

DS SCIENCES PHYSIQUES MATHSPÉ

calculatrice: autorisée

durée: 4 heures

Sujet

Chauffage et traitement thermique d'une plaque	2
I. <u>L'induction dans un conducteur</u>	2
A. <u>Propriétés des champs dans le conducteur</u>	3
B. <u>Cas du conducteur infini</u>	3
1) <u>Détermination de B et j</u>	3
2) <u>Détermination de ϕ surfacique reçu</u>	4
3) <u>Autre détermination de ϕ surfacique reçu</u>	4
C. <u>Plaque conductrice d'épaisseur finie</u>	5
1) <u>Détermination de B</u>	5
2) <u>Détermination de j</u>	5
3) <u>Détermination de p volumique reçu</u>	5
II. <u>Chauffage d'une plaque conductrice par courants de Foucault</u>	6
A. <u>Temps caractéristiques des échanges</u>	6
1) <u>Loi de Fourier</u>	6
2) <u>Loi de Newton</u>	6
3) <u>Loi de Stefan</u>	6
4) <u>Application numérique</u>	6
B. <u>Chauffage de la plaque</u>	7
1) <u>Expérience 1: chauffage d'une plaque mince</u>	7
2) <u>Expérience 2: chauffage d'une plaque épaisse</u>	8
Thermomètre à cristaux liquides	10
I. <u>Diffraction (un miroir)</u>	10
II. <u>Interférences (plusieurs miroirs)</u>	11
III. <u>Interférences (cristaux liquides)</u>	12
IV. <u>Matériau utilisé (cristaux liquides)</u>	13

Chauffage et traitement thermique d'une plaque

Le chauffage suivi d'un refroidissement rapide d'une plaque d'acier ou « trempe de l'acier » assure l'augmentation de la dureté en surface de la plaque.

Données numériques générales:

vitesse de la lumière dans le vide: $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

perméabilité magnétique du vide: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

permittivité absolue du vide: $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$

constante de Stefan: $\sigma_{St} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Données numériques pour l'acier:

conductivité électrique: $\sigma = 6.10^6 \text{ S.m}^{-1}$

grandeurs apparaissant dans l'équation de Fourier, relatives à l'acier :

$\rho = 7850 \text{ kg.m}^{-3}$

$c = 640 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$\lambda = 46 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

I. L'induction dans un conducteur

Un milieu conducteur (acier) de conductivité σ s'étend dans le demi-espace $z > 0$. À l'extérieur du conducteur, le champ magnétique est uniforme variant sinusoïdalement dans le temps: $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y$ (voir figure 1).

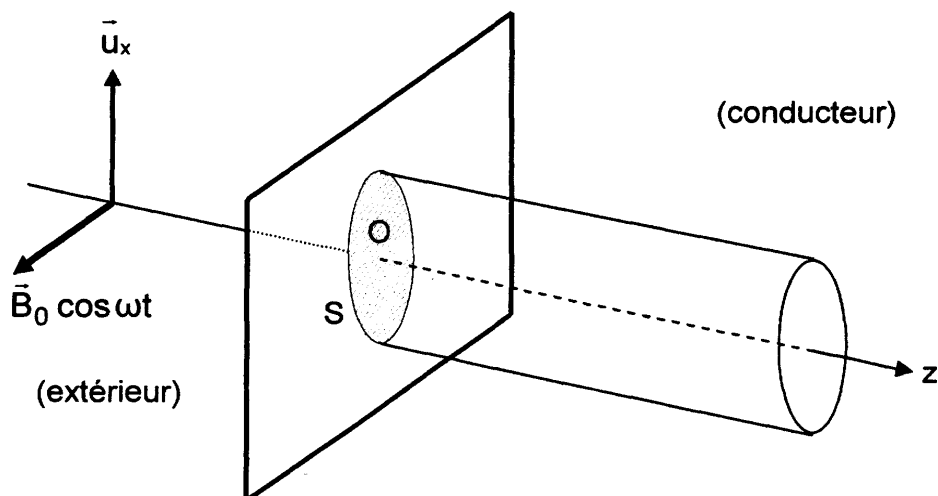


figure 1

A. Propriétés des champs dans le conducteur

1. Écrire les quatre équations de Maxwell dans ce conducteur ohmique. On ne fera intervenir que la densité de courant volumique $\vec{j}(M,t)$, le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$, le densité volumique de charge $\rho(M,t)$ (et les constantes: c , μ_0 , σ).
2. On se place en régime sinusoïdal, on associe alors à toute grandeur dépendant du temps un complexe en $\exp[i\omega t]$. Réécrire les équations de Maxwell entre $\vec{j}(M,t)$, $\vec{B}(M,t)$, $\rho(M,t)$ en simplifiant les dérivées partielles par rapport au temps.
3. En déduire que $\rho(M,t)$ est nul.
4. En partant des équations écrites précédemment, trouver à quelle condition on peut négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction? Montrer que la condition peut s'écrire sous la forme $\omega\tau \ll 1$. Donner l'expression de τ et son unité. Calculer sa valeur numérique. Vérifier que l'approximation proposée est valable si la fréquence du champ utilisée est inférieure au MHz.
5. Écrire les équations de Maxwell entre $\vec{j}(M,t)$, $\vec{B}(M,t)$, valables dans la suite du problème, dans le milieu conducteur, quand on fait $\rho(M,t)=0$ et quand on néglige le courant de déplacement. Justifier qu'il n'y plus que deux équations de Maxwell indépendantes et donner leur nom.
6. On cherche dans le conducteur une solution de ces équations de la forme $\vec{B}(z,t) = \underline{B}(z,t)\vec{u}_y = \underline{B}'_0 \exp[i(\omega t - kz)]\vec{u}_y$, où \underline{B}'_0 et k peuvent être complexes.
 - Déterminer la forme que doit alors prendre la densité de courant $\vec{j}(z,t)$ en utilisant une équation de Maxwell (réponse en fonction de k , $\underline{B}(z,t)$, μ_0).
 - Établir, grâce à l'autre équation de Maxwell, l'expression de k^2 en fonction de μ_0 , σ , ω .

B. Cas du conducteur infini

Le conducteur occupe tout le demi-espace $z > 0$ (figure 1).

1) Détermination de B et j

7. Déterminer les deux expressions possibles de k . Justifier qu'il faille choisir $k = \frac{(1-i)}{\delta}$, δ étant une grandeur dont on donnera l'expression en fonction de μ_0 , σ , ω . Donner pour k une seconde expression en utilisant la notation exponentielle pour le complexe.
8. Rappeler l'équation de passage pour \vec{B} en $z=0$. Montrer que $\underline{B}'_0 = B_0$.
9. Établir les expressions réelles $\vec{B}(z,t)$ et $\vec{j}(z,t)$ (utiliser la notation δ pour exprimer ces résultats). L'une des grandeurs est en cosinus et l'autre fait intervenir un sinus.
10. Préciser l'unité de δ . Quel nom donne-t-on à cette grandeur δ . Expliquer.
11. Application numérique: calculer δ pour le conducteur considéré, pour les fréquences $f_1 = 100 \text{ Hz}$ et $f_2 = 125 \text{ kHz}$.

2) Détermination de φ surfacique reçu

12. Donner l'expression de la puissance volumique $\frac{dP_J}{d\tau}$ apparue par effet Joule dans le conducteur ; déterminer sa valeur moyenne dans le temps, mettre en évidence que cette valeur moyenne est proportionnelle à ω .
13. Exprimer la puissance moyenne dans le temps $\langle P_J \rangle$ apparue par effet Joule dans un cylindre d'axe parallèle à Oz , de longueur infinie et de section S , découpé dans le conducteur (voir *figure 1*).
14. En déduire la puissance thermique φ_0 (on considère en fait la puissance moyenne dans le temps) reçue par le conducteur, de la part du champ électromagnétique, par unité de surface extérieure. On écrira la réponse sous la forme $\varphi_0 = K_S B_0^2 \omega \delta$ et l'on précisera l'expression de K_S .
15. La connaissance de $\vec{B}(z=0^+, t)$ et $\vec{j}(z=0^+, t)$ permet d'exprimer le vecteur de Poynting $\vec{\pi}(z=0^+, t)$. Déterminer $\langle \vec{\pi}(z=0^+, t) \rangle$. Comparer à φ_0 . Commenter.
16. Application numérique: calculer φ_0 pour la fréquence $f_2 = 125 \text{ kHz}$ et pour un champ magnétique extérieur d'amplitude $B_0 = 0,5 \text{ T}$.

3) Autre détermination de φ surfacique reçu

17. Quel est le courant élémentaire dI qui traverse un rectangle élémentaire (voir *figure 2*) parallèle au plan yOz , de côtés élémentaires dy et dz , orienté selon \vec{u}_x ? (On utilisera la notation complexe et on exprimera le résultat en fonction de \underline{k} , $B(z, t)$, μ_0)
18. Déterminer le courant total $I = I_0 \exp(i\omega t)$ qui traverse un ruban de largeur $\Delta y = \ell$ s'étendant sur toute la profondeur du conducteur $\Delta z \rightarrow \infty$. Exprimer I_0 en fonction (éventuellement) de μ_0 , σ , ℓ , B_0 . Commenter.

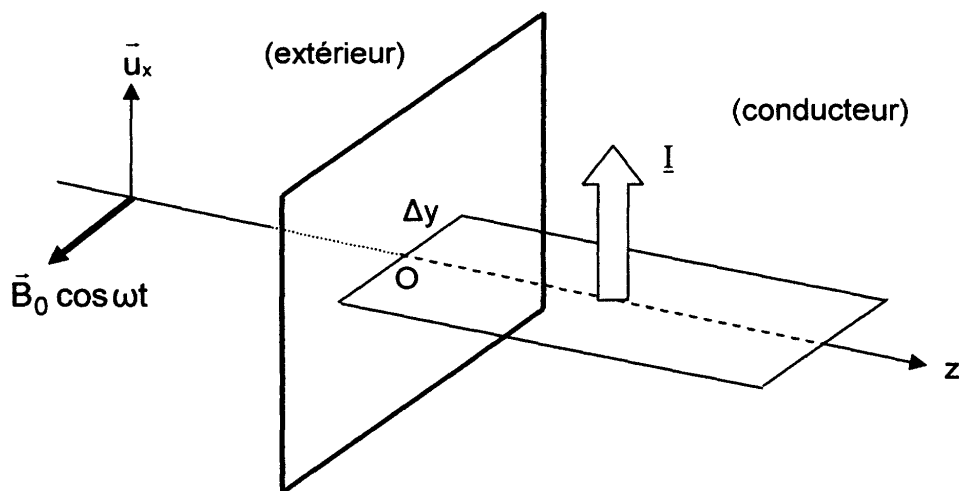


figure 2

19. On envisage ici que le cas où ce même courant $I = I_0 \exp(i\omega t)$ serait uniformément réparti sur une épaisseur δ .

