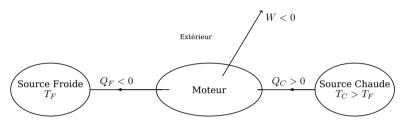
L'énergie électrique : Centrale REP

1 Préliminaire : cycle thermodynamique de Carnot

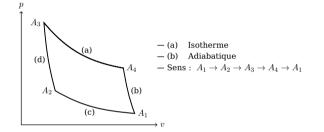
1.1-

$$W < 0$$
 , $Q_c > 0$, $Q_F < 0$

1.2- Schéma fonctionnel du système :



1.3-



 T_{c} T_{c} T_{F} A_{1} S_{1} S_{2} S_{2}

Figure 1 – Cycle de Carnot : diagramme (p, v)

Figure 2 – Cycle de Carnot : diagramme (T, S)

premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U = Q_c + Q_F + W = 0$$

second principe de la thermodynamique

$$\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$$

1.5-

$$\eta_c = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_F}{Q_c} = 1 - \frac{T_F}{T_c}$$

1.6- second principe de la thermodynamique

$$\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} + S_p = 0$$

rendement:

$$\eta_c = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_F}{Q_c} = 1 - \frac{T_F}{T_c} - \frac{S_p T_F}{Q_c}$$

1.7-

$$S_p \ge 0$$
 $Q_c > 0$ \Rightarrow $\eta = \eta_c - \frac{S_p T_F}{Q_c} \le \eta_c$

- 2 Uranium: Combustible du REP
- 2.1- Energie libérée par la fission de l'uranium $^{235}_{92}U$

2.1.1.

$$\Delta m = m \binom{139}{54} Xe + m \binom{95}{38} Sr + m \binom{1}{0} n - m \binom{235}{92} U = -0,211 u$$

$$E = |\Delta m| c^2 = 0,211 uc^2$$

$$= 196,5 Mev$$

2.1.2. Le nombre de noyau dans un gramme d'Uranium $^{235}_{92}U$:

$$N = \frac{m}{m\left(\frac{235}{62}U\right)} = \frac{10^{-3}}{235,120 \times 1,661 \times 10^{-27}} = 6,02 \times 10^{23}$$

Soit:

$$Q = NE = \frac{1,18 \times 10^{26}}{235,120} Mev = 80,54 J$$

- 2.2- Enrichissement de l'uranium
 - 2.2.1. Principe de l'ultra-centrifugation

$$\overrightarrow{a}(M/\mathcal{R}) = \overrightarrow{a}(M/\mathcal{R}') + \overrightarrow{a}(O'/\mathcal{R}) + \frac{d\overrightarrow{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}) + 2\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{v}(M/\mathcal{R}')$$
(1)

2.2.1.1. En utilisant la notion du point coincident :

$$\overrightarrow{a}_e = \overrightarrow{a}(M \in \mathcal{R}'/\mathcal{R}) = \overrightarrow{a}(O'/\mathcal{R}) + \frac{d\overrightarrow{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M})$$

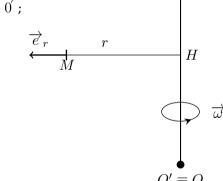
- rotation uniforme, autour d'un axe fixe, à la vitesse $\overrightarrow{\omega}: \frac{d\overrightarrow{\omega}}{dt} = \overrightarrow{0}$;
- O', qui coincide avec O, est fixe dans $\mathcal{R}: \overrightarrow{d}(O'/\mathcal{R}) = \overrightarrow{0}$;
- l'accélération d'entraînement s'écrit :

$$\overrightarrow{a}_{e} = \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M})$$

$$= \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{HM})$$

$$= -\omega^{2} \overrightarrow{HM}$$

$$= -\omega^{2} \overrightarrow{r} \overrightarrow{e}_{r}$$



L'accélération d'entraı̂nement est l'accélération, par rapport à \mathcal{R} , d'un point coincident M_o de M dans \mathcal{R}' : la trajectoire de M_o ou de M, dans \mathcal{R} , est circulaire uniforme à l'accélération $\omega^2 \|\overrightarrow{HM}\|$ centrifuge (dirigée de M vers H); soit :

