TD n°4
Transferts thermiques

Exercice 1 : Association de deux conducteurs

Deux barres de même section S, de conductivité thermiques λ_1 et λ_2 et de longueurs L_1 et L_2 sont mises bout à bout. La surface latérale est parfaitement calorifugée et le contact est parfait entre les deux barres. On se place en régime stationnaire et on suppose que la température ne dépend que de la position x le long de l'axe parallèle aux barres. La position $x = 0$ correspond au contact entre les deux barres. On impose les températures $T(-L_1) = T_1$ et $T(L_2) = T_2$.

1. Déterminer la température $T(x)$ dans les barres. Tracer son évolution.

2. Déterminer le flux thermique traversant chacune des barres. Que remarque-t-on ?

3. En déduire la résistance thermique de l'ensemble des deux barres.

4. Que se passe-t-il si le contact n'est plus parfait ?

Exercice 2 : Gaine isolante

Un tuyau d'eau chaude de température T_e est entouré par une gaine isolante de conductivité thermique λ, de rayon intérieur R_1 (égal au rayon extérieur du tuyau) et de rayon extérieur R_2. La gaine est en contact avec l'air ambiant de température T_0 avec lequel elle a un échange thermique suivant la loi de Newton, avec un coefficient d'échange h. On a $T(R_1) = T_e$ et $T(R_2) = T_2 \neq T_0$.

Données : En coordonnées cylindriques :

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e_\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e_z}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

1. Déterminer le profil de température à l'intérieur de la gaine.

2. Pour une longueur l de tuyau, exprimer les résistances thermiques de la gaine et de l'interface gaine/air.

3. Étudier les variations de la résistance thermique équivalente avec R_2. Commentaire ?

Exercice 3 : Épaisseur d'un igloo

On considère un igloo de rayon intérieur $R_1 = 1\,\mathrm{m}$ contenant un habitant. La conductivité de la glace est égale à $\lambda = 0{,}05\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ et la température de la surface extérieure de l'igloo est $T_e = -20\,°\mathrm{C}$. On admet que la température intérieure minimale nécessaire à la survie est $T_i = 10\,°\mathrm{C}$. On suppose également que l'habitant dégage une puissance $\mathcal{P} = 50\,\mathrm{W}$ et que les pertes thermiques ne se font que par les murs d'épaisseur e.

1. Utiliser la conservation du flux thermique pour en déduire une équation le liant à la température.
2. Exprimer alors la résistance thermique des murs de l'igloo en fonction des données du problème.
3. Calculer la résistance thermique nécessaire pour le maintient d'une température intérieur $T_i = 10\,°\mathrm{C}$.
4. En déduire l'épaisseur e du mur nécessaire.

Exercice 4 : Effet de cave

L'atmosphère occupe le demi-espace $x > 0$ et le sous-sol le demi-espace $x < 0$. Le sous-sol est considéré comme homogène, de masse volumique ρ, de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ. La température au niveau du sol est de la forme :

$$T(0,t) = T_0 + \Theta_0 \cos(\omega t)$$

(variations journalières ou saisonières). Pour simplifier, on utilisera la notation complexe :

$$\underline{T}(0,t) = T_0 + \Theta_0 e^{j\omega t}$$

Données : $\rho = 3{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $c = 515\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ et $\lambda = 1{,}2\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}}$.

1. Rappeler l'équation de la diffusion thermique dans le cas unidimentionnel sans terme source.
2. On cherche une solution de la forme : $\underline{T}(x,t) = T_0 + \underline{f}(x)\exp(j\omega t)$. Déterminer $\underline{f}(x)$, en déduire $T(x,t)$.
3. On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2\lambda}{\rho c \omega}}$. Que représente δ ? Tracer l'évolution de la température dans le sol pour un instant fixé.
4. Calculer l'amplitude de variation de la température à une profondeur de $50\,\mathrm{cm}$ pour une amplitude de variation journalière de la température au sol de $15\,°\mathrm{C}$ autour d'une température moyenne de $3\,°\mathrm{C}$ en hiver.
5. À quelle profondeur les variations annuelles de température dont l'amplitude au sol est de $20\,°\mathrm{C}$ provoquent-elles des variations de température dont l'amplitude est inférieure à $1\,°\mathrm{C}$? Commentaire.
