➢ **Question 1 : Compléter les chronogrammes du document réponse DR1 décrivant les deux possibilités d'évolutions partielles du diagramme d'états lorsque ROBY est en fonctionnement et l'opérateur appuie sur le bouton arrêt d'urgence.**

Voir **document réponse DR1**.

➢ **Question 2 :**

a) Calculer la valeur minimale de l'instant t_2 **pour satisfaire l'exigence d'identité** 1.3.1 **en termes de course de levage**.

b) Etablir la relation entre V_8 **et** ω_m .

c) Déterminer L'énergie cinétique de l'ensemble (E)={ S_5 , APTR , S_6 , Courroie(40) , S_7 , S_8 } dans son mouvement par rapport à (S_1) en fonction de J_m , J_r , J_7 , n , p , M_8 **et** ω_m.

d) En déduire le moment d'inertie $J_{éq}$ **de l'ensemble des éléments de (E) ramené à l'arbre moteur.**

a) La course $C = V_{8max}.t_2$. On a $C \geq 1300\,\text{mm}$ et $V_{8max} = 0.05\,\text{m/s}$ donc $t_2 \geq 1.3/0.05$ soit $t_2 \geq 26$ sec d'où $t_{2min} = 26$ sec

b) $\overrightarrow{V(O_8 \in S_8/S_7)} = \dfrac{p}{2\pi}\overrightarrow{\Omega}(S_8/S_7) \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{V(O_8 \in S_8/S_1)} = -\dfrac{p}{2\pi}\overrightarrow{\Omega}(S_7/S_1)$

$$V_8 = -\frac{p}{2\pi}.\omega_7 = -\frac{p}{2\pi}.\frac{R_{38}}{R_{39}}\omega_r \quad \Rightarrow \quad V_8 = -\frac{p}{2\pi}.n.\omega_m$$

c) $$T(E/S_1) = \frac{1}{2}J_m\omega_m^2 + \frac{1}{2}J_r\omega_r^2 + \frac{1}{2}J_7\omega_7^2 + \frac{1}{2}M_8V_8^2 \quad \Rightarrow \quad T(E/S_1) = \frac{1}{2}\left(J_m + (J_r + J_7)n^2 + M_8\left(\frac{p}{2\pi}n\right)^2\right)\omega_m^2$$

d) $$T(E/S_1) = \frac{1}{2}J_{éq}\omega_m^2 \quad \Rightarrow \quad J_{éq} = J_m + (J_r + J_7)n^2 + M_8\left(\frac{p}{2\pi}n\right)^2$$

➢ **Question 3 :**

a) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (E) dans son mouvement par rapport à (S_1). En déduire C_m en fonction de $J_{éq}$, M_8 , g , n , p **et** $\dot{\omega}_m$.

b) Déterminer en fonction de $V_{8\,Max}$ **et des données du problème l'expression du couple moteur** C_m **maximal noté** $C_{m\,Max}$.

c) Sachant que $J_{éq} = 10^{-4}$ Kg.m² **Calculer la valeur de** $C_{m\,Max}$.

a) Le T.E .C. s'écrit $\dfrac{d}{dt}T(E/S_1) = P_{EXT}(E) + P_{INT}(E)$

$$P_{EXT}(E) = \underbrace{P_{moteur}}_{C_m\omega_m} + \underbrace{\Sigma P_{S_1 \xrightarrow{\text{Liaison}} S_i/S_1}}_{0.\text{liaisons.parfaites}} + \underbrace{\Sigma P_{PES \to S_j/S_1}}_{0} + \underbrace{P_{PES \to S_8/S_1}}_{-M_8gV_8}$$ avec Si= S5, S6, S7, S8, (solides en liaison avec le chariot S1) et Sj=solides en rotation (leurs énergies potentielles constantes).

$P_{EXT}(E) = C_m\omega_m - M_8gV_8$ et $P_{INT}(E) = 0$ (les liaisons entre les solides de (E) sont parfaites)

D'où : $C_m = J_{éq}\dot{\omega}_m - M_8g\dfrac{p}{2\pi}n$

b) On a $C_m = J_{éq}\dot{\omega}_m - M_8g\dfrac{p}{2\pi}n = -J_{éq}.\dfrac{2\pi}{np}\dot{V}_8 - M_8g\dfrac{p}{2\pi}n$

$C_{mMax} = -J_{éq}.\dfrac{2\pi}{np}.\dfrac{V_{8Max}}{t_1} - M_8g\dfrac{p}{2\pi}n$ (n est négatif : $n = -0.1$)

c) $C_{mMax} = 2.06\,\text{m.N}$

➢ **Question préliminaire : (Filière PSI) Voir document réponse DR8**
Etude d'iso-hyperstaticité du mécanisme de transformation de mouvement de la plate-forme. ***Consulter** le document réponse DR8 puis **répondre directement** sur ce document.*

- **Question 4 :**
  - **a) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique au solide (S_8) en projection sur $\vec{z}_1$.** (On établira le bilan des résultantes correctement)
  - **b) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème du moment statique au point O_8 au solide (S_7) en projection sur $\vec{z}_1$.** (On établira le bilan des moments correctement)
  - **c) Déterminer alors le couple de freinage C_f en fonction de M_8, g, F et p.**
  - **d) Calculer C_f puis vérifier si le cahier des charges est satisfait.**

a) T.R.S. appliqué au au solide **(S_8)**, en projection sur $\vec{z}_1$: $\vec{z}_1.\vec{R}(\bar{S}_8 \to S_8) = 0$

$$\underbrace{\vec{z}_1.\vec{R}(S_1 \xrightarrow{L_1} S_8)}_{0} + \underbrace{\vec{z}_1.\vec{R}(S_1 \xrightarrow{L_2} S_8)}_{0} + \underbrace{\vec{z}_1.\vec{R}(S_7 \to S_8)}_{Z_{78}} + \underbrace{\vec{z}_1.\vec{R}(\text{plafond} \to S_8)}_{-F} + \underbrace{\vec{z}_1.\vec{R}(PES \to S_8)}_{-M_8 g} = 0$$

ce qui donne $Z_{78} - F - M_8 g = 0$ (1)

b) T.M.S. appliqué au au solide **(S_7)** au point O_8, en projection sur $\vec{z}_1$: $\vec{z}_1.\overrightarrow{M_{O8}}(\bar{S}_7 \to S_7) = 0$

$$\underbrace{\vec{z}_1.\overrightarrow{M_{O_8}}(S_1 \to S_7)}_{0} + \underbrace{\vec{z}_1.\overrightarrow{M_{O_8}}(S_8 \to S_7)}_{-N_{78}} + \underbrace{\vec{z}_1.\overrightarrow{M_{O_8}}(\text{frein} \to S_7)}_{-C_f} + \underbrace{\vec{z}_1.\overrightarrow{M_{O_8}}(PES \to S_7)}_{0\ (G_7 \in (O_8, \vec{z}_1))} = 0 \Rightarrow \quad -N_{78} - C_f = 0 \quad (2)$$

c) On a $N_{78} = -\dfrac{p}{2\pi} Z_{78}$ donc (1) et (2) donne $C_f = \dfrac{p}{2\pi}(F + M_8 g)$

d) $C_f = 20.38\,m.N$ C_f < 32 m.N donc le cahier des charges est bien satisfait en termes de choix du frein (35).

- **Question 5 :** Voir **document réponse DR2**.
  - **a) Quelle est la direction de $\overrightarrow{V(B \in 8/5)}$? Justifier votre réponse.**
  - **b) Déterminer graphiquement le C.I.R. noté I_{85} du mouvement de (8) par rapport à (5).**
  - **c) En déduire la direction de $\overrightarrow{V(D \in 8/5)}$.**
- **Question 6 :** Voir **document réponse DR2**.
  - **a) Déterminer graphiquement les vecteurs vitesses $\overrightarrow{V(D \in 8/5)}$ et $\overrightarrow{V(D \in 10a/5)}$.**
  - **b) Déterminer graphiquement $\overrightarrow{V(K \in 8/5)}$. Indiquer sa norme.**

- **Question 7 :** Voir **document réponse DR3**.
  - **a) Définir puis tracer la trajectoire du point B du solide (8) dans (5).**
  - **b) Déterminer alors graphiquement les positions des points B et D notées respectivement B_0 et D_0 quand le point K est en position K_0 c'est-à-dire le bras (8) est complètement rentré.**
  - **c) En déduire la course du vérin** (10)=(10a,10b). **Vérifier si le cahier des charges est respecté.**

- **Question 8 :** Voir **document réponse DR4**.
  - **a) Quelles sont les informations qu'on obtient en étudiant l'équilibre de la biellette (7) ?**
  - **b) Etudier graphiquement l'équilibre de l'ensemble Σ={8 , 9}. En déduire la direction de $\overrightarrow{R}(5 \to 8)$.**
  - **c) Quelle est alors la valeur du coefficient de frottement minimal f_{min} entre (8) et (5) pour garantir le non glissement de (8) par rapport à (5) ?**

- **Question 9 :**
  - **a) Sachant que $(O_3, \vec{x}_3, \vec{z}_0)$ est un plan de symétrie matérielle du solide (S_3), simplifier la forme de sa matrice d'inertie $[I_{O3}(S_3)]$.**
  - **b) Déterminer le moment cinétique au point A .... $\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0)$.**
- **Question 10 :**
  - **a) Déterminer en fonction de θ, β, leurs dérivées et des données du problème le couple C_{m34}.**
  - **b) <u>Sans effectuer aucun calcul</u>, indiquer le système à isoler et <u>l'unique</u> équation scalaire issue des théorèmes généraux de la dynamique à appliquer pour déterminer le couple C_{m23}.**

