

Dernière mise à jour	MECA1	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Projections	Résumé

Mécanique

MECA1 - Projections

Résumé

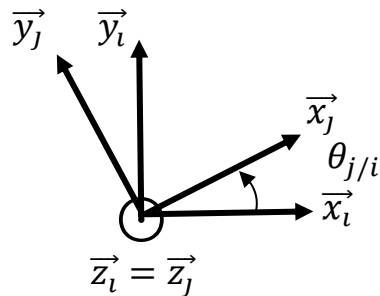


Dernière mise à jour	MECA1	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Projections	Résumé

Les projections – Le minimum vital

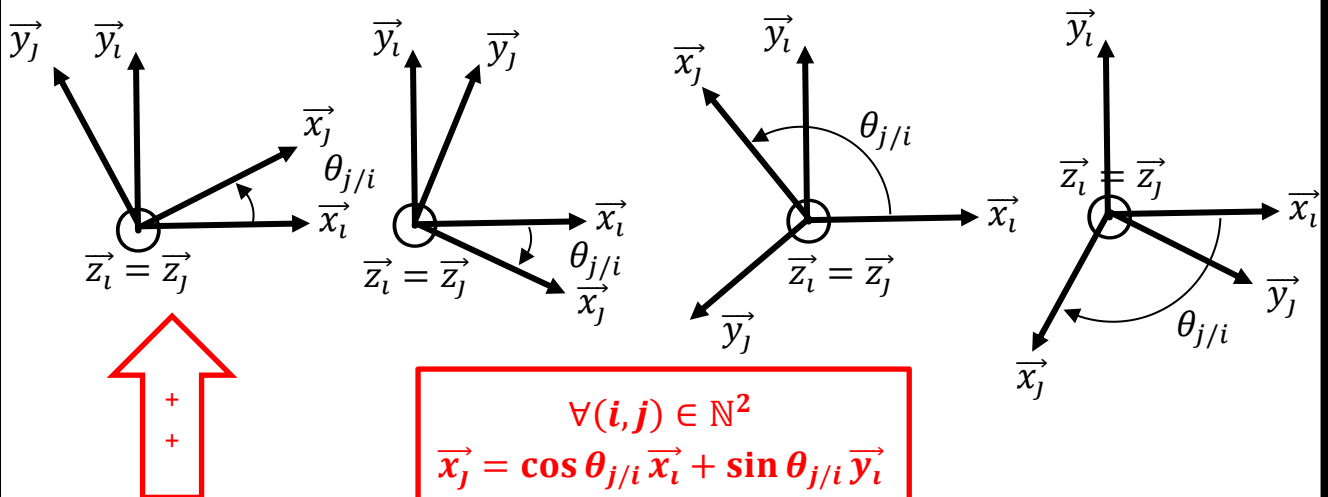
Paramétrage angulaire

Un angle $\theta_{j/i}$ est un angle orienté, algébrique, allant de \vec{x}_i vers \vec{x}_j
Il est représenté par une flèche allant de \vec{x}_i vers \vec{x}_j , dont le sens définit le signe (sens direct



$$\theta_{j/i} = (\widehat{\vec{x}_i, \vec{x}_j})[2\pi] = (\widehat{\vec{y}_i, \vec{y}_j})[2\pi]$$

Projections / Rotation \vec{z}

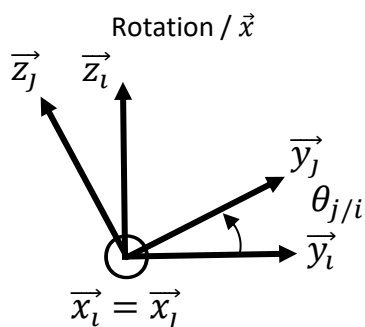


$$\forall (i, j) \in \mathbb{N}^2$$

$$\vec{x}_j = \cos \theta_{j/i} \vec{x}_i + \sin \theta_{j/i} \vec{y}_i$$

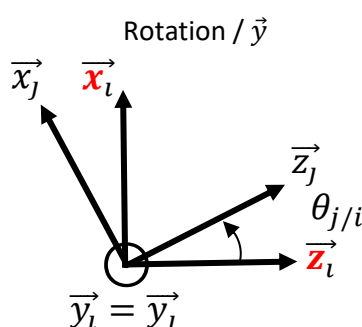
$$\vec{y}_j = -\sin \theta_{j/i} \vec{x}_i + \cos \theta_{j/i} \vec{y}_i$$

