Oscillateur linéaire à un degré de liberté

Table des matières

On se limite à l'étude d'un oscillateur unidimensionnel pour le quel le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ ne dépend que d'une seule variable spatiale .

1 Oscillateur harmonique non amorti

1.1 Définition

Définition : On appelle oscillateur harmonique unidimentionnel tout système physique (point matériel) dont le mouvement est décrit par une équation de type :

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0}$$

- x : paramètre du système évoluant au cours du temps
- $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$: pulsation propre du système

- la solutione de cette équation s'écrit :

$$\boxed{x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

- X_m : amplitude qui dépend des conditions initiales
- φ : phase à l'origine dépendant des conditions initiales
- $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ indépendant des conditions initiales

1.2 Exemples

1.2.1 Mouvement d'un point au voisinage de la position d'équilibre stable

- Soit x_e la position d'équilibre stable d'un système physique
- DL_2 de l'énergie potentiel
  $E_p(x) = E_p(x_e) + (x - x_e)\left(\dfrac{dE_p}{dx}\right)_{x=x_e} + \dfrac{(x-x_e)^2}{2}\left(\dfrac{d^2E_p}{dx^2}\right)_{x=x_e}$
- position d'équilibre stable : $\left(\dfrac{dE_p}{dx}\right)_{x=x_e} = 0$ et

$$\boxed{k = \left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_{x=x_e} > 0}$$

$$\boxed{E_p(x) = E_p(x_e) + \frac{k}{2}(x - x_e)^2}$$

- Approximation harmonique

Approximation harmonique : On se limite aux petits mouvements au voisinage d'un équilibre stable x_e,il existe une cuvette parabolique de potentiel au voisinage de cette position d'équilibre tel que :

$$\boxed{E_p(x) = E_p(x_e) + \frac{k}{2}(x - x_e)^2}$$

avec : $k = \left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_{x=x_e} > 0$

- l'équation du mouvement de l'oscillateur dans le cadre de l'approximation harmonique se déduit à partir de l'énergie mécanique E_m
- l'énergie mécanique se conserve donc $E_m = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$
- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + E_p(x_e) + \frac{k}{2}(x - x_e)^2$
  $\frac{dE_m}{dt} = 0 = m\dot{x}\ddot{x} + k(x - x_e)\dot{x}$
  on pose $X = x - x_e$ donc $\dot{X} = \dot{x}$

$$\boxed{\ddot{X} + \frac{k}{m}X = 0}$$

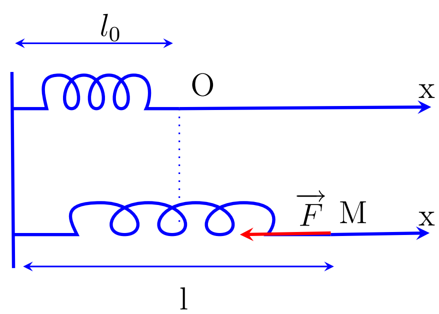
on pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$: pulsation propre du système

$$\boxed{\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0}$$

Conclusion : le point matériel au voisinage de sa position d'équilibre stable se comporte comme un oscillateur harmonique non hamortie à une dimension de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

1.2.2 Particule élastiquement liée

Considérons une particule M de masse m fixée à l'extrimité d'un resort de raideur k et de longueur au repos l_0 . La particule est astreinte à se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontale ox .



- $\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e}_x = -kX\vec{e}_x$
- PFD : $\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$
  $-kX + 0 + 0 = m\ddot{X}$;on pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\boxed{\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0}$$

c'est une équation de type oscillateur harmonique

Conclusion : la particule élastiquement liée se comporte comme un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- la solution de cette équation s'écrit : $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$

les conditions initiales $\begin{cases} \text{la vitesse v(t=0)} & = & V_0 \\ \text{la position x(t=0)} & = & X_0 \end{cases}$