- **Question 9 :**

a) $[I_{03}(S_3)] = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & -E_3 \\ 0 & B_3 & 0 \\ -E_3 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)}$.

b) $\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0) = [I_A(S_4)].\overrightarrow{\Omega}(S_4/S_0) + m_4\overrightarrow{AG_4}\wedge\overrightarrow{V(A\in S_4/S_0)}$. On a $\overrightarrow{\Omega}(S_4/S_0) = -\dot{\theta}\sin\beta\vec{x}_4 + \dot{\beta}\vec{y}_3 + \dot{\theta}\cos\beta\vec{z}_4$

D'où $\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0) = -A_4\dot{\theta}\sin\beta\vec{x}_4 + B_4\dot{\beta}\vec{y}_3 + (C_4\cos\beta + m_4a_3L_4)\dot{\theta}\vec{z}_4$

- **Question 10 :**

a) T.M.D. appliqué à **(S₄)** au point A, en projection sur $\vec{y}_3$: $\vec{y}_3.\overrightarrow{M_A}(\bar{S}_4 \to S_4) = \vec{y}_3.\overrightarrow{\delta_A}(S_4/S_0)$

$$\vec{y}_3.\overrightarrow{M_A}(\bar{S}_4 \to S_4) = \underbrace{\vec{y}_3.\overrightarrow{M_A}(S_3 \to S_4)}_{0} + \underbrace{\vec{y}_3.\overrightarrow{M_A}(M_{34} \to S_4)}_{C_{m34}} + \underbrace{\vec{y}_3.\overrightarrow{M_A}(PES \to S_4)}_{\vec{y}_3.(\overrightarrow{AG_4}\wedge -m_4g\vec{z}_0) = m_4gL_4\cos\beta}$$

$$\vec{y}_3.\overrightarrow{\delta_A}(S_4/S_0) = \vec{y}_3.\frac{d}{dt}\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0)\Big|_{R_0} + \underbrace{\vec{y}_3.m_4(\underbrace{\overrightarrow{V(A/S_0)}}_{//\,\grave{a}\,\vec{y}_3}\wedge\overrightarrow{V(G_4/S_0)})}_{0}$$

$$= \frac{d}{dt}\vec{y}_3.\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0) - \frac{d}{dt}\vec{y}_3\Big|_{R_0}.\overrightarrow{\sigma_A}(S_4/S_0)$$

$$= B_4\ddot{\beta} + m_4a_3L_4\dot{\theta}^2\sin\beta - A_4\dot{\theta}^2\sin\beta\cos\beta + C_4\dot{\theta}^2\sin\beta\cos\beta$$

D'où $C_{m34} = B_4\ddot{\beta} + ((C_4 - A_4)\sin\beta\cos\beta + m_4a_3L_4\sin\beta)\dot{\theta}^2 - m_4gL_4\cos\beta$

b) On applique le T.M.D. au point O₃ en projection sur $\vec{z}_0$ à l'ensemble **(Σ)=(S₃+S₄)** soit :

$\vec{z}_0.\overrightarrow{\delta_{03}}(\Sigma/S_0) = \vec{z}_0.\overrightarrow{M_{03}}(\bar{\Sigma}\to\Sigma)$

- **Question 11 : Déterminer le moment cinétique au point** I_1 **.........................** $\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S_{34}/S_0)$.
- **Question 12 :**

a) Indiquer à l'instant de l'étude la relation entre $\vec{u}$ **et** $\vec{y}_3$.

b) En appliquant Le théorème du moment dynamique au système (S)={S₁, S₂, M₂₃, S₃₄, M₃₄} dans son mouvement par rapport à (S₀) au point I_1 **, en projection sur** $\vec{u}$**, déterminer** $\vec{u}.\vec{M}(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)$ **en fonction de** θ, $\dot{\theta}$ **et des données du problème.**

On donnera le résultat sous la forme : $\vec{u}.\vec{M}(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1) = K_1\dot{\theta}^2 + K_2\cos(\theta) + K_3$

- **Question 13 :**

a) A l'instant de l'étude, donner θ **en fonction de** α_0, **en déduire** $\cos(\theta)$ **en fonction de** c_1 **et** d_1.

b) Sachant qu'à l'instant de l'étude $|K_2\cos(\theta)| > K_3$, **donner en fonction des données du problème l'expression de la vitesse angulaire** $\dot{\theta}$ **limite notée** $\dot{\theta}_{Max}$ **qui provoque le basculement de ROBY.**

- **Question 11 :**

$\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S_{34}/S_0) = \overrightarrow{\sigma_{O3}}(S_{34}/S_0) + m_{34}\overrightarrow{V(G_{34}/S_0)}\wedge\overrightarrow{O_3I_1}$

$$\overrightarrow{\sigma_{O3}}(S_{34}/S_0) = I_{03}(S_{34}).\overrightarrow{\Omega}(S_{34}/S_0) = \begin{pmatrix} A_{34} & 0 & -E_{34} \\ 0 & B_{34} & 0 \\ -E_{34} & 0 & C_{34} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)} . \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)} = \begin{pmatrix} -E_{34}\dot{\theta} \\ 0 \\ C_{34}\dot{\theta} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)}$$

$\overrightarrow{V(G_{34}/S_0)} = L_{34}\dot{\theta}\vec{y}_3$ $\qquad$ $\overrightarrow{I_1O_3} = \overrightarrow{I_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} = (L_1 + c_2)\vec{x}_0 + (z_1 + d_2)\vec{z}_0$

$m_{34}\overrightarrow{V(G_{34}/S_0)}\wedge\overrightarrow{O_3I_1} = -m_{34}(z_1 + d_2)L_{34}\dot{\theta}\vec{x}_3 + m_{34}(L_1 + c_2)L_{34}\dot{\theta}\cos\theta\vec{z}_0$

D'où $\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S_{34}/S_0) = -(E_{34} + m_{34}(z_1 + d_2)L_{34})\dot{\theta}\vec{x}_3 + (C_{34} + m_{34}(L_1 + c_2)L_{34}\cos\theta)\dot{\theta}\vec{z}_0$

- **Question 12 :**

a) $\vec{u} = -\vec{y}_3$.

b) .) $\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, \bar{S} \to S)} = \vec{u}.\overrightarrow{\delta_{I_1}}(S/S_0)$

$$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, \bar{S} \to S)} = \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L1} S_1)} + \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} + \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L3} S_1)} + \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, PES \to S)}$$

$$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L1} S_1)} = 0 \quad ; \quad \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L3} S_1)} = \vec{u}.(\underbrace{\overrightarrow{I_1I_3}}_{//\,\grave{a}\,\vec{u}} \wedge \vec{R}(S_0 \xrightarrow{L3} S_1)) = 0$$

$$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, PES \to S_1)} = -m_1 g a_1 \cos\theta \quad ; \quad \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, PES \to S_2)} = -m_2 g(a_2 + L_1)\cos\theta$$

$$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, PES \to S_{34})} = -m_{34} g(c_2 + L_1)\cos\theta - m_{34} g L_{34}$$

Ce qui donne :

$$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, \bar{S} \to S)} = \vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} - m_1 g a_1 \cos\theta - m_2 g(a_2 + L_1)\cos\theta - m_{34} g(c_2 + L_1)\cos\theta - m_{34} g L_{34}$$

.) $\vec{u}.\overrightarrow{\delta_{I1}}(S/S_0) = \dfrac{d}{dt}\underbrace{\vec{u}.\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S/S_0)}_{0} - \left[\dfrac{d}{dt}\vec{u}\right]_{R_0}.\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S/S_0) = -\dot{\theta}\vec{x}_3.\overrightarrow{\sigma_{I1}}(S/S_0) = (E_{34} + m_{34}(z_1 + d_2)L_{34})\dot{\theta}^2$

D'où : $$\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} = \underbrace{(E_{34} + m_{34}(z_1 + d_2)L_{34})}_{K_1}\dot{\theta}^2 + \underbrace{(m_1 a_1 + m_2(a_2 + L_1) + m_{34}(c_2 + L_1))g}_{K_2}\cos\theta + \underbrace{m_{34} g L_{34}}_{K_3}$$

- **Question 13 :**

a) $\theta = \alpha_0 + \dfrac{\pi}{2}$; donc $\cos(\theta) = -\sin(\alpha_0) = \dfrac{-d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}}$

b) Le basculement se produit si $\vec{u}.\overrightarrow{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} = 0$ donc si $K_1\dot{\theta}^2 + K_2\cos(\theta) + K_3 = 0$

$K_1\dot{\theta}^2 - K_2\dfrac{d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} + K_3 = 0$; K_1, K_2 et K_3 sont positifs et d'après l'énoncé $K_2\dfrac{d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} > K_3$

Alors $\dot{\theta}_{Max} = \sqrt{\dfrac{1}{K_1}\left(\dfrac{K_2 d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} - K_3\right)}$ avec K_1, K_2 et K_3 sont précédemment définis.

