МИНОБРНАУКИ РОССИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Факультет прикладной математики, информатики и механики Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Алгоритм JPEG

Отчёт по лабораторной работе

Студент:

Горовенко Б.М.

Преподаватель:

Сырых А.С.

Содержание

Введение	2
Основная часть	3
Перевод изображения из цветового пространства RGB в YcbCr	3
Прореживание	4
ДКП	5
Квантование	7
RLE-кодирование и Таблица Хаффмана	7
Результаты	9
Заключение	12
Список использованных источников	13
Припожения	14

Введение

Цель работы: Реализовать алгоритм сжатия изображений с потерями JPEG с задаваемым коэффициентом сжатия. Для реализации алгоритма необходимо реализовать каждый из его шагов:

- 1. Перевод изображения из пространства RGB в YcbCr
- 2. Прореживание
- 3. Дискретно-косинусное преобразование
- 4. Квантование
- 5. Запись в файл с помощью RLE-кодирования и таблицы Хаффмана Для реализации алгоритма JPEG используем Python с библиотеками NumPy для матричной обработки данных и pillow для получения RGB матрицы изображения и возможности поддержки большей части расширений для изображений и сохранения итога в формате "*.jpg"

Основная часть

1. Перевод изображения из цветового пространства RGB в YcbCr При сжатии изображение преобразуется из цветового пространства RGB в YCbCr. Стандарт сжатия JPEG, не регламентирует выбор именно YCbCr, допуская и другие виды преобразования (например, с числом компонентов, отличным от трёх), и сжатие без преобразования (непосредственно в RGB), однако спецификация JFIF) предполагает использование преобразования RGB→YCbCr. А в свою очередь компоненты пространства YCbCr это Y — компонента яркости, СВ и СR являются синей и красной цветоразностными компонентами. Для данного перевода и обратно в алгоритме JPEG используется данные формулы:

$$Y'=0+(0.299 \ \cdot R'_D)+(0.587 \ \cdot G'_D)+(0.114 \ \cdot B'_D)$$
 $C_B=128-(0.168736 \ \cdot R'_D)-(0.331264 \ \cdot G'_D)+(0.5 \ \cdot B'_D)$ $C_R=128+(0.5 \ \cdot R'_D)-(0.418688 \ \cdot G'_D)-(0.081312 \ \cdot B'_D)$ $R=Y+1.402\cdot (C_R-128) \ G=Y-0.34414\cdot (C_B-128)-0.71414\cdot (C_R-128) \ Программная $B=Y+1.772\cdot (C_B-128)$ $Peaлизация$$

перевода осуществляется в матричной форме, причем из-за ошибок с числами с плавающей точкой необходимо использовать округление.

```
def matrix_convert_pixel_rgb2ycbcr(_pixel_rgb: Tuple[int, int, int]) -> Tuple[int, int, int]:
    return np.round((np.dot(_pixel_rgb, convertation_matrix_rgb2ycbcr) + convertation_vector)[0]).astype(int)

def matrix_convert_pixel_ycbcr2rgb(_pixel_ycbcr: Tuple[int, int, int]) -> Tuple[int, int, int]:
    return np.round(np.dot((_pixel_ycbcr - convertation_vector), convertation_matrix_ycbcr2rgb)[0]).astype(int)
```

2. Прореживание

После преобразования RGB->YCbCr для каналов изображения Cb и Cr, отвечающих за цвет, может выполняться «прореживание» (subsampling), которое заключается в том, что каждому блоку из 4 пикселей (2х2) яркостного канала Y ставятся в соответствие усреднённые значения Cb и Cr (схема прореживания «4:2:0»). При этом для каждого блока 2х2 вместо 12 значений (4 Y, 4 Cb и 4 Cr) используется всего 6 (4 Y и по одному усреднённому Cb и Cr). Если к качеству восстановленного после сжатия изображения предъявляются повышенные требования, прореживание может выполняться лишь в каком-то одном направлении — по вертикали (схема «4:4:0») или по горизонтали («4:2:2»), или не выполняться вовсе («4:4:4»). В данном случае будет использоваться стандартное прореживание.

