

## Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: \_\_\_\_ 2023 г.

Вариант №: \_\_\_\_

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

1 Впишите правильный ответ.

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $BC = \sqrt{19}$ . Найдите  $\cos A$ .



Ответ: 0.9

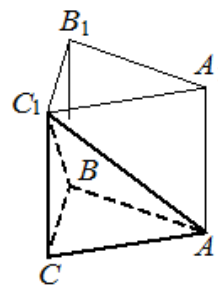
2 Впишите правильный ответ.

Даны векторы  $\vec{a} (25; 0)$  и  $\vec{b} (1; -5)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - 4\vec{b}$ .

Ответ:  $11\sqrt{41}$

3 Впишите правильный ответ.

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.



Ответ: 18

4-5 Впишите правильный ответ.

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: 0.4

6 Впишите правильный ответ.

Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{7}\right)^{x+4} = 49$ .

Ответ: -8

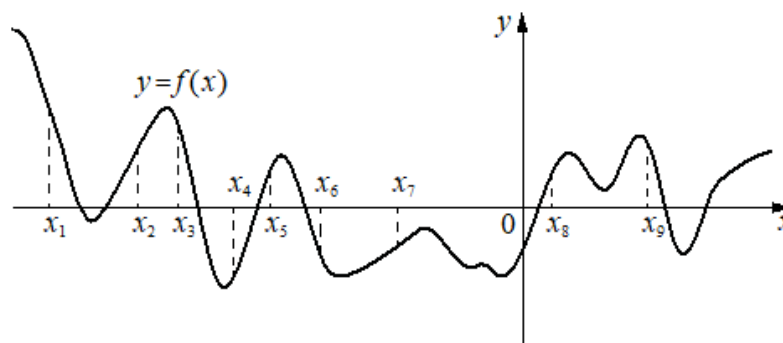
7 Впишите правильный ответ.

Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin 136^\circ}{\sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ}$ .

Ответ: 4

**8** Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



Ответ: 4

**9** Впишите правильный ответ.

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 6,4 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объём газа (в  $\text{м}^3$ ),  $k = \frac{5}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в  $\text{м}^3$ ) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Ответ: 8

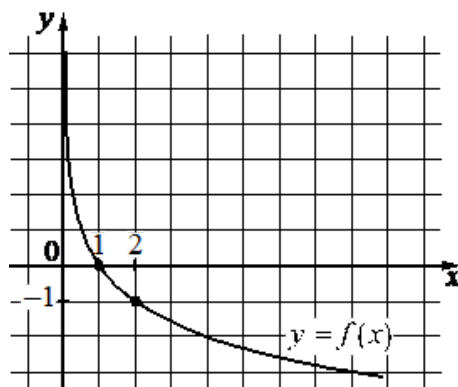
**10** Впишите правильный ответ.

Призёрами городской олимпиады по математике стали 6 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ: 120

**11** Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(8)$ .



Ответ: -3

**12** Впишите правильный ответ.

Найдите точку минимума функции  $y = x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$ .

Ответ: 8 \_\_\_\_\_

**13** Дайте развернутый ответ.

а) Решите уравнение  $\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2} \sin x}}{\sqrt{11 \sin x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

Ответ: Находим ОДЗ:

Для знаменателя принимаем условие, что он больше 0, так как он под корнем и так как на корень делить нельзя. Тогда  $\sin x$  больше 0 в I и II четверти, то есть

$$11 \sin x > 0 \Rightarrow 2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Тогда получается знаменатель равен 0

$$9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2} \sin x} = 0$$

$$9 = 3^2;$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$3^{4 \sin x \cdot \cos x} - 3^{2\sqrt{2} \sin x} = 0;$$

$$3^{4 \sin x \cdot \cos x} = 3^{2\sqrt{2} \sin x};$$

$$4 \sin x \cos x = 2\sqrt{2} \sin x$$

$$4 \sin x \cos x - 2\sqrt{2} \sin x = 0$$

$$2 \sin x \cdot (2 \cos x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ или } \cos x = \sqrt{2}/2$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \pm (\pi/4) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$  не принадлежит ОДЗ

$$x = -(\pi/4) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ не принадлежит ОДЗ}$$

