

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Mécanique

MECA2 - Dynamique

TD3

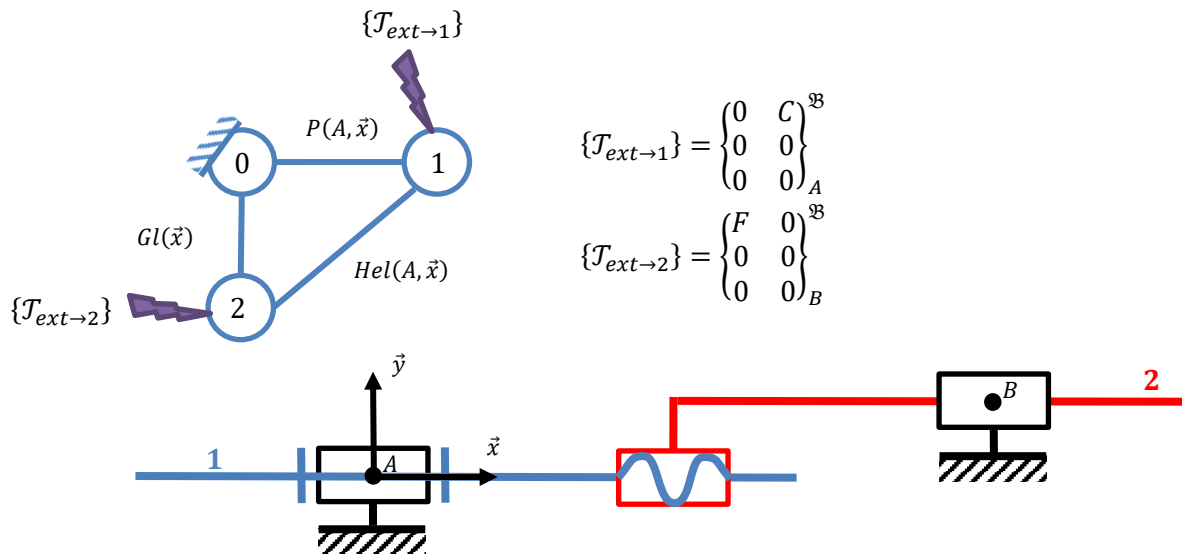
TEC : Théorème de l'Energie Cinétique



Programme PSI/MP 2022 (LIEN)		
Id	Compétence développée	Connaissances associées
B2-10	Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.	Solide indéformable : – définition ; – repère ; – équivalence solide/repère ; – volume et masse ; – centre d'inertie ; – matrice d'inertie.
C1-05	Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.	Graphe de structure. Choix des isollements. Choix des équations à écrire pour appliquer le principe fondamental de la statique ou le principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen. Théorème de l'énergie cinétique.
C2-08	Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.	Torseurs cinétique et dynamique d'un solide ou d'un ensemble de solides, par rapport à un référentiel galiléen. Principe fondamental de la dynamique en référentiel galiléen. Énergie cinétique. Inertie et masse équivalentes. Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport au repère galiléen. Puissance intérieure à un ensemble de solides. Théorème de l'énergie cinétique. Rendement en régime permanent.
C2-09	Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus.	

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Exercice 1: Relation hélicoïdale



Question 1: Donner la relation entre les paramètres cinématiques U_{21} et P_{21}

Question 2: Par un théorème bien choisi, donner la relation entre F et X_{12}

Question 3: Par un théorème bien choisi, donner la relation entre C et L_{12}

Question 4: Par une fermeture bien choisie, donner la relation entre P_{10} et P_{12} et entre U_{20} et U_{21}