  - $X(0) = X_m \cos\varphi = X_0$
  - $\dot{X}(0) = V_0 = -X_m\omega_0 \sin\varphi$

$$\boxed{\tan\varphi = -\frac{V_0}{X_0\omega_0}}$$

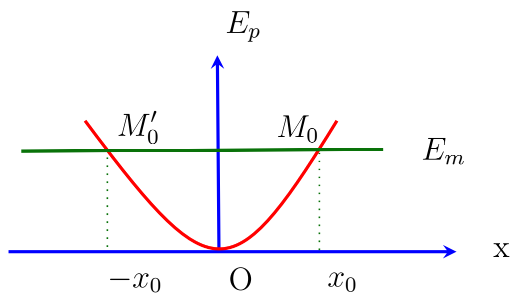
$$\boxed{X_m = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_0}\right)^2}}$$

- énergie potentielle E_p
  - la force de rappel élastique : $\overrightarrow{F} = -kX\overrightarrow{e}_x$
  - $dE_p = -\delta W = -\overrightarrow{F}dX\overrightarrow{e}_x = kXdX = d(\frac{1}{2}kX^2 + cte)$

$$\boxed{E_p(x) = \frac{1}{2}kX^2}$$

avec $E_p(0) = 0$,il s'agit d'une cuvette parabolique de potentiel

la position d'équilibre $x = 0$ est stable car $\left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_{x=0} = k > 0$



- énergie mécanique E_m
  - la force $\overrightarrow{F} = -KX\overrightarrow{e}_x$ est conservative donc E_m est une constante de mouvement

$$\boxed{E_m(t) = E_m(0) = E_p + E_c}$$

  - $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
  - $E_c = \frac{1}{2}m\dot{X}^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2X_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$
  - $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2X_m^2}$$

Conclusion : L'énergie mécanique E_m d'une particule élastiquement liée est une constante du mouvement

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2X_m^2}$$

▶ valeurs moyennes de E_c et de E_p : équipartition de l'énergie

- $< E_c >= \dfrac{1}{T_0}\displaystyle\int_0^{T_0} E_c(t)dt$
- $< E_p >= \dfrac{1}{T_0}\displaystyle\int_0^{T_0} E_p(t)dt$
- $\left\{\begin{array}{lcl} \cos^2(\omega_0 t+\varphi) & = & \dfrac{1}{2} + \dfrac{\cos 2(\omega_0 t+\varphi)}{2} \\ \sin^2(\omega_0 t+\varphi) & = & \dfrac{1}{2} - \dfrac{\cos 2(\omega_0 t+\varphi)}{2} \end{array}\right.$ avec $\omega_0 T_0 = 2\pi$
- donc

$$\boxed{< \cos^2(\omega_0 t+\varphi) >=< \sin^2(\omega_0 t+\varphi) >= \frac{1}{2}}$$

- donc $< E_p >=< \dfrac{1}{2}kX^2 >= \dfrac{1}{2}kX_m^2 < \cos^2(\omega_0 t+\varphi) >= \dfrac{1}{4}kX_m^2$

$$\boxed{< E_p >= \frac{1}{4}kX_m^2}$$

- $< E_c >=< \dfrac{1}{2}m\dot{X}^2 >= \dfrac{1}{2}mX_m^2\omega_0^2 < \sin^2(\omega_0 t+\varphi) >= \dfrac{1}{4}m\omega_0^2X_m^2 = \dfrac{1}{4}kX_m^2$

Conclusion

$$\boxed{< E_c >=< E_p >= \frac{1}{4}kX_m^2 = \frac{1}{4}m\omega_0^2X_m^2}$$

on dit qu'il y a l'équipartition de l'énergie

2 Régime libre d'un oscillateur harmonique amortie

2.1 Oscillateur harmonique amortie unidimensionnel

Définition : On appelle oscillateur harmonique amortie unidimensionnel tout système physique caractérisé par une équation de type :

$$\boxed{\ddot{X} + 2\lambda\dot{X} + \omega_0^2X = 0}$$

- λ : coefficient d'amortissement de l'oscillateur
- ω_0 : pulsation propre de l'oscillateur