$$\overrightarrow{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{HM}$$

• La force centrifuge :

$$\overrightarrow{F}_e = -m\overrightarrow{a}_e = m\omega^2 r \overrightarrow{e}_r$$

o La force par unité de volume : une particule fluide de masse $dm=\mu d\tau$ est soumise à l'action de $d\overrightarrow{f}_e=-dm\overrightarrow{d}_e=-\mu d\tau\overrightarrow{d}_e$; soit :

$$\overrightarrow{f}_{e,v} = \frac{d\overrightarrow{f}_e}{d\tau} = -\mu \overrightarrow{a}_e = \mu r \omega^2 \overrightarrow{e}_r$$

2.2.1.2. L'énergie potentielle E_p associée à \overrightarrow{F}_e est telle que le travail élémentaire $\delta W(\overrightarrow{F}_e)$ de \overrightarrow{F}_e dans \mathcal{R}' s'écrit (l'énergie potentielle de pesanteur est constante= 0 par référence) :

$$\delta W(\overrightarrow{F}_e) = -dE_{pe}$$

$$\begin{split} \delta W(\overrightarrow{F}_e) &= \overrightarrow{F}_e \cdot d\overrightarrow{O'M}/\mathcal{R}' = \overrightarrow{F}_e \cdot d(\overrightarrow{O'H} + \overrightarrow{HM})/\mathcal{R}' \\ &= \overrightarrow{F}_e \cdot d\overrightarrow{HM} = m\omega^2 \overrightarrow{HM} \cdot d\overrightarrow{HM} \\ &= -d\left[-\frac{m\omega^2}{2}HM^2 + Cte\right] \\ &= -dE_{pe} \quad \text{ou} \quad E_{pe} = -\frac{m\omega^2}{2}r^2 + \text{Cte} \end{split}$$

Soit:

$$E_{pi} = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$

L'équation de l'hydrostatique s'écrit :

$$\overrightarrow{f}_{e,v} + \mu \overrightarrow{g} = \mu r \omega^2 \overrightarrow{e}_r + \mu \overrightarrow{g} = \overrightarrow{\text{grad}} p(M)$$

si on ne tient pas compte de la pesanteur (par hypothèse du texte de l'épreuve) :

$$\mu r \omega^2 \overrightarrow{e}_r = \overrightarrow{\mathrm{grad}} p(r,\theta,z) \quad = \quad \frac{\partial p}{\partial r} \overrightarrow{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \overrightarrow{e}_\theta + \frac{\partial p}{\partial z} \overrightarrow{e}_z$$

 $\text{par projection suivant } \overrightarrow{e}_{\theta} \text{ et } \overrightarrow{e}_z \ : \ \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad p \text{ est indépendante de } \theta \text{ et } z$

par projection suivant \overrightarrow{e}_r : $\frac{dp(r)}{dr} = \mu r \omega^2$

l'équation d'état d'un gaz parfait : pV = nRT $\Rightarrow p = \frac{\mu}{M}RT$

Soit:

$$\frac{dp(r)}{p} = \frac{M_o \omega^2}{RT} r dr \qquad \Rightarrow \qquad p(r) = p(0) \exp\left(\frac{M_o \omega^2 r^2}{2RT}\right)$$