Question 5: Etablir la relation issue du TEC liant C , F , P_{10} et U_{20}

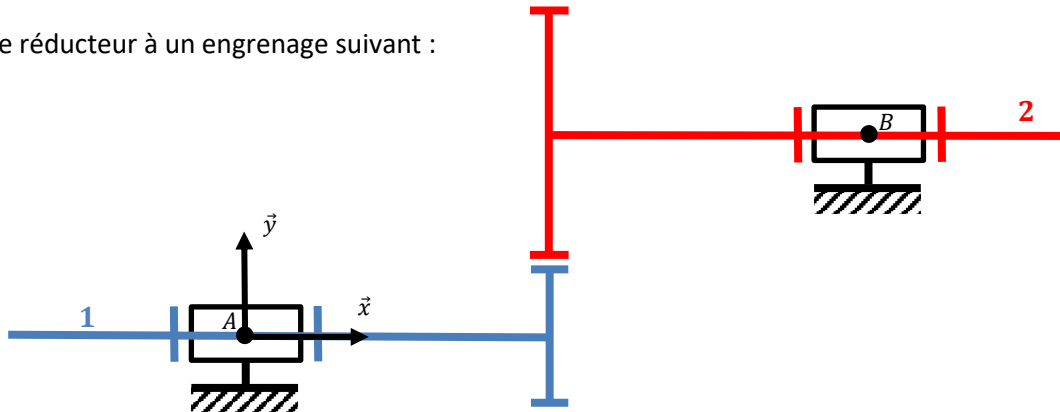
Question 6: En déduire la relation entre L_{21} et X_{21} dans l'hélicoïdale

Pour rappel, un pas « à droite » est positif, sinon $p < 0$ – Les relations restent inchangées ☺. Quand il y a n filets, la vis avance d'un pas p à chaque tour, le pas entre deux dents est alors appelé « pas axial » p_x tel que $p = np_x$.

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

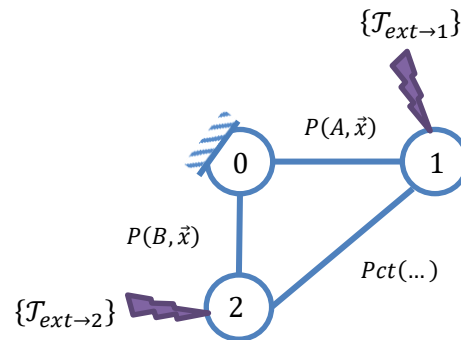
Exercice 2: Rendement

Soit le réducteur à un engrenage suivant :



On note :

$$\{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 0 & C_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A^{\mathcal{B}} ; \quad \{\mathcal{T}_{ext \rightarrow 2}\} = \begin{pmatrix} 0 & C_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_B^{\mathcal{B}}$$



Soit k le rapport de réduction : $k = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ et μ le rendement. L'entrée est la pièce 1.

On se place en régime stationnaire.

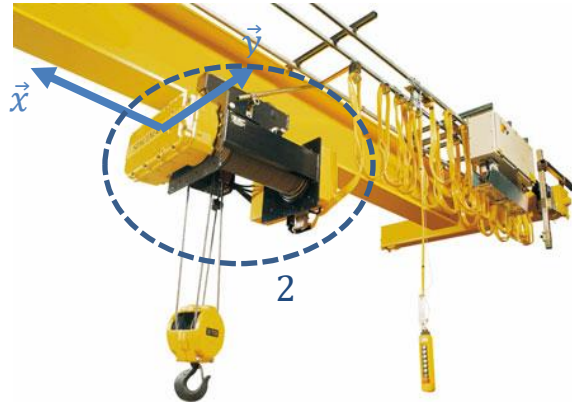
Question 1: Exprimer la relation entre C_1 et C_2 en fonction de k et μ en utilisant le TEC

Question 2: Exprimer cette même relation en utilisant la définition du rendement

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Exercice 3: Pont roulant

Le pont roulant est un système mécanique permettant de déplacer des charges d'un point à un autre.



Un pont roulant est généralement composé de deux ensembles mobiles : un chariot 2 est en liaison glissière avec un pont 1 (direction \vec{x}), lui-même en liaison glissière avec le bâti 0 (direction \vec{y}). Il est généralement composé de trois à quatre motorisations. Un moteur permet de déplacer le chariot 2 sur le pont 1 dans la direction \vec{x} , un à deux moteurs permettent de déplacer l'ensemble du pont 1 par rapport au bâti dans la direction \vec{y} et un moteur sur le chariot permet de lever la charge.