- **Question 14:**

a) Déterminer Les expressions de K_m , T_m **et** K_F **.**

La figure r5a du **document réponse DR5** représente la réponse du moteur à un échelon de tension d'amplitude 10 V ($u_m(t)=10u(t)$) tel que l'effort perturbateur $F_r = 0$. ***Répondre directement sur DR5.***

b) Déterminer les valeurs numériques de K_m **et** T_m**. Indiquer les unités.**

a) .) $$G_m(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right]_{Fr(p)=0} = \frac{B_1B_2B_3}{1 + B_1B_2B_3B_4} = \frac{\dfrac{k}{k^2 + R.f}}{1 + \dfrac{J_e.R}{k^2 + R.f}p} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

.) $$G_F(p).G_m(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{-F_r(p)}\right]_{U_m(p)=0} = B_5\frac{B_3}{1 + B_1B_2B_3B_4} = \frac{B_5}{B_1B_2}.\left(\frac{B_1B_2B_3}{1 + B_1B_2B_3B_4}\right) = \frac{N.D.R}{2.k}.G_m(p) = K_F.G_m(p)$$

$$K_m = \frac{k}{k^2 + R.f} \qquad T_m = \frac{J_e.R}{k^2 + R.f} \qquad K_F = \frac{N.D.R}{2.k}$$

b) Voir document réponse DR5

➢ **Question 15:**

a) Que doit être la relation entre K_a , K_r et D pour avoir un asservissement correcte ?

b) Tenant compte de ce résultat et sachant que K_a=1 $V.m^{-1}$, le schéma blocs de l'asservissement peut se mettre sous la forme ci-dessous (figure 11). Indiquer l'expression de $G_s(p)$.

a) $K_a = \dfrac{2.K_r}{D}$ **b)** $G_s(p) = \dfrac{N.D}{2.p}$

➢ **Question 16:**

a) Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) notée $H_{BO1}(p) = X(p)/\mathcal{E}(p)$ de l'asservissement de position (prendre $F_r(p) = 0$). Indiquer son ordre, son gain K_{BO1}, et sa classe.

b) En supposant l'effort perturbateur nul ($Fr(p)=0$), quelle est l'erreur en régime permanent $\varepsilon_{c\,\infty}$ à une consigne de position en échelon unitaire ($x_c(t)=u(t)$) ? Justifier votre réponse.

c) En supposant la consigne de position nulle ($X_c(p)=0$), exprimer l'écart $\varepsilon(p)$ noté $\varepsilon_{per}(p)$ en fonction de $F_r(p)$, K_F , $G_m(p)$, $G_s(p)$ et $C_x(p)$.

d) En déduire l'expression de l'erreur en régime permanent $\varepsilon_{per\,\infty}$ à un effort perturbateur en échelon d'amplitude F_0 ($F_r(t)=F_0\,u(t)$) .Conclure.

La **figure r5b** du **document réponse DR5** représente la réponse de l'asservissement à une consigne en échelon unitaire ($x_c(t)=x_0\,u(t)=u(t)$; $x_0 = 1$ m) et un effort perturbateur en échelon en retard de 30 sec ($F_r(t)=F_0\,u(t-30)$ avec $F_0 = 31$ N) pour $K_x=10$. ***Répondre directement sur le document réponse DR5.***

e) Indiquer graphiquement sur la figure les deux erreurs $\varepsilon_{c\,\infty}$ et $\varepsilon_{per\,\infty}$ puis relever leurs valeurs. En déduire la valeur numérique de K_F.

f) Indiquer le temps de réponse à 5% uniquement à la consigne $x_c(t)$ (en supposant l'effort perturbateur F_r non appliqué).

a) $H_{BO1}(p) = \dfrac{K_x.K_m.K_s}{p.(1+T_m.p)} = \dfrac{K_{BO1}}{p.(1+T_m.p)}$; $ordre = 2$; $classe = 1$; gain $K_{BO1} = K_x.K_m.K_s$

b) $\varepsilon_{c\infty} = 0$ car la FTBO $H_{BO1}(p)$ est de classe 1.

c) $\varepsilon_{per}(p) = -X(p)\big]_{Xc(p)=0} = K_F \dfrac{G_m(p).G_s(p)}{1+G_m(p).G_s(p).C_x(p)} F_r(p)$

d) $\varepsilon_{per\infty} = \lim\limits_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p.K_F \dfrac{G_m(p).G_s(p)}{1+G_m(p).G_s(p).C_x(p)}.\dfrac{F_0}{p}$ d'où $\varepsilon_{per\infty} = \dfrac{K_F.F_0}{K_x}$

$\varepsilon_{per\infty}$ est non nul donc le cahier des charges n'est pas satisfait en terme d'insensibilité aux perturbations.

e) f) Voir **document réponse DR5.**

➢ **Question 17:** Voir **document réponse DR6**

a) -Indiquer graphiquement sur le document la marge de phase du système notée MP_1 puis donner sa valeur.

-Quelle est la marge du gain MG du système ?

b) Déterminer la valeur numérique de K_x qui permet de satisfaire le critère de rapidité (avoir la pulsation de coupure à 0_{dB} $\omega_c = \omega_{c2} = 4$ rad/s). Que devient la marge de phase notée MP_2 ? Indiquer graphiquement K_{xdB} et MP_2 sur le document.

c) Conclure quant à l'aptitude du correcteur proportionnel $C_x(p)$ à satisfaire les critères de stabilité et rapidité.

➢ **Question 18:**

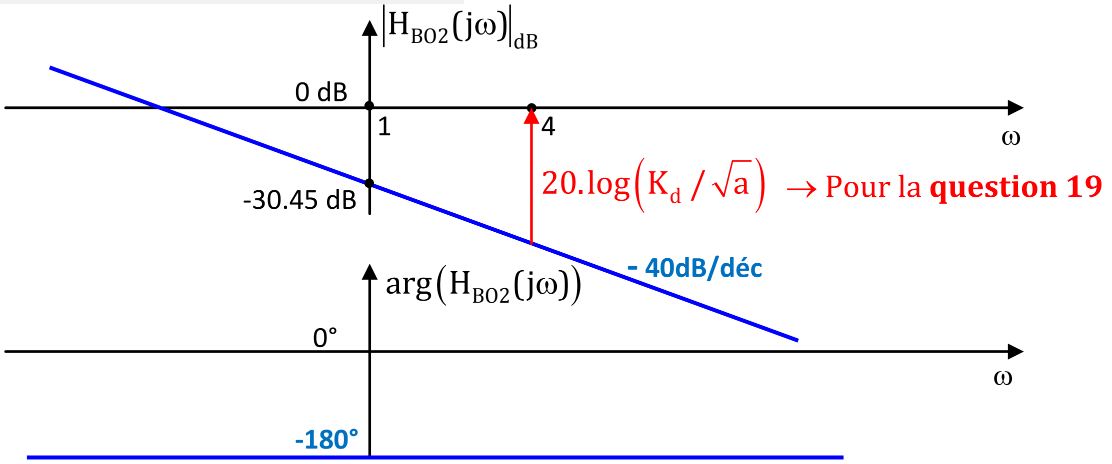
a) Pour quelle raison ce correcteur a été choisi ?

b) Sur votre copie tracer les diagrammes de Bode de la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte du système notée $H_{BO2}(p)=X(p)/\varepsilon(p)$.

c) Conclure quant à l'influence du correcteur $C_1(p)$ **sur la stabilité du système.**

a) Pour annuler $\varepsilon_{per\infty}$ car $C_1(p)$ comporte une intégration, et celle-ci est placée en amont de la perturbation $F_r(p)$.

b) $H_{BO2}(p)=C_x(p).G_m(p).G_s(p)=\dfrac{K_m.K_s}{T_m p^2}=\dfrac{0.03}{p^2}$



c) Le correcteur $C_1(p)$ rend l'asservissement de position à **la limite d'instabilité.**

➢ **Question 19:**

Déterminer les valeurs numériques de a , T_d **et** K_d **pour régler la pulsation de coupure à** 0_{dB} **de la nouvelle FTBO** $H_{BO3}(p)$ à $\omega_c=\omega_{c2}=4$ rad/s **et la marge de phase à** MP=MP_3=83°.

* la marge de phase à augmenter est nulle alors :

$$\varphi_m=MP_2=83°,\ \text{on a } \sin(\varphi_m)=\sin(83°)=\frac{1-a}{1+a}\ \text{ ce qui donne }\ a=3,7.10^{-3}$$

* $\omega_m=\dfrac{1}{T_d.\sqrt{a}}=\omega_{c2}=4\ rad/s$ ce qui donne $T_d=4,087$ sec

* Pour avoir $\omega_c=\omega_{c2}=4\ rad/s$ il faut que $20.\log(K_d/\sqrt{a})=-|H_{BO2}(4j)|_{dB}=-20.\log\left(\dfrac{0.03}{4^2}\right)$

(ou $|H_{BO3}(j\omega_{c2})|=1\Rightarrow\dfrac{0.03}{4^2}.\dfrac{K_d}{\sqrt{a}}=1$) ce qui donne $K_d=32,62$

➢ **Question 20:**

a) Déterminer à nouveau, sous forme canonique, l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de position notée $H_{BO4}(p)=X(p)/\varepsilon(p)$.

b) En considérant l'effort perturbateur nul ($F_r(p)=0$ **), déterminer, en fonction de** K_g , K_s, K_m et T_m **le rapport** K_i/K_x **pour que la réponse indicielle** (à un échelon unitaire : $x_c(t)=u(t)$) **de l'asservissement de position soit la plus rapide possible.**

c) En utilisant l'abaque de la figure 5b du document Annexe 5, déterminer alors les expressions de K_x **et** K_i **pour avoir un temps de réponse à 5% de la réponse indicielle** $t_{r5\%}=0.5$ sec.