3 rotations usuelles



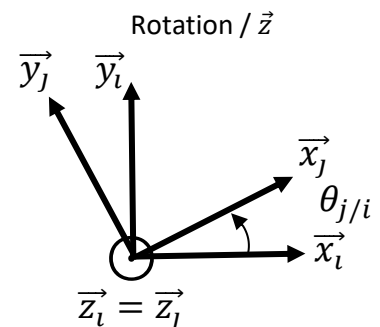
$$\vec{y}_j = \cos \theta_{j/i} \vec{y}_i + \sin \theta_{j/i} \vec{z}_i$$

$$\vec{z}_j = -\sin \theta_{j/i} \vec{y}_i + \cos \theta_{j/i} \vec{z}_i$$



$$\vec{z}_j = \cos \theta_{j/i} \vec{z}_i + \sin \theta_{j/i} \vec{x}_i$$

$$\vec{x}_j = -\sin \theta_{j/i} \vec{z}_i + \cos \theta_{j/i} \vec{x}_i$$

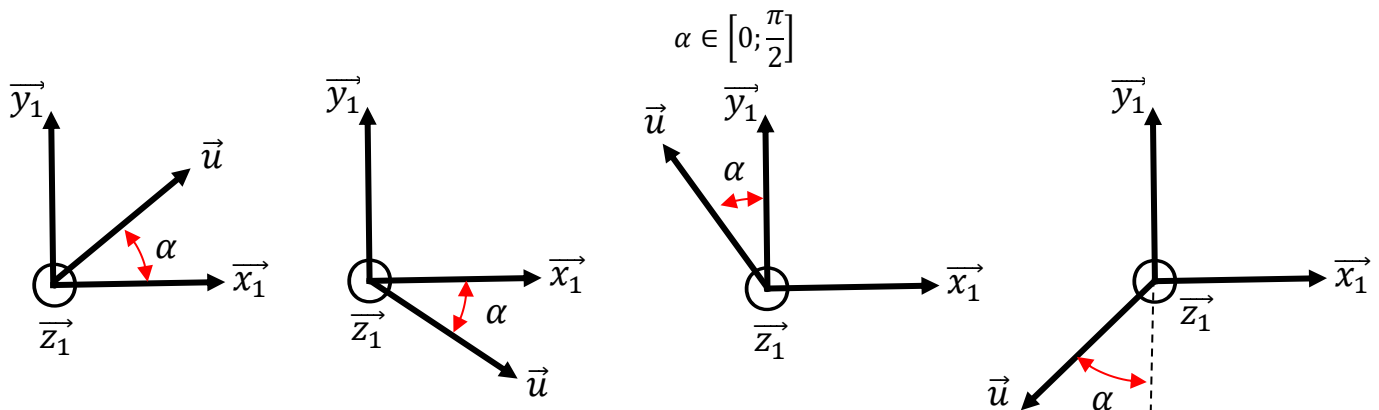


$$\vec{x}_j = \cos \theta_{j/i} \vec{x}_i + \sin \theta_{j/i} \vec{y}_i$$

$$\vec{y}_j = -\sin \theta_{j/i} \vec{x}_i + \cos \theta_{j/i} \vec{y}_i$$

Astuce : Vecteur rotation « vers nous » et représentation directe de la base

Cas des angles non orientés - Exemples



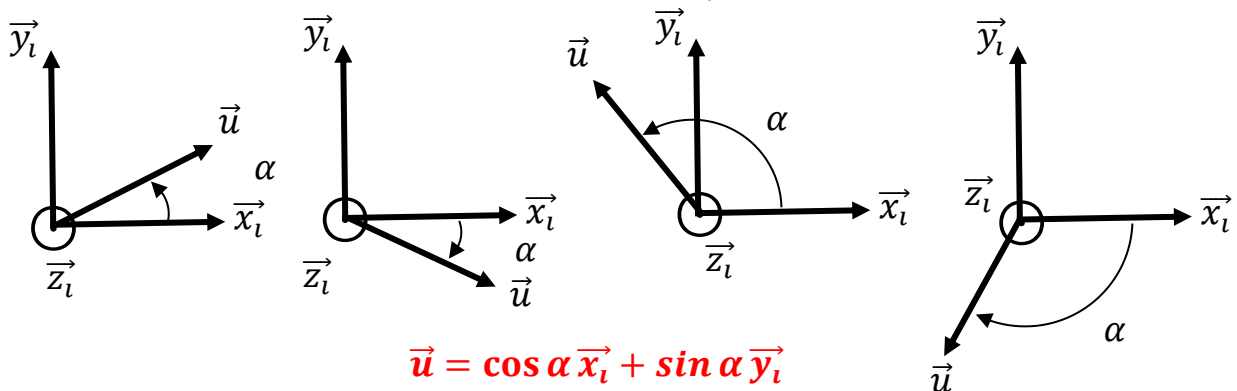
$$\vec{u} = \cos \alpha \vec{x}_1 + \sin \alpha \vec{y}_1 \quad \vec{u} = \cos \alpha \vec{x}_1 - \sin \alpha \vec{y}_1 \quad \vec{u} = -\sin \alpha \vec{x}_1 + \cos \alpha \vec{y}_1 \quad \vec{u} = -\sin \alpha \vec{x}_1 - \cos \alpha \vec{y}_1$$

