Ответы и решения

6 40,81

7 3

8 125

9 -10,6

10 0,94

11 321

12 15

13 3

14 -60

15 15

16 24

17 49

18 2

19 1

20 **Решение.**

Из равенства $\dfrac{4a-5b+6}{5a-4b+6}=3$ следует, что:

$3\cdot(5a-4b+6)=4a-5b+6 \quad \Leftrightarrow \quad 15a-12b+18=4a-5b+6 \quad \Leftrightarrow \quad 11a-7b=-12.$

Тогда: $11a-7b+21=-12+21=9.$

Ответ: 9.

21 **Решение.**

Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля x – 30 км/ч.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Первый автомобиль	x	$\frac{540}{x}$	540
Второй автомобиль	$x-30$	$\frac{540}{x-30}$	540

Так как первый автомобиль приехал на 3 часа раньше второго, то его время в пути на 3 часа меньше. Следовательно:

$$\frac{540}{x-30}-\frac{540}{x}=3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{540x-540\,(x-30)}{x\,(x-30)}=3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{540\cdot 30}{x\,(x-30)}=3 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} 3x\,(x-30)=540\cdot 30, \\ x-30\neq 0, \\ x\neq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2-30x-5400=0, \\ x\neq 30, \\ x\neq 0. \end{cases}$$

Решим первое уравнение последней системы:

$$x^2-30x-5400=0; \quad D=(-30)^2-4\cdot 1\cdot(-5400)=22500; \quad \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{30+150}{2}=90, \\ x=\dfrac{30-150}{2}=-60. \end{array}\right.$$

Корень $x=-60$ не подходит по смыслу задачи, так как $x>0$. Поэтому скорость первого автомобиля, равна 90 км/ч.

Ответ: 90 км/ч.

22 **Решение.**

Область определения функции: $1 - x \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 1.$

Упростим заданную функцию:

$$y = \frac{\left(x^2 + 6,25\right)(x-1)}{1-x} = -\frac{\left(x^2 + 6,25\right)(x-1)}{x-1} = -\left(x^2 + 6,25\right) = -x^2 - 6,25, \quad x \neq 1.$$

Следовательно, графиком исходной функции является парабола $y = -x^2 - 6,25$, с выколотой точкой, ветви которой направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0.$$

Для построения графика функции $y = -x^2 - 6,25$ возьмём значения $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ и $x = 2$:

$$y(-2) = -(-2)^2 - 6,25 = -4 - 6,25 = -10,25;$$

$$y(-1) = -(-1)^2 - 6,25 = -1 - 6,25 = -7,25;$$

$$y(0) = -0^2 - 6,25 = -6,25;$$

$$y(1) = -1^2 - 6,25 = -1 - 6,25 = -7,25;$$

$$y(2) = -2^2 - 6,25 = -4 - 6,25 = -10,25.$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$-10,25$	$-7,25$	$-6,25$	$-7,25$	$-10,25$

График исходной функции, с выколотой точкой $(1; -7,25)$, изображён на рис. 1.

Графиком функции $y = kx$ является множество прямых проходящих через точку $(0; 0)$.

Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком построенной функции одну общую точку в следующих случаях:

1) если прямая $y = kx$ пересекает график параболы $y = -x^2 - 6,25$ в двух точках, одна из которых является выколотой точкой с координатами $(1; -7,25)$. Для нахождения углового коэффициента k подставим координаты этой точки в уравнение прямой $y = kx$:

$$-7,25 = k \cdot 1 \quad \Leftrightarrow \quad k = -7,25.$$

На рис. 2 это случай (1).

2) если прямая $y = kx$ касается графика параболы $y = -x^2 - 6,25$. При этом точка касания $x \neq 1$. Для этого система уравнений $\begin{cases} y = -x^2 - 6,25, \\ y = kx \end{cases}$ должна иметь одно решение. Следовательно, квадратное уравнение:

$$-x^2 - 6,25 = kx \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + kx + 6,25 = 0$$

должно иметь одно решение, что реализуется, если его дискриминант равен нулю:

$D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6,25 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k^2 = 25 \quad \Leftrightarrow \quad k = \pm 5.$

Так как прямая $y = kx$ проходит через точку $x = 1$ при $k = -7,25$, то при $k = \pm 5$ она будет касаться параболы в точках отличных от $x = 1$. На рис. 2 случаи касания (2) и (3).