- le facteur de qualité

$$\boxed{Q = \frac{\omega_0}{2\lambda}}$$

- le temps de relaxation τ

$$\boxed{\tau = \frac{Q}{\omega_0} = \frac{1}{2\lambda}}$$

- l'équation s'écrit sous la forme

$$\boxed{\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X = 0}$$

$$\boxed{\ddot{X} + \frac{1}{\tau}X + \omega_0^2 X = 0}$$

2.2 Exemples

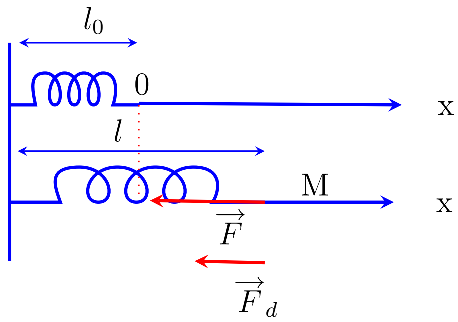
2.2.1 Particule élastiquement liée avec frottement fluide

- la force des frottements fluides de la forme

$$\boxed{\overrightarrow{F}_d = -\alpha\overrightarrow{V} = -\alpha\dot{X}\overrightarrow{e}_x}$$

- la force de rappel

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -k(l-l_0)\overrightarrow{e}_x = -kX\overrightarrow{e}_x}$$



- On peut obtenir l'équation du mouvement soit à partir du PFD où du bilan énergétique (théorème de l'énergie mécanique)
- théorème de l'énergie mécanique : $dE_m = \delta W(\overrightarrow{F}_{nc}) = \overrightarrow{F}_d.\overrightarrow{V}.dt$

$$\boxed{dE_m = -\alpha V^2 dt < 0}$$

avec : $V = \dot{X}$

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{X}^2 + \frac{1}{2}kX^2$
- $d(\frac{1}{2}m\dot{X}^2 + \frac{1}{2}kX^2) = -\alpha\dot{X}^2 dt$
  $m\ddot{X} + kX = -\alpha\dot{X}$

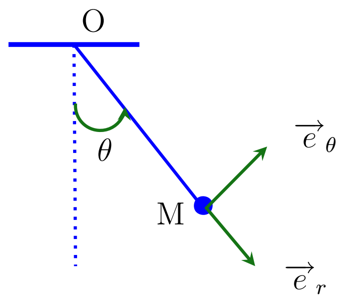
$$\boxed{\ddot{X} + \frac{\alpha}{m}\dot{X} + \frac{k}{m}X = 0}$$

- on pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et $2\lambda = \frac{\alpha}{m}$

$$\boxed{\ddot{X} + 2\lambda\dot{X} + \omega_0^2 X = 0}$$

Conclusion : la particule élastiquement liée avec frottements fluides se comporte comme un oscillateur harmonique amortie avec un coefficient d'amortissement $\boxed{\lambda = \frac{\alpha}{2m}}$

2.2.2 Pendule simple amorti



- la force dissipative $\vec{F}_d = -\alpha \vec{V}$
- $\overrightarrow{OM} = l\vec{e}_r$
- $\vec{V} = l\dot{\theta}\vec{e}_\theta$
- $\vec{F}_d = -\alpha l\dot{\theta}\vec{e}_\theta$

▶ bilan énergétique : $dE_m = \delta W(\vec{F}_{nc}) = \delta W(\vec{F}_d) = -\alpha V^2 dt$

▶ $E_m = E_c + E_p$ avec

- $E_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$
- $E_p = mgl(1-\cos\theta)$ avec $E_p = 0$ pour $\theta = 0$
- $E_m = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1-\cos\theta)$
- $dE_m = ml^2\dot{\theta}\left(\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta\right)dt = -\alpha l^2\dot{\theta}^2 dt$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0}$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ et $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$

$$\boxed{\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0}$$

▶ Dans le cadre de l'approximation harmonique : petits angles $\sin\theta \approx \theta$

$$\boxed{\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0}$$

Conclusion : le pendule simple amorti se comporte comme un oscillateur harmonique amorti de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ et de coefficient d'amortissement $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$