- Quelle serait alors l'expression de la densité volumique de courant $\vec{j}' = \vec{j}'_0 \exp(i\omega t)$, le courant étant nul en tout point en dehors de la couche d'épaisseur δ .
- Exprimer φ'_0 , la puissance thermique moyenne apparue par effet joule dans le conducteur par unité de surface extérieure dans le cadre de cette hypothèse. Comparer φ'_0 et φ_0 . Commenter.

C. Plaque conductrice d'épaisseur finie

Le conducteur est maintenant compris entre les deux plans $z=0$ et $z=2a$. Il est d'extension infinie dans les directions Ox et Oy . À l'extérieur, de part et d'autre de la plaque, le champ magnétique s'écrit toujours $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_y$.

1) Détermination de B

20. Montrer que $\vec{B}(z, t)$ dans la plaque peut maintenant s'écrire sous la forme $\vec{B}(z, t) = [\underline{C} \exp(\underline{k}_0 z) + \underline{D} \exp(-\underline{k}_0 z)] \exp(i\omega t) \vec{u}_y$ avec $\underline{k}_0 = \frac{(1+i)}{\delta}$.

21. Préciser les nouvelles conditions aux limites.

22. Après calculs, on trouve pour le champ magnétique dans le conducteur l'expression suivante

$$\vec{B}(z, t) = B_0 \frac{\text{ch}[\underline{k}_0(z-a)]}{\text{ch}[\underline{k}_0 a]} \exp(i\omega t) \vec{u}_y, \text{ la fonction } \text{ch}(\underline{u}) \text{ étant définie de manière usuelle par } \text{ch}(\underline{u}) = \frac{1}{2}(e^{\underline{u}} + e^{-\underline{u}}).$$

Montrer que cette expression vérifie les conditions aux limites et les symétries du problème.

2) Détermination de j

23. En utilisant l'équation de Maxwell appropriée, en déduire l'expression de la densité de courant volumique $\vec{j}(z, t)$.

24. La plaque conductrice étudiée a pour section S et pour épaisseur $2a$ avec ici $2a \ll \delta$ ce qui revient à écrire $|\underline{k}_0 a| \ll 1$. Justifier que l'on peut aussi écrire $|\underline{k}_0(z-a)| \ll 1$ et en déduire l'expression approchée de $\vec{j}(z, t)$ au premier ordre non nul en $\frac{1}{\delta}$.

3) Détermination de p volumique reçu

25. Déterminer la puissance moyenne dans le temps $\langle P_J \rangle$ apparue par effet Joule dans la portion de plaque. (On peut utiliser $\langle j^2 \rangle = \frac{\vec{j} \cdot \vec{j}^*}{2}$ puis intégrer la puissance volumique sur tout le volume de la portion considérée)

26. Déterminer la puissance volumique p_V correspondante en moyenne dans le temps et en moyenne dans l'espace. On écrira la réponse sous la forme $p_V = K_V B_0^2 \frac{\omega}{\delta^2}$ et l'on précisera l'expression de K_V .

27. Calculer p_V pour $f = 100 \text{ Hz}$ et pour un champ magnétique extérieur d'amplitude $B_0 = 2,5 \text{ T}$, lorsque la largeur de la plaque d'acier est $2a = 3 \text{ mm}$.

II. Chauffage d'une plaque conductrice par courants de Foucault

A. Temps caractéristiques des échanges

Pour une plaque chauffée en contact avec l'air extérieur, peuvent se développer trois types d'échanges thermiques:

- la diffusion qui obéit à l'équation de Fourier: $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + p_v$
- les échanges conducto-convectifs (loi de Newton): $\varphi = h(T_{int} - T_{ext})$
- le rayonnement (loi de Stefan): $\varphi = \sigma_{st} T^4$

1) Loi de Fourier

28. Que représentent les grandeurs ρ , c , λ et p_v dans la loi de Fourier?

29. Donner l'expression et la dimension du coefficient D de diffusivité thermique.

30. En déduire une durée caractéristique τ_F pour la diffusion sur une longueur égale à a en fonction de D et a puis en fonction de ρ , c , λ et a .

2) Loi de Newton

31. Que représente φ dans la loi de Newton ? Dans quel sens l'échange modélisé par cette loi s'effectue-t-il ?

On considère une barre de volume $S \times a$ à la température T_0 , plongée dans un milieu de température T_a avec lequel elle échange de l'énergie uniquement par transfert conducto-convectif caractérisé par h . La surface d'échange est S (le reste de la barre est supposé isolé). L'épaisseur est a . A chaque instant la barre est considérée comme isotherme à la température $T(t)$ (isothermie supposée instantanée).

32. Écrire l'équation différentielle pour $T(t)$.

33. En déduire un temps caractéristique τ_N pour les échanges conducto-convectifs pour une épaisseur égale à a en fonction de ρ , c , h et a .

3) Loi de Stefan

On considère une barre de volume $S \times a$ à la température T_0 , plongée dans un milieu de température T_a . Elle échange de l'énergie uniquement par transfert radiatif aux limites du système. La surface d'échange est S . La barre et l'extérieur rayonnent tous deux selon la loi de Stefan. A chaque instant la barre est considérée comme isotherme à la température $T(t)$.

34. Écrire l'équation différentielle pour $T(t)$.

35. On suppose T proche de T_a . En déduire que le temps caractéristique τ_s pour les échanges radiatifs pour une épaisseur égale à a s'écrit: $\tau_s = \frac{\rho c a}{4 \sigma_{st} T_a^3}$.

4) Application numérique

36. Compléter les tableaux numériques suivants (les reporter sur la copie)

Données numériques supplémentaires:

$$T_a = 700^\circ \text{C}$$

Pour les transferts conducto-convectifs acier-air: $h = 10 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Expérience n°1	$2a = 3 \text{ mm}$	$B_0 = 2,5 \text{ T}$
	$f = 100 \text{ Hz}$	$\delta = ??$
$\tau_F = ??$	$\tau_N = ??$	$\tau_S = ??$

Expérience n°2	$2a = 20 \text{ mm}$	$B_0 = 0,5 \text{ T}$
	$f = 125 \text{ kHz}$	$\delta = ??$
$\tau_F = ??$	$\tau_N = ??$	$\tau_S = ??$

37. Quel est le type de transfert qui prédomine dans l'acier?

Pour la suite, afin de simplifier le modèle étudié, on ne tient plus compte du rayonnement mais on prend pour h la valeur numérique: $h = 30 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

B. Chauffage de la plaque

Une plaque conductrice en acier d'épaisseur $2a$ (comprise entre les plans $z=0$ et $z=2a$) est soumise pendant une durée déterminée à un champ magnétique variable. Les courants qui se développent au sein de la plaque engendrent un échauffement par effet Joule qui sera schématisé comme suit:

1) si la plaque est de faible épaisseur, elle s'échauffera sous l'effet d'une puissance calorifique uniformément répartie en son volume $p_V = K_V B_0^2 \frac{\omega}{\delta^2}$ avec pour la plaque considérée dans la suite $K_V = 0,6$ (dans les unités S.I.).

2) si la plaque est de grande épaisseur, la chaleur est produite au niveau de la surface, de part et d'autre de la plaque en $z=0$ et en $z=2a$, la puissance thermique par unité de surface s'écrivant $\varphi_0 = K_S B_0^2 \omega \delta$ avec $K_S = 0,2 \cdot 10^6$ (dans les unités S.I.).

1) Expérience 1: chauffage d'une plaque mince

La figure 3 schématise l'installation permettant le chauffage de la plaque d'acier d'épaisseur $2a$ et de surface S (volume $2aS$), défilant à vitesse constante entre deux inducteurs fixes et parallèles à la plaque.

38. Exprimer la puissance thermique totale P_T créée au sein de la plaque par les inducteurs en fonction de p_V , S et a .

À chaque instant la température est uniforme au sein de la plaque. La plaque glisse entre les inducteurs qui provoquent son échauffement, elle est environnée d'air à la température T_a uniforme et constante.

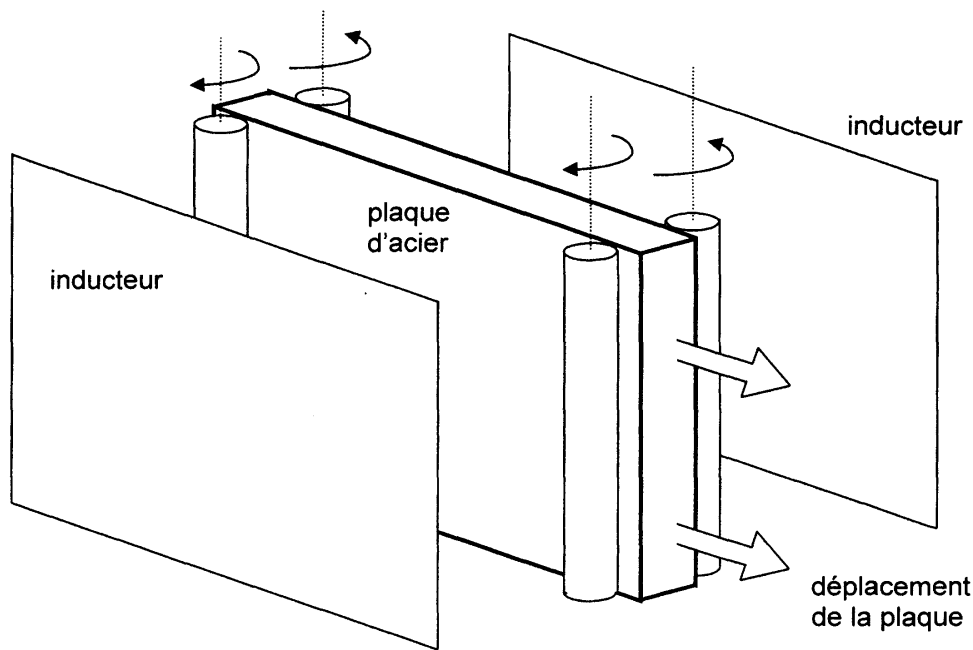


figure 3

39. Effectuer un bilan d'énergie pour toute la plaque pendant dt . En déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ et mettre en évidence la constante de temps.
40. Résoudre cette équation, la plaque étant initialement à la température T_a .
41. Déterminer l'élévation limite de température que peut provoquer ce procédé. Application numérique avec $T_a = 700^\circ\text{C}$.
42. Combien de temps faut-il pour atteindre une température de 910°C ?