Si on tient compte de la pesanteur :

$$\mu r \omega^2 \overrightarrow{e}_r - \mu g \overrightarrow{e}_z = \overrightarrow{\text{grad}} p(r,z) = \frac{\partial p}{\partial r} \overrightarrow{e}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \overrightarrow{e}_z$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p(r,z)}{\partial z} = -\mu g = -\frac{M_o g}{RT} \\ \frac{\partial p(r,z)}{\partial r} = \mu r \omega^2 = \frac{M_o p}{RT} r \omega^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(r,z) = f(r) \exp\left(-\frac{M_o g}{RT}z\right) \\ \frac{\partial p(r,z)}{\partial r} = \frac{df(r)}{dr} \exp\left(-\frac{M_o g}{RT}z\right) \\ \frac{\partial p(r,z)}{\partial r} = \frac{df(r)}{dr} \exp\left(-\frac{M_o g}{RT}z\right) = \frac{r\omega^2 M_o}{RT} \exp\left(-\frac{M_o g}{RT}z\right) \end{cases}$$
soit $f(r) = K \exp\left(-\frac{r^2 \omega^2 M_o g}{2RT}\right) \Rightarrow p(r,z) = K \exp\left(-\frac{r^2 \omega^2 M_o g}{2RT}\right) \exp\left(-\frac{M_o g}{RT}z\right)$

2.2.1.4. Soit N le nombre de molécules ; l'équation d'état d'un gaz parfait $pV=nRT=\frac{N}{\mathcal{N}_a V}RT$ et $N^*=\frac{N}{V}$:

$$\begin{split} p(r) &= \frac{N^*}{\mathcal{N}_a}RT = p(0)\exp\left(\frac{M_o\omega^2r^2}{2RT}\right) \\ \text{soit} \quad N^*(r) &= N^*(0)\exp\left(\frac{M_o\omega^2r^2}{2RT}\right) \\ \text{avec} \quad N^*(0) &= \frac{\mathcal{N}_ap(0)}{RT} \end{split}$$

2.2.1.5. la fraction $\frac{E_p}{k_B} = -\frac{M_o \omega^2 r^2}{2R}$;

$$\begin{split} E_p &= -\frac{M_o\omega^2r^2k_B}{2R} \\ &= -\frac{M_o\omega^2r^2k_B}{2\mathcal{N}_ak_B} = -\frac{M_o\omega^2r^2}{2\mathcal{N}_a} \quad (R=\mathcal{N}_ak_B) \end{split}$$
 le nombre de mole $n=\frac{m}{M_o}=\frac{N}{\mathcal{N}_a} \quad \Rightarrow \quad \frac{M_o}{\mathcal{N}_a}=\frac{m}{N}=m$ pour une seule molécule $(N=1)$ d'où $E_p = -\frac{1}{2}m\omega^2r^2 = E_{pi}$

- $\diamond \exp\left(\frac{E_p}{k_BT}\right)$: facteur de Boltzmann;
- \diamond probabilité d'occupation, des N^* particules, des niveaux d'énergie E_p .
- 2.2.2. Séparation isotopique

2.2.2.1.

Isotopes	$t_a(T) = \frac{N^*(a)}{N^*(0)} =$	$=\exp\left(\frac{M_o\omega^2a^2}{2RT}\right)$
$^{235}UF_{6}$	$t_a(T' = 300 \ K) = 120,92$	$t_a(T" = 400 \ K) = 126,01$
$^{238}UF_{6}$	$t_a(T' = 300 \ K) = 36,47$	$t_a(T" = 400 \ K) = 37,61$

2.2.2.2.

$$q = \frac{N_{238}^*(a)N_{235}^*(0)}{N_{238}^*(0)N_{235}^*(a)} = \exp\left[\frac{\omega^2 a^2}{2RT} \left(M_{238} - M_{235}\right)\right]$$

2.2.2.3.
$$q(T') = 1{,}045$$
 et $q(T'') = 1{,}037$

2.2.2.4.

