Modèle scalaire de la lumière

Table des matières

1 Modèle scalaire de la lumière

1.1 Représentation scalaire de la lumière-Notion d'une vibration lumineuse

Dans la plupart des expériences de l'optique ondulatoire les ondes lumineuses sont soit :

- non polarisées (lampes,sources de lumières blanches...)dont les directions de propagation sont voisines
- polarisées dont les directions de polarisations sont voisines

Donc la superposition de ses ondes nécessitent seulement une représentation scalaire des ondes lumineuses

• Modèle scalaire de lumière : Pour le domaine de l'optique,et dans la plupart grande majorité des milieux,la lumière émise par une source peut être décrite par une onde scalaire,appelée vibration lumineuse.

- $\vec{E}_1(M,t) = S_1(M,t)\vec{e}_x$ et $\vec{E}_2(M,t) = S_2(M,t)\vec{e}_x$
- $S_1(M,t)$ et $S_2(M,t)$ représentent les vibrations lumineuses
- dans le cadre du modèle scalaire de la lumière,on travaille avec $S(M,t)$ au lieu de $\vec{E}(M,t)$

1.2 Propagation d'une vibration lumineuse

Le théorème de Fourier permet de décomposer une vibration lumineuse émise par une source ponctuelle en ondes sinusoïdales, ou harmoniques, encore appelées : ondes progressives monochromatiques, de la forme générale

$$S(M,t) = A(M)\cos\left(\omega\left(t - \frac{SM}{v}\right) - \varphi_s\right)$$

- φ_s : le déphasage initial au point source S
- A(M) : l'amplitude de la vibration
- v : célérité de la propagation de la lumière dans un milieu
- l'indice de réfraction du milieu

$$n = \frac{c}{v}$$

- $\omega\left(t - \dfrac{SM}{v}\right) = \omega t - \dfrac{\omega}{c} nSM$, or $\dfrac{\omega}{c} = \dfrac{2\pi}{cT} = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$,avec λ_0 : longueur d'onde dans le vide

$$S(M,t) = A(M)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nSM - \varphi_s\right)$$

Un changement de milieu dans la propagation d'une onde lumineuse ne modifie pas sa pulsation temporelle (donc ni T, ni ν) mais change sa longueur d'onde (via l'indice n).

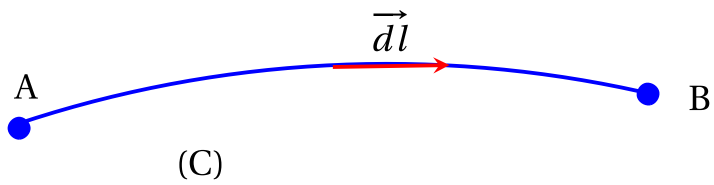
- l'amplitude $A(M) = \dfrac{a_{0S}}{SM}$

- les distances de la source au point M étant trés grandes davant la longueur d'onde dans le vide $\lambda = cT = c\frac{2\pi}{\omega}$ et les dimensions de la surface utile du récepteur,on peut considérer que,dans une petite zone autour du point M,la distance à la source ne varie pas

$$S(M,t) = a_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n(SM) - \varphi_s)$$

2 Chemin optique et surface d'onde-Théorème de Malus-Dupin

2.1 Chemin optique



•Définition : On définit le chemin Optique de A à B selon une courbe (C) comme la quantité

$$(AB) = \delta_{AB} = \int_{A(C)}^{B} n(M)dl$$

- pour un milieu linéaire homogène transparant et isotrope (MLHTI) la lumière se propage en lignes droites

$$\text{pour un (MLHTI) : } (AB) = nAB$$

- $\delta_{AB} = \int_{A(C)}^{B} n(M)dl = \int_{A}^{B} n(M)v(M)dt = \int_{t_A}^{t_B} cdt = c(t_B - t_A)$

•Le chemin optique représente la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B dans le milieu d'indice n.