Si $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$, on peut « lire visuellement » les projections sur les axes de la base de projection

Si $\alpha \notin [0; \frac{\pi}{2}]$, se rapporter au cas « Angles orientés & non orientés » en y associant un angle orienté

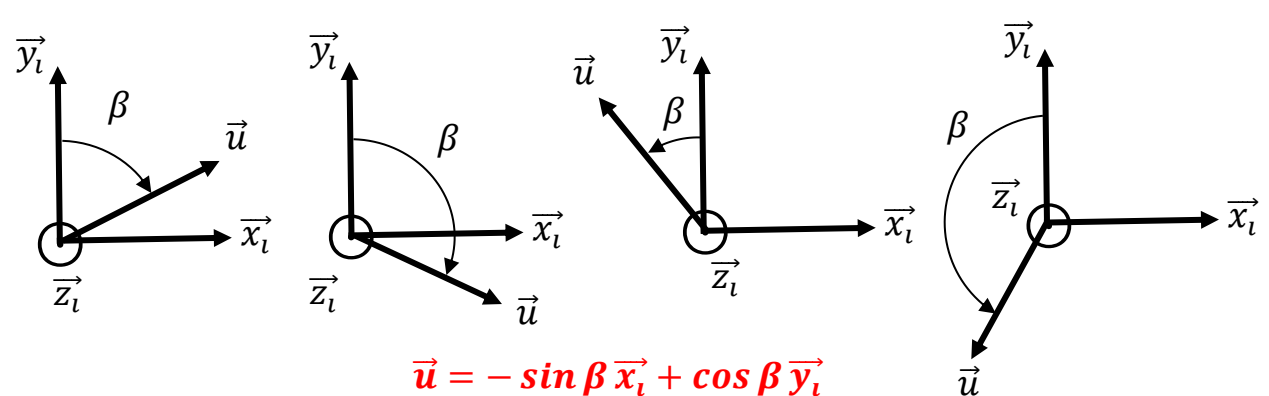
Projection d'un vecteur quelconque

Orientation / \vec{x}_i



$$\vec{u} = \cos \alpha \vec{x}_i + \sin \alpha \vec{y}_i$$

Orientation / \vec{y}_i



$$\vec{u} = -\sin \beta \vec{x}_i + \cos \beta \vec{y}_i$$

Dernière mise à jour	MECA1	Denis DEFAUCHY
29/08/2022	Projections	Résumé

Angles orientés & non orientés - Exemple

$\vec{v} = \cos \gamma \vec{x}_0 + \sin \gamma \vec{y}_0$

$$\gamma = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{v}}) = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{y}_0}) + (\widehat{\vec{y}_0, \vec{u}}) + (\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = (\alpha - \beta) + \frac{\pi}{2}$$

Relation de Chasles angulaire

Angle non orientés associés au signe correspondant au sens de leur parcours

Changements de bases successifs

$\beta = \theta_{2/1} + \theta_{1/0}$

$$\vec{x}_2 = \cos(\theta_{2/1} + \theta_{1/0})\vec{x}_0 + \sin(\theta_{2/1} + \theta_{1/0})\vec{y}_0$$

$$\vec{y}_2 = -\sin(\theta_{2/1} + \theta_{1/0})\vec{x}_0 + \cos(\theta_{2/1} + \theta_{1/0})\vec{y}_0$$

Ne pas projeter dans \mathcal{B}_1 puis dans \mathcal{B}_0