3 Régimes de variation d'un oscillateur harmonique amortie-Portrait de phase

3.1 Portrait de phase

3.1.1 Définitions

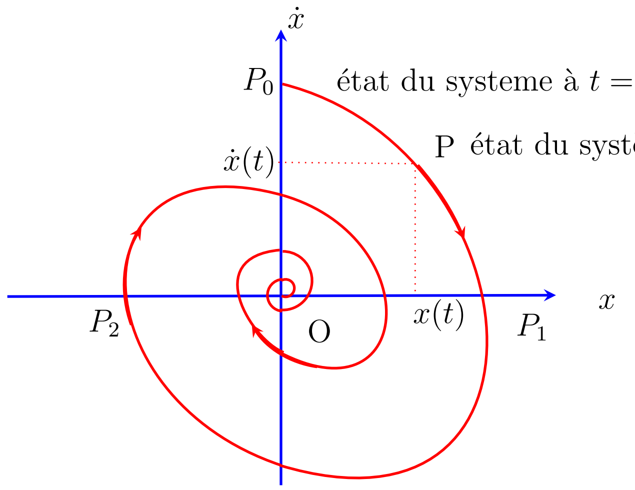
Définitions

- plan de phase : est un plan de type (O,x,$\dot{x}$) (x paramètre linéaire ou angulaire de position) dans lequel l'état mécanique de M est représenté ,à un instant t donné,par le point de phase $P(x(t), \dot{x}(t))$.
- trajectoire de phase : c'est la courbe décrite par l'évolution du point P au cours du temps pour les conditions initiales données . Elle du point du phase $P_0(x(0); \dot{x}(0))$.
- portrait de phase : c'est lensembles des trajectoires de phase obtenus pour divers conditions initiales .

3.1.2 Propriétés des trajectoires de phase

- Sens de parcours d'une trajectoire de phase : toutes les trajectoires de phases sont parcourues dans le même sens ,il s'agit du sens horaire .
- Deux trajectoires de phase d'un système libre ne peuvent pas se couper : il ne peut y avoir deux évolutions différentes du système en partant du même état initial.
- Pour un système de mouvement périodique : les trajectoires de phase sont fermées
- les positions d'équilibres : sont situées sur l'axe des espaces (ox) ,car pour ces points la vitesse de M est nulle.
- les points de rebroussement : sont des points où la vitesse change du signe
- l'évolution du système est réversible si la trajectoire de phase est symétrique par rapport à l'axe des espaces (ox)

3.1.3 Exemple



- trajectoires de phase ouvertes ⇒ absence de périodicité du système
- trajectoires de phase non symétriques par rapport à ox ⇒ irréversibilité de l'évolution
- $P_1; P_2$ les points de rebroussement

• Remarque : si les trajectoires de phase sont des cercles le mouvement est sinusoïdal

3.2 Divers régimes de variation d'un oscillateur harmonique amortie

- l'équation : $\ddot{X} + 2\lambda\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$
- l'équation caractéristique : $r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$
  $\Delta = 4\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 4(\lambda^2 - \omega_0^2)$

3.2.1 Régime apériodique : $\Delta > 0, \lambda > \omega_0, Q < \frac{1}{2}$

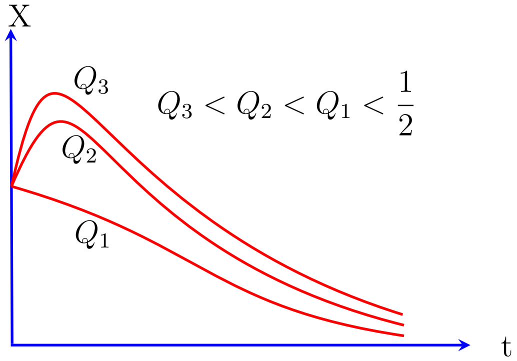
$$\boxed{r_{1,2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}}$$

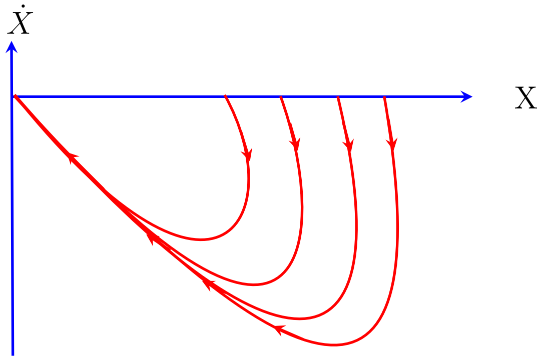
- la solution de l'équation

$$\boxed{X(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t} = e^{-\lambda t}(Ae^{\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}} + Be^{-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}})}$$

  A et B sont des constantes
  Pour $t \longrightarrow 0; X(t) \longrightarrow 0$: mouvement sans oscillation