2) *Expérience 2: chauffage d'une plaque épaisse*

Tout effet thermique autre que la diffusion est ici négligé. On étudie uniquement l'échauffement de la paroi située en $z=0$ en ne tenant pas compte du phénomène identique se produisant au niveau de la paroi $z=2a$. La plaque est considérée comme un conducteur thermique semi infini occupant tout le demi-espace $z>0$ et recevant de l'extérieur un flux surfacique constant φ_0 à travers sa paroi $z=0$. L'extérieur est toujours constitué d'air à la température T_a qui est aussi la température initiale de la plaque.

43. Quelle est la grandeur qui, au sein du conducteur, indique la valeur de la densité de flux thermique ? Quelle en est l'expression ?
44. Écrire l'équation vérifiée par $\theta(z,t) = T(z,t) - T_a$ dans le conducteur (en faisant apparaître la diffusivité thermique D).
45. Établir la condition aux limites imposée par le flux en $z=0$.

La résolution de cette équation repose sur les fonctions suivantes:

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-v^2} dv \quad (\text{avec } \frac{d}{du} \operatorname{erfc}(u) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2}). \quad \text{On donne } \operatorname{erfc}(0) = 1$$

$$\operatorname{ierfc}(u) = \int_u^{\infty} \operatorname{erfc}(v) dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} - u \operatorname{erfc}(u) \quad (\text{avec } \frac{d}{du} \operatorname{ierfc}(u) = -\operatorname{erfc}(u))$$

(toutes ces fonctions décroissent exponentiellement quand u tend vers l'infini)

46. La solution de l'équation de la chaleur s'écrit, dans les conditions de l'expérience:

$$\theta(z, t) = T(z, t) - T_a = A \sqrt{Dt} \operatorname{ierfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad \text{où } A \text{ est une constante. Exprimer } A \text{ en fonction de } \varphi_0 \text{ et } \lambda \text{ puis donner sa valeur numérique et son unité.}$$

47. Calculer $\operatorname{ierfc}(0)$ et en déduire la température de surface de la plaque en fonction du temps et de φ_0 .

48. Évaluer la durée maximale d'exposition de la plaque au champ magnétique, sachant que la température de l'air est ici $T_a = 27^\circ \text{C}$ et que la plaque ne doit pas atteindre son point de fusion (1536°C).

Thermomètre à cristaux liquides

On étudie un thermomètre de bain pour les jeunes enfants. Ce thermomètre possède une bande rectangulaire contenant des zones à cristaux liquides. Celles-ci dessinent les températures comme par exemple 34°C , 36°C , 40°C et *OK Baby* pour 37°C . Le principe de fonctionnement est le suivant : si l'eau est à 36°C , seule l'inscription 36°C apparaît visible sur la bande rectangulaire sensible du thermomètre. Il est ainsi possible de contrôler rapidement la température du bain (*figure 1*).

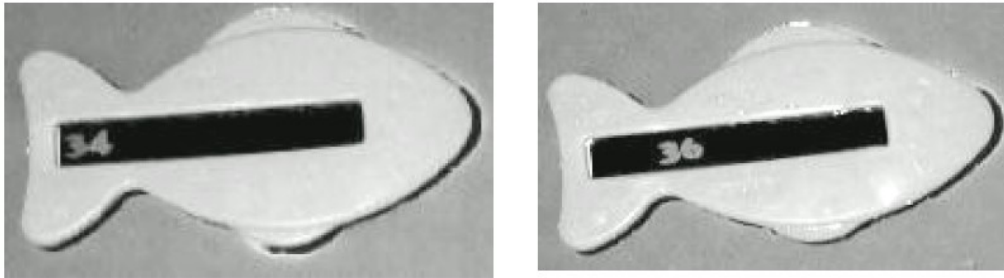
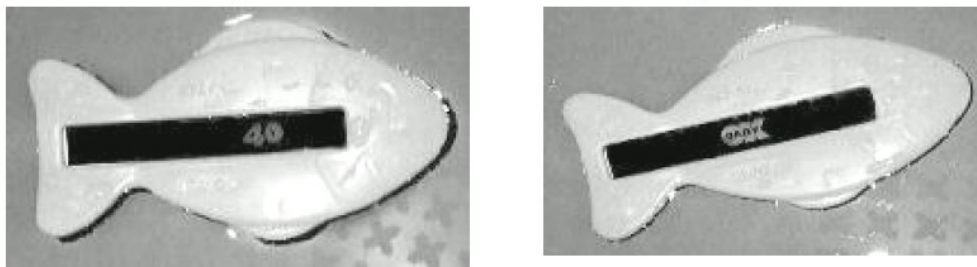


Fig. 1 — Thermomètre à cristaux liquides.



I. Diffraction (un miroir)

On considère un miroir de longueur e , placé dans l'air assimilé au vide, éclairé par une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ (*figure 2*) . La lumière incidente fait un angle θ avec le plan du miroir (l'angle d'incidence est donc: $\frac{\pi}{2} - \theta$) ; on étudie la diffraction à l'infini dans l'angle d'émergence i , comme indiqué sur la figure.

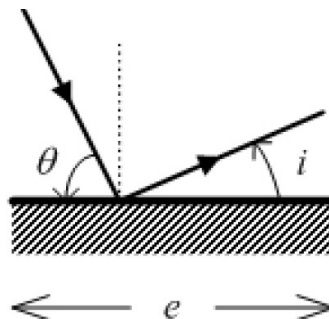


Fig. 2 – Diffraction par un miroir de dimension finie selon une direction.

1. Établir à partir des expressions des amplitudes complexes des ondes lumineuses, que l'intensité lumineuse diffractée est donnée par: $I_1 = I_0 \text{sinc}^2 \left[\pi \frac{e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) \right]$ où $\text{sinc}(u) = \frac{\sin(u)}{u}$.
2. Vérifier que la fonction de diffraction par un miroir est maximale dans le cas où $i = \theta$.
3. Tracer l'allure de l'intensité diffractée en fonction de l'angle i dans les cas suivants:
 - (cas a), la longueur e du miroir est légèrement supérieure à la longueur d'onde ($e > \lambda, e \approx \lambda$)
 - (cas b), e est très grand devant λ .

On ne manquera pas de commenter ces résultats.

II. Interférences (plusieurs miroirs)

On étudie maintenant les interférences entre les ondes diffractées à l'infini par deux miroirs identiques à celui des questions précédentes. L'étude s'effectue pour un angle d'émergence i . Ces deux miroirs, toujours disposés dans l'air, sont séparés par la distance d . Ils sont éclairés de façon cohérente par la même source (figure 3). Pour les besoins de la modélisation, on ne se préoccupera pas d'une éventuelle « interception » du rayon (2) par le miroir (1).

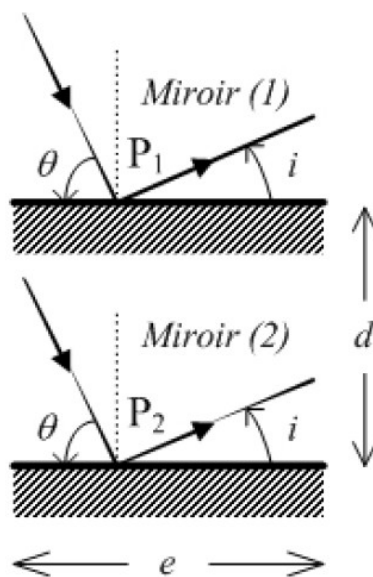


Fig. 3 – Deux miroirs identiques ... et transparents !

4. Montrer que la différence de marche entre les deux ondes passant par P_1 et P_2 est $\delta = d(\sin \theta + \sin i)$.
5. En déduire l'expression suivante de l'intensité lumineuse résultant des interférences et de la diffraction de ces deux ondes d'amplitude identique provenant des miroirs (1) et (2):

$$I_{1,2} = \frac{1}{2} I_{\max} \text{sinc}^2 [C(\theta, i)] \times [1 + \cos[S(\theta, i)]] \quad \text{avec} \quad C(\theta, i) = \pi \frac{e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) \quad \text{et}$$

$$S(\theta, i) = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\sin \theta + \sin i)$$

6. Comment choisir d pour que la fonction d'interférence entre les deux miroirs soit elle aussi maximale pour $i = \theta$? Donner l'allure de l'intensité lumineuse $I_{1,2}$ en fonction de la distance d dans le cas $i = \theta$.

La relation $i = \theta$ étant toujours satisfaite, on utilise maintenant un nombre N (grand devant 2) de miroirs identiques tous disposés à la distance d les uns des autres.

7. Indiquer, par une représentation graphique et par une phrase claire, comment évolue la courbe donnant l'intensité lumineuse en fonction de d .

III. Interférences (cristaux liquides)

La bande sensible du thermomètre utilisé pour le contrôle de la température du bain est composée de « cristaux liquides » présentant une structure hélicoïdale stable, dite cholestérique. Les molécules constituant les cristaux liquides sont des molécules allongées, représentées par des ellipsoïdes sur la *figure 4*, et qui sont disposées dans des plans perpendiculaires à un axe Oz ; chaque molécule fait un angle fixe par rapport à la précédente, les extrémités forment donc une double structure hélicoïdale, de période spatiale L . Cette période dépend de la température T du milieu (et bien sûr de la molécule constituant le cristal liquide).

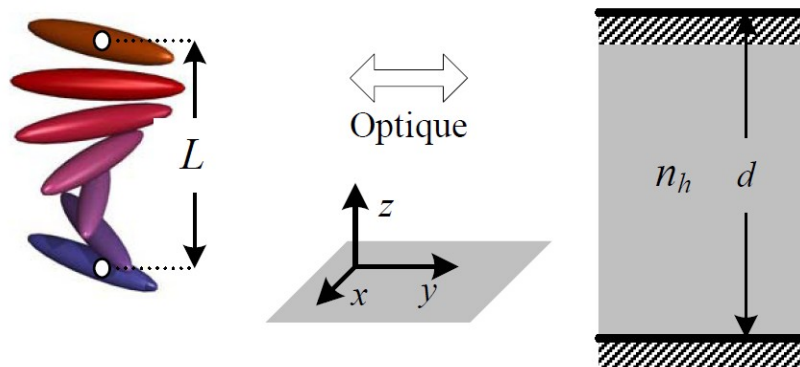


Fig. 4 – Vue d'artiste d'une structure hélicoïdale et modélisation du comportement optique.

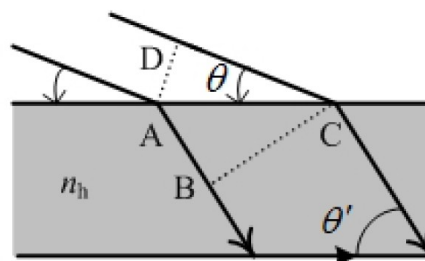


Fig. 5 : Différence de marche au niveau du dioptré : $DC - n_h AB$.

Lorsque l'on utilise comme cristal liquide un mélange binaire de deux cristaux liquides, la période

spatiale L de l'hélice dépend de la composition du binaire. On admet que le comportement optique du cristal liquide est identique à celui des deux miroirs étudiés dans les questions 1 à 7, ces miroirs étant alors plongés dans un milieu d'indice n_h de l'ordre de 1,50. Pour les applications numériques, on fera donc $n_h = 1,50$.

8. Concernant l'entrée dans le milieu d'indice n_h des deux rayons lumineux parallèles, (voir *figure 5* et légende de cette figure), la différence de marche au niveau du dioptre est nulle. Commenter et vérifier par le calcul. Justifier sans calcul qu'il en est de même à l'émergence lorsque les rayons repassent dans l'air ? On désignera par θ' l'angle, dans le cristal, entre le rayon et le miroir.
9. Exprimer, en fonction de θ' , n_h et d puis en fonction de θ , n_h et d , la différence de marche entre les deux rayons réfléchis ($i = \theta'$) par les centres des deux miroirs séparés par un milieu d'indice n_h (voir *figure 3* et *figure 5*).
10. L'éclairage incident est désormais normal $\theta = \theta' = \frac{\pi}{2}$ et monochromatique de longueur d'onde λ . Exprimer les valeurs possibles de d pour lesquelles on obtient un maximum de lumière réfléchie. Même question pour un minimum de lumière réfléchie.
11. Rappeler l'étendue du spectre visible ainsi que les couleurs associées aux limites du spectre puis justifier, pour l'étude de ce thermomètre à cristaux liquides, le choix de la longueur d'onde $\lambda = 555 \text{ nm}$.
12. On convient désormais que $d = L$ et l'on se limite ici à $260 \text{ nm} \leq L \leq 500 \text{ nm}$ (la *figure 6* qui donne L à 37°C étant limitée à cette gamme de valeurs). Calculer les valeurs de L correspondant respectivement à un maximum ou à un minimum de lumière réfléchie. On les notera L_1 (pour un maximum), ℓ_1 et ℓ_2 (pour les minima) et l'on vérifiera que $\ell_1 < L < \ell_2$.

IV. Matériau utilisé (cristaux liquides)

Il s'agit maintenant de déterminer la nature du matériau utilisé pour l'indicateur 40°C et pour l'indicateur *OK Baby* (37°C). L'indicateur 40°C doit apparaître à 40°C sans que l'autre soit visible et réciproquement.

Pour ce but, on dispose de deux mélanges binaires ab et $a'b'$ des molécules (a, b) pour le premier et (a', b') pour le second.

Pour chacun des deux mélanges, la période spatiale L de l'hélice vérifie pour les températures 37°C et 40°C :

$$\text{Composé } ab : L_{40^\circ \text{C}} = 0,68 L_{37^\circ \text{C}}$$

$$\text{Composé } a'b' : L_{40^\circ \text{C}} = 0,74 L_{37^\circ \text{C}}$$

La *figure 6* montre comment, à 37°C , L évolue en fonction du pourcentage molaire de a ou de a' dans le domaine des mélanges réalisables (tous les pourcentages ne sont pas représentés).

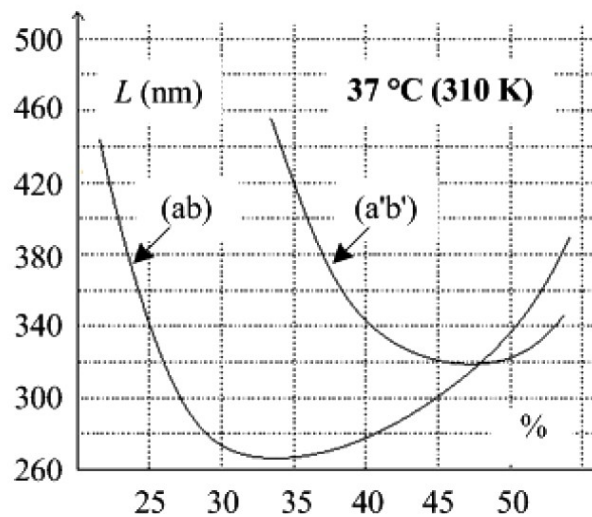


Fig. 6 : Période spatiale L en fonction de la concentration en a (ou en a').

13. Pour l'indicateur à 37°C (mention *OK Baby*), on doit avoir un maximum de lumière réfléchi correspondant à 37°C et un minimum correspondant à 40°C . Quel mélange utiliser pour ce but, et en quelle proportion ?
14. De même, quel est le meilleur choix pour l'indicateur 40°C ?
15. La loi d'évolution de la période de l'hélice en fonction de la température T au voisinage de $T = 310\text{ K}$ (37°C) est $L(T) = L_0 \exp(-\alpha T)$, où L_0 est une constante; calculer α_{ab} et $\alpha_{a'b'}$. La valeur de α est extrêmement variable d'un matériau à l'autre et elle peut atteindre jusqu'à 100°C^{-1} . Pour quel(s) genre(s) d'application(s) une telle sensibilité peut-elle être utile ?

Réponses

Chauffage et traitement thermique d'une plaque

$$\begin{aligned}
 1) \quad \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \text{soit :} \\
 \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{soit :} \\
 \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & \text{soit :} \\
 \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{soit :}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} \vec{j} &= \mu_0 c^2 \sigma \rho \\
 \operatorname{rot} \vec{j} &= -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
 \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\
 \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{\sigma c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}
 \end{aligned}$$

$$2) \quad \text{en régime sinusoïdal : } \frac{\partial}{\partial t} = i\omega$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} \vec{j} &= \mu_0 c^2 \sigma \rho \\
 \operatorname{rot} \vec{j} &= -\sigma i\omega \vec{B} \\
 \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\
 \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \frac{i\omega}{\sigma c^2} \vec{j}
 \end{aligned}$$

3) → On part de M.A.

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \left(\mu_0 + \frac{i\omega}{\sigma c^2} \right) \vec{j}$$

On prend la divergence (avec $\operatorname{div} \operatorname{rot} = 0$)

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{B} = \left(\mu_0 + \frac{i\omega}{\sigma c^2} \right) \operatorname{div} \vec{j}$$

$$0 = \left(\mu_0 + \frac{i\omega}{\sigma c^2} \right) \operatorname{div} \vec{j}$$

$$\text{donc } \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

→ on compare avec M.G.

$$\operatorname{div} \vec{j} = \mu_0 c^2 \sigma \rho$$

donc

$$\rho = 0$$

4) Toujours avec M.A.

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\underbrace{\vec{j}}_{\text{conduction}} + \underbrace{\frac{i\omega}{\sigma \mu_0 c^2} \vec{j}}_{\text{déplacement}} \right)$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{conduction}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{déplacement}}$

On compare les amplitudes.

Le courant de déplacement est négligeable par rapport au courant de conduction si

$$\frac{\omega}{\sigma \mu_0 c^2} \ll 1$$

on pose

$$\tau = \frac{1}{\sigma \mu_0 c^2} \quad (\text{temps en seconde})$$

$$\text{A.N.} \quad = \frac{1}{6 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}$$

$$\tau = 1,47 \cdot 10^{-18} \text{ s}$$

la condition s'écrit donc:

$$\omega \tau \ll 1$$

$$f \ll \frac{1}{2\pi \tau}$$

A.N.

$$f \ll \frac{1}{2\pi \cdot 1,47 \cdot 10^{-18}}$$

$$f \ll 0,1 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

L'approximation est donc parfaitement valable pour

$$\begin{aligned} f &= 1 \text{ MHz} \\ &= 10^6 \text{ Hz} \end{aligned}$$

5) Pour la suite du problème les équations de Maxwell sont donc:

$$\begin{array}{ll} \text{M.G.} & \text{div } \vec{E} = 0 \\ \text{M.F.} & \text{rot } \vec{E} = -\sigma \omega \vec{B} \\ \text{M.Flux} & \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{M.A.} & \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \end{array}$$

En prenant la divergence de M.A. on retrouve M.G.

En prenant la divergence de M.F. on retrouve M.Flux

On peut donc considérer uniquement les deux équations:

Maxwell - Faraday	$\text{rot } \vec{E} = -\sigma i \omega \vec{B}$
Maxwell - Ampère	$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

6) On cherche une solution sous la forme

$$\begin{aligned}\vec{B}(z,t) &= \underline{B(z,t)} \vec{u}_y \\ &= \underline{B_0} \exp i(\omega t - \underline{k} z) \vec{u}_y\end{aligned}$$

donc on aura
$$\begin{aligned}\vec{\nabla} &= -i \underline{k} \vec{u}_z \\ &= -i \underline{k}\end{aligned}$$

→ et en reportant dans Maxwell - Ampère :

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{B} \\ &= \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \wedge \vec{B} \\ &\quad \left| \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & \underline{B(z,t)} \\ -i\underline{k} & 0 \end{array} \right|\end{aligned}$$

$\vec{J} = i \frac{1}{\mu_0} \underline{k} \underline{B(z,t)} \vec{u}_x$
--

→ on obtient l'équation de dispersion en reportant ce résultat dans l'équation de Maxwell - Faraday :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \wedge \vec{J} &= -\sigma i \omega \vec{B} \\ \left| \begin{array}{c|c} 0 & i \frac{1}{\mu_0} \underline{k} \underline{B} \\ 0 & 0 \\ -i\underline{k} & 0 \end{array} \right| &\quad \left| \begin{array}{c} 0 \\ \underline{B} \\ 0 \end{array} \right|\end{aligned}$$

selon \vec{u}_y

$$\frac{1}{\mu_0} \underline{k}^2 \underline{B} = -\sigma i \omega \underline{B}$$

$\underline{k}^2 = -i \mu_0 \sigma \omega$
--

7)

$$\underline{k}^2 = e^{-i\frac{\pi}{2}} \mu_0 \sigma \omega$$

$$\underline{k} = \pm e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\mu_0 \sigma \omega}$$

$$= \pm \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{\mu_0 \sigma \omega}$$

On pose

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$

d'où $\underline{k} = \pm (1-i) \frac{1}{\delta}$

- si on choisit le signe $-$, la solution est en

$$\begin{aligned} & \exp i (\omega t - \underline{k} z) \\ &= \exp i (\omega t + (1-i) \frac{1}{\delta} z) \\ &= \underbrace{\exp \frac{z}{\delta}}_{\text{qui pourrait tendre vers l'infini}} \exp i (\omega t + \frac{z}{\delta}) \end{aligned}$$

puisque ici le conducteur est illimité du côté des z positifs
Ceci n'aurait pas de sens physique

- il faut choisir l'autre solution

ou
$$\begin{aligned} \underline{k} &= + (1-i) \frac{1}{\delta} \\ &= \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\delta} \end{aligned}$$

alors les solutions pour \underline{B} et \underline{A} sont en

$$\exp -\frac{z}{\delta} \exp i (\omega t - \frac{z}{\delta})$$

8) Equation de passage pour \underline{B}

$$\underline{B}_2 - \underline{B}_1 = \mu_0 \underline{\vec{\sigma}}_S \wedge \underline{\vec{n}}_{1 \rightarrow 2}$$

soit ici avec $\underline{\vec{n}}_{1 \rightarrow 2} = -\underline{\vec{u}}_z$ par exemple

$$\underline{B}_{(z=0^-)} - \underline{B}_{(z=0^+)} = \mu_0 \underline{\vec{\sigma}}_S \wedge (-\underline{\vec{u}}_z)$$

La description du courant est ici volumique.

Il n'y a pas de courant surfacique

$$\underline{B} \text{ est continue en } z=0$$

En complexes : (en $z=0$)

$$\underline{B}_0 \exp i \omega t = \underline{B}'_0 \exp i \omega t$$

$$\underline{B}'_0 = \underline{B}_0$$

9) $\vec{B}(z,t) = B_0 \exp(-\frac{z}{\delta}) \exp i(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{u}_y$

$$\vec{B}(z,t) = B_0 \exp(-\frac{z}{\delta}) \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{u}_y$$

$$\vec{J}(z,t) = i \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \vec{B}(z,t)}{\partial z} \vec{u}_z$$

donc en choisissant pour \vec{A} la notation exponentielle $\sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\delta}$

$$\vec{J}(z,t) = i \frac{\sqrt{2} B_0}{\mu_0 \delta} \exp(-\frac{z}{\delta}) \exp i(\omega t - \frac{z}{\delta}) \vec{u}_z$$

$$\vec{J}(z,t) = -\frac{\sqrt{2} B_0}{\mu_0 \delta} \exp(-\frac{z}{\delta}) \sin(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \vec{u}_z$$

10) δ est une longueur (cf $\exp(-\frac{z}{\delta})$)

δ en m

δ : épaisseur de peau

En effet, vu la décroissance exponentielle en $e^{-\frac{z}{\delta}}$, \vec{B} et \vec{J} n'existent que sur 4 ou 5 δ , sur surface du conducteur.

D'où le nom: épaisseur de peau

11) A.N.

$$f_1 = 100 \text{ Hz}$$

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot 100}} = 20,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$f_2 = 125 \text{ kHz}$$

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot 125 \cdot 10^3}} = 0,58 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

12)

$$\frac{dP_J}{dz} = \frac{J^2}{\sigma}$$

$$\frac{dP_J}{dz} = \frac{2 B_0^2}{\mu_0^2 \delta^2 \sigma} \exp(-\frac{2z}{\delta}) \sin^2(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4})$$

$$= \frac{B_0^2 \omega}{\mu_0} \exp(-\frac{2z}{\delta}) \sin^2(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4})$$

$$\langle \frac{dP_J}{dz} \rangle = \frac{1}{2} \frac{B_0^2 \omega}{\mu_0} \exp(-\frac{2z}{\delta})$$

13) On trouve $\langle P_z \rangle$ en intégrant sur le volume du cylindre.

$$\begin{aligned}\langle P_z \rangle &= \frac{1}{2} \frac{B_0^2 \omega}{\mu_0} \iiint_{\text{cylindre}} \exp -\frac{2z}{\delta} dz \\ &= \frac{1}{2} \frac{B_0^2 \omega}{\mu_0} \int_{z=0}^{\infty} \exp -\frac{2z}{\delta} S dz \\ &= \frac{1}{2} \frac{B_0^2 \omega}{\mu_0} \times -\frac{\delta}{2} \times S \times \left[\exp -\frac{2z}{\delta} \right]_0^{\infty}\end{aligned}$$

$$\boxed{\langle P_z \rangle = \frac{B_0^2 S}{4 \mu_0} \omega \delta}$$

14) $\varphi_0 = \frac{\langle P_z \rangle}{S}$

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{1}{4 \mu_0} B_0^2 \omega \delta}$$

↑
 K_s

15) $\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

Ici

$$= \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0 \sigma}$$

$$\boxed{\vec{\pi} = \frac{E B}{\mu_0 \sigma} \vec{u}_z}$$

En fait, on cherche $\vec{\pi}$ en $z=0^+$

$$\vec{\pi}_{(z=0^+)} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \times -\frac{\sqrt{2} B_0}{\mu_0 \delta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \times B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{\pi}_{(z=0^+)} = -\frac{\sqrt{2} B_0^2}{\mu_0^2 \sigma \delta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \cos(\omega t) \vec{u}_z}$$

ou plutôt la valeur moyenne dans le temps:

$$\begin{aligned}\text{avec } \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \cos \omega t \\ &= \left(\sin \omega t \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos \omega t \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cos \omega t \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \omega t \cos \omega t - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 \omega t \\ \langle \rangle &= 0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\langle \vec{\pi}_{(z=0^+)} \rangle = -\frac{\sqrt{2} B_0^2}{\mu_0^2 \sigma \delta} \times -\frac{1}{\sqrt{2} 2} \vec{u}_z$$

$$= \frac{B_0^2}{2\mu_0 \sigma \delta} \vec{u}_z$$

On élimine σ :

$$\delta^2 = \frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \sigma \delta} = \frac{\omega \delta}{2}$$

$$\langle \vec{\pi}_{(z=\delta)} \rangle = \frac{1}{4\mu_0} B_0^2 \omega \delta \vec{u}_z$$

La puissance électromagnétique entrant dans le conducteur (et donc absorbée par lui) est $\vec{\pi}_{(z=0^+)} \cdot \delta \vec{u}_z$.

On trouve donc effectivement :

$$\langle \vec{\pi}_{(z=0^+)} \rangle = \varphi_0 \vec{u}_z$$

16) A.N.

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{1}{4\mu_0} B_0^2 2\pi f \delta \\ &= \frac{1}{4} \frac{(0,5)^2}{4\pi 10^{-7}} 2\pi 125 \cdot 10^3 \cdot 0,58 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\varphi_0 = 2,27 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$$

17)

$$d\vec{I} = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$d\vec{I} = i \frac{k}{\mu_0} \vec{B}(\vec{r}, t) dy dz$$

18)

$$\begin{aligned} \vec{I} &= i \frac{k}{\mu_0} l \int_{z=0}^{\infty} \vec{B}(\vec{r}, t) dz \\ &= i \frac{k}{\mu_0} l \int_{z=0}^{\infty} B_0 \exp i(\omega t - kz) dz \\ &= i \frac{k}{\mu_0} l \times -\frac{1}{ik} B_0 \exp(i\omega t) \left[\exp(-ikz) \right]_{z=0}^{\infty} \end{aligned}$$

$$\vec{I} = \frac{B_0 l}{\mu_0} \exp(i\omega t)$$

Ce résultat est indépendant de σ

19) $\rightarrow \underline{I} = j' \ell \delta \quad \text{donc:}$

$$\underline{j'} = \frac{B_0}{\mu_0 \delta} \exp(i\omega t)$$

$\rightarrow \frac{dP_J}{d\ell} = \frac{j'^2}{\sigma}$
 $= \frac{B_0^2}{\mu_0^2 \delta^2 \sigma} \cos^2 \omega t$

$$\langle \frac{dP_J}{d\ell} \rangle = \frac{B_0^2}{2\mu_0^2 \delta^2 \sigma}$$

$$\langle P_J \rangle = \frac{B_0^2}{2\mu_0^2 \delta^2 \sigma} S \delta \quad (\text{en multipliant par le volume})$$

$$\varphi'_0 = \frac{B_0^2}{2\mu_0^2 \sigma \delta} \quad (\text{en divisant par } S)$$

$$= \frac{B_0^2 \omega \delta}{4\mu_0}$$

$$\varphi'_0 = \varphi_0$$

La puissance apportée par effet Joule est la même que si tout le courant était uniformément réparti sur l'épaisseur δ .