Следовательно, при $k = -7,25$, $k = -5$ и $k = 5$ прямая $y = kx$ будет иметь с графиком заданной функции ровно одну общую точку.

Ответ: $-7,25; \quad -5; \quad 5.$

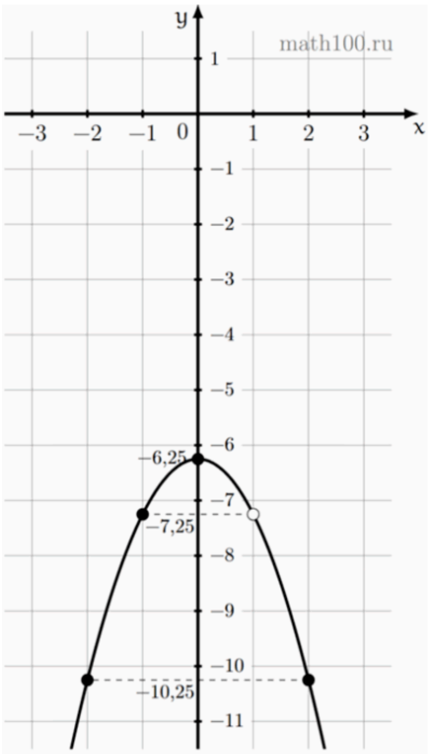


Рис. 1

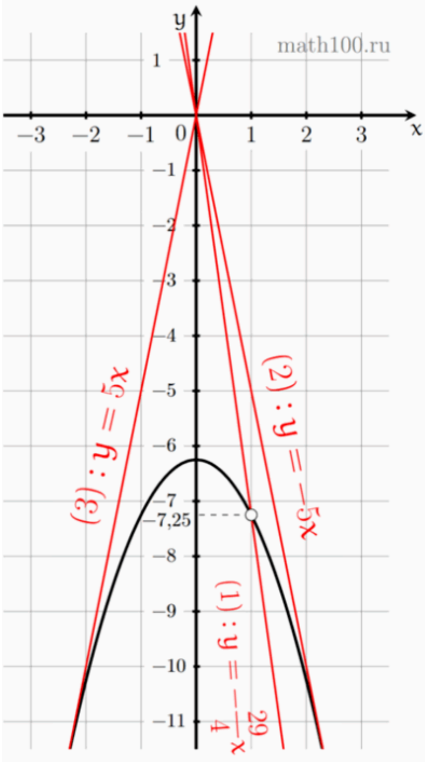
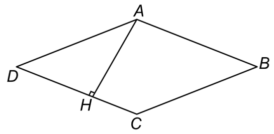


Рис. 2

23

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



AHD — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $DH = 21$, и сторона ромба равна $21 + 8 = 29$. У ромба все стороны равны, поэтому $AD = 29$.

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2,$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2},$$

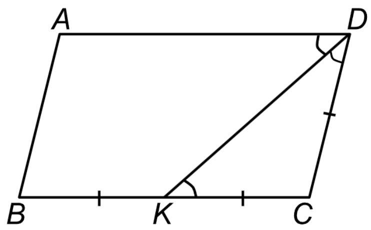
$$AH = \sqrt{29^2 - 21^2} =$$

$$= \sqrt{400} = 20.$$

24

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Из условия нам известно, что

$$BC = 2CD,$$

а точка K — середина стороны BC. Получаем, что

$$KC = CD = \frac{1}{2}BC.$$

Следовательно, $KC = CD$.

Треугольник KCD — равнобедренный, так как две его стороны равны. У равнобедренного треугольника углы при основании равны, поэтому

$$\angle CKD = \angle CDK.$$

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Нам известно, что $AB \parallel CD$, а DK — секущая, получаем, