plus en plus long et ne répond plus au cahier des charges.

Question 51: Proposer des solutions qui permettraient de respecter le critère de rapidité dans toute la plage d'utilisation souhaitée du système de régulation

On peut déjà essayer de jouer sur k pour stabiliser le système à chaque PF et espérer un bon temps de réponse.
Augmenter la rapidité (gain statique et bande passante) ne peut être simplement réalisé au regard de la stabilité limite qui est atteinte.
On peut envisager un correcteur à retard de phase pour augmenter le gain statique sans toucher à la stabilité.

Question 52: (Inutile) Déterminer les fonctions de transfert $G_H^f(p)$ et $G_{Q'}^f(p)$ associées aux deux entrées H_C et Q' telles que $G(p) = G_H^f(p)H_C(p) - G_{Q'}^f(p)Q'(p)$ et les mettre sous la forme $G_H^f(p) = \frac{1}{1+K_{GH}^f(1+T_{f_1}p)(1+T_{f_2}p)p}$ et $G_{Q'}^f(p) = \frac{K_{GQ}^f(1+T_{f_1}p)p}{1+K_{GH}^f(1+T_{f_1}p)(1+T_{f_2}p)p}$ où les constantes K_{GH}^f et K_{GQ}^f seront explicitées

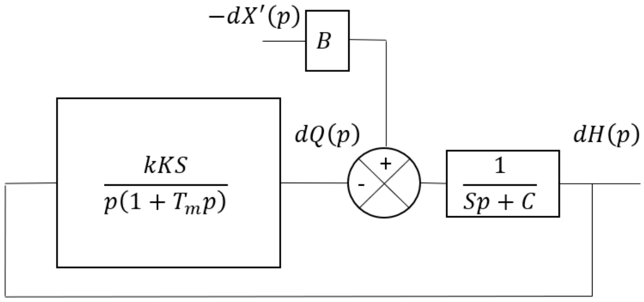
Théorème de superposition :

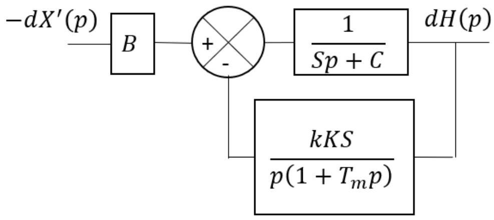


$$G_H^f(p) = \frac{\frac{kKS}{p(1+T_mp)(Sp+C)}}{1+\frac{kKS}{p(1+T_mp)(Sp+C)}} = \frac{kKS}{p(1+T_mp)(Sp+C)+kKS}$$

$$G_H^f(p) = \frac{1}{1+\frac{1}{kKS}(1+T_mp)(Sp+C)p} = \frac{1}{1+\frac{C}{kKS}(1+T_mp)\left(\frac{S}{C}p+1\right)p}$$

$$\boldsymbol{G_H^f(p) = \frac{1}{1+K_{GH}^f\left(1+T_{f_1}p\right)\left(1+T_{f_2}p\right)p} \quad ; \quad K_{GH}^f = \frac{C}{kKS}}$$





$$G_{Q'}^f(p) = \frac{H(p)}{(-Q'(p))} = B\frac{\frac{1}{Sp+C}}{1+\frac{kKS}{p(1+T_mp)(Sp+C)}} = B\frac{\frac{p(1+T_mp)(Sp+C)}{Sp+C}}{p(1+T_mp)(Sp+C)+kKS}$$

$$G_{Q'}^f(p) = \frac{Bp(1+T_mp)}{p(1+T_mp)(Sp+C)+kKS} = \frac{p\frac{B}{kKS}(1+T_mp)}{1+\frac{1}{kKS}(1+T_mp)(Sp+C)p}$$

$$G_{Q'}^f(p) = \frac{p\frac{B}{kKS}(1+T_mp)}{1+\frac{C}{kKS}(1+T_mp)\left(\frac{S}{C}p+1\right)p}$$

$$\boldsymbol{G_{Q'}^f(p) = \frac{K_{GQ}^f\left(1+T_{f_1}p\right)p}{1+K_{GH}^f\left(1+T_{f_1}p\right)\left(1+T_{f_2}p\right)p} \quad ; \quad K_{GQ}^f = \frac{B}{kKS} = \frac{B}{C}K_{GH}^f}$$