Программная реализация:

```
def subsampling(array_color_channel):
    for i in range(0, len(array_color_channel), 2):
        for j in range(0, len(array_color_channel[0]), 2):
            average_color = array_color_channel[i][j]
            average_color += array_color_channel[i + 1][j]
            average_color += array_color_channel[i][j + 1]
            average_color += array_color_channel[i + 1][j + 1]
            average_color = round(average_color / 4)
            array_color_channel[i][j] = average_color
            array_color_channel[i + 1][j] = average_color
            array_color_channel[i][j + 1] = average_color
            array_color_channel[i][j + 1] = average_color
```

3. ДКП

Далее яркостный компонент Y и отвечающие за цвет компоненты Cb и Cr разбиваются на блоки 8x8 пикселей. Каждый такой блок подвергается дискретному косинусному преобразованию (ДКП). ДКП обычно используется в обработке сигналов и изображений как метод преобразования изображения из пространственной области в частотную область, таким образом что высокие частоты, т.е те значения, которые влияют на изображения больше по сравнению с другими в текущем блоке находятся в начале матрицы, а с низкими частотами наоборот. ДКП это обратимый процесс и по своей сути без потерь. В данной реализации оно было реализовано в матричной форме. Матрица ДКП имеет размерность 8x8, а каждый её элемент имеет вид при N=8:

$$C(u,v) = egin{cases} \sqrt{rac{1}{N}} & u=0, 0 \leq v \leq N-1 \ \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{(2v+1)u\pi}{2N} & 1 \leq u \leq N-1, 0 \leq v \leq N-1 \end{cases}$$

Тогда и матрица в общем случае имеет вид:

$$C(u,v) = egin{bmatrix} \sqrt{rac{1}{N}} & \sqrt{rac{1}{N}} & \cdots & \sqrt{rac{1}{N}} \ \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{\pi}{2N} & \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{3\pi}{2N} & \cdots & \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{(2N-1)\pi}{2N} \ dots & dots & \ddots & dots \ \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{(N-1)\pi}{2N} & \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{3(N-1)\pi}{2N} & \cdots & \sqrt{rac{2}{N}}cosrac{(2N-1)(N-1)\pi}{2N} \end{bmatrix}$$

А ДКТ в матричной форме выглядит таким образом:

$$T = CFC^T$$

Программная реализация:

def discrete_cosine_transform(_pixels_arr) -> None:
 return np.round(np.dot(matrix_of_dct, np.dot(_pixels_arr, transposed_matrix_of_dct))).astype(int)

4. Квантование

Затем полученные коэффициенты ДКП квантуются, т. е. происходит поэлементное деление с матрицей квантования, которая задается коэффициентом сжатия.

А элемент матрицы квантования имеет вид:

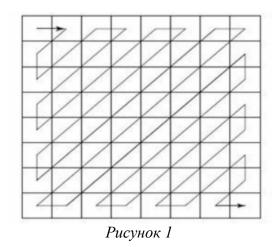
$$Q_{i,j} = 1 + (i+j) \cdot QualityFactor$$

где QualityFactor это коэффициент сжатия.

Программная реализация:

и Таблица Хаффмана

После использования процесса квантования в каждом блоке можно заметить, что в матрице получается большое количество нулей, и если пройтись по матрице «зигзагом» (Рис. 1), то можно получить большое количество подряд идущих нулей, которые с помощью RLE-кодирования удобно сворачивать.



А RLE-кодирование это алгоритм заменяющий повторяющиеся символы (серии) на один символ и число его повторов. Серией называется последовательность, состоящая из нескольких одинаковых символов.