a) $$H_{BO4}(p)=\frac{X(p)}{\varepsilon(p)}=C_x(p).\frac{K_g.C_\omega(p).G_m(p)}{1+K_g.C_\omega(p).G_m(p)}.G_s(p)=\frac{K_x.K_g.K_i.K_m.K_s/T_m}{p.(\frac{K_g.K_i.K_m}{T_m}+p)}=\frac{K_{BO4}}{p(1+T_{BO4}.p)}$$

Avec $K_{BO4}=K_x.K_s$ et $T_{BO4}=T_m/K_g.K_i.K_m$

b) La FTBF de l'asservissement de position est :

$$H_{BF}(p)=\frac{X(p)}{X_c(p)}=\frac{H_{BO4}(p)}{1+H_{BO4}(p)}=\frac{K_{BO4}}{K_{BO4}+p(1+T_{BO4}.p)}=\frac{1}{1+\frac{1}{K_{BO4}}.p+\frac{T_{BO4}}{K_{BO4}}.p^2}=\frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_n}.p+\frac{1}{\omega_n^2}.p^2}$$

Donc $1/K_x.K_s=1.4/\omega_n$ $(z=0.7)$ et $T_m/K_x.K_s.K_g.K_i.K_m=1/\omega_n^2$

$$\Rightarrow 1/(1.4K_xK_s)^2=T_m/K_xK_sK_gK_iK_m$$

D'où $$\frac{K_i}{K_x}=\frac{1.96K_sT_m}{K_gK_m}$$

c) Pour z=0.7 $tr_{5\%}\simeq 3/\omega_n$ or $tr_{5\%}=0.5$ sec donc $\omega_n=6$ rad/s

D'où $K_x.K_s=6/1.4\Rightarrow$ $K_x=4.285/K_s$ et $K_i=8.4T_m/K_gK_m$

- **Question 21:**
  - **a) Indiquer les expressions de** $H_1(p)$ **et** $H_2(p)$.
  - **b) En supposant la consigne de position nulle (** $X_c(p)=0$ **), que vaut l'erreur statique** $\varepsilon_{per\,\infty}$ **à un effort perturbateur en échelon d'amplitude** F_0 **(** $F_r(t)=F_0\,u(t)$ **) ? Justifier votre réponse. Conclure.**

a) $$H_1(p)=H_2(p)=K_g.C_\omega(p)=\frac{K_gK_i(1+T_mp)}{T_mp}.$$

b) $\varepsilon_{per\infty}=0$ car $H_1(p)$ comporte une intégration, et celle-ci est placée en amont de la perturbation $F_r(p)$.

Conclusion : Le cahier des charges est satisfait en termes d'insensibilité aux perturbations.

- **Question 22:**
  - **a) Sur la figure r7a du document réponse DR7 tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert** $H_{BO4}(p)$ **(diagrammes asymptotiques et courbes réelles).**
  - **b) En exploitant le diagramme asymptotique de gain, calculer la marge de phase notée** MP_4 **du système.**
    Conclure quant au respect du cahier des charges en termes de rapidité et stabilité.

Les figures 6a et 6b du document Annexe 6 représentent les réponses indicielles de l'asservissement de position pour les deux stratégies étudiées.

  - **c) Sur la figure r7b du document réponse DR7 compléter le tableau en cochant les réponses adéquates. Quelle stratégie jugez-vous meilleure?**

a) Voir **document réponse DR7**.

b) $MP_4=180°+\arg\left(H_{BO4}(j\omega_c)\right)=180°-90°-\arctan\left(\omega_c/8.4\right)=65.1°$ (valeur exacte)

On acceptera les valeurs de MP_4 allant de 62.9° à 65.1° pour ω_c allant de 3.9 rd/s (la valeur précise) à 4.285 rd/s (la valeur approchée par l'asymptote du gain : A noter que l'asymptote du gain coupe l'axe des abscisses de la courbe du gain pour $\omega=K_{BO4}=4.285$).

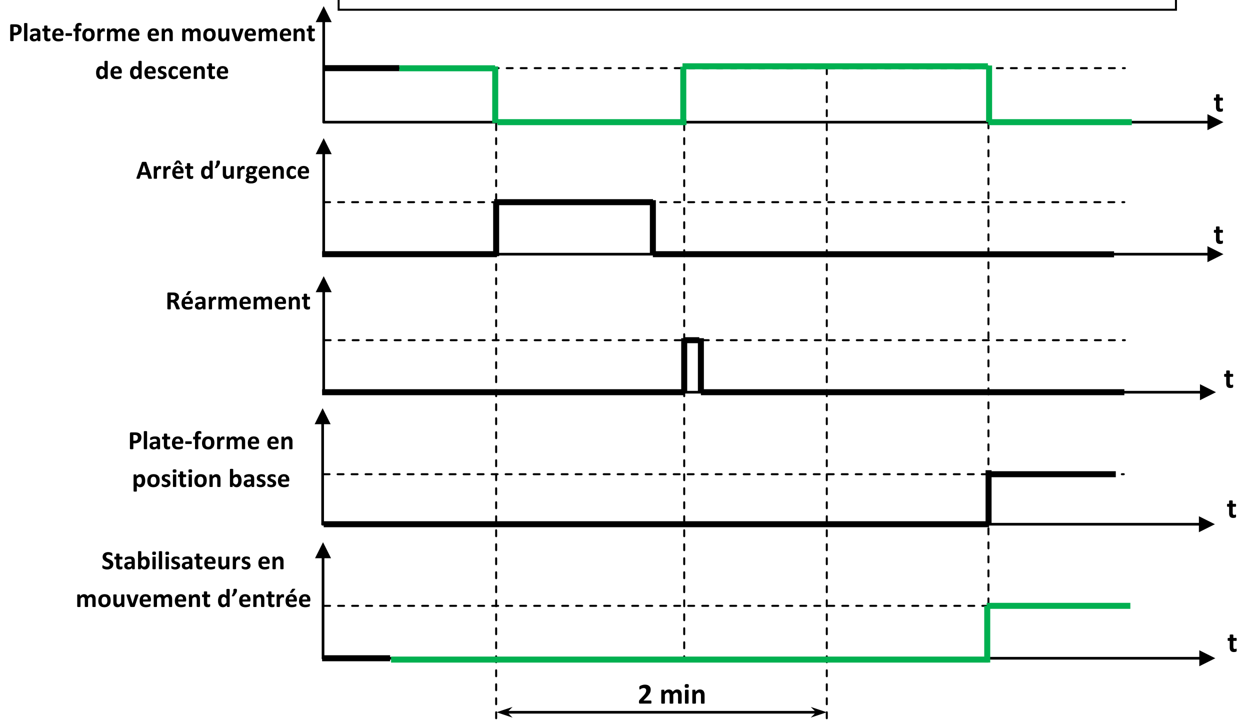
Conclusion : $MP_4>60°$ et ω_c est proche de 4 rad/s donc le cahier des charges est respecté en termes de stabilité et de bande passante à 0dB (pour la rapidité).

c) Voir **document réponse DR7**.

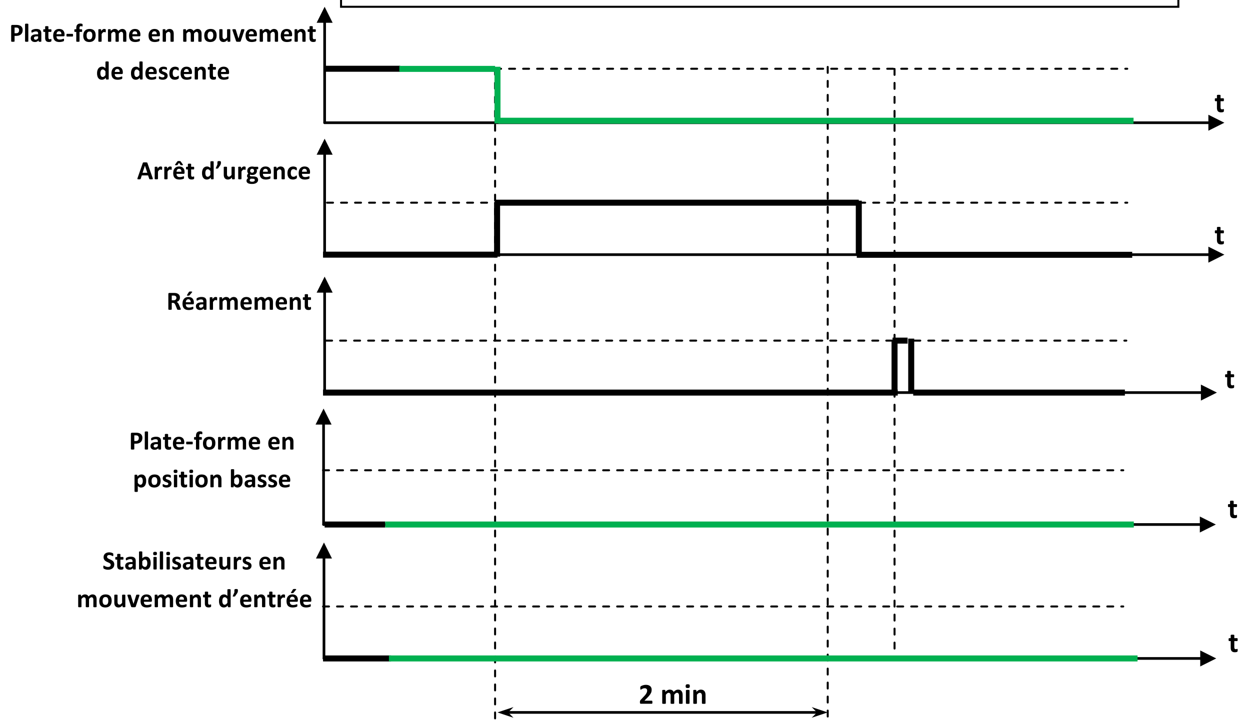
Document réponse DR1

➢ **Question 1 :**

Première possibilité d'évolution partielle avec **condition [stabilisateurs sortis] vraie.**