- 20) La plaque étant d'épaisseur finie, le raisonnement fait en 1) ($z \rightarrow \infty$) pour éliminer une solution n'est plus possible. Il faut donc garder les deux solutions:

$$\underline{k} = \pm (1-i) \frac{1}{\delta}$$

$$\begin{aligned} \underline{\vec{B}}(z,t) &= \left[\underline{C} \exp i\left(\omega t + \frac{(1-i)}{\delta} z\right) + \underline{D} \exp i\left(\omega t - \frac{(1-i)}{\delta} z\right) \right] \underline{\vec{u}}_y \\ &= \left[\underline{C} \exp \frac{(i+1)z}{\delta} + \underline{D} \exp -\frac{(i+1)z}{\delta} \right] \exp i\omega t \underline{\vec{u}}_y \end{aligned}$$

$$\underline{\vec{B}}(z,t) = \left[\underline{C} \exp \underline{k}_0 z + \underline{D} \exp -\underline{k}_0 z \right] \exp i\omega t \underline{\vec{u}}_y$$

avec $\underline{k}_0 = \frac{1+i}{\delta}$

- 21) C.L.

$$\begin{aligned} \text{en } z=0 \quad \underline{\vec{B}}(0,t) &= B_0 \exp i\omega t \underline{\vec{u}}_y \\ \text{en } z=2a \quad \underline{\vec{B}}(2a,t) &= B_0 \exp i\omega t \underline{\vec{u}}_y \end{aligned}$$

22)

remarque : démonstration de l'expression de \vec{B}

$$\begin{aligned} \text{C.L. } z=0 \quad B_0 &= \underline{C} + \underline{D} \\ z=2a \quad B_0 &= \underline{C} \exp k_0 2a + \underline{D} \exp -k_0 2a \end{aligned}$$

Cherchons \underline{C} :

$$\begin{cases} B_0 = \underline{C} + \underline{D} \\ B_0 \exp 2k_0 a = \underline{C} \exp 4k_0 a + \underline{D} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \underline{C} &= \frac{B_0 (1 - \exp 2k_0 a)}{(1 - \exp 4k_0 a)} \\ &= B_0 \frac{1}{(1 + \exp 2k_0 a)} \\ &= B_0 \frac{e^{-k_0 a}}{e^{-k_0 a} + e^{k_0 a}} \\ \underline{C} &= \frac{B_0 e^{-k_0 a}}{2 \operatorname{ch} k_0 a} \end{aligned}$$

De même

$$\underline{D} = B_0 \frac{e^{k_0 a}}{e^{-k_0 a} + e^{k_0 a}}$$

Finalement :

$$\vec{B}(z, t) = \frac{B_0}{2 \operatorname{ch} k_0 a} \left(\exp k_0 (z-a) + \exp -k_0 (z-a) \right) \exp i \omega t \vec{u}_y$$

$$2 \operatorname{ch} k_0 (z-a)$$

$$\boxed{\vec{B}(z, t) = B_0 \frac{\operatorname{ch} k_0 (z-a)}{\operatorname{ch} k_0 a} \exp i \omega t \vec{u}_y}$$

Vérifications proposées :

$$\begin{aligned} \text{C.L.} \quad \text{en } z=0 \quad \operatorname{ch} \frac{k_0(z-a)}{\uparrow 0} &= \operatorname{ch} k_0 a \quad \vec{B} = B_0 \exp i \omega t \vec{u}_y \\ \text{en } z=2a \quad \operatorname{ch} \frac{k_0(z-a)}{\uparrow 2a} &= \operatorname{ch} k_0 a \quad \vec{B} = B_0 \exp i \omega t \vec{u}_y \end{aligned}$$

Symétries

La situation étudiée pour \vec{B} doit être symétrique par rapport au plan $z=a$. On doit donc vérifier :

$$\vec{B}(z=a+\alpha, t) = \vec{B}(z=a-\alpha, t)$$

$$B_0 \frac{\operatorname{ch}(k_0 \alpha)}{\operatorname{ch}(k_0 a)} \exp i \omega t \vec{u}_y = B_0 \frac{\operatorname{ch}(-k_0 \alpha)}{\operatorname{ch}(k_0 a)} \exp i \omega t \vec{u}_y$$

O.K. puisque ch est une fonction paire.

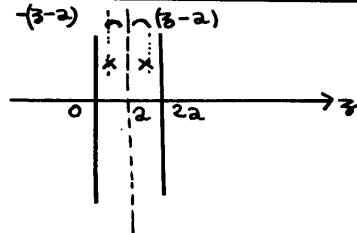
23)

$$\vec{J} = \frac{\vec{\omega} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

$$= - \frac{\partial B / \partial z}{\mu_0} \vec{u}_z$$

$$\vec{J} = - \frac{B_0 \mu_0}{\mu_0} \frac{\sinh k_0(z-a)}{\cosh k_0 a} \exp i \omega t \vec{u}_z$$

24)



De manière évidente

$$|z-a| \leq a$$

donc $|k_0(z-a)| \leq |k_0 a| \ll 1$

et en faisant des approximations:

$$\vec{J} \simeq - \frac{B_0 \mu_0}{\mu_0} \frac{k_0(z-a)}{1} \exp i \omega t \vec{u}_z$$

$$= - \frac{B_0 \mu_0^2}{\mu_0} (z-a) \exp i \omega t \vec{u}_z$$

$$= - \frac{B_0}{\mu_0} \left(\frac{1+i}{\delta} \right)^2 (z-a) \exp i \omega t \vec{u}_z$$

$$\vec{J} = - \frac{2i B_0}{\mu_0 \delta^2} (z-a) \exp i \omega t \vec{u}_z$$

25)

$$\left\langle \frac{dP_J}{dz} \right\rangle = \left\langle \frac{J^2}{\sigma} \right\rangle$$

$$= \frac{1}{2\sigma} \vec{J} \cdot \vec{J}^*$$

$$= \frac{2 B_0^2 (z-a)^2}{\sigma \mu_0^2 \delta^4} \quad \text{avec } \delta^2 = \frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}$$

$$\left\langle \frac{dP_J}{dz} \right\rangle = \frac{B_0^2 (z-a)^2 \omega}{\mu_0 \delta^2}$$

On considère une plaque d'épaisseur $2a$, de section S

$$\langle P_J \rangle = \frac{B_0^2 \omega S}{\mu_0 \delta^2} \int_{z=0}^{2a} (z-a)^2 dz$$

$$= \frac{B_0^2 \omega S}{\mu_0 \delta^2} \left[\frac{(z-a)^3}{3} \right]_0^{2a}$$

$$= \frac{2a^3}{3}$$

$$\langle P_J \rangle = \frac{2 B_0^2 \omega S a^3}{3 \mu_0 \delta^2}$$

26) puissance volumique moyenne (volume = $2a^3$)

$$P_V = \frac{\langle P_J \rangle}{\text{volume}}$$

$$P_V = \frac{a^2}{3 \mu_0} \frac{B_0^2 \omega}{\delta^2}$$

$$(K_V = \frac{a^2}{3 \mu_0})$$

27) A.N.

$$P_V = \frac{(1,5 \cdot 10^{-3})^2 (2,5)^2 2\pi \cdot 100}{3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (20,5 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$P_V = 5,55 \cdot 10^6 \text{ W m}^{-3}$$

28)

ρ : masse volumique

c : capacité thermique massique

λ : conductivité thermique

P_V : puissance volumique produite
par des sources d'énergie thermique

29) On écrit l'équation de la diffusion thermique :

$$\Delta T - \frac{\rho c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{P_V}{\lambda}$$

$$\Delta T - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{P_V}{\lambda}$$

$$D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

dimensions : $[\Delta T] = \frac{1}{[D]} \frac{[\theta]}{[T]}$

↓

$\frac{[\theta]}{[L]^2}$

donc

$$[D] = L^2 T^{-1}$$

$$D \text{ en } m^2 s^{-1}$$

30)

$$D = \frac{\text{longueur au carré } a^2}{\text{temps caractéristique } \tau_F}$$

$$\tau_F = \frac{a^2}{D}$$

$$\tau_F = \frac{a^2 \rho c}{\lambda}$$

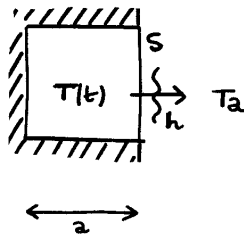
31)

Ψ flux surfactive
conducto - convectif

du solide vers le fluide
environnant

(cf $\Psi > 0$ si $T_{\text{int}} > T_{\text{ext}}$)

32)



A volume constant, pour tout le système, pendant dt

$$dU = \delta Q_{\text{reçu}} + \cancel{\delta Q_{\text{produit}}}$$

$$a S \rho c \frac{dT}{dt} dt = -h (T - T_a) S dt$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h}{\rho c a} (T - T_a) = 0$$

33)

$$\tau_N = \frac{\rho c a}{h}$$

34) L'analyse est la même que ci-dessus :

$$dU = \delta Q_{\text{reçu}}$$

$$a S \rho c \frac{dT}{dt} dt = -\sigma_{st} (T^4 - T_a^4) S dt$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{\sigma_{st}}{\rho c a} (T^4 - T_a^4) = 0$$

25)

$$T = T_2 + \varepsilon$$

au 1^{er} ordre: $T^4 \approx T_2^4 + 4T_2^3 \varepsilon$

$$T^4 - T_2^4 \approx 4T_2^3 (T - T_2)$$

L'équa diff devient

$$\frac{dT}{dt} + \underbrace{\frac{\sigma_{st}}{\rho c a}}_{\frac{1}{\tau_s}} 4T_2^3 (T - T_2) = 0$$

$$\tau_s = \frac{\rho c a}{4 \sigma_{st} T_2^3}$$

36) Expérience 1

$$2a = 3 \text{ mm}$$

$$B_0 = 2,5 \text{ T}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$\delta = 20,5 \text{ mm} \gg a$$

$$\tau_F = \frac{a^2 \rho c}{\lambda} = \frac{(1,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 7850 \cdot 640}{46}$$

$$\tau_F = 0,246 \text{ s}$$

$$\tau_N = \frac{a \rho c}{h} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 7850 \cdot 640}{10}$$

$$\tau_N = 754 \text{ s}$$

$$\tau_S = \frac{a \rho c}{4 \sigma_{st} T_2^3} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 7850 \cdot 640}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (973,15)^3}$$

$$\tau_S = 36,1 \text{ s}$$

Expérience 2

$$2a = 20 \text{ mm}$$

$$B_0 = 0,5 \text{ T}$$

$$f = 125 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$\delta = 0,58 \text{ mm} \ll a$$

$$\tau_F = 10,9 \text{ s}$$

$$\tau_N = 502 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$\tau_S = 240 \text{ s}$$

37) Les échanges les plus rapides sont les échanges par conduction.

$$\tau_F \ll \tau_S \ll \tau_N$$

Les échanges thermiques qui prédominent sont les échanges par conduction (diffusion)

