MAT121 V22 Obligatorisk innlevering 2

Frist: 21. mars (leveres via mitt.uib)

NB! Ingen utsettelser bortsett fra med gyldig legeattest

Alle svar må begrunnes og mellomregninger vises. Alle oppgavene skal besvares så godt du kan, og det kreves minimum 50% riktige svar for å få godkjent innleveringen.

Oppgaver

1. Finn matrisen A som har invers $A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$.

2. Bruk radoperasjoner til å vise at $\begin{vmatrix} 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 \\ 18 & 19 & 20 \end{vmatrix}$ er lik null.

3. Regn ut determinanten $\begin{vmatrix} 5 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 8 \end{vmatrix}$.

4. Gitt $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$, sett $V = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{bmatrix}$.

   Bruk radoperasjoner til å vise at

   $$\det V = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2).$$

5. Gitt punkter (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) i planet, med $x_1 < x_2 < x_3$, bruk resultatet ~~fra~~ oppgave 4 til å begrunne at det finnes et annengradspolynom (med koeffisienter $c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$)

   $$p(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2$$

   slik at grafen til p går gjennom punktene (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3$; dvs. $p(x_i) = y_i$, $i = 1, 2, 3$.

   (Hint: Skriv $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ og $\vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$, og se på ligningen $V\vec{c} = \vec{y}$, der V er som i oppgave 4.)

6. Finn polynomet $p(t)$ fra oppgave 5, for punktene

$$\begin{cases} (x_1, y_1) = (0,1) \\ (x_2, y_2) = (1,0) \\ (x_3, y_3) = (2,3) \end{cases}.$$

7. Finn en basis for mengden av alle vektorer på formen

$$\begin{bmatrix} a + 2b + 3c \\ 2a + 3b + 4c \\ 3a + 4b + 5c \\ 4a + 5b + 6c \end{bmatrix}$$

der $a, b, c \in \mathbb{R}$.

8. I vektorrommet av funksjoner $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, finn en basis for underrommet utspent av

$$\{ \sin t, \ \sin 2t, \ \sin t \cos t \}.$$