- Représentation graphique





Portrait de phase

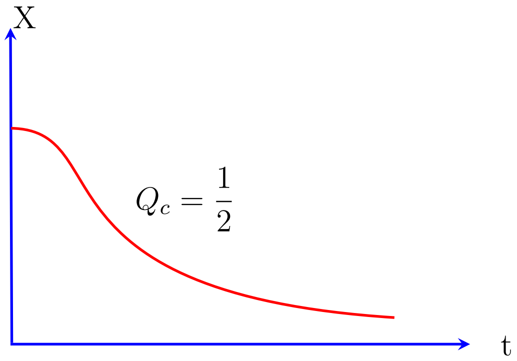
3.2.2 Régime critique : $\Delta = 0; \lambda = \omega_0; Q_c = \frac{1}{2}$

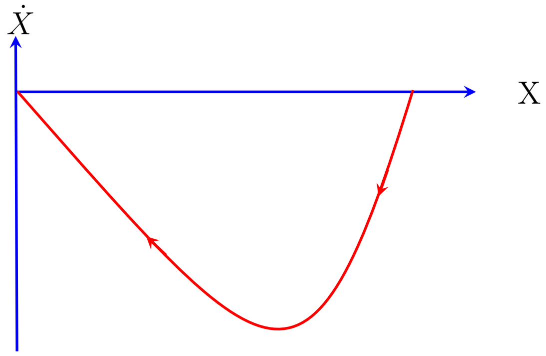
- la solution

$$\boxed{X(t) = (At + B)e^{-\lambda t}}$$

  $t \longrightarrow 0; X(t) \longrightarrow 0$: pas d'oscillation
  le retour vers l'état d'équilibre s'effectue sans oscillation mais plus rapidement que pour le régime apériodique .

- représentation graphique





Portrait de phase

3.2.3 Régime pseudo-périodique : $\Delta < 0; \lambda < \omega_0; Q > \frac{1}{2}$

- la solution

$$\boxed{r_{1,2} = -\lambda \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} = -\lambda \pm j\Omega}$$

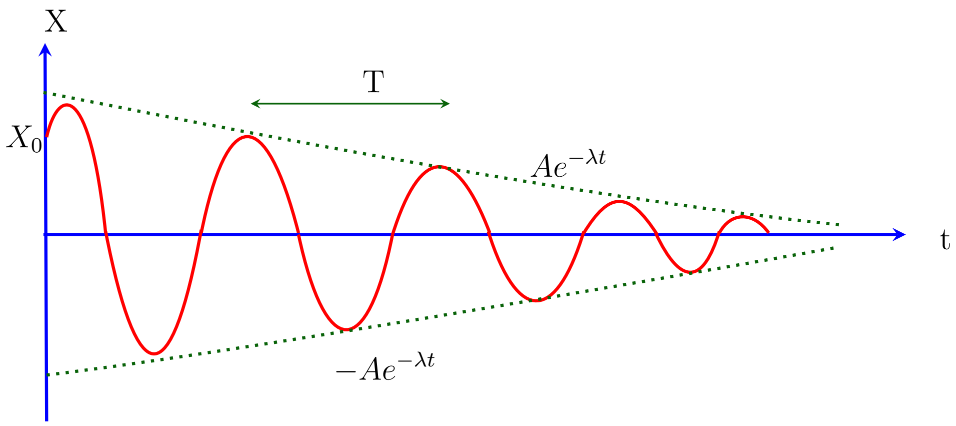
$$\boxed{\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \text{;pseudo-pulsation}}$$

$$\boxed{X(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\Omega t + \varphi)}$$