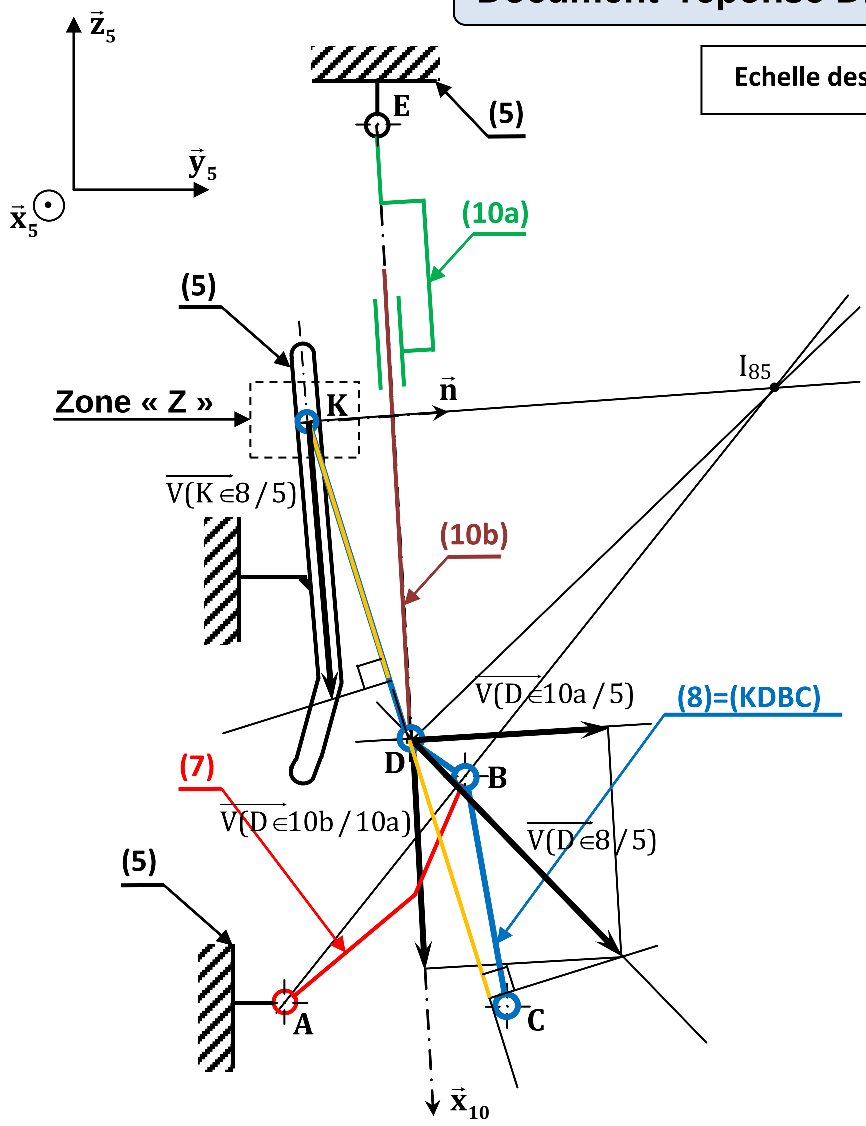


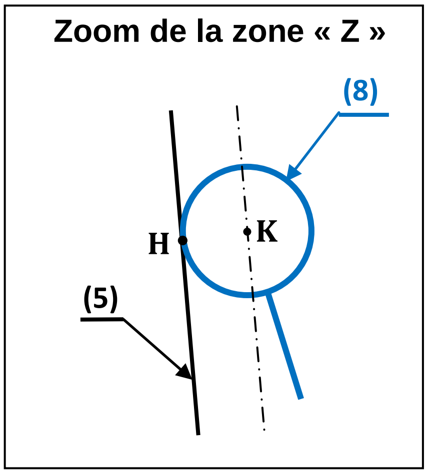
Deuxième possibilité d'évolution partielle avec **condition [stabilisateurs sortis] vraie.**



Document réponse DR2

Echelle des vitesses : 1 cm → 20 mm/s





- **Question 5 :**

a) On a $\overrightarrow{V(B\in 8/5)}=\overrightarrow{V(B\in 8/7)}+\overrightarrow{V(B\in 7/5)}=\vec{0}+\overrightarrow{V(B\in 7/5)}$ et $\overrightarrow{V(B\in 7/5)}$ est $\perp$ à (AB) car A=I_{75}.

D'où $\overrightarrow{V(B\in 8/5)}$ est $\perp$ à (AB).

b) I_{85} =($\perp$ en B à $\overrightarrow{V(B\in 8/5)}$) $\cap$ ($\perp$ en K à $\overrightarrow{V(K\in 8/5)}$) avec $\overrightarrow{V(K\in 8/5)}\perp$ (HK).

D'où I_{85} =(AB) $\cap$ $\vec{n}$

c) $\overrightarrow{V(D\in 8/5)}$ est $\perp$ à (DI_{85}).

- **Question 6:**

a) On a $\overrightarrow{V(D\in 8/5)}=\overrightarrow{V(D\in 8/10b)}+\overrightarrow{V(D\in 10b/5)}$

$=\vec{0}+\overrightarrow{V(D\in 10b/5)}=\overrightarrow{V(D\in 10b/10a)}+\overrightarrow{V(D\in 10a/5)}$

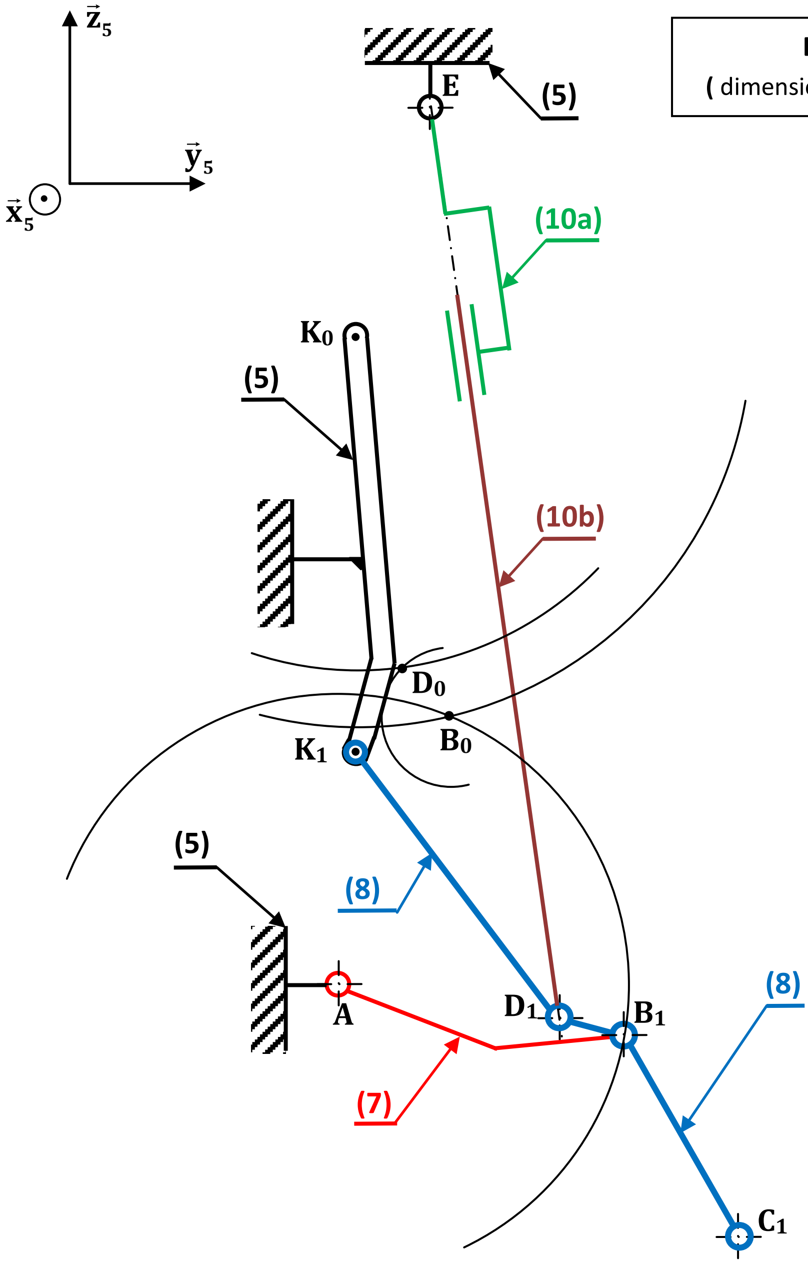
$\overrightarrow{V(D\in 10a/5)}$ est $\perp$ à (ED) car E=$I_{10a/5}$.

b) L'équiprojectivité appliquée à (8) $\Rightarrow$ $\overrightarrow{KD}.\overrightarrow{V(D\in 8/5)}=\overrightarrow{KD}.\overrightarrow{V(K\in 8/5)}$.