- la fraction molaire $x_i = \frac{n_i}{n_{tot}} = \frac{N_i^*}{N^*}$: dans un échantillon $\sum_i x_i = 1$;
- $x_{235}(0) = 0.035$ et $x_{238}(0) = 1 0.035 = 0.965$;
- On pose $X = \frac{x_{235}(0)}{x_{235}(a)} = \frac{N_{235}^*(0)}{N_{225}^*(a)}.$

Le rapport :

$$q = X \frac{x_{238}(a)}{x_{238}(0)} = X \frac{1 - x_{235}(a)}{x_{238}(0)} = \frac{X}{0.965} \left(1 - \frac{0.035}{X} \right) \implies X(T) = 0.965 q(T) + 0.035$$

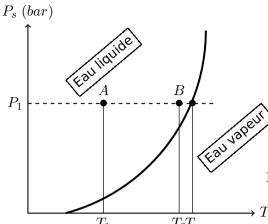
$${\rm Soit:} \quad X(T) = 0,965 \exp \left[\frac{\omega^2 a^2}{2RT} \left(M_{238} - M_{235} \right) \right] + 0,035 \; ; \; {\rm Application \; num\'erique:} \quad \left\{ \begin{array}{l} X(T') = 1,04 \\ X(T") = 1,03 \end{array} \right. \; . \label{eq:XT}$$

3 Étude du cycle de l'eau d'un réacteur à eau pressurisée

3.1- Étude du circuit primaire

3.1.1. Pression de vapeur saturante en fonction de la température

3.1.1.1.



3.1.1.2.

⋄ paramètres d'entrée (point A) :

$$P_1 = 155 \ bar \ {
m et} \ T_1 = 284 \ ^oC \ \mapsto \ {
m eau} \ {
m liquide}$$

 \diamond paramètres de sortie (point B):

$$P_2=P_1=155\;bar\;\;{
m et}\;\;T_1=321\;^oC\;\;\mapsto\;\;{
m eau}\;{
m liquide}$$

3.1.1.3. Mélange { eau liquide + eau vapeur }; la pression est $P_p=P_1=155\ bar$, soit :

$$T (^{o}C) T_{p} = 345 {^{o}C}$$

3.1.2. Variation de l'enthalpie massique

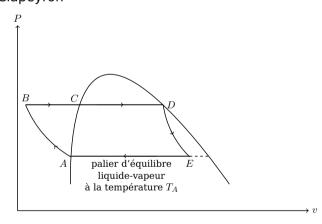
$$\Delta h = c\Delta T = c(T_2 - T_1) = 214,6 \ kJkg^{-1}$$

3.1.3. Débit massique
$$D_m=rac{\delta m}{dt}$$

$$d\mathcal{P} = \frac{\delta Q}{dt} = \frac{\delta m}{dt}dh \quad \Rightarrow \quad \mathcal{P} = D_m \Delta h \quad \text{ou} \quad D_m = \frac{\mathcal{P}}{\Delta h} = \frac{2,8 \times 10^9}{214,6 \times 10^3} = 13,05 \times 10^3 \ kg s^{-1}$$

3.2- Étude du circuit secondaire

3.2.1. Diagramme de Clapeyron



3.2.2. La transformation AB est adiabatique reversible ou isentropique : ds=0.

$$c_{\ell} \frac{dT}{T} = \alpha v_{\ell} dP$$

$$c_{\ell} \ln \left(\frac{T_B'}{T_A} \right) = \alpha v_{\ell} (P_B - P_A)$$

$$T_B' = T_A \exp \left[\frac{\alpha v_{\ell}}{c_{\ell}} (P_B - P_A) \right]$$

$$\Delta T = T_B' - T_A = T_A \left[\exp \left[\frac{\alpha v_{\ell}}{c_{\ell}} (P_B - P_A) \right] - 1 \right]$$

 $\text{Application Numérique}: \quad \Delta T = 303 \left[\exp \left[\frac{3.5 \times 10^{-4} \times 10^{-3}}{4.18 \times 10^3} (85.9 - 0.04) \times 10^5 \right] - 1 \right] = 0.22 \ K = 10^{-1} \ \text{Application Numérique}$

les températures $T_B^{'}$ et T_A sont égales à 0,072% près!