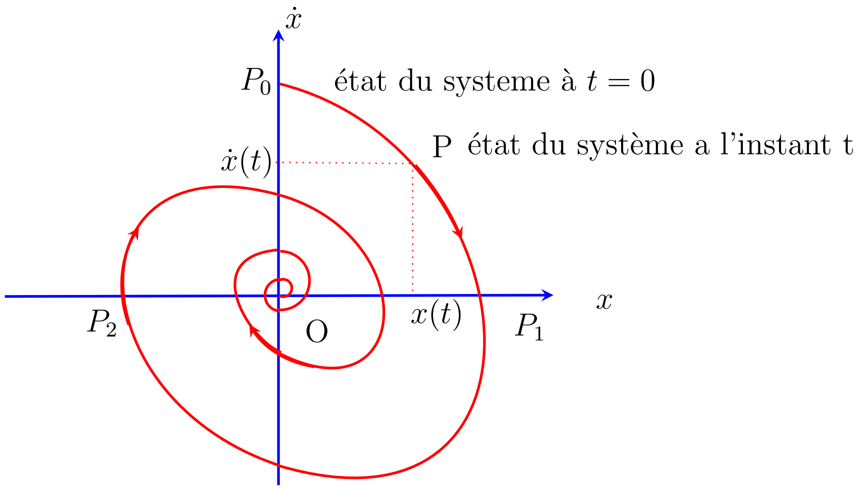
- le retour ver l'état d'équilibre s'effectue par des oscillations de pseudo-période

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\Omega}}$$

- représentation graphique



- le portarait de phase



- la période propre $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$(en absence des frottements)

  $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda}{\omega_0}\right)^2}}$ donc

$$\boxed{T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}} > T_0}$$

- le décrément logarithmique : $X(t+T) = e^{-\delta}X(t)$

$$\boxed{\delta = \lambda T = \ln\left(\frac{X(t)}{X(t+T)}\right)}$$

$$\boxed{\delta = \lambda\frac{T_0}{\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2-1}}}$$

3.2.4 Interprétation énergétique du régime pseudo-périodique

- la solution : $x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\Omega t + \varphi)$
- Hypothèse : l'amortissement est trés faible : $\lambda \to 0; Q >> 1; \omega_0 >> \lambda$
  - $\Omega = \omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}} \approx \omega_0$
  - $T = \dfrac{T_0}{\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}} \approx T_0$

$$\boxed{x(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

- $E_p = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}kA^2e^{-2\lambda t}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$
- $E_c = \dfrac{1}{2}m\dot{x}^2 = \dfrac{1}{2}A^2m\left[-\omega_0 e^{-\lambda t}\sin(\omega_0 t + \varphi) - \lambda e^{-\lambda t}\cos(\omega_0 t + \varphi)\right]^2$

  $\lambda << \omega_0$ et sin et cos sont bornées donc

$$\boxed{E_c \approx \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 e^{-2\lambda t}\sin^2(\omega_0 t+\varphi)}$$

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}kA^2e^{-2\lambda t}}$$

- la diminution relative de l'énergie mécanique au cours d'une pseudo-période : $\dfrac{E_m(t)-E_m(t+T)}{E_m(t)}$
  - $E_m = \dfrac{1}{2}kA^2e^{-2\lambda t}$
  - $E_m(t+T) = E_m(t)e^{-2\lambda t}$
  - $\dfrac{E_m(t)-E_m(t+T)}{E_m(t)} = 1-e^{-2\lambda t}$
  - $\lambda T \approx \lambda\dfrac{2\pi}{\omega_0} = \lambda T_0 << 1 \Rightarrow 1-e^{-2\lambda T_0} \approx 2\lambda T_0 = \dfrac{2\pi}{Q}$

$$\boxed{\frac{E_m(t)-E_m(t+T)}{E_m(t)} = \frac{2\pi}{Q}}$$

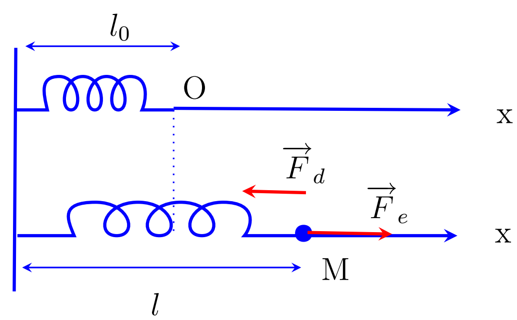
$$\boxed{Q = 2\pi\frac{E_m(t)}{E_m(t)-E_m(t+T)}}$$

4 Résonance mécanique

4.1 Réponse d'un oscillateur harmonique amortie à une excitation sinusoïdale

Une particule élastiquement liée (raideur k) en mouvement rectiligne sur ox,soumise à :

- la force des frottements fluide $\overrightarrow{F}_d = -\alpha V\overrightarrow{e}_x$
- la force excitatrice sinusoïdale $\overrightarrow{F}_e = F\cos\omega t\overrightarrow{e}_x$



