1 $A = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$

$0 = \det(A - \lambda I)$

$0 = \det \begin{bmatrix} -7-\lambda & 1 \\ -5 & -3-\lambda \end{bmatrix}$

$0 = (-7-\lambda)(-3-\lambda) - (1)(-5)$

$0 = 21 + 7\lambda + 3\lambda + \lambda^2 + 5$

$0 = \lambda^2 + 10\lambda + 26$

broker ABC formel

$\lambda = \dfrac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 26}}{2}$

$\lambda = \dfrac{-10 \pm \sqrt{4} \cdot i}{2}$

$\lambda = \dfrac{-10 + 2i}{2} \quad \vee \quad \lambda = \dfrac{-10 - 2i}{2}$

$\lambda = -5 + i \quad \vee \quad \lambda = -5 - i$

$$T(p) = p(0) + p(2)t - p(0)t^2 - p(2)t^3$$

2a) $p(t) = 1 - t^2$

$p(0) = 1 \quad p(2) = -3$

$$T(p) = 1 + (-3t) - (t^2) - (-3t^3) = 1 - 3t - t^2 + 3t^3$$

vi kan nå se at p ikke er en egenvekter fordi vi ikke kan trekke ut en $\lambda$ fra $T(p)$

2b) $p(t) = t - t^3$

$p(0) = 0 \quad p(2) = -6$

$$T(p) = 0 + (-6t) - 0t^2 - (-6t^3) = -6t + 6t^3$$

her ser vi at

$$-6t + 6t^3 = \lambda(t - t^3)$$

$$-6\cancel{(t - t^3)} = \lambda\cancel{(t - t^3)}$$

$$\lambda = -6$$

her er p en egenvekter til T og egenverdien er -6

3a)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \qquad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot v = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\cdot 1 + (-4)\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ 2\cdot 1 + (-2)\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ 2\cdot 1 + (-4)\cdot 1 + 3\cdot 1 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda v$$

Så $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ er en egenvekter for $A$

3b) $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

Tar determinanten slik at vi kan finne egenverdiene

$$\det\left(\begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{vmatrix} 4-\lambda & -4 & 1 \\ 2 & -2-\lambda & 1 \\ 2 & -4 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

$$(4-\lambda)\begin{vmatrix} -2-\lambda & 1 \\ -4 & 3-\lambda \end{vmatrix} + (-4)\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3-\lambda & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & -2-\lambda \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(4-\lambda)\left((-2-\lambda)(3-\lambda)+4\right) + (-4)\left(2-(2\cdot(3-\lambda))\right) + \left(2\cdot(-4) - (2\cdot(-2-\lambda))\right)$$

$$-\lambda^3 + 5\lambda^2 - 2\lambda - 8 - 8\lambda + 16 + 2\lambda - 4$$

$-\lambda^3 + 5\lambda^2 - 8\lambda + 4$ $\Rightarrow$ faktoriserer for så å få

$\lambda = 1 \vee \lambda = 2$

bruker disse egenverdiene til å lage $d = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$

også får vi p ved å ta basisen av A med alle egenverdiene

$A\vec{x} = \lambda_1\vec{x} = 1\cdot\vec{x}$ , $A\vec{x} = \lambda_2\vec{x} = 2\cdot\vec{x}$ $(A-1I)$ $(A-2I)$

4

$u_1 = \begin{bmatrix}1\\0\\-1\\1\end{bmatrix}$ $\quad u_2 = \begin{bmatrix}1\\-1\\1\\0\end{bmatrix}$ $\quad W = \text{Spann}\{u_1, u_2\}$

$u_1 = \vec{v}_1 = \begin{bmatrix}1\\0\\-1\\1\end{bmatrix}$ $\quad$ ferdi Gram - Schmidt $\quad \vec{v}_2 \perp \vec{v}_1$

$$\frac{1+0+(-1)+0}{1+0+1+1} = \frac{0}{3}$$

$\vec{v}_2 = \vec{u}_2 - \text{proj}_{\vec{v}_1} \vec{u}_2$

$= \vec{u}_2 - \dfrac{\vec{u}_2 \cdot \vec{v}_1}{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1} \vec{v}_1$

$0$

$= \begin{bmatrix}1\\-1\\1\\0\end{bmatrix} - \dfrac{1\cdot1 + 0\cdot-1 + (-1)\cdot1 + 1\cdot0}{1^2+0^2+(-1)^2+1^2} \begin{bmatrix}1\\0\\-1\\1\end{bmatrix}$

$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix}1\\-1\\1\\0\end{bmatrix}$ $\quad W$ er $\left\{ \begin{bmatrix}1\\0\\-1\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\-1\\1\\0\end{bmatrix} \right\}$

5a)

$$x - 2y = a$$
$$x - 2y = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & a \\ 1 & -2 & b \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & a \\ 0 & 0 & b-a \end{bmatrix}$$

Siden matrisen ikke har noen pivot ~~posis~~ i den nederste raden vil det si at systemet er inkosistent