38)

$$P_T = \tau_v V$$

$$P_T = \tau_v 2aS$$

39) Bilan pour toute la plaque pendant dt (à volume constant)

$$dU = \delta Q_{\text{reçu}} + \delta Q_{\text{produit}}$$

$$\rho c 2aS \frac{dT}{dt} dt = 2(-h(T-T_a)S dt) + \tau_v 2aS dt$$

$$\rho c a \frac{dT}{dt} = -h(T-T_a) + a \tau_v$$

soit

$$(T-T_a) + \frac{\rho c a}{h} \frac{dT}{dt} = \frac{a \tau_v}{h}$$

on peut poser

$$\tau = \frac{\rho c a}{h} (= \tau'_N)$$

$$(T-T_a) + \tau \frac{dT}{dt} = \frac{a \tau_v}{h}$$

40) on résout :

$$(T-T_a) = A e^{-t/\tau} + \frac{a \tau_v}{h}$$

c.i. $(T_2-T_a) = A + \frac{a \tau_v}{h}$

$$(T-T_a) = \frac{a \tau_v}{h} (1 - e^{-t/\tau})$$

41) La température maximale qu'on peut atteindre ($t \rightarrow \infty$) est :

$$(T_{\text{MAX}} - T_a) = \frac{a \tau_v}{h}$$

$$T_{\text{MAX}} = T_a + \frac{a \tau_v}{h}$$

A.N.
$$\Delta T_{MAX} = \frac{2 P_V}{h}$$

$$= \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5,6 \cdot 10^6}{30}$$

$$\Delta T_{MAX} = 280 \text{ } ^\circ\text{C}$$

42) Pour atteindre 310°C , il faut une durée t

$$t = -\tau \ln \left(1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_{MAX}} \right)$$

A.N.
$$= -\frac{754}{3} \ln \left(1 - \frac{210}{280} \right)$$

$$t = 0,35 \cdot 10^3 \text{ s}$$

43) Le vecteur \vec{f} (densité de flux thermique de conduction) permet de calculer le flux thermique

$$\Phi = \iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$$

$$= \iint_S \underbrace{\vec{f} \cdot \vec{N}}_{\varphi} dS$$

(en fait, $\varphi = \vec{f} \cdot \vec{N}$)

avec

$$\vec{f} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T}$$

(loi de Fourier)

44) Ici, en l'absence de sources volumiques :

$$\Delta T - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

avec

$$\theta(\vec{z}, t) = T(\vec{z}, t) - T_2$$

$$\Delta \theta - \frac{1}{D} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$$

45)

C.L.

$$\text{on } \vec{z}=0 \quad \vec{f} \cdot \vec{u}_{\vec{z}} = \varphi_0$$

$$\theta(\vec{z}=0, t) = \varphi_0$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)_{z=0,t} = -\frac{\varphi_0}{\lambda}$$

46) $\theta(z,t) = T(z,t) - T_2$

$$\theta(z,t) = A \sqrt{Dt} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}\right)$$

En posant $u = \frac{z}{2\sqrt{Dt}}$

$$\frac{d}{du}(\operatorname{erfc}(u)) = -\operatorname{erfc}(u)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z}(\operatorname{erfc}(u(z))) &= -\operatorname{erfc}(u) \frac{\partial u}{\partial z} \\ &= -\operatorname{erfc}(u) \frac{1}{2\sqrt{Dt}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = A \sqrt{Dt} \times -\operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}\right) \frac{1}{2\sqrt{Dt}}$$

En $z=0$:

$$-\frac{\varphi_0}{\lambda} = -\frac{A}{2}$$

$$A = 2 \frac{\varphi_0}{\lambda}$$

A.N.

$$= 2 \frac{2,27 \cdot 10^7}{46}$$

$$A = 1,0 \cdot 10^6 \text{ K m}^{-1}$$

47)

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} - u \operatorname{erfc}(u)$$

$$\operatorname{erfc}(0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} - 0$$

D'où en $z=0$

$$\theta(0,t) = 2 \frac{\varphi_0}{\lambda} \sqrt{Dt} \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$\theta(0,t) = \frac{2\varphi_0}{\lambda} \sqrt{\frac{D}{\pi}} \sqrt{t}$$

48) La durée maximale d'exposition de la plaque est donnée par

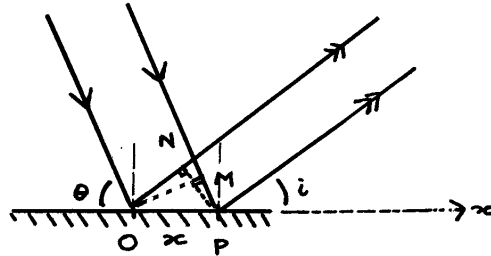
$$\tau_{\text{MAX}} = \frac{(T_{\text{MAX}} - T_2)^2 \lambda^2 \pi}{4 \varphi_0^2 D}$$

A.N. $= \frac{(1536 - 27)^2 46^2 \pi}{4 (2,27 \cdot 10^7)^2 2,16 \cdot 10^{-6}}$

$$\tau_{\text{MAX}} = 0,8 \text{ s}$$

Thermomètre à cristaux liquides

- 1) On détermine la différence de marche entre un rayon qui arrive sur le miroir en P et un rayon qui arrive au milieu O après diffraction dans la direction i



θ et i sont
positifs
compris entre
0 et π

$$\delta_{(P)/O} = \lambda (MP - ON)$$

↑
indice
vide

$$\delta = x (\cos \theta - \cos i)$$

soit un déphasage par rapport au rayon de référence:

$$\varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) x$$

et donc (si on travaille en exp-jwt) \tilde{a} une constante près :

$$\underline{\Delta} = \int_{x=-e/2}^{x=+e/2} \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) x\right] dx$$

$$= \frac{1}{j \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - \cos i)} \left(\exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) \frac{e}{2}\right] - \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) \frac{e}{2}\right] \right)$$

\downarrow
 $2j \sin\left[\frac{\pi e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i)\right]$

$$\underline{\Delta} = e \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) e\right]$$

On détermine l'intensité

$$I = \Delta \Delta^*$$

$$= e^2 \operatorname{sinc}^2\left[\frac{\pi e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i)\right]$$

$$I = I_0 \operatorname{sinc}^2\left[\frac{\pi e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i)\right]$$

- 2) La valeur maximale de $\text{sinc}(\pi u)$ est obtenue pour $u=0$
($\text{sinc}(0) = 1$)

La valeur maximale de $I(i)$ est obtenue pour

$$\frac{e}{\lambda}(\cos \theta - \cos i) = 0$$

$$\cos i = \cos \theta$$

ici

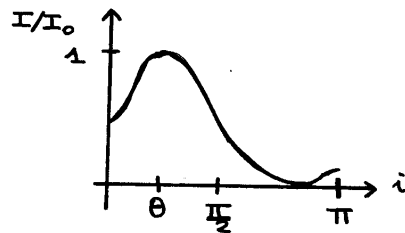
$$i = \theta$$

- 3) Le $\text{sinc}(\pi u)$ s'annule pour $u = \pm 1, \pm 2 \dots$ ($u \in \mathbb{Z}^*$)

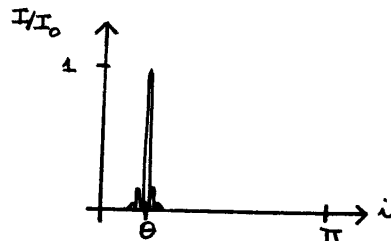
$$\frac{e}{\lambda}(\cos \theta - \cos i) = m \quad (m \in \mathbb{Z}^*)$$

$$\cos i = \cos \theta - m \frac{\lambda}{e}$$

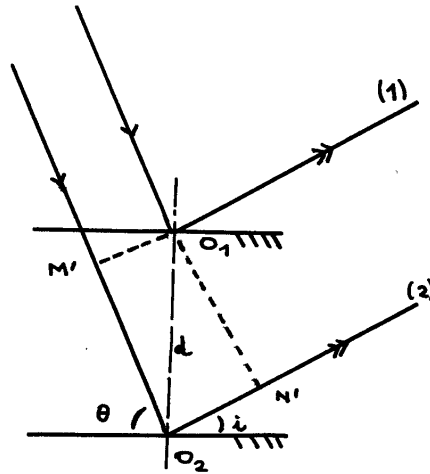
→ si $\frac{\lambda}{e} \lesssim 1$ La lumière est diffractée dans toutes les directions quasiment. Le maximum est dans la direction prévue par l'optique géométrique (cf réflexion).
Un seul minimum possible (pour $m=1$ si $\theta < \frac{\pi}{2}$ ou pour $m=-1$ si $\theta > \frac{\pi}{2}$) puisque $\frac{\lambda}{e}$ proche de 1.



→ si $\frac{\lambda}{e} \ll 1$ La lumière est réfléchi dans la direction prévue par l'optique géométrique.



- 4) phénomène d'interférence entre deux rayons pour deux miroirs successifs:



$$\delta_{(2)/(1)} = 1 \quad (O_2 M' + O_2 N')$$

↑
Indice
vide

$$\delta = d (\sin \theta + \sin i)$$

5) Le déphasage entre ces deux rayons vaut donc

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{2\pi \delta}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi d}{\lambda} (\sin \theta + \sin i) \end{aligned}$$

$$\varphi = S(\theta, i)$$

Si on désigne l'amplitude due au miroir (1) par

$$\Delta_1(\theta, i) = \Delta \quad (\text{cf question 1})$$

l'amplitude due au miroir (2) est

$$\Delta_2(\theta, i) = \Delta \exp jS$$

d'où :

$$\Delta_{\text{total}}^{(\theta, i)} = \Delta (1 + \exp jS)$$

$$I = \Delta_{\text{total}} \Delta_{\text{total}}^*$$

$$= \Delta \Delta^* (1 + \exp jS) (1 + \exp -jS)$$

$$= \underbrace{\Delta \Delta^*}_{\text{cf phénomène de diffraction}} \underbrace{(2 + 2 \cos S)}_{\text{cf phénomène d'interférence}}$$

$$I = 2I_0 \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{\pi e}{\lambda} (\cos \theta - \cos i) \right] \left(1 + \cos \frac{2\pi d}{\lambda} (\sin \theta + \sin i) \right)$$

$$I_{1,2} = \frac{I_{\max}}{2} \operatorname{sinc}^2 C(\theta, i) \quad (1 + \cos S(\theta, i))$$

6) → La fonction d'interférence entre les deux miroirs est maximale pour

$$\cos S = 1$$

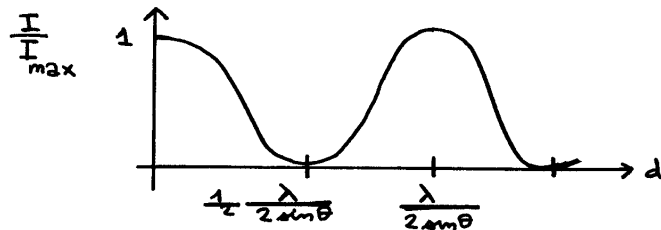
$$\varphi = S = p \cdot 2\pi \quad (\text{Ici } p = 1, 2, \dots, p \in \mathbb{N}^*)$$

avec $i = \theta$

$$\frac{4\pi d \sin \theta}{\lambda} = p \cdot 2\pi$$

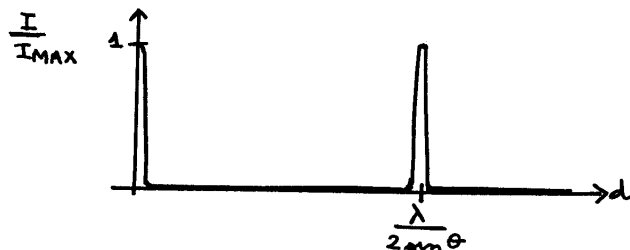
$$d = p \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

$$\rightarrow I_{1,2} = \frac{I_{\max}}{2} \quad 1 \quad \left(1 + \cos \frac{4\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

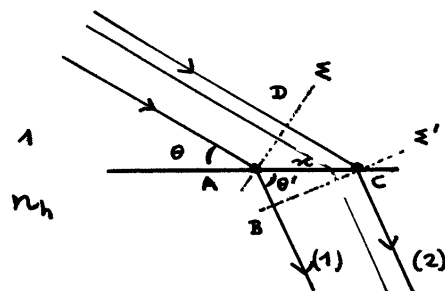


7) Si on augmente le nombre de miroirs, on a un effet réseau.

