

**Тренировочная работа в формате ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Дата: _____ 2025 года

Вариант _____

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

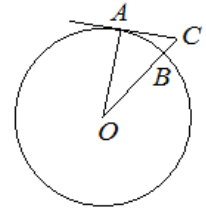
Часть 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности с центром O , отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 17° . Ответ дайте в градусах.

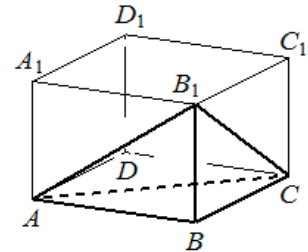


Ответ: _____

- 2 Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 3 и 7, а угол между ними равен 60° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____

- 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 7$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A , B , C , B_1 .



Ответ: _____

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Аргентины, 7 из Бразилии, 5 из Парагвая и 4 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ: _____

- 5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: _____

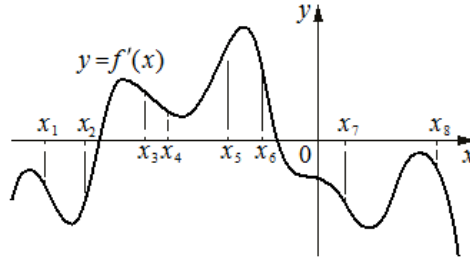
6 Найдите корень уравнения $5^{2-x} = 125$.

Ответ: _____

7 Найдите значение выражения $\frac{3 \sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \cdot \cos 56^\circ}$.

Ответ: _____

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____

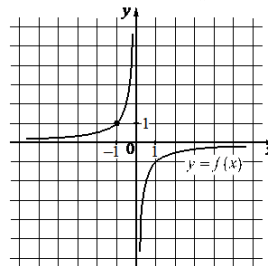
9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 8$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин² и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: _____

10 Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 2 детали больше второго?

Ответ: _____

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____

12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$.

Ответ: _____

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 2$. Четырёхугольник $AMKN$ - равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.

а) Докажите, что точка N - середина ребра BC .

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 12, а высота призмы равна 2.

15 Решите неравенство $2x - 5 > 7$

16 В июле 2026 года Николай планирует открыть накопительный счёт на три года. Его условия таковы:

– 1 июля 2026 года Николай помещает на счёт 488 000 рублей;

– 30 июня каждого года сумма на счёте увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на счёте 29 июня;

– 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов Николай снимет со счёта некоторую одну и ту же сумму денег;

– 1 июля 2029 года остаток на счёте должен оказаться равным 0 рублей.

Найдите сумму, которую Николай должен снимать со счёта каждый год.

17 Биссектриса CD угла ACB при основании равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) делит сторону AB так, что $AD = BC = 2$.

а) Докажите, что $CD = BC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC .

18 Решите уравнение при всех значениях параметра a : $a^2 x - 5a = 9x - 15$.

19 На столе лежит три карточки, на каждой из которых написана одна цифра. Ваня составил из написанных на карточках цифр трёхзначное число A . Петя выбрал две из этих карточек, составил из написанных на них цифр двузначное число B и вернул карточки на место. Коля тоже выбрал две из этих трёх карточек и составил из написанных на них цифр двузначное число C (возможно, то же самое, что и Петя).

- а) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если $A < 150$?
- б) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если числа B и C делятся на 3?
- в) Найдите наибольшее число A , для которого может быть верным равенство $A = B + C$.