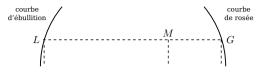
3.2.3. La transformation DE est adiabatique reversible ou isentropique : $s_D(T_B) = s_E(T_A)$.

$$P_B = P_C = P_D = 85,9 \; bar \; \; ; \; \; l'eau \; est \; sous \; forme \; liquide \quad \Rightarrow \quad s_E = 5,57 \; kJK^{-1}kg^{-1}$$

3.2.4. Théorème des moments

La lecture de la position d'un point M sur le palier de changement d'état permet de déterminer la composition du corps pur diphasé (coexistence liquide-vapeur). Soient x_ℓ son titre massique en liquide et x_v son titre massique en vapeur.

$$x_v LG = LM$$
 et $x_\ell LG = LM$



Soit au terme de l'entropie massique s_v le titre massique $x_v = \frac{LM}{LG} = \frac{s_L - s_M}{s_L - s_G}$

Le titre massique en vapeur d'eau, au point E, à la température T_A :

$$x_{v,E}(T_A) = \frac{s_L(T_A) - s_E(T_A)}{s_L(T_A) - s_G(T_A)} = \frac{s_L(T_A) - s_D(T_B)}{s_L(T_A) - s_G(T_A)} = \frac{0,44 - 5,57}{0,44 - 8,46} = 0,64$$

3.2.5. Soit le système physico-chimique diphasé $\{\ell iquide + vapeur\}$, de masse m et soient m_{ℓ} et m_v les masses respectives des phases liquide et vapeur dans le mélange. L'enthalpie H du système :

$$H = H_{\ell iquide} + H_{vapeur} = m_{\ell}h_{\ell} + m_v h_v = mh \quad \Rightarrow \quad h = x_{\ell}h_{\ell} + x_v h_v = (1 - x_v)h_{\ell} + x_v h_v$$

Au point E:

$$h_E = 0.36 \times 126 + 0.64 \times 2566 = 1687.6 \ kJkg^{-1}$$

3.2.6. Travail massique reçu dans la turbine

En supposant négligeables les variations des énergies cinétique et potentielle, le premier principe de la thermodynamique appliqué à l'eau dans la turbine :

$$\Delta h_{DE} = w_{Tu} + \underbrace{q_{Tu}}_{\text{est nulle car}} = h_E - h_D \implies w_{Tu} = 1687, 6 - 2749 = -1061, 4 \ kJkg^{-1}$$
est nulle car la turbine est calorifugée

Pour un fluide en écoulement stationnaire traversant une partie active $\mathcal A$ (d'entrée e et de sortie s) où il reçoit par unité de masse un travail utile w_u et un transfert thermique q, le premier principe s'exprime sous la forme :

$$h_s - h_e + \frac{1}{2} \left(v_s^2 - v_e^2 \right) + \Delta \varepsilon_p = w_u + q$$

où v_e et v_s désignent les vitesses de l'écoulement du fluide respectivement à l'entrée et la sortie de la partie active \mathcal{A} et $\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_p^s - \varepsilon_p^e$ désigne la variation d'énergie potentielle par unité de masse.

3.2.7. Chaleur massique reçue dans le circuit secondaire

$$q_{BD} = q_{BC} + q_{CD}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{BC} = h_C - h_B = c_\ell (T_C - T_B) = c_\ell (T_B' - T_B) = 4,18 \times 10^3 (300 - 30) = 1128,6 \ kJkg^{-1} \\ \\ q_{CD} = h_D - h_C = 2749 - 1345 = 1404 \ kJkg^{-1} \end{array} \right.$$

Application numérique :

$$q_{BD} = 2532, 6 \ kJkg^{-1}$$

3.2.8. Rendement thermodynamique

$$\eta_t = -\frac{w_{Tu}}{q_{BD}} = \frac{1061, 4}{2532, 6} = 0, 42$$
 , soit 42%

3.2.9.

