

I - Question 2-2

En un point M , deux ondes de même pulsation ω sont perceptibles. Les signaux associées sont

$$s_1(M, t) = a_1(M) \cos(\omega t - \phi_1(M))$$

$$s_2(M, t) = a_2(M) \cos(\omega t - \phi_2(M))$$

avec les amplitudes complexes $\underline{A}_1(M) = a_1 \exp(-j\phi_1(M))$ et $\underline{A}_2(M) = a_2 \exp(-j\phi_2(M))$.
Par principe de superposition, on a

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$$

avec amplitude complexe $\underline{A}(M, t)$.

On a donc $\underline{A}(M, t) = \underline{A}_1(M) + \underline{A}_2(M)$, donc l'éclairement \mathcal{E} de $s(M, t)$ satisfait

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= |\underline{A}(M)|^2 = |\underline{A}_1(M) + \underline{A}_2(M)|^2 \\ &= |a_1 \exp(-j\phi_1(M)) + a_2 \exp(-j\phi_2(M))|^2 \\ &= |a_1 \cos(\phi_1(M)) + ja_1 \sin(\phi_1(M)) + a_2 \cos(\phi_2(M)) + ja_2 \sin(\phi_2(M))|^2 \\ &= (a_1 \cos(\phi_1(M)) + a_2 \cos(\phi_2(M)))^2 + (a_1 \sin(\phi_1(M)) + a_2 \sin(\phi_2(M)))^2 \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 (\cos(\phi_1(M)) \cos(\phi_2(M)) - \sin(\phi_1(M)) \sin(\phi_2(M))) \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\phi_1(M) - \phi_2(M)) \end{aligned}$$

En notant $\mathcal{E}_1(M) = a_1^2$ l'éclairement de $s_1(M, t)$, $\mathcal{E}_2(M) = a_2^2$ l'éclairement de $s_2(M, t)$, et $\Delta\phi_{2\setminus 1}(M)$ le déphasage entre les deux signaux, on a

$$\boxed{\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M)\mathcal{E}_2(M)} \cos(\Delta\phi_{2\setminus 1}(M))}$$

On arrive à le même résultat.