- RFD : $m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} + \overrightarrow{F}_d + \overrightarrow{F}_e$
  - projection sur ox : $m\ddot{x} = -kx - \alpha\dot{x} + F\cos\omega t$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F}{m}\cos\omega t}$$

  - on pose : $A = \dfrac{F}{m\omega_0^2}$ et $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

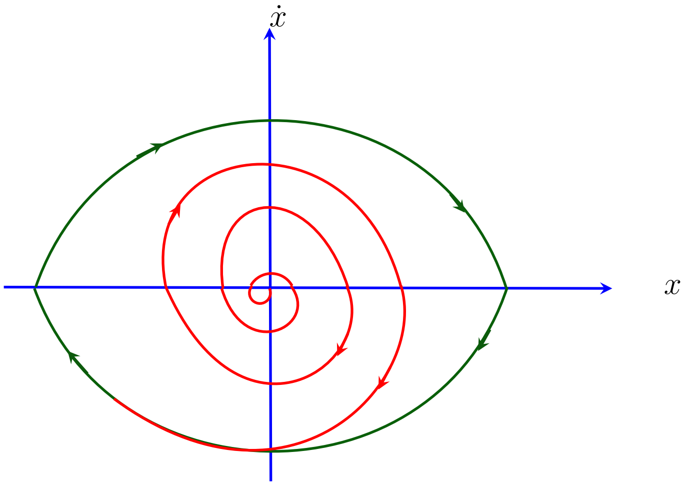
$$\boxed{\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 A\cos\omega t}$$

- la solution

$$\boxed{x(t) = x_1(t) + x_2(t)}$$

- $x_1(t)$: solution de l'équation homogène correspond au régime libre
- $x_2(t)$: solution particulière correspond au régime forcé
- $x_1(t)+x_2(t)$: caractérise le régime transitoire pendant l'existance de $x_1(t)$

▶ le passage du régime transitoire au régime établi (sinusoïdal forcé) peut être visualisé par les trajectoires de phase : par exemple dans le cas du régime libre pseudo-périodique :



- en rouge (spire logarithmique) : régime transitoire
- en vert (ellipse) : régime établi

4.2 Régime sinusoïdal forcé-résonance en élongation

- la solution en régime sinusoïdal forcé : $x(t) = X\cos(\omega t + \varphi)$
- en notation complexe : $\underline{x} = Xe^{j(\omega t+\varphi)} = \underline{X}e^{j\omega t}$ avec : $\left\{\begin{array}{rcl} |\underline{X}| & = & Xe^{j\varphi} \\ \arg \underline{X} & = & \varphi \end{array}\right.$
- $\ddot{\underline{x}} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dot{\underline{x}} + \omega_0^2\underline{x} = \omega_0^2 Ae^{j\omega t}$
- $\dot{\underline{x}} = j\omega\underline{x}$ et $\ddot{\underline{x}} = -\omega^2\underline{x}$
- $\left(-\omega^2 + j\omega\dfrac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)\underline{X}e^{j\omega t} = \omega_0^2 Ae^{j\omega t}$

$$\boxed{\underline{X} = Xe^{j\varphi} = \frac{\omega_0^2 A}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\dfrac{\omega_0}{Q}\omega}}$$

- on pose $u = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

$$\boxed{\underline{X} = \frac{A}{1 - u^2 + j\dfrac{u}{Q}}}$$

$$\begin{cases} X = \dfrac{A}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \dfrac{u^2}{Q^2}}} \\ \tan\varphi = -\dfrac{u}{Q(1-u^2)} \end{cases}$$

- si X passe par un maximum on dit qu'il y a résonance d'élongation
- on pose $g(u) = (1-u^2)^2 + \dfrac{u^2}{Q^2}$