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 47\%$$

3.2.10. Rendement de conversion

$$\eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}} = \frac{600}{2800} = 21,43\%$$

- 4 Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique
- 4.1- Flux magnétique

$$\Phi = \iint_{(\mathcal{B})} \overrightarrow{B}_e \cdot \overrightarrow{dS} = NB_o S \overrightarrow{e}_x \cdot \overrightarrow{n} = NB_o S \cos \theta = NB_o S \cos \Omega t$$

4.2- Force électromotrice

$$e(t)=-rac{d\Phi}{dt}=NB_oS\Omega\sin\Omega t$$
 ; la valeur maximale $e_M=NB_oS\Omega$

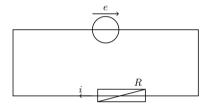
4.3- Courant électrique

Loi d'Ohm appliquée au circuit :

$$e = Ri$$

$$\Rightarrow i = \frac{e}{R} = \frac{e_M}{R} \sin \Omega t$$

La valeur maximale : $I_M = \frac{NB_oS\Omega}{R}$



Circuit électrique équivalent

4.4- Couple électromagnétique

$$\overrightarrow{\Gamma}_L = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B}_e \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{\mathcal{M}} = NiS\overrightarrow{n} : \text{ moment magnétique de la bobine}$$

$$= NiSB_o \overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{e}_x$$

$$= -NiSB_o \sin \Omega t \overrightarrow{e}_z$$

$$\overrightarrow{\Gamma}_L = -NI_MSB_o \sin^2 \Omega t \overrightarrow{e}_z$$

$$\langle \overrightarrow{\Gamma}_L \rangle_t = -\frac{NI_MSB_o}{2} \overrightarrow{e}_z = \frac{RI_M^2}{2} \Omega \overrightarrow{e}_z$$

4.5- Puissance dissipée

$$\mathcal{P}_{J} = Ri^{2}$$

$$= RI_{M}^{2} \sin^{2} \Omega t$$

$$\langle \mathcal{P}_{J} \rangle_{t} = \frac{RI_{M}^{2}}{2}$$

4.6- La bobine (\mathcal{B}) est en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe Oz, le théorème du moment cinétique appliqué à (\mathcal{B}) dans le repère $\mathcal{R}(0,x,y,z)$ s'écrit :

$$J\frac{d\overline{\Omega}}{dt} = \overrightarrow{\Gamma}_L + \overrightarrow{\Gamma}$$
 où J est le moment d'inertie de la bobine par rapport à l'axe Oz

par projection suivant Oz:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_L + \Gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \Gamma = -\Gamma_L$$

Soit:

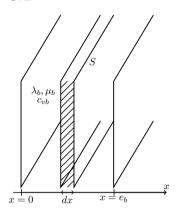
$$\overrightarrow{\Gamma} = \frac{N^2 B_o^2 S^2 \Omega}{R} \sin^2 \Omega t \, \overrightarrow{e}_z \; \; ; \; \; \text{la valeur maximale} \; \; \Gamma_M = \frac{N^2 B_o^2 S^2 \Omega}{R}$$

5 Aspect environnemental : valorisation des déchets nucléaires

5.1-

- \overrightarrow{j}_{th} : Vecteur densité de courant de conduction thermique;
- l'unité de \overrightarrow{j}_{th} dans le système international est kgs^{-3} ;
- l'unité de λ_b dans le système international est $mkgs^{-3}K^{-1}$;

5.2-



Considérons, comme système d'étude (Σ) , une tranche dx délimitée par deux sections planes S. Le premier principe de la thermodynamique appliqué à (Σ) , de volume $d\tau = Sdx$, pendant dt:

$$\begin{array}{ccccc} dU & = & \delta U^r + \delta U^p \\ \frac{dU}{dt} & = & \frac{\delta U^r}{dt} + \frac{\delta U^p}{dt} \\ & & & & & & & \\ \mathcal{P} & & = & & & \mathcal{P}_r & + & & \mathcal{P}_p \\ \text{puissance stock\'ee} & & & & \text{puissance \'echang\'ee} & & \text{puissance produite} \\ \text{dans } d\tau & & & \text{\`a travers } (\Sigma) & & \text{dans } d\tau \end{array}$$