D'où $\overrightarrow{V(K\in 8/5)}$. On trouve $\left\|\overrightarrow{V(K\in 8/5)}\right\|=74\ mm/s$

Document réponse DR3

Echelle des distances : 1:8
(dimension sur la figure = (dimension réelle)/8 **)**



➢ **Question 7:**

a) $T(B \in 8/5) = T(B \in 7/5) =$ Cercle de centre A et de rayon AB ($\mathcal{C}(A\,,AB)$).

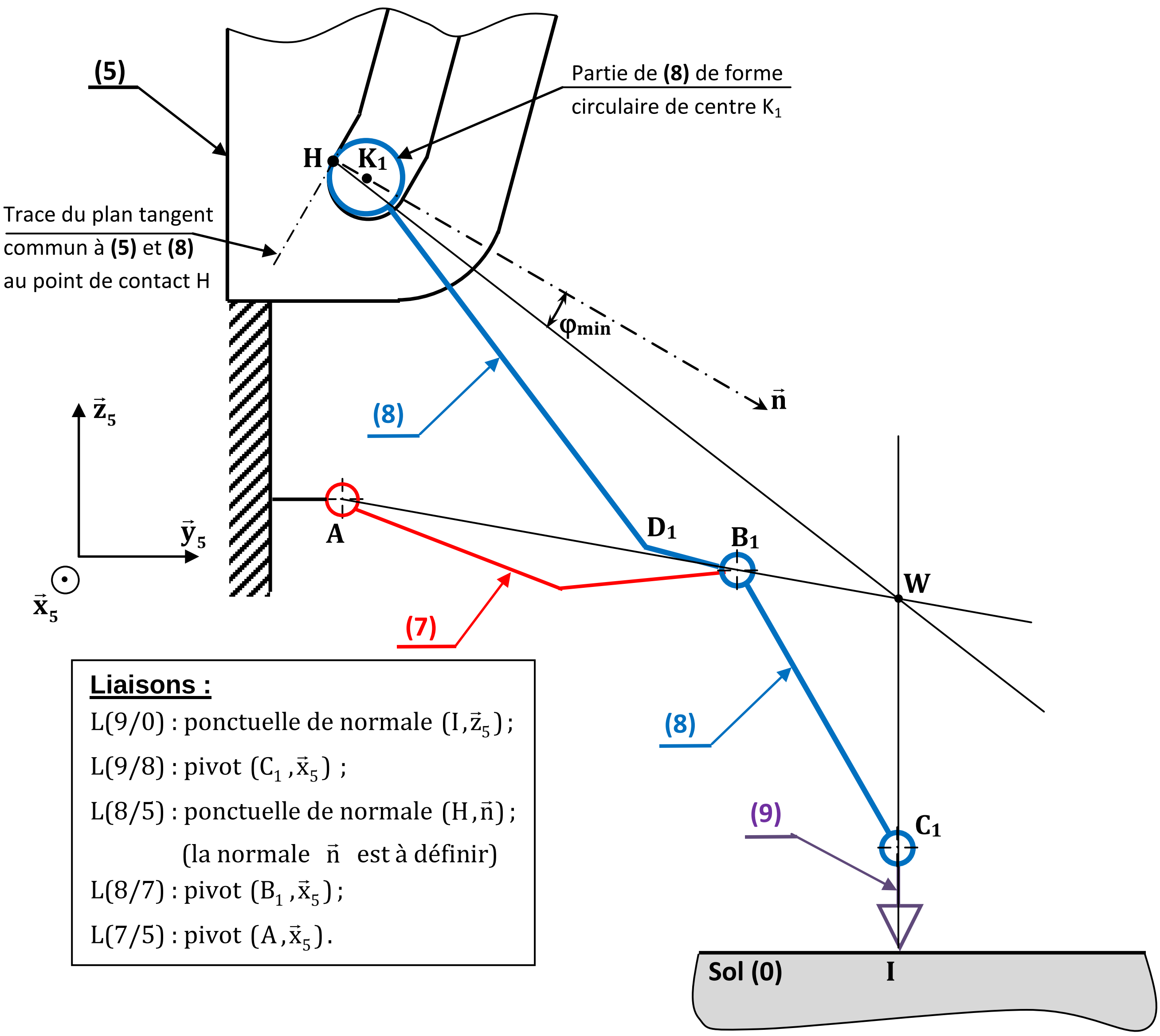
b) $B_0 = T(B \in 8/5) \cap \mathcal{C}(K_0\,, K_1B_1)$;

$D_0 = \mathcal{C}(K_0\,, K_1D_1) \cap \mathcal{C}(B_0\,, B_1D_1)$;

c) La course du vérin (10) est $C = ED_1 - ED_0 =$ 8*(122 - 75) = 376 mm

Le vérin choisi possède une course maximale C_{Max}=420 mm. On a trouvé $C < C_{Max}$ donc le cahier des charges est bien satisfait en termes de choix du vérin (10).

Document réponse DR4



Liaisons :

L(9/0) : ponctuelle de normale $(I, \vec{z}_5)$;

L(9/8) : pivot $(C_1, \vec{x}_5)$;

L(8/5) : ponctuelle de normale $(H, \vec{n})$;

(la normale $\vec{n}$ est à définir)

L(8/7) : pivot $(B_1, \vec{x}_5)$;

L(7/5) : pivot $(A, \vec{x}_5)$.

➢ **Question 8 :**

a) En isolant la biellette (7) celle-ci est en équilibre sous l'action des deux forces $\overrightarrow{R(5 \to 7)}$ et $\overrightarrow{R(8 \to 7)}$, ces deux forces sont donc <u>directement opposées</u> : Elles ont même intensité, des sens opposés et même direction (AB_1).

b) L'ensemble $\Sigma = \{8, 9\}$ est en équilibre sous l'action des trois forces : $\overrightarrow{R(7 \to 8)}$ de direction (AB_1), $\overrightarrow{R(0 \to 9)}$ de direction $(I, \vec{z}_5)$) et $\overrightarrow{R(5 \to 8)}$ qui est inconnue.

Ces trois forces sont concourantes en un même point W donc la direction de $\overrightarrow{R(5 \to 8)}$ est (HW).

c) En se plaçant dans le cas ou le bras (8) est à l'équilibre strict (à la limite de glissement) on aura $\varphi_{min} = \left(\overrightarrow{R(5 \to 8)}, \vec{n}\right) = \left(\overrightarrow{HW}, \vec{n}\right)$. Donc le coefficient de frottement minimal entre (5) et (8) qui assure le non glissement de (8) par rapport à (5) est $f_{min} = \tan(\varphi_{min}) = 0.15$

Document réponse DR5

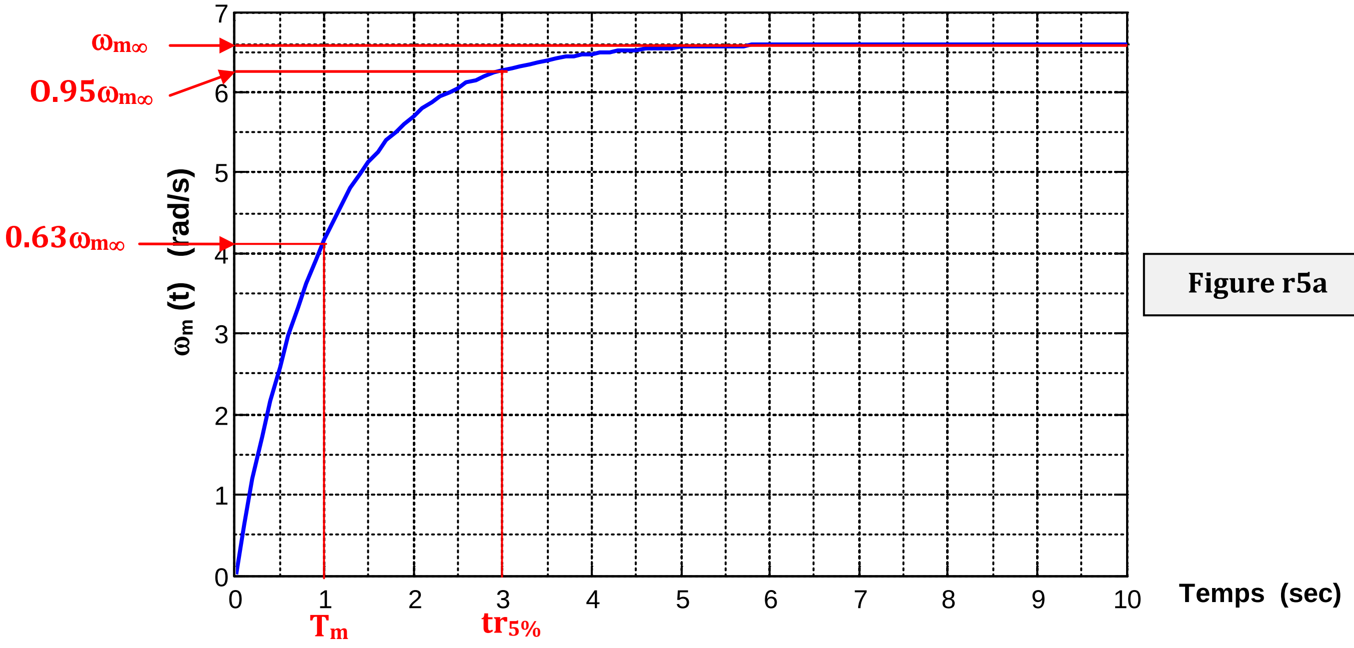


Figure r5a

➢ **Question 14:**

b) .) On a $\omega_{m\infty} = 10.K_m = 6.6$ rad/s d'où $K_m = 0.66$ rad.s^{-1}.V^{-1}

