Enérgie électromagnétique

Table des matières

1 Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique à la matière

1.1 Loi d'Ohm local

1.1.1 Modèle de Drude pour un conducteur

- Dans un conducteur les charges mobiles ne sont pas complétement libres,car elles interagissent entre elles et avec les charges fixes qui composent le matériau.
- Dans un électrolyte,les particules mobiles sont des ions qui évoluent parmi des molécules neutres : les interactions sont décrites comme des collisions entre les différentes particules.

•Modèle de Drude : ce modèle consiste à représenter l'action du milieu matériel sur les charges mobiles par une force de frottement visqueux.

Considèrons un milieu conducteur possédant n particules,de charge q et de masse m, par unité de volume qui assurent la conduction du milieu. Sous l'action du champ électrique $\vec{E}$,les charge prennent un mouvement d'ensemble qui s'appelle aussi le mouvement de dérive avec une vitesse $\vec{v}$

- la masse volumique du milieu est : $\rho^* = nm$
- la force volumique des frottements fluide de Drude s'écrit

$$\boxed{\vec{f}_v = -\rho^* \frac{\vec{v}}{\tau}}$$

  τ : taux de relaxation du milieu

- principe fondamental de la dynamique sur un élement de fluide de volume dV
  $\rho^* dV \frac{d\vec{v}}{dt} = nq.dV\vec{E} - \rho^* \frac{\vec{v}}{\tau} dV$

$$\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

- la solution de cette équation s'écrit sous la forme

$$\boxed{\vec{v} = \frac{q\tau}{m}\vec{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

- en régime établi ($t >> \tau$) la vitesse $\vec{v}$ devient

$$\boxed{\vec{v}_{lim} = \frac{q\tau}{m}\vec{E} = \mu\vec{E}}$$

  μ : représente la mobilité des porteurs de charge considérés

- la densité de courant électrique s'écrit sous la forme

$$\boxed{\vec{j} = nq\vec{v}_{lim} = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E}}$$

- on pose $\boxed{\gamma = \frac{nq^2\tau}{m}}$: la conductivité du milieu

$$\boxed{\vec{j} = \gamma\vec{E}}$$

1.1.2 Loi d'Ohm local

En absence du champ magnétique la loi d'Ohm local s'écrit sous la forme

$$\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$$

• Remarque : en présence du champ magnétique la loi d'Ohm local s'écrit sous la forme

$$\boxed{\vec{j} = \gamma\left(\vec{E} + R_H \vec{j} \wedge \vec{B}\right)}$$

où $R_H = \dfrac{1}{nq}$: constante de Hall

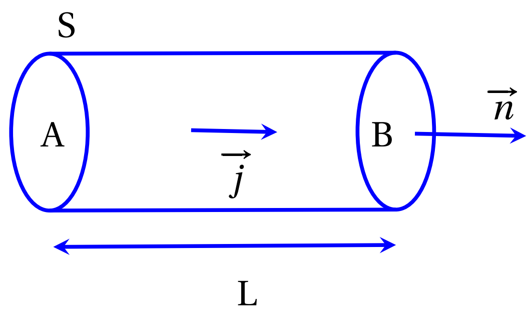
1.2 Puissance cédée par le champ aux charges

- les charges d'un élément de volume $d\tau$ de la distribution de vitesse $\vec{v}$ sont soumises à la force de Lorentz : $d\vec{F}_L = \rho\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)d\tau$
- la puissance $\mathscr{P}$ de la force de Lorentz : $\mathscr{P} = \rho\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)d\tau.\vec{v} = \rho\vec{v}\,\vec{E}$
- la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ aux porteurs de charges est

$$\boxed{\mathscr{P}_v = \vec{j}.\vec{E}}$$

1.3 Cas d'un conducteur ohmique

Considérons un conducteur ohmique de section (S),de conductivité γ,parcouru par un courant I sous l'effet d'un champ électrique permanent $\vec{E}$