2.2 Phase instantanée

- la phase instantanée : $\phi(M,t) = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nSM - \varphi_s$
- dans un MLHTI : $(SM) = nSM$

$$\phi(M,t) = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM) - \varphi_s$$

- $\varphi_{S\to M} = \varphi(M) - \varphi(S) = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)$: représente la différence de phase entre les points M et S ou le retard de phase due à la propagation entre S et M

• Propriétés

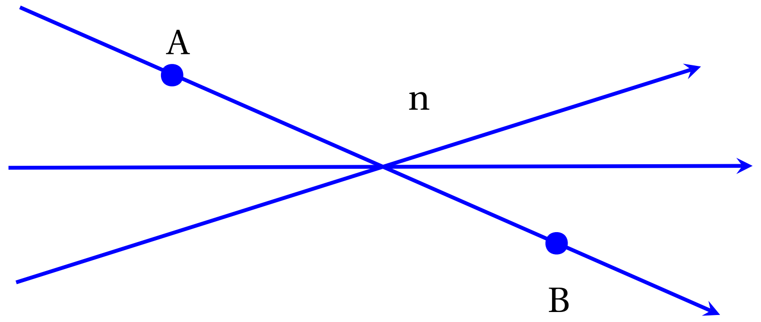
La phase d'une onde lumineuse est continue pour :

- une réfraction
- une réflexion sur un dioptre,où l'onde incidente se propage dans un milieu d'indice le plus élevé

La phase d'une onde subit une discontinuité de π pour :

- une réflexion sur un dioptre,où l'onde incidente se propage dans le milieu d'indice le plus faible
- une réflexion sur un métal
- le passage par un point de convergence

$$\varphi_{S\to M} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM) + \pi$$



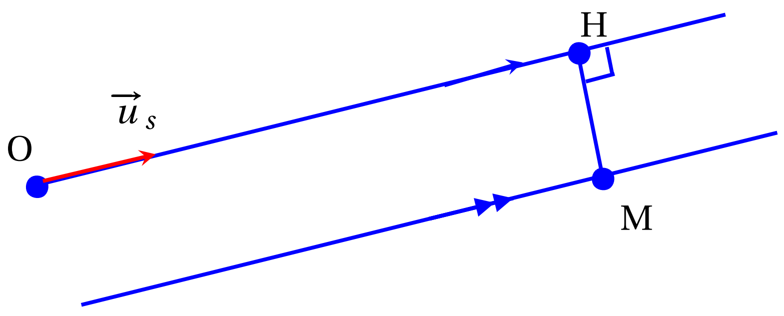
$\varphi_{A\to B} = nAB + \pi$

► Déphasage entre deux points situées sur un même rayon lumineux

- on suppose que le milieu est un MLHTI
- $\vec{u}_r = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{OM}$: vecteur unitaire dirigé dans le sens de propagation
- $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_r$: vecteur d'onde et λ : la longeur d'onde dans le milieu
- le déphasage du à la propagation de l'onde de O à M :
$\varphi_{O\to M} = -\dfrac{2\pi}{\lambda_0}(OM) = -\dfrac{2\pi}{\lambda_0}nOM = -\dfrac{2\pi}{\lambda_0}n\vec{u}_r.\overrightarrow{OM} = -\dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_r.\overrightarrow{OM}$

$$\boxed{\varphi_{O\to M} = \varphi(M) - \varphi(O) = -\vec{k}.\overrightarrow{OM}}$$

► Déphasage entre deux points situés sur deux rayons lumineux parallèles



- Il s'agit d'une source à l'infini (source laser) de direction $\vec{u}_s$
- $\varphi_{S\to M} = -\vec{k}.\overrightarrow{SM}$
- $\varphi_{S\to O} = -\vec{k}.\overrightarrow{SO}$

- $\varphi_{O\to M} = \varphi_{S\to M} - \varphi_{S\to O} = \vec{k}(-\overrightarrow{SM} + \overrightarrow{SO}) = -\vec{k}.\overrightarrow{OM}$

$$\boxed{\varphi_{O\to M} = \varphi(M) - \varphi(O) = -\vec{k}.\overrightarrow{OM}}$$