.) On a $\omega_m(T_m) = 0.63\ \omega_{m\infty} = 0.158$ rad/s D'ou $T_m = 1$ sec

(Ou $tr_{5\%} = 3T_m = 3$ sec D'ou $T_m = 1$ sec)

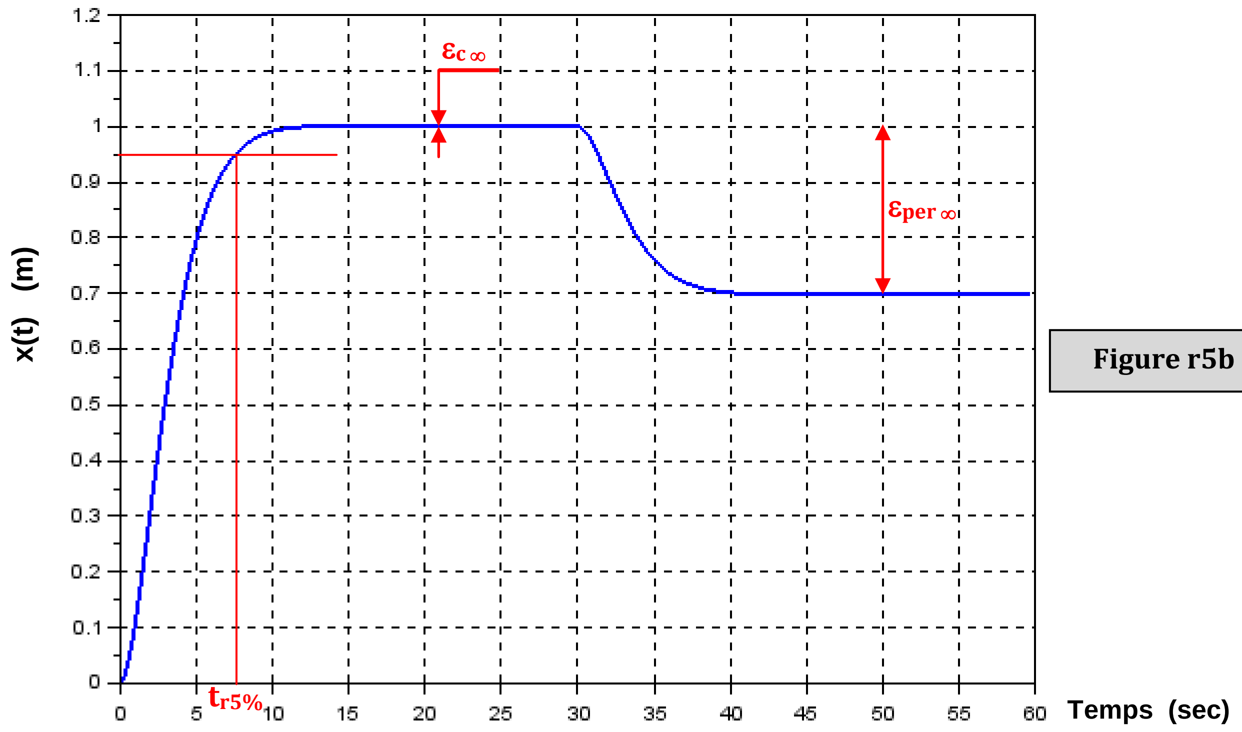


Figure r5b

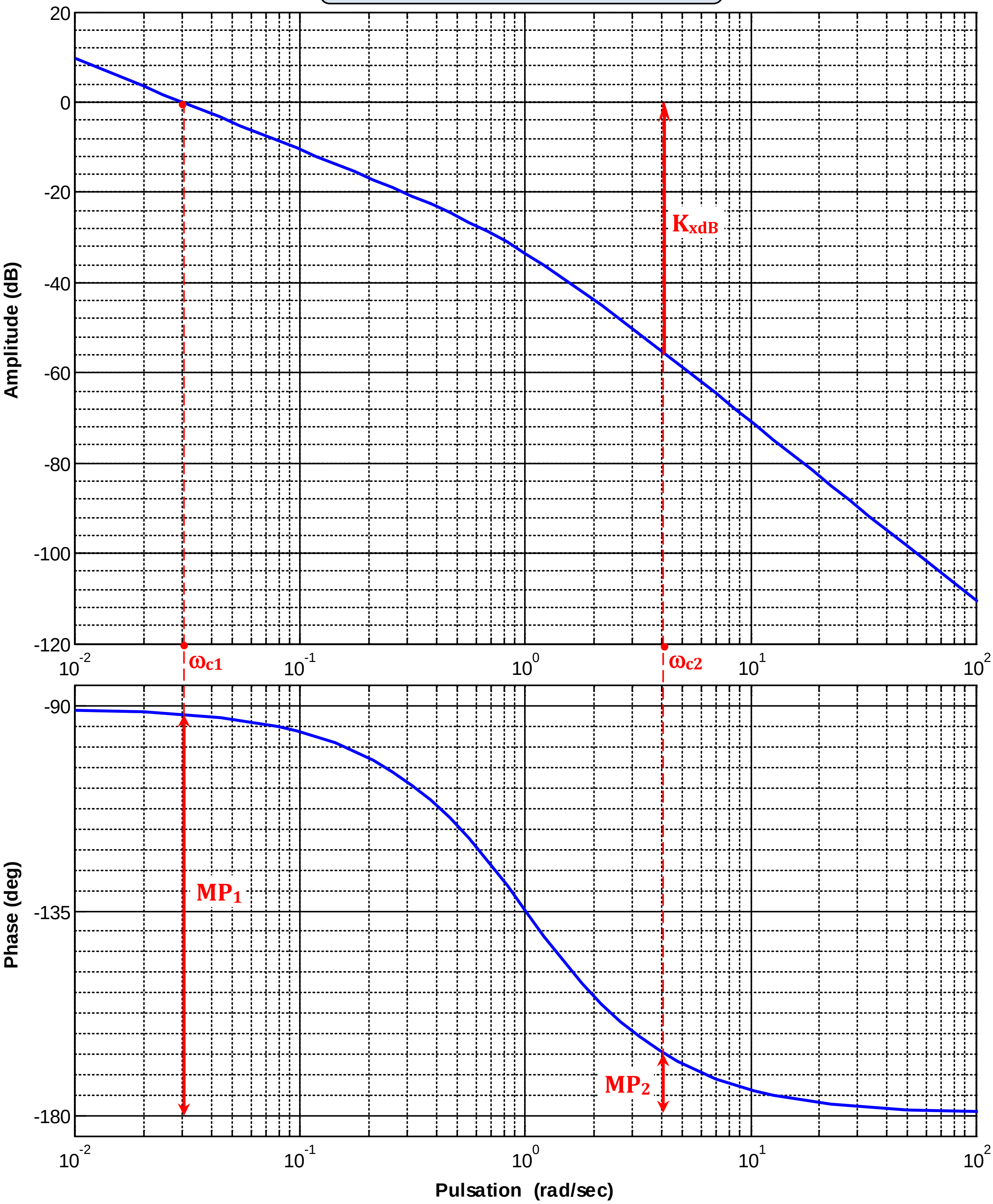
➢ **Question 16:**

e) $\varepsilon_{c\infty} = 0.$ $\varepsilon_{per\infty} = 0.3$ m.

On a $\varepsilon_{per\infty} = K_F.F_0/K_x = 31K_F/10 = 0.3$ d'ou $K_F = 0.0967 \approx 0.1$ V.N^{-1}

f) Temps de réponse uniquement à la consigne $x_c(t)$: $tr_{5\%} = 7.5$ sec

Document réponse DR6



- **Question 17:**

a) Marge de phase $MP_1 = 87.75°$ Marge de gain $MG = \infty$

b) Pour avoir $\omega_c = \omega_{c2} = 4$ rad/s On doit translater la courbe du gain vers le haut de $K_{xdB} =$ 56 dB

Donc $20.\log(K_x) = 56$ dB ce qui donne $K_x = 630.95 \approx 631$

La marge de phase devient $MP_2 = 13.5°$

c) Conclusion : Pour $K_x = 1$ le critère de stabilité est satisfait par contre celui de la rapidité en termes de la bande passante est non satisfait, pour $K_x = 631$ c'est le contraire qui se produit. Donc le correcteur proportionnel ne peut satisfaire à la fois les exigences de stabilité et rapidité.