О т в е т.

$$а) x = (\pi/4) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Указанному промежутку принадлежит корень

$$б) x = (\pi/4) + 4\pi = (17\pi/4)$$

---

**14-** Дайте развернутый ответ.

**17**

Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Вычислите длину стороны  $BC$  и радиус данной окружности, если  $\angle A = 30^\circ$ ,  $B_1C_1 = 5$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в пять раз меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

Ответ: а) Заметим, что  $\angle AB_1C_1 + \angle C_1B_1C = 180^\circ$

Четырёхугольник  $BCB_1C_1$  вписан в окружность, отсюда:

$$\angle C_1BC = \angle C_1B_1C = 180^\circ$$

Значит,  $\angle AB_1C_1 = \angle C_1BC = \angle ABC$ .

Следовательно, треугольники  $ABC$  и  $AB_1C_1$  подобны.

 Задания №14 и 17 геометрия с развернутыми ответами ЕГЭ математика профиль, ФИПИ

б) Пусть коэффициент подобия треугольников  $ABC$  и  $AB_1C_1$  равен  $k$ . Тогда имеем:

Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

$$S_{ABC} : S_{AB_1C_1} = S + 5SS = k^2$$

$$k = \sqrt{6}$$

Из подобия получаем

$$BC = \sqrt{6}B_1C_1 = 5\sqrt{6}$$

Пусть  $AB_1 = x$ , тогда  $AB = x\sqrt{6}$

По теореме косинусов для  $\triangle ABB_1$ :

$$B_1B^2 = AB_1^2 + AB^2 - 2AB_1 \cdot AB \cdot \cos A$$

$$B_1B^2 = x^2 + (x\sqrt{6})^2 - 2 \cdot x \cdot x\sqrt{6} \cos 30 = 7x^2 - x^2\sqrt{18}$$

$$BB_1 = x\sqrt{7 - 3\sqrt{2}}$$

По теореме синусов для  $\triangle ABB_1$ :

$$AB \sin \angle AB_1B = BB_1 \sin \angle A$$

$$\sin \angle AB_1B = \frac{BB_1 \sin \angle A}{AB}$$

Но  $\sin \angle AB_1B = \sin \angle BB_1C$ , поскольку синусы смежных углов равны. Получаем

$$\sin \angle BB_1C = \frac{BB_1 \sin \angle A}{AB} = \frac{x\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} x\sqrt{7 - 3\sqrt{2}}}{12x\sqrt{7 - 3\sqrt{2}}}$$

$$\sin \angle BB_1C = \frac{\sqrt{6}(7 - 3\sqrt{2})}{12}$$

Тогда радиус окружности, описанной около треугольника  $BB_1C$ :

$$2R = \frac{BC}{\sin \angle BB_1C}$$

$$R = BC \sin \angle BB_1C : 2 = 5\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{7-3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6} = 5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$$

Ответ:

$$б) 5\sqrt{6}; 5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$$


---

**15** Дайте развернутый ответ.

Решите неравенство  $\log_{49}(x+4) + \log_{(x^2+8x+16)} \sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}$ .

Ответ:  $x \in \langle -4, -277 \rangle \cup [\sqrt{77-4}, -3] \cup \langle -4, -277 \rangle \cup [77-4, -3] \cup \langle -4, -27/7 \rangle \cup [\sqrt{7/7-4}, -3]$

**16** Дайте развернутый ответ.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года

в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — **целое** число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии

со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Ответ: : \_\_\_\_\_

**18** Дайте развернутый ответ.

Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$4^x + (a-6)2^x = (2+3|a|)2^x + (a-6)(3|a|+2)$$

имеет единственное решение.

Ответ: : \_\_\_\_\_

**19** Дайте развернутый ответ.

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали

по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом.

После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2,

а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в 2 раза?

б) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 1?

в) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: а) нет