Программная реализация:

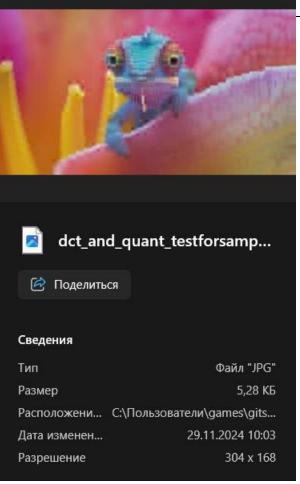
```
def block to RLE( pixel arr):
   message = [str(int( pixel arr[i // 8][i % 8])) for i in zigzag way]
                                                                         Посл
   encoded string = []
   i = 0
                                                                         le
   while (i <= len(message) - 1):
       count = 1
                                                                         ЭТОГО
       ch = message[i]
                                                                         необ
       i = i
       while (j < len(message) - 1):
                                                                         ходи
            if (message[j] == message[j + 1]):
                count = count + 1
                                                                         MO
                j = j + 1
                                                                         для
            else:
                break
                                                                         кажд
        encoded string.append((count, int(ch)))
        i = j + 1
                                                                         ОГО
   return encoded string
                                                                         цвет
```

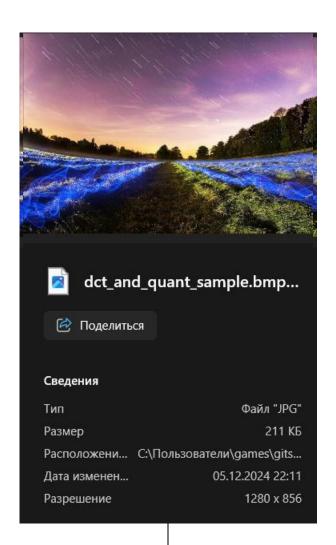
ового канала произвести кодировку Хаффмана, который по своему свойству кодирует заданный набор информации с определенным весом минимальным набором битов, что очень удобно в случае RLE-кодирования. Реализация дерева Хаффмана (Приложение №2).

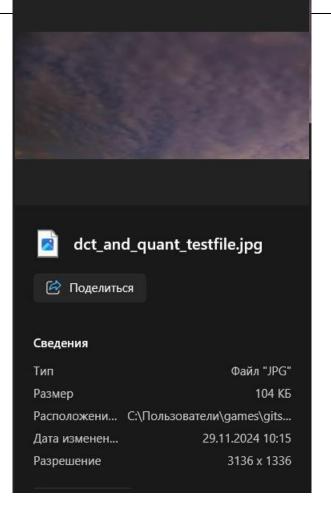
Далее информация о размерах изображения, количества таблиц Хаффмана, их запись, и количество блоков записывается в файл. Декодирование происходит полностью в обратном порядке.

Результаты

До сжатия После сжатия







Заключение

Поставленная цель в реализации JPEG была успешно выполнена. Проведенные тесты показывают, что удалось добиться уменьшения размера изображения.