 \diamond le terme de stockage $\mathcal P$:

$$\mathcal{P} = \frac{dU}{dt} = \mu_b c_{vb} d\tau \frac{\partial T}{\partial t} = \mu_b c_{vb} S dx \frac{\partial T}{\partial t}$$

 \diamond le terme d'échange \mathcal{P}_r :

$$\mathcal{P}_r = \iint_{(\Sigma)} \overrightarrow{j}_{th} \cdot \overrightarrow{d\Sigma} = j_{th}(x, t)S - j_{th}(x + dx, t)S = -\frac{\partial j_{th}(x, t)}{\partial x} S dx$$

 \diamond le terme de production \mathcal{P}_p :

$$\mathcal{P}_p = p_{nuc}d\tau = p_{nuc}Sdx$$

• L'équation bilan s'écrit :

$$\mu_b c_{vb} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}(x,t)}{\partial x} + p_{nuc}$$

• La loi de Fourier :

$$\overrightarrow{j}_{th} = -\lambda_b \overrightarrow{\operatorname{grad}} T(x,t) = -\lambda_b \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \overrightarrow{e}_x \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial j_{th}(x,t)}{\partial x} = -\lambda_b \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$$

• L'équation locale de diffusion thermique s'écrit, alors :

$$\mu_b c_{vb} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_b \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + p_{nuc}$$

5.3-

5.3.1. Le régime est permanent : $\frac{\partial T}{\partial t}=0$. L'équation de diffusion thermique s'écrit :

$$\lambda_b \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + p_{nuc} = 0$$

► Solution :

$$T(x) = -\frac{p_{nuc}}{2\lambda_h}x^2 + Ax + B$$

lacktriangledown Conditions aux limites : $T(x=0) = T(x=e_b) = T_o$

$$\Rightarrow T(x) = -\frac{p_{nuc}}{2\lambda_b}x^2 + \frac{p_{nuc}e_b}{2\lambda_b}x + T_o$$

▶ Valeur maximale T_{max} :

$$\frac{dT}{dx} = 0 \iff x = \frac{e_b}{2}$$

$$T_{max} = T(x = \frac{e_b}{2}) = -\frac{p_{nuc}}{2\lambda_b} \frac{e_b^2}{4} + \frac{p_{nuc}e_b^2}{4\lambda_b} + T_o$$

$$= T_o + \frac{p_{nuc}e_b^2}{8\lambda_b}$$

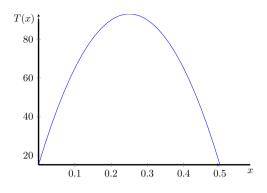


Figure $3 - T(x) = -1250x^2 + 625x + 15$

► Application numérique : $T_{max} \simeq 93^{o}C$

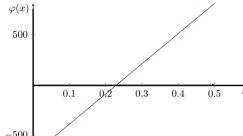
5.3.2.

$$d\varphi_{th} = \overrightarrow{j}_{th} \cdot \overrightarrow{d\Sigma} = \overrightarrow{j}_{th} \cdot \overrightarrow{e}_x d\Sigma$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = \frac{d\varphi_{th}}{d\Sigma} = \overrightarrow{j}_{th} \cdot \overrightarrow{e}_x$$

$$\overrightarrow{j}_{th} = -\lambda_b \frac{dT(x)}{dx} \overrightarrow{e}_x = -\lambda_b \left[-\frac{p_{nuc}}{\lambda_b} + \frac{p_{nuc}e_b}{2\lambda_b} \right] \overrightarrow{e}_x$$

$$\varphi(x) = p_{nuc} \left(x - \frac{e_b}{2} \right)$$



La puissance évacuée :

$$\mathcal{P}_{evac} = (\varphi(x=e_b) - \varphi(x=0))S = 2\frac{e_b}{2}p_{nuc}S = p_{nuc}Se_b = \mathcal{P}_{tot,p}$$
 -50

Toute la puissance crée ou produite est évacuée!

Figure 4 – $\varphi(x) = 3 \times 10^3 (x - 0.25)$