I - Exercice 5-1

- système : (Σ) : Le plateau de masse M et de rayon R et l'homme de masse m
- référentiel : référentiel terrestre (R) supposé galiléen, référentiel lié à le plateau (R_1), référentiel lié à l'homme (R_2) On a $\overrightarrow{\Omega}_{(R_1)/R} = \dot{\theta}\vec{e_z}$, et $\overrightarrow{\Omega}_{(R_2)/R} = \dot{\varphi}\vec{e_z}$

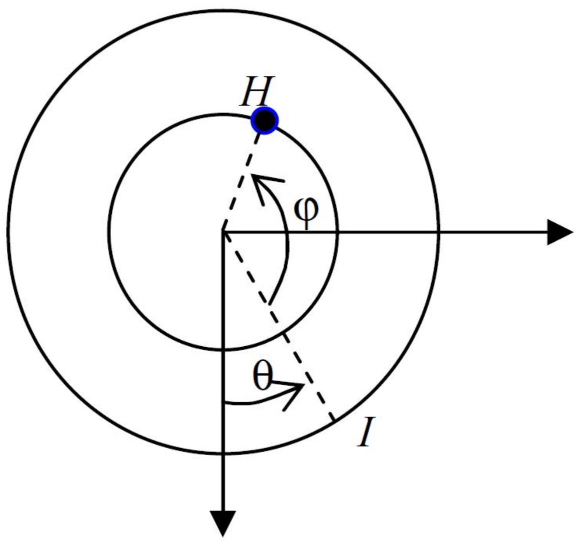

FIGURE 1 – le système étudiée

I.A -

Comme le plateau tournersans frottement autour d'un axe, on a donc $\overrightarrow{\mathcal{M}}_{\Delta,ext\to(\Sigma)} = \vec{0}$, par le théorème scalaire du moment cinétique, on a

$$\left(\frac{dL_\Delta(\Sigma)}{dt}\right)_{(R)} = \mathcal{M}_{\Delta,ext\to(\Sigma)} = 0$$

le moment cinétique total par rapport à l'axe est donc conservé

I.B -

Comme

$$L_\Delta(\Sigma) = L_1 + L_2$$

avec

$$L_1 = I_1\Omega_1 = ma^2\dot{\varphi} \quad \text{et} \quad L_2 = I_2\Omega_1 = \frac{1}{2}MR^2\dot{\theta}$$

Donc

$$\frac{d}{dt}\left(ma^2\dot{\varphi} + \frac{1}{2}MR^2\dot{\theta}\right) = 0$$

Soit

$$ma^2\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}MR^2\ddot{\theta} = 0$$

On obtient
$$\ddot{\varphi} = -\frac{MR^2}{2ma^2}\ddot{\theta}$$
En intégrant, avec les conditions initiales $\dot{\varphi}(t=0) = \dot{\theta}(t=0)$, on obtient
$$\dot{\varphi} = -\frac{MR^2}{2ma^2}\dot{\theta}$$
Donc
$$2\pi = [\varphi(t=t_f) - \varphi(t=0)] - [\theta(t=t_f) - \theta(t=0)] = \left(-\frac{MR^2}{2ma^2} - 1\right)(\theta(t=t_f) - \theta(t=0))$$
Finalemant, le disque a tourné $\boxed{\Delta\theta = -\frac{2\pi}{1+\frac{MR^2}{2ma^2}}}$

I.C -

A.N.
$$\boxed{\Delta\theta = -\frac{2*3.14}{1+\frac{500*9}{2*75*1}} = -0.203}$$
Le plateau a peu tourné par rapport l'homme