Список использованных источников

https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG

https://ru.wikipedia.org/wiki/YCbCr

https://cs.stanford.edu/people/eroberts/courses/soco/projects/data-

compression/lossy/jpeg/dct.htm

https://en.wikipedia.org/wiki/Discrete cosine transform

https://numpy.org/doc/

https://pillow.readthedocs.io/en/stable/

Приложения

Листинг

```
import numpy as np
from pprint import pprint
from PIL import Image
from numpy import linalg
from typing import Tuple, List
from math import pi
from my consts import *
import huffman
import itertools
import pickle
# инициалтзация матрицы квантования
def init matrix of q( quality factor):
    for i in range(8):
        for j in range(8):
            matrix_of_quantization[i][j] = 1 + (i * j) * _quality_factor
    # print(matrix of quantization)
test eye = np.eye(5)
matrix of dct = np.zeros((8, 8), dtype=np.float64)
# создание матрицы для дискретно-косинусного преобразования
for i in range(8):
    for j in range(8):
        if i == 0:
            matrix_of_dct[i][j] = (1 / (2 * np.sqrt(2)))
        elif i > 0:
            matrix of dct[i][j] = 0.5 * np.cos(((2*j + 1) * i * pi) / 16)
transposed matrix of dct = matrix of dct.T
inv matrix of dct = linalq.inv(matrix of dct)
inv transposed matrix of dct = linalg.inv(transposed matrix of dct)
Фикс изображения для которых нельзя построить матрицу
def fix_image_size_for_jpeg( pixels arr, size):
    need\_cols = (8 - (size[0] % 8)) if size[0] % 8 else 0
    need rows = (8 - (size[1] % 8)) if size[1] % 8 else 0
    # print(need cols, need rows)
    # print(size)
    if not need cols and not need rows:
        return _pixels_arr
    new_pixels_arr = np.zeros(
        (size[0] + need cols, size[1] + need rows, 3), dtype=int)
    # for i in range(need rows):
    for i in range(size[0] + need cols):
        for j in range(size[1] + need rows):
            if i < size[0] and j < size[1]:</pre>
                new pixels arr[i][j] = (
                    tuple( pixels arr[i][j]))
            elif i < size[0] and j >= size[1]:
                new pixels arr[i][j] = (
```

```
tuple(new pixels arr[i][size[1] - 1]))
            else:
                new pixels arr[i][j] = (tuple(
                    new pixels arr[size[0] - 1][j]))
    return new pixels arr
# * JPEG/JFIF YCbCr conversions
       Y = R * 0.29900 + G * 0.58700 + B * 0.11400
      Cb = R * -0.16874 + G * -0.33126 + B * 0.50000 + 128
      Cr = R * 0.50000 + G * -0.41869 + B * -0.08131 + 128
# def convert pixel rgb2ycbcr( pixel rgb: Tuple[int, int, int]) -> Tuple[int,
int, int]:
      # return np.dot( pixel rgb, convertation matrix rgb2ycbcr) +
convertation vector rgb2ycbcr
     return (int(np.float64(0.29900) * pixel rgb[0] + np.float64(0.58700) *
pixel rgb[1] + np.float64(0.11400) * pixel rgb[2]),
              int(128 + np.float64(-0.16874) *
                  pixel rgb[0] - np.float64(0.33126) * pixel rgb[1] +
np.float64(0.50000) * pixel rgb[2]),
              int(128 + np.float64(0.50000) * pixel rgb[0] -
np.float64(0.41869) * _pixel_rgb[1] - np.float64(0.08131) * _pixel_rgb[2]))
# def convert pixel ycbcr2rgb( pixel ycbcr: Tuple[int, int, int]) -> Tuple[int,
int, int]:
     # return np.dot(( pixel ycbcr - convertation vector rgb2ycbcr),
convertation matrix ycbcr2rgb)
     return (
         round(_pixel_ycbcr[0] + 1.402 * (_pixel_ycbcr[2] - 128)),
#
         round(pixel ycbcr[0] - 0.344136
#
                (pixel ycbcr[1] - 128) - 0.714136 * (pixel ycbcr[2] - 128)),
#
         round( pixel ycbcr[0] + 1.772 * ( pixel ycbcr[1] - 128))
#
def matrix_convert_pixel_rgb2ycbcr( pixel rgb: Tuple[int, int, int]) ->
Tuple[int, int, int]:
    return np.round((np.dot(_pixel_rgb, convertation matrix rgb2ycbcr) +
convertation vector)[0]).astype(int)
def matrix convert pixel ycbcr2rgb( pixel ycbcr: Tuple[int, int, int]) ->
Tuple[int, int, int]:
    return np.round(np.dot((_pixel_ycbcr - convertation_vector),
convertation matrix ycbcr2rgb)[0]).astype(int)
def array_rgb2ycbcr(pixel arr):
    ycbcr_image_plot = np.zeros(pixel_arr.shape)
    for i in range(pixel arr.shape[0]):
        for j in range(pixel_arr.shape[1]):
            ycbcr image plot[i][j] = matrix convert pixel rgb2ycbcr(
               pixel arr[i][j])
    return ycbcr image plot
def array ycbcr2rgb(pixel arr):
    rgb image plot = np.zeros(pixel arr.shape)
```

```
for i in range(pixel arr.shape[0]):
        for j in range(pixel_arr.shape[1]):
            rgb image plot[i][j] = fix pixel(matrix convert pixel ycbcr2rgb(
                pixel_arr[i][j]))
    return rgb image plot
def subsampling(array_color_channel):
    for i in range(0, len(array color channel), 2):
        for j in range(0, len(array_color_channel[0]), 2):
            average color = array color channel[i][j]
            average color += array color channel[i + 1][j]
            average color += array color channel[i][j + 1]
            average color += array color channel[i + 1][j + 1]
            average color = round(average color / 4)
            array color channel[i][j] = average color
            array color channel[i + 1][j] = average color
            array color channel[i][j + 1] = average color
            array color channel[i + 1][j + 1] = average color
def discrete cosine transform( pixels arr) -> None:
    return np.round(np.dot(matrix of dct, np.dot( pixels arr,
transposed matrix of dct))).astype(int)
def inv discrete cosine transform( pixel arr):
    return np.round(np.dot(np.dot(transposed matrix_of_dct, _pixel_arr),
matrix of dct)).astype(int)
def quantization( pixel arr):
    return np.round( pixel arr / matrix of quantization).astype(int)
def inv quantization( pixel arr):
    return np.round( pixel arr * matrix of quantization).astype(int)
def block_to_RLE( pixel arr):
    message = [str(int(pixel arr[i // 8][i % 8])) for i in zigzag way]
    encoded string = []
    i = 0
    while (i <= len(message) - 1):</pre>
        count = 1
        ch = message[i]
        j = i
        while (j < len(message) - 1):</pre>
            if (message[j] == message[j + 1]):
                count = count + 1
                j = j + 1
            else:
                break
        encoded string.append((count, int(ch)))
        i = j + 1
    return encoded string
def RLE_to_block( rle array):
    rle_elements = []
    for i, j in rle array:
```

```
for k in range(i):
            rle elements.append(j)
    matrix peace = np.zeros((8, 8), dtype=int)
    for i in range(64):
        matrix peace[zigzag way[i] // 8][zigzag way[i] % 8] = rle elements[i]
    return matrix peace
def channel to RLE ( rle arr):
    rle res = []
    for i in range( rle arr.shape[0]):
        # print( rle arr[i])
        rle res.append(block to RLE( rle arr[i]))
    return rle res
def RLE_to_channel( rle arr):
    channel = []
    for i in range(len( rle arr)):
        # print( rle arr[i])
        channel.append(RLE to block( rle arr[i]))
    return np.array(channel)
def divide_on_blocks( pixel array):
    blocks = []
    img w, img h = pixel array.shape[0], pixel array.shape[1]
    # print(img w, img_h)
    for i in range(0, img_w, 8):
        for j in range(0, img h, 8):
            blocks.append( pixel array[i:i+8, j:j+8])
    return np.array(blocks)
def combine blocks (blocks, shape):
    combined_channel = np.zeros(_shape, dtype=int)
    block ind = 0
    for i in range( shape[0] // 8):
        for j in range( shape[1] // 8):
            for k in range(8):
                for h in range(8):
                    combined channel[i * 8 + k][j * 8 + h] =
blocks[block ind][k][h]
            block ind += 1
    return combined channel
def save image fromarray(parray, filename):
    image plot = np.array(parray, dtype=np.uint8)
    new image = Image.fromarray(image plot)
    new image.save(filename)
def fix_pixel(pixel: Tuple[int, int, int]) -> Tuple[int, int, int]:
    return (max(min(pixel[0], 255), 0), max(min(pixel[1], 255), 0),
max(min(pixel[2], 255), 0))
def combine_color_channels(first: np.array, second, third):
    image plot = np.zeros((first.shape[0], first.shape[1], 3))
    for i in range(first.shape[0]):
        for j in range(first.shape[1]):
            image plot[i][j] = np.array(
```

```
(first[i][j], second[i][j], third[i][j]), dtype=np.uint8)
    return image plot
def int to bin str(number, cnt null):
    return bin(abs(number))[2:].zfill(cnt null)
def block encode huffman(block):
    .myjpeg block encode
    table size: 4 bits
       char: 13 bits (1rst bit for minus), 12 bits for value result [-4096,