- la puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charges est donnée par
$\mathscr{P} = \iiint_V \vec{j}.\vec{E}\,d\tau = \int_A^B \vec{E}.\left(\iint_S \vec{j}.dS\vec{n}\right)\vec{dl} = I\int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = I(V_A - V_B)$
- la puissance volumique dissipée dans le conducteur

$$\boxed{\mathscr{P}_v = \vec{j}.\vec{E} = \gamma\vec{E}^2 = \frac{j^2}{\gamma}}$$

- la résistance du conducteur : $R = \dfrac{U}{I}$

$$\boxed{R = \frac{\int_A^B \vec{E}.\vec{dl}}{\iint_S \vec{j}.\vec{dS}}}$$

- pour le conducteur cylindrique de section (S) :
$R = \dfrac{EL}{jS} = \dfrac{L}{\gamma S}$

$$\boxed{R = \frac{L}{\gamma S}}$$

2 Bilan d'énergie électromagnétique

2.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique-Vecteur de Poynting

• Définition 1 : la densité volumique d'énergie électromagnétique u est définie par

$$u = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

• Définition 2 : le vecteur de Poynting est défini par

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

▶ Signification physique du vecteur de Poynting
le flux du vecteur de Poynting à travers une surface (S) représente la puissance électromagnétique traversant cette surface où la puissance rayonnée $\mathscr{P}_{ray}$

$$\boxed{\mathscr{P}_{ray} = \iint_S \vec{R}.\vec{dS}}$$

l'unité du vecteur de Poynting : $W.m^{-2}$

2.2 Identité de Poynting

- $\overrightarrow{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Leftrightarrow \vec{j} = \frac{\overrightarrow{rot}\,\vec{B}}{\mu_0} - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
- $\vec{j}.\vec{E} = \left(\frac{\overrightarrow{rot}\,\vec{B}}{\mu_0} - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)\vec{E}$
- $div\left(\vec{E} \wedge \vec{B}\right) = \vec{B}.\overrightarrow{rot}\,\vec{E} - \vec{E}.\overrightarrow{rot}\,\vec{B} \Leftrightarrow \vec{E}.\overrightarrow{rot}\,\vec{B} = -div\left(\vec{E} \wedge \vec{B}\right) + \vec{B}.\overrightarrow{rot}\,\vec{E}$

  $\vec{E}.\overrightarrow{rot}\,\vec{B} = -div\left(\vec{E} \wedge \vec{B}\right) - \vec{B}.\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\vec{j}.\vec{E} + div\left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = 0$$

- l'identité de Poynting s'écrit sous la forme

$$\boxed{\vec{j}.\vec{E} + div\,\vec{R} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0}$$

2.3 Forme intégrale de l'équation de Poynting

Considérons un volume V entouré par une surface fixe Σ

- $\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) d\tau + \iiint_V div\,\vec{R}\, d\tau = -\iiint_V \vec{j}.\vec{E}\, d\tau$

- $\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varepsilon_0 E^2}{2}+\frac{B^2}{2\mu_0}\right)d\tau = \frac{d}{dt}\left(\iiint_V\left(\frac{\partial\varepsilon_0 E^2}{2}+\frac{B^2}{2\mu_0}\right)d\tau\right) = \frac{dU}{dt}$

  avec $U = \iiint_V\left(\frac{\partial\varepsilon_0 E^2}{2}+\frac{B^2}{2\mu_0}\right)d\tau$ représente l'énergie électromagnétique contenue dans le volume (V)
- $\iiint_V div\vec{R}.d\tau = \oiint_\Sigma \vec{R}\,\vec{dS}$
- la forme intégrale de l'équation de Poynting

$$\boxed{\frac{dU}{dt} = -\oiint_\Sigma \vec{R}.\vec{dS} - \iiint_V \vec{j}\,.\,\vec{E}\,d\tau}$$

•Conclusion : la variation de l'énergie d'un volume (V) fixe se fait par deux types :

- une partie de l'énergie est rayonnée à travers la surface délimitant ce volume
- une autre partie est échangée avec les charges contenues dans le volume (V)