1 Let $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. if $ad - bc \neq 0$, then A is invertable and

$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$. if $ad - bc = 0$, then A is not invertable

for å finne A kan vi ta inversen av A^{-1}.

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ og siden $6 \cdot 9 - 7 \cdot 8 \neq 0$ kan vi finne A

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{6 \cdot 9 - 7 \cdot 8}\begin{bmatrix} 9 & -7 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} = -\tfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 9 & -7 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -9/2 & 7/2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}}}$$

2 $\begin{bmatrix} 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 \\ 18 & 19 & 20 \end{bmatrix} \underset{\substack{R3=R3-R1 \\ R2=R2-R1}}{\sim} \begin{bmatrix} 12 & 13 & 14 \\ 3 & 3 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} \underset{R3=R3-R2}{\sim} \begin{bmatrix} 12 & 13 & 14 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

Her har vi brukt radoperasjoner til å få to rader til å være like som også betyr at denne matrisen er lik null

3

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(-1)^{4+4} \cdot 2 \begin{vmatrix} 5 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(-1)^{1+3} \cdot 3 \cdot 2 \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 0 & 4 & 0 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(-1)^{2+2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = 24 \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$24 \cdot (5 \cdot 8 - 7 \cdot 6) = 24 \cdot (-2) = \underline{\underline{-48}}$$

4 Vis at $v = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 0 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1^2 \\ 0 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1^2 \end{bmatrix}$$

$$(-1)^{1+1} \cdot 1 \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1^2 \end{bmatrix}$$

Bruker 3. kvadratsetning til å trekke ut fra matrisen

$$(x_2 - 1)(x_3 - 1) \begin{bmatrix} 1 & x_2 + x_1 \\ 1 & x_3 + x_1 \end{bmatrix}$$ så tar vi determinanten av matrisen

$$(x_2 - 1)(x_3 - 1)\left((1 \cdot x_2 + x_1) - (1 \cdot x_3 + x_1)\right) = \underline{\underline{(x_2 - 1)(x_3 - 1)(x_3 - x_2)}}$$

5 $\begin{bmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 \\ 1 & X_2 & X_2^2 \\ 1 & X_3 & X_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$

$$V \cdot \vec{c} = \vec{y}$$

og vi får en polynom for hver rad

$$P(X_1) = C_0 + X_1 C_1 + X_1^2 C_2 = y_1$$

$$P(X_2) = C_0 + X_2 C_1 + X_2^2 C_2 = y_2$$

$$P(X_3) = C_0 + X_3 C_1 + X_3^2 C_2 = y_3$$

6 bruker en utvidet matrise

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & y_1 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & y_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & y_3 \end{bmatrix} \text{ fyller inn} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1^2 & 0 \\ 1 & 2 & 2^2 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

da får vi fra $\vec{y}$ at $c_0 = 1, c_1 = -3, c_3 = 2$

som gir oss

$$\underline{\underline{P(t) = 1 - 3t + 2t^2}}$$

7

$$\begin{bmatrix} a+2b+3c \\ 2a+3b+4c \\ 3a+4b+5c \\ 4a+5b+6c \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} b\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} c\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Og siden vi bare har pivot i de to første radene er basisen for mengden våres:

$$\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$$

8 $\{\sin t, \sin 2t, \sin t \cos t\}$

Siden $\sin t \cos t = \sin 2t$ kan vi stryke $\sin t \cos t$ og basis for underromet blir:

$\mathcal{B} = \{\sin t, \sin 2t\}$