Dans cette étude, nous nous intéressons au dimensionnement de la motorisation du chariot 2 et de son système de freinage. Nous considérerons une charge accrochée au crochet du treuil, la masse totale de l'ensemble mobile est notée M . Pour simplifier l'étude, nous négligerons les effets d'accélération de la charge accrochée au câble et tendant à créer un mouvement de balance. Nous supposerons donc que le câble est un solide rigide lié au chariot 2. Nous considérerons par ailleurs que le mouvement du chariot est horizontal et que toutes les liaisons hormis les 5 contacts roues/rails sont parfaites. A ces 5 contacts, il y a roulement sans glissement (RSG), et nous supposons qu'il n'y a pas de résistance au roulement. Les frottements fluides sont négligés.

Le déplacement du chariot sur le pont supposé fixe dans notre étude est réalisé à l'aide d'un moteur de couple moteur C_m et de vitesse de rotation ω_m , d'un réducteur de rapport de réduction k , de 4 roues de rayons r et de vitesse de rotation ω_r supportant le poids de l'ensemble et réalisant la liaison glissière horizontale avec le pont 1 et d'une roue de rayon R , de vitesse de rotation ω_R ($\frac{\omega_R}{\omega_m} = k$) qui roule sans glisser sur un rail horizontal fixé au pont 1. L'arbre moteur est équipé d'un système de freinage du type frein à disque de couple de frottement C_f .

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Nous allons déterminer le couple moteur C_m et le couple de freinage C_f permettant de choisir les composants qui équiperont le pont roulant dans le but de répondre au besoin défini à l'aide des critères du tableau ci-dessous extraits du cahier des charges :

Critère	Niveau	Flexibilité
Masse en mouvement	$M = 1 \text{ tonnes}$	\leq
Accélération	$a_a = 0,1 \text{ m/s}^2$	\leq
Freinage	$a_f = -1 \text{ m/s}^2$	\leq
Vitesse de déplacement	$V_D = 1 \text{ m/s}$	\leq
Distance d'arrêt	$D_f = 0,5 \text{ m}$	\leq
Temps d'arrêt	$t_f = 2 \text{ s}$	\leq
Distance d'accélération	$D_a = 6 \text{ m}$	\leq

On note J_m l'inertie de l'arbre moteur, J_k l'inertie des éléments du réducteur ramenée à l'arbre moteur, J_f l'inertie des éléments tournants du système de freinage liés à l'arbre moteur, et J_R l'inertie de la roue motorisée sur son arbre et J_r l'inertie de chacune des 4 roues de guidage.

On suppose que les couples $C_m > 0$ et $C_f < 0$ sont soit nuls, soit constants. On appelle V la vitesse de translation du chariot et a son accélération.

Données :

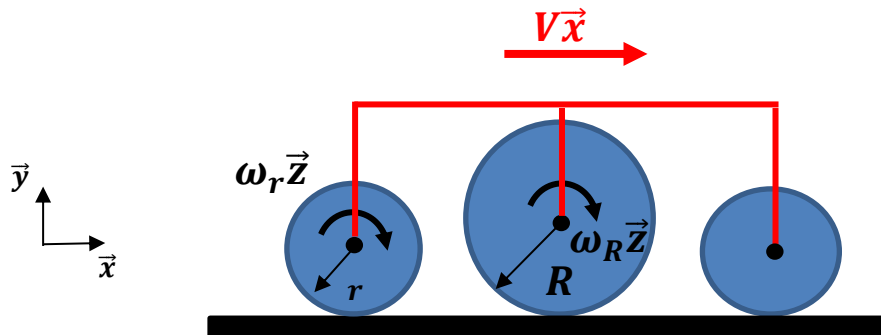
$R = 0,2 \text{ m}$	$r = 0,1 \text{ m}$	$k = 0,1$	$J_r = 0,4 \text{ Kgm}^2$
$J_m = 12.10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_k = 15.10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_f = 0,3.10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_R = 1,25 \text{ Kgm}^2$

