

**Тренировочная работа в формате ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

Дата: \_\_\_\_\_ 2025 года

Вариант \_\_\_\_\_

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

**Желааем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

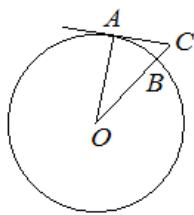
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

*Ответом к каждому из заданий 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности с центром  $O$ , отрезок  $CO$  пересекает окружность в точке  $B$  (см. рис.), а дуга  $AB$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $17^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

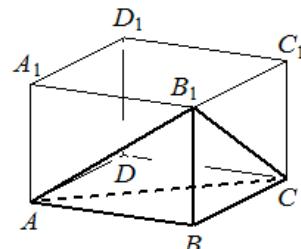


Ответ: \_\_\_\_\_

- 2** Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны 3 и 7, а угол между ними равен  $60^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 3** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  известно, что  $AB = 7$ ,  $BC = 6$ ,  $AA_1 = 5$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $B_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 4** В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Аргентины, 7 из Бразилии, 5 из Парагвая и 4 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 5** Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: \_\_\_\_\_

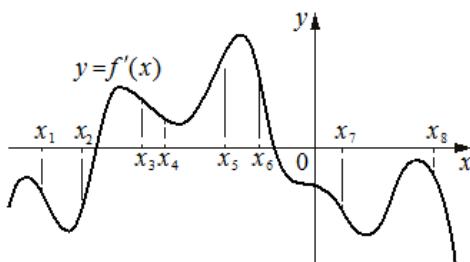
- 6** Найдите корень уравнения  $5^{2-x} = 125$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7** Найдите значение выражения  $\frac{3 \sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \cdot \cos 56^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено восемь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_

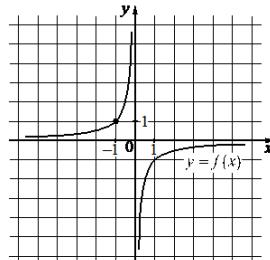
- 9** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = a t^2 + b t + H_0$ , где  $H$  — высота столба воды в метрах,  $H_0 = 8$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{72}$  м / мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{2}{3}$  м / мин — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 10** Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 2 детали больше второго?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 11** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**13** а) Решите уравнение  $16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$ ;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**14** В основании прямой призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  лежит параллелограмм  $ABCD$ . На рёбрах  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$  и  $BC$  отмечены точки  $M$ ,  $K$  и  $N$  соответственно, причём  $B_1K : KC_1 = 1 : 2$ . Четырёхугольник  $AMKN$  - равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.

а) Докажите, что точка  $N$  - середина ребра  $BC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMKN$ , если объём призмы равен 12, а высота призмы равна 2.

Ответ: \_\_\_\_\_

**15** Решите неравенство  $2x - 5 > 7$

Ответ: \_\_\_\_\_

**16** В июле 2026 года Николай планирует открыть накопительный счёт на три года. Его условия таковы:

– 1 июля 2026 года Николай помещает на счёт 488 000 рублей;

– 30 июня каждого года сумма на счёте увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на счёте 29 июня;

– 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов Николай снимет со счёта некоторую одну и ту же сумму денег;

– 1 июля 2029 года остаток на счёте должен оказаться равным 0 рублей.

Найдите сумму, которую Николай должен снимать со счёта каждый год.

Ответ: \_\_\_\_\_

**17** Биссектриса  $CD$  угла  $ACB$  при основании равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB = AC$ ) делит сторону  $AB$  так, что  $AD = BC = 2$ .

а) Докажите, что  $CD = BC$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**18** Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $a^2x - 5a = 9x - 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**19** На столе лежит три карточки, на каждой из которых написана одна цифра. Ваня составил из написанных на карточках цифр трёхзначное число  $A$ . Петя выбрал две из этих карточек, составил из написанных на них цифр двузначное число  $B$  и вернул карточки на место. Коля тоже выбрал две из этих трёх карточек и составил из написанных на них цифр двузначное число  $C$  (возможно, то же самое, что и Петя).

- a) Может ли быть верным равенство  $A = B + C$ , если  $A < 150$ ?
- б) Может ли быть верным равенство  $A = B + C$ , если числа  $B$  и  $C$  делятся на 3?
- в) Найдите наибольшее число  $A$ , для которого может быть верным равенство  $A = B + C$ .

Ответ: \_\_\_\_\_