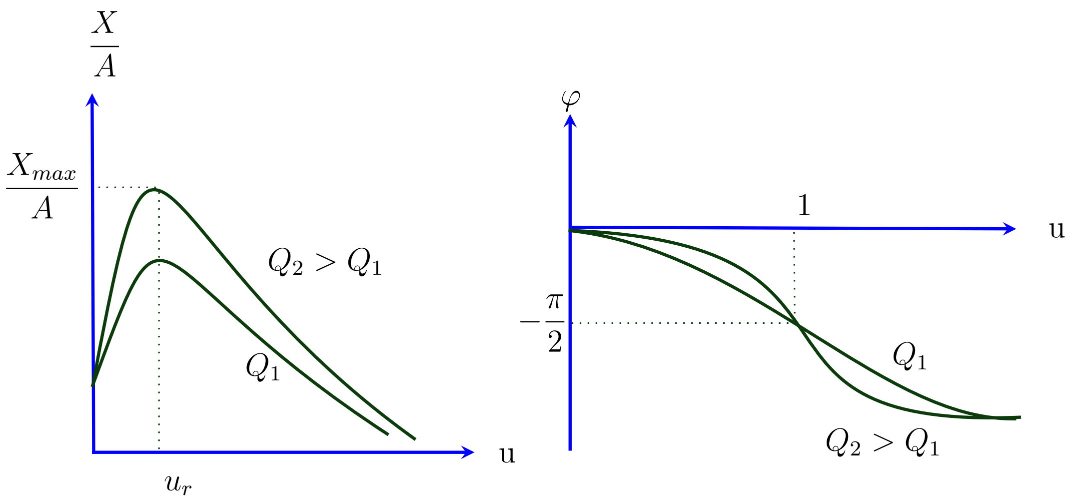
  à la résonance $g(u)$ doit être minimale donc $\left(\dfrac{dg}{du}\right)_{u=u_r} = 0$

  $$\boxed{u_r^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}; Q > \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

- Conclusion
  - si $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$: résonance : $u_r = \dfrac{\omega_r}{\omega_0} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$
  - si $Q < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$: absence du résonance
  - l'amplitude maximale est

  $$\boxed{X_{max} = X(u_r) = \frac{AQ}{\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}}}$$

- Représentation graphique

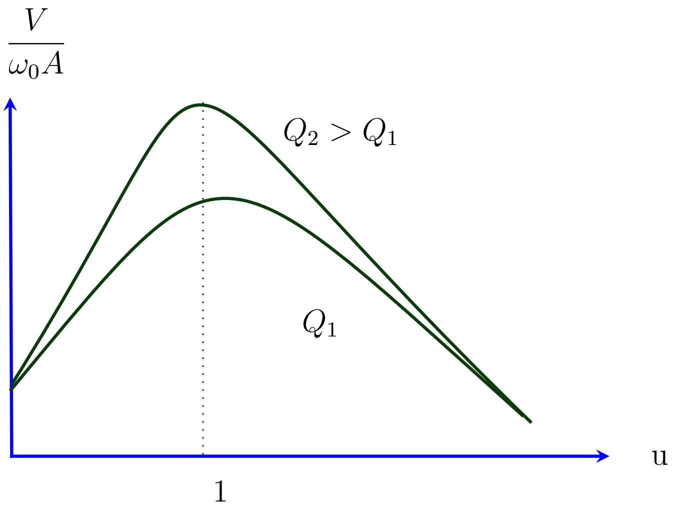


4.3 Résonance en vitesse

- $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}(X\cos(\omega t + \varphi)) = \omega X \cos\left(\omega t + \varphi + \dfrac{\pi}{2}\right)$

  on pose $V = X\omega = \dfrac{\omega A}{\sqrt{(1-u)^2 + \dfrac{u^2}{Q^2}}}$ et $\phi = \varphi + \dfrac{\pi}{2}$

$$\boxed{V=\frac{\omega_0 A}{\sqrt{\frac{1}{Q^2}+\left(u-\frac{1}{u}\right)^2}}}$$



4.4 Analogie électro-mécanique

grandeur électrique	grandeur mécanique	grandeur électrique	grandeur mécanique
$L\ddot{q}+R\dot{q}+\frac{1}{C}q=e(t)$	$m\ddot{x}+2\lambda\dot{x}+kx=F$	e	F
L	m	$\frac{1}{2}Li^2$	$\frac{1}{2}m\dot{x}^2$
R	2λ	$\frac{1}{2C}q^2$	$\frac{1}{2}kx^2$
C	$\frac{1}{k}$	$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$
q	x	$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$Q=\frac{\sqrt{km}}{\lambda}$
i	v		