La largeur des maxima est beaucoup plus grande, de même que leur intensité. Les maxima restent aux mêmes valeurs de d .



8)



- En vertu du théorème de Malus, on peut affirmer
- que les rayons incidents sont en phase en A et D (puisque Σ est une surface d'onde pour le faisceau parallèle)
 - que les rayons réfractés restent en phase entre eux en B et C (puisque Σ' est aussi une surface d'onde pour le faisceau parallèle)
- Le dioptré n'a rien modifié : $\delta_{\text{sup}} = 0$

→ Par calcul

on doit vérifier que

$$\begin{aligned} \delta(x) &= (DC) - (AB) &= 0 \\ \text{(2)/(1)} \quad 1 \cdot DC - n_h AB & &= 0 \\ x \cos \theta - n_h x \cos \theta' & &= 0 \end{aligned}$$

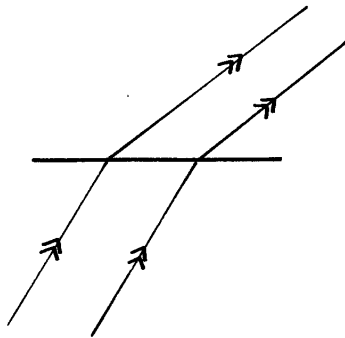
or, en vertu de la loi de Snell-Descartes

$$\begin{aligned} 1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= n_h \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) \\ \cos \theta &= n_h \cos \theta' \end{aligned}$$

On a donc effectivement

$$\delta_{\text{sup}} = 0$$

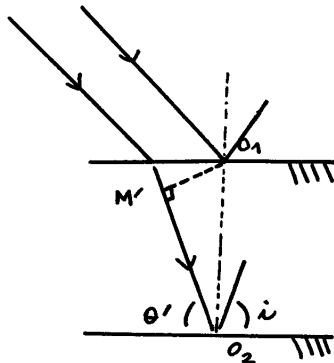
→



Au retour la situation est la même.

Il suffit d'appliquer le principe du retour inverse de la lumière pour s'en convaincre.

3)



On retrouve ici quasiment la figure 4)
(le retour étant symétrique puisque l'on considère $i = \theta'$)

$$\delta = 2 n_h O_2 M' \quad (\text{voir figure})$$

$$\delta = 2 n_h d \sin \theta'$$

$$\text{avec} \quad \cos \theta' = \frac{1}{n_h} \cos \theta$$

$$\delta = 2 d \sqrt{n_h^2 - \cos^2 \theta}$$

1o) Pour $\theta = \theta' = \frac{\pi}{2}$

$$\delta = 2 d n_h$$

(évident : δ correspond à un aller-retour (2d)
dans le milieu d'indice n_h)

→ maximum de lumière

$$\delta = k \lambda \quad \text{avec } k \in \mathbb{N}^*$$

$$d = k \frac{\lambda}{2 n_h}$$

→ minimum de lumière

$$\delta = k \lambda + \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec } k \in \mathbb{N}$$

$$d = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2 n_h}$$

11) Spectre visible :

$$400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm}$$

(violet) (rouge)

quand l'observateur regarde le thermomètre la lumière incidente contient "toutes" les longueurs d'onde visibles.
Pour simplifier ici l'étude, on choisit la longueur d'onde
correspondant au maximum de sensibilité de l'œil (vision diurne)

$$\lambda = 555 \text{ nm}$$

vert jaune

12) A.N.

maximum

$$260 \text{ nm} \leq \frac{k \lambda_{\text{nm}}}{2 n_f} \leq 500 \text{ nm}$$

$$\text{soit } \frac{2 \times 1,50 \times 260}{555} \leq k \leq \frac{2 \times 1,50 \times 500}{555}$$

$$1,4 \leq k \leq 2,7$$

seule valeur possible :

$$k = 2$$

$$L_1 = \frac{2 \times 555}{2 \times 1,50}$$

$$L_1 = 370 \text{ nm}$$

minimum

$$260 \text{ nm} \leq \frac{(k+1/2) \lambda_{\text{nm}}}{2 n_f} \leq 500 \text{ nm}$$

$$0,9 \leq k \leq 2,2$$

deux valeurs possibles :

$$k = 1$$

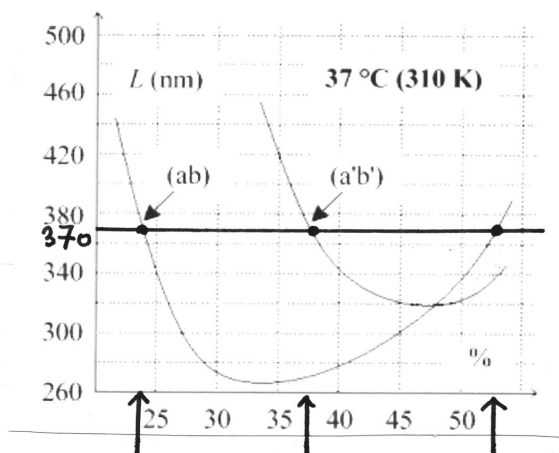
$$l_1 = 277,5 \text{ nm}$$

$$k = 2$$

$$l_2 = 462,5 \text{ nm}$$

on vérifie que $l_1 < L_1 < l_2$

13)



37°C : Maximum pour $L_1 = 370 \text{ nm}$
 donc 3 possibilités

ab	24%
ab	53%
a'b'	37,5%

40°C : Minimum pour $L_1 = 277,5 \text{ nm}$

ou pour ab $L = 0,68 \times 370 = 252$

pour a'b' $L = 0,74 \times 370 = 274$ proche des L_1

Le mélange a'b' à 37,5% convient le mieux.

14) 40°C : Maximum

→ On peut essayer $L_1(40^\circ\text{C}) = 370 \text{ nm}$

ce qui correspond pour ab à 37°C à $L_1(37^\circ\text{C}) = 544 \text{ nm}$

pour a'b' à 37°C à $L_1(37^\circ\text{C}) = 500 \text{ nm}$

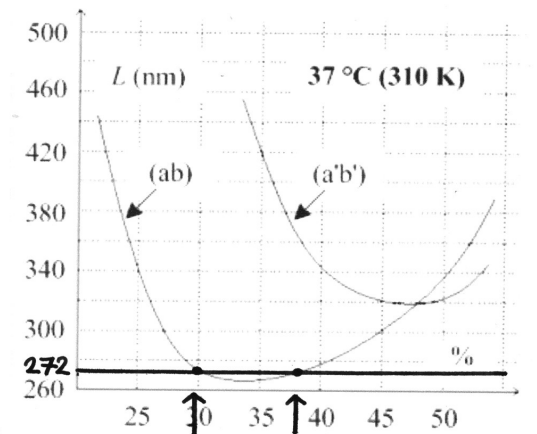
Ces deux valeurs ne sont pas accessibles (trop élevées) sur les courbes

→ On essaye le maximum correspondant à $k=1$ (voir plus haut)

$$L'_1(40^\circ\text{C}) = 185 \text{ nm}$$

soit pour ab à 37°C $L'_1(37^\circ\text{C}) = 272 \text{ nm}$

pour a'b' à 37°C $L'_1(37^\circ\text{C}) = 250 \text{ nm}$



deux possibilités

mélange ab à 30%

mélange ab à 38%

15)

$$L(40^\circ\text{C}) = L_0 \exp(-\alpha T_{40})$$

$$L(37^\circ\text{C}) = L_0 \exp(-\alpha T_{37})$$

$$\frac{L(40^\circ\text{C})}{L(37^\circ\text{C})} = \exp(-\alpha(T_{40} - T_{37}))$$

A.N. $\boxed{\alpha = -\frac{1}{3} \ln \frac{L_{40}}{L_{37}}}$

$$ab: \alpha_{ab} = -\frac{1}{3} \ln 0,68 = \boxed{0,13 \text{ K}^{-1}} \text{ (ou } ^\circ\text{C}^{-1})$$

$$a'b': \alpha_{a'b'} = -\frac{1}{3} \ln 0,74 = \boxed{0,10 \text{ K}^{-1}} \text{ (ou } ^\circ\text{C}^{-1})$$

$\alpha = 100^\circ\text{C}^{-1}$ correspond à une très grande sensibilité à la température.

Estimation de la variation de T (ΔT pour $\Delta L = \frac{\lambda}{4n_H}$)
 \uparrow
 $\approx 1,5$

$$L = L_0 e^{-\alpha T}$$

$$\ln L = \ln L_0 - \alpha T$$

$$\frac{dL}{L} = -\alpha dT \quad \text{soit (en valeur absolue)}$$

$$\frac{\lambda/5}{\approx \lambda} = \alpha \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{1}{6\alpha}$$

$$\boxed{\Delta T = \frac{1}{600} \approx 0,0016}$$

on peut repérer par des changements de couleur de très faibles variations de température.

(utilisée en médecine pour repérer des très faibles anomalies de température de la peau dans l'aide au diagnostic - cancers ... -)