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Théorème

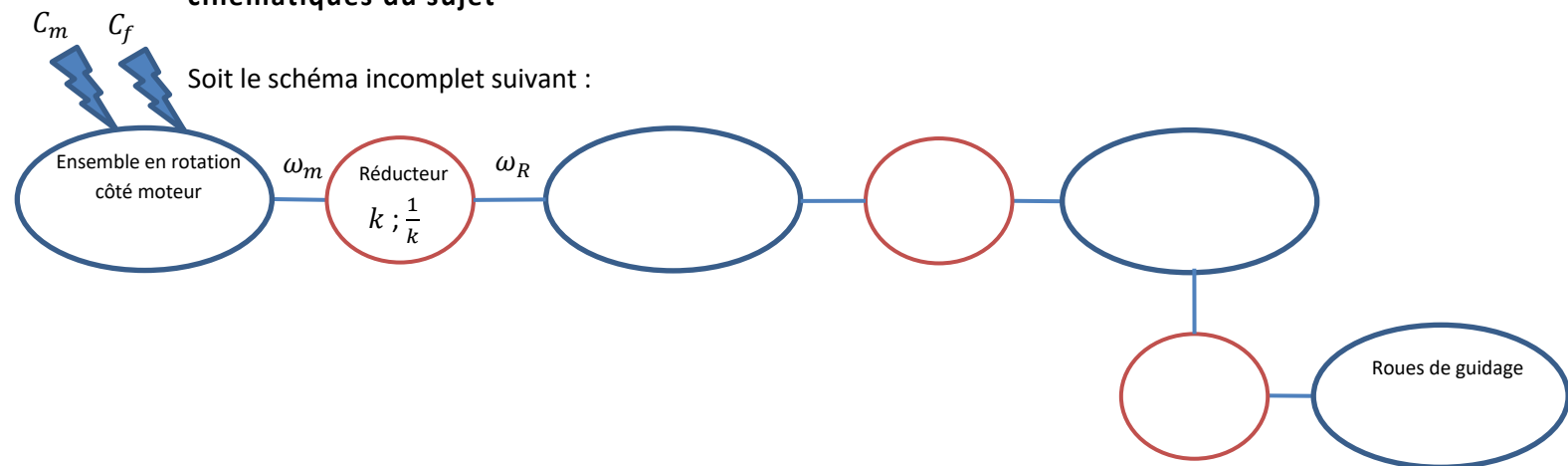
Question 1: Proposer le théorème, ses hypothèses, le système isolé et les équations correspondantes permettant d'étudier les lois d'accélération du pont roulant

Relations cinématiques



Question 2: Donner l'expression de ω_R , V et ω_r en fonction de ω_m et des paramètres cinématiques du sujet

Soit le schéma incomplet suivant :



Question 3: Compléter ce schéma en faisant apparaître les masses, inerties, vitesses et relations cinématiques utiles à la détermination de l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement du système

Question 4: Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement

Question 5: Déterminer l'expression et la valeur numérique de l'inertie équivalente du système ramenée à l'arbre moteur

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Couples moteur et frein

Question 6: Déterminer l'expression des couples C_m et C_f en fonction de J_{eq} , a_f , a_a , R , et k

Question 7: En déduire expressions et valeurs numériques de ces couples pour répondre au cahier des charges

On suppose dans la suite que ces couples sont appliqués de manière constante en phase d'accélération et en phase de freinage. On prendra :

$$\begin{aligned} C_m &= 2,52 \text{ Nm} \\ C_f &= -25,24 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Evidemment, on supposera que le frein n'est pas utilisé lors de l'accélération et que le moteur n'est pas utilisé lors du freinage.