Document réponse DR7

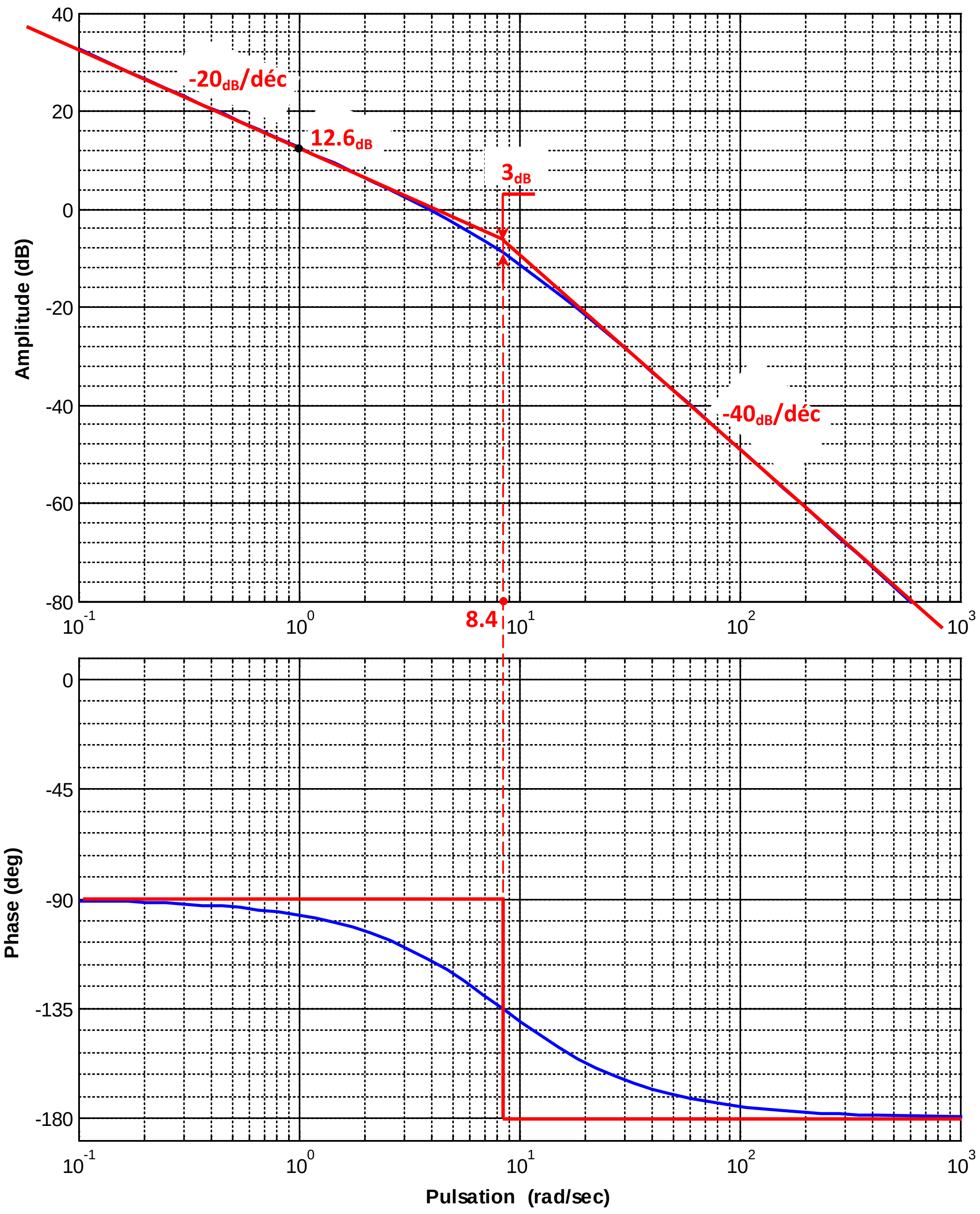


Figure r7a

➢ **Question 22 :**

c)

Critère de comparaison	Première Stratégie	Deuxième stratégie
Cahier des charges	☒ satisfait ☐ non satisfait	☒ satisfait ☐ non satisfait
Convergence de l'asservissement de position vers la valeur finale	☐ rapide ☒ moins rapide	☒ rapide ☐ moins rapide
Insensibilité de l'asservissement de position à l'effort perturbateur	☐ robuste ☒ moins robuste	☒ robuste ☐ moins robuste

Figure r7b

La stratégie que vous jugez meilleure : La deuxième.

Document réponse DR8

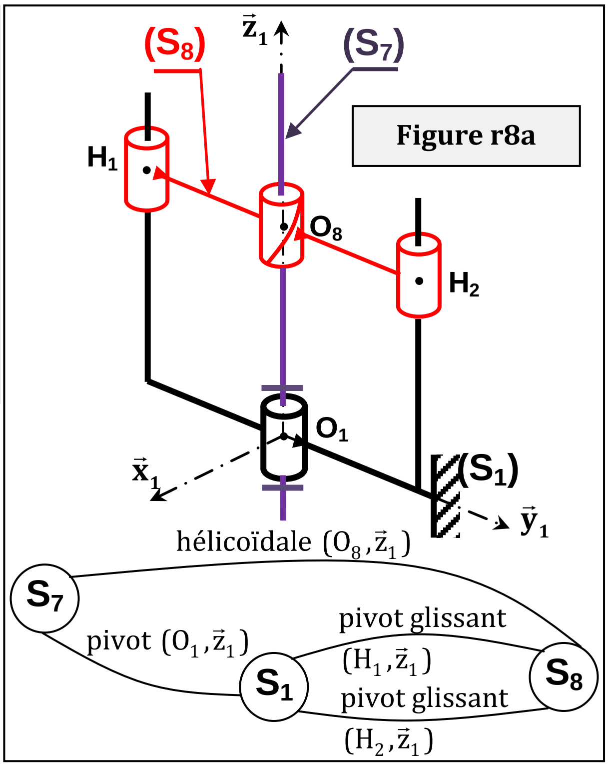
➢ **Question préliminaire:** (Filière PSI)

Le mécanisme est représenté dans un premier temps par le schéma cinématique de la **figure r8a** ci-contre. On rappelle que **(S_7)** est entrainé en mouvement par la poulie (39).

a) Quelle est sans aucun calcul, la liaison équivalente $L_{éq18}$ aux deux liaisons en // entre (S_1) et (S_8).

b) Déterminer le degré d'hyperstatisme noté h_{18} de la liaison équivalente $L_{éq18}$.

c) Déterminer le degré d'hyperstatisme noté h de tout le système. Conclure.



a) $L_{éq18}$ = Glissière de direction $\vec{z}_1$

b) $h_{18} = N_S - 6(n-1) + m$ avec $N_s = 2x4$, n=2 et m=1

$h_{18} = 3$

c) $h = N_S - 6(n-1) + m$ avec $N_s = 2x4 + 2x5 = 18$ incs statiques, n=3 solides, $m = m_u + m_i$

mobilité utile $m_u = 1$ (rotation de S_7/S_1 autour de $(O_1,\vec{z}_1)$)

mobilité interne $m_i = 0$.

Ce qui donne h=7

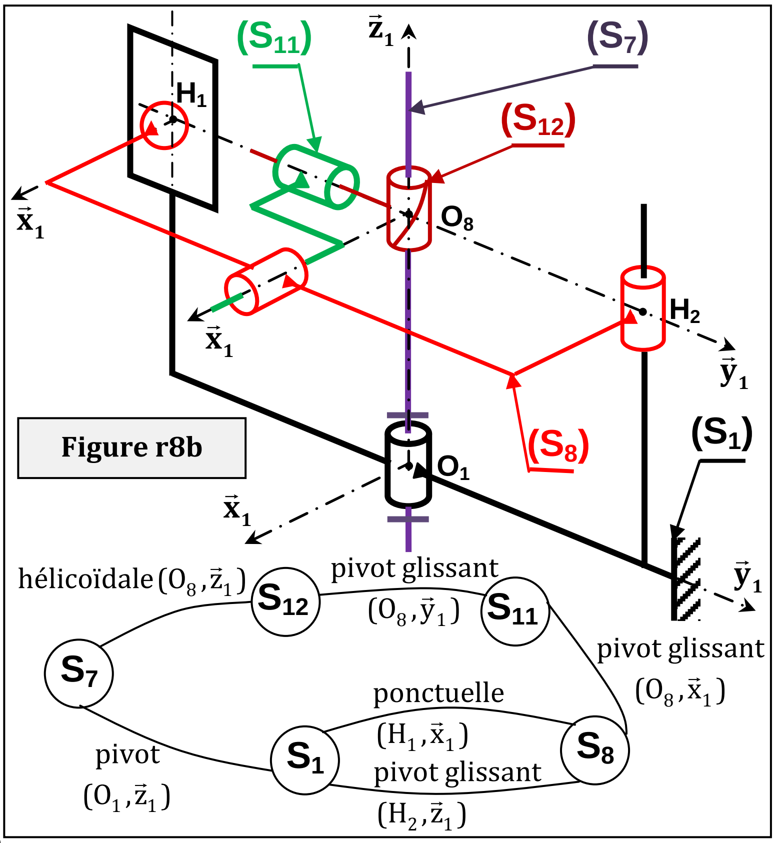
Conclusion : Le mécanisme est hyperstatique d'ordre 7.

On envisage maintenant de modifier le mécanisme par l'utilisation d'un écrou flottant **(S_{12})**, cette solution (**figure r8b**) oblige l'ajout de 2 solides et 2 liaisons. De plus on a décidé de modifier la liaison en H_1.

d) Pourquoi a-t-on modifié la liaison en H_1 ?

e) Evaluer à nouveau h pour tout le système. Conclure.

f) Pourquoi le constructeur n'a-t-il pas choisi cette deuxième solution ?



d) Pour rendre $L_{éq18}$ isostatique, en effet h_{18} devient nul ($h_{18} = N_S - 6(n-1)+m = 4+1-6+1=0$)

e) $h = N_S - 6(n-1)+m$

avec $N_s = 3x4 + 2x5 + 1 = 23$ incs statiques, n=5 solides, $m = m_u + m_i$

mobilité utile $m_u = 1$ (inchangée)

mobilité interne $m_i = 0$.

Ce qui donne h=0

Conclusion : Le mécanisme devient isostatique

f) La première solution est plus rigide.