4096], value 4 bits
   count of pair: 4 bits
   huffmanRLE
   count = []
   value = []
   for rle pair in block:
       count.append(rle pair[0])
       value.append(rle pair[1])
   root = huffman.build huffman tree(value, count)
   huffman codes = huffman.generate huffman codes(root)
   table size = len(huffman codes.items())
   encoded block = f"{int_to_bin_str(table_size, 4)}"
   print(block)
   for char, code in sorted(huffman codes.items(), key=lambda x: x[1],
reverse=True):
       print(f"Character: {char}, Code: {code}")
       have minus = 0
        if char < 0:
           have minus = 1
       encoded block +=
f"{huffman code length}{have minus}{int to bin str(char, 12)}{code}"
        print(char, int to bin str(char, 12))
    # for element in block:
         encoded block += str(huffman codes[element[1]]) * element[0]
   print(encoded block)
def jpeg encode(filename, quantion coeff=10):
        tools.init matrix of q(quantion coeff)
        # print('Матрица квантования', tools.matrix of quantization, sep='\n')
        current image = Image.open(filename).convert("RGB")
        rgb image plot = np.asarray(current image)
        current image.close()
        rgb image plot = tools.fix image size for jpeg(
            rgb_image_plot, rgb_image_plot.shape)
        ycbcr_image_plot = tools.array_rgb2ycbcr(rgb_image_plot)
        Y = ycbcr_image_plot[:, :, 0]
        Cb = ycbcr_image_plot[:, :, 1]
        Cr = ycbcr_image_plot[:, :, 2]
        tools.subsampling(Cb)
        tools.subsampling(Cr)
        divided Y = tools.divide on blocks(Y)
        divided Cb = tools.divide on blocks(Cb)
        divided Cr = tools.divide on blocks(Cr)
        for i in range(len(divided Y)):
            divided Y[i] = (
                tools.discrete cosine transform(divided Y[i]))
```

```
tools.discrete cosine transform(divided Cb[i]))
            divided Cr[i] = (
                tools.discrete cosine transform(divided Cr[i]))
        for i in range(len(divided Y)):
            divided Y[i] = tools.quantization(
                (divided Y[i]))
            divided Cb[i] = tools.quantization(
                (divided Cb[i]))
            divided Cr[i] = tools.quantization(
                (divided Cr[i]))
        # print(f"MAX Y{np.max(divided Y)}")
        # print(f"MAX Y{np.max(divided_Cb)}")
        # print(f"MAX Y{np.max(divided Cr)}")
        Y RLE = tools.channel to RLE(divided Y)
        Cb RLE = tools.channel to RLE(divided Cb)
        Cr RLE = tools.channel to RLE(divided Cr)
        # tools.block encode huffman(Y RLE[0])
        # with open('myjpeg.myjpeg', 'wb') as f:
              pickle.dump([Y RLE, Cb RLE, Cr RLE], f)
        divided Y = tools.RLE to channel(Y RLE)
        divided Cb = tools.RLE to channel (Cb RLE)
        divided Cr = tools.RLE to channel (Cr RLE)
        # print(divided Y)
        for i in range(len(divided Y)):
            divided Y[i] = (
                tools.inv_quantization(divided_Y[i]))
            divided Cb[i] = (
                tools.inv_quantization(divided Cb[i]))
            divided Cr[i] = (
                tools.inv quantization(divided Cr[i]))
        for i in range(len(divided Y)):
            divided Y[i] = tools.inv discrete cosine transform(
                (divided Y[i]))
            divided Cb[i] = tools.inv discrete cosine transform(
                (divided Cb[i]))
            divided Cr[i] = tools.inv discrete cosine transform(
                (divided Cr[i]))
        # print(divided Y.shape)
       needed shape = (rgb_image_plot.shape[0], rgb_image_plot.shape[1])
        combined Y = tools.combine blocks(divided Y, needed shape)
        combined_Cb = tools.combine_blocks(divided_Cb, needed_shape)
       combined Cr = tools.combine blocks(divided Cr, needed shape)
        \# combined Y = Y
        # combined_Cb = Cb
        \# combined Cr = Cr
       print("Размеры каналов изображения после ДКТ", combined Y.shape,
sep='\n')
       print(combined Cb.shape)
```

divided Cb[i] = (

```
print(combined_Cr.shape)

new_ycbcr_plot = tools.combine_color_channels(
    combined_Y, combined_Cb, combined_Cr)

new_rgb_plot = tools.array_ycbcr2rgb(new_ycbcr_plot)

tools.save_image_fromarray(
    new_rgb_plot, f"jpeg/src/imgs/dct_and_quant_{filename}.jpg")

print("OK")
```