Validation de la phase de freinage

Question 8: Exprimer le temps d'arrêt t_f lors de la phase de freinage de la vitesse V_D à une vitesse nulle en fonction de la vitesse initiale V_D et de l'accélération a_f

Question 9: Vérifier que ce temps respecte le cahier des charges

Question 10: Exprimer la distance D_f parcourue lors de la phase de freinage de la vitesse V_D à une vitesse nulle en fonction de la vitesse initiale V_D et de l'accélération a_f

Question 11: En déduire la distance parcourue lors de la phase de freinage et vérifier le critère du cahier des charges

Validation de la phase d'accélération

Question 12: Exprimer la distance D_a parcourue lors de la phase d'accélération d'une vitesse nulle à la vitesse V_D en fonction de la vitesse initiale V_D et de l'accélération a_e

Question 13: En déduire la distance parcourue lors de la phase d'accélération et vérifier le critère du cahier des charges

Etude du moteur

Question 14: Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de la vitesse de rotation maximale du moteur ?

Question 15: En déduire la puissance moteur maximale nécessaire au bon fonctionnement du système étudié

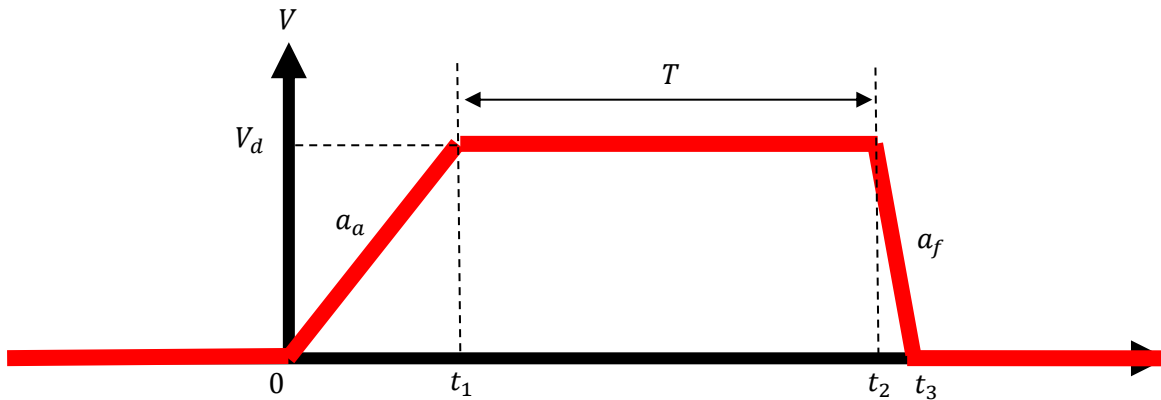
Bilan

Question 16: Conclure sur le choix des équipements permettant de répondre au cahier des charges

Dernière mise à jour	MECA 2	Denis DEFAUCHY
04/01/2023	Dynamique	TD3 - Sujet

Pour aller plus loin

On donne ci-dessous le profile en vitesse du pont roulant mesuré lors d'une utilisation sur toute la course disponible (un système automatique déclenche le frein au moment où cela permettra d'arrêter le pont en fin de course).



On sait que le pont roulant peut se déplacer sur $L = 30m$ de long.

On donne :

$$t_f = t_3 - t_2 = 1 \text{ s}$$

$$t_a = t_1 = 10 \text{ s}$$

Sachez que chacun des deux calculs ci-dessous est déjà tombé en concours. Toutefois, pour le second, il ne fallait que manipuler des valeurs, et non des expressions littérales, ce qui rendait les choses quand même plus simples.

Calculs simples

Cf Sujet :

- E3A PSI 2014 Q1 sur un profile en vitesse comme celui proposé ci-dessus
- CCP PSI 2014 Q2 sur un profile en accélération, donc un peu plus difficile

Question 17: Déterminer la distance parcourue aux temps t_1 , t_2 et t_3 en fonction de a_a , a_f , t_1 , t_2 et t

Calculs plus complexes

Cf Sujet : Centrale PSI 2017 Q14

Question 18: Déterminer l'expression de la distance parcourue $d(t)$ par le pont roulant en fonction de a_a , a_f , t_1 , t_2 et t

Remarque : dans le sujet cité, on travaillait avec des valeurs numériques, ce qui rendait les expressions manipulées plus simples...

Question 19: En déduire l'expression littérale en fonction de L , a_a , a_f , t_a et t_f et la valeur numérique du temps maximal T à vitesse constante