- H : projection orthogonale de M sur le rayon passant par O
- $\varphi_{O\to H} = -\vec{k}.\overrightarrow{OH} = \vec{k}.\overrightarrow{OM}$

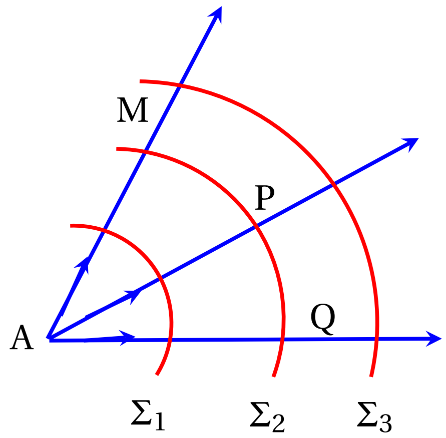
$$\boxed{\varphi_{O\to H} = \varphi_{O\to M}}$$

2.3 Théorème de Malus

•Surface équiphase : On appelle surface équiphase le lieu des points M dont la phase de la vibration lumineuse est constante à une date t donnée.
• Surface d'onde : On appelle surface d'onde,la surface définie par l'ensemble des points séparés de la source ponctuelle par le même chemin optique.

- si l'onde émise par une source ponctuelle est monochromatique $\omega = cte$,les surfaces équiphases se confondent avec les surfaces d'ondes

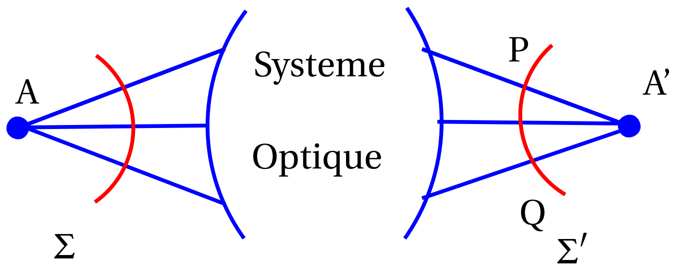
- si le milieu est homogène les surfaces d'ondes sont des sphères de centre A
- (AM) = (AP) = (AQ)



• Théorème de Malus-Dupin : Les surfaces d'ondes sont normales aux rayons lumineux

Soit un point A et son image A′ par un système optique

- théorème de Malus : (AP) = (AQ)
- principe de retour inverse : (PA′) = (QA′)
- (AP) + (PA′) = (AQ) + (QA′)



• Conclusion : Le chemin optique entre deux points conjugués par un système optique stigmatique est indépendant du rayon qui les relie.

3 Intensité lumineuse ou éclairement

3.1 Source lumineuse

On distingue plusieurs types

- Source thermiques : lampe à incandescence,lampe à quartz iode et tube fluorescent
- Sources spectrales : source spectrale de soudium (Na),de mercure (Hg),de cadmium (Cd)...
- Source laser : source amplifiant la lumière par émission des radiations stimulées.

3.2 Intensité lumineuse ou éclairement

- L'intensité lumineuse est la moyenne temporelle du vecteur de Poynting.
- la moyenne temporelle du vecteur de Poyenting est proportionnelle au carré du champ électrique

•Définition : On appelle l'intensité lumineuse (ou éclairement) la valeur moyenne du carré du champ électrique de l'onde à une constante k près(ou valeur moyenne de la vibration lumineuse à une constante près).

$$I(M,t) = k < E^2(M,t) >= k < S^2(M,t) >$$

•Remarque :

- pour simplifier les calculs on peut prendre $k = 1$
- l'intensité du champ $I_c(M,t)$ au point M à l'instant t,la grandeur

$$\boxed{I_c(M,t) = \vec{E}(M,t).\vec{E}(M,t)}$$

l'intensité lumineuse $I(M,t)$ est la moyenne sur un temps de réponse d'un détecteur de $I(M,t)$

$$\boxed{I(M,t) =< I_c(M,t) >_{\tau_d}}$$

τ_d : temps de réponse du détecteur

3.3 Densité spéctrale de l'intensité

•Définition : On appelle l'intensité spéctrale (densité spéctrale de l'intensité) d'une source,l'intensité émise par cette source par unité de longueur ou par unité de fréquence

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} ; I_\nu = \frac{dI}{d\nu}$$

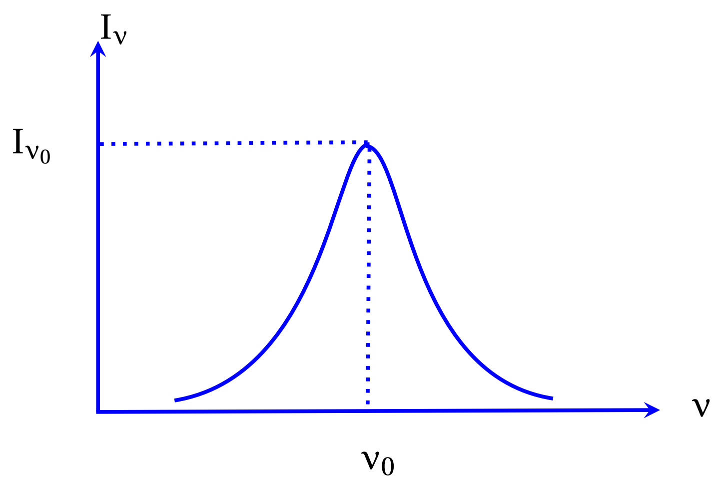
l'intensité émise par une source

$$\boxed{I = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I_\lambda(\lambda)d\lambda = \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} I_\nu(\nu)d\nu}$$

► Rai à profil lorentzien

$$\boxed{I_\nu = \frac{I_\nu^0}{1 + a^2(\nu-\nu_0)^2}}$$

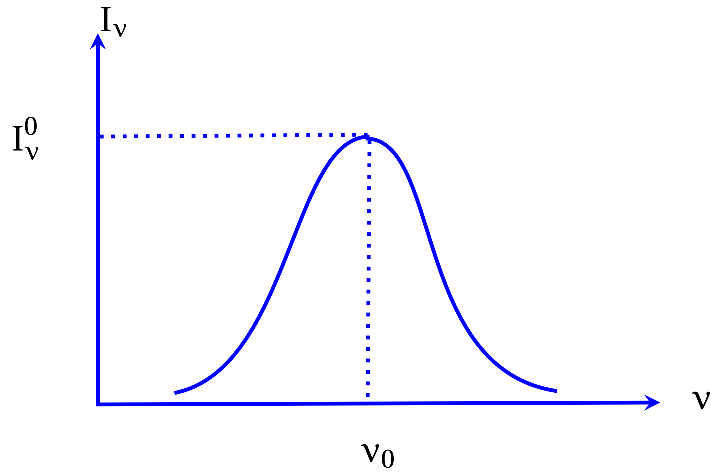
a et I_ν^0 sont des constantes positives



- Raie à profil gaussien

$$\boxed{I_\nu = I_\nu^0 \exp\left[-b^2(\nu-\nu_0)^2\right]}$$

I_ν^0 et b sont des constantes positives



- Notion de trains d'onde

•Définition : Les sources lumineuses emettent une succession d'ondes sinusoïdales appelées trains d'onde dont la phase varie aléatoirement d'un train d'onde à l'autre.

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

- la longueur l_c du train d'onde est appelée longuer de cohérence temporelle et sa durrée τ_c est dite durée de cohérence temporelle

$$\boxed{l_c = c.\tau_c}$$

c : vitesse de la lumière dans le vide

- on associe à chaque raie centré sur une fréquence ν_0 une succession de trains d'onde de même fréquence ν_0 et de même amplitude ,chaque train d'onde a une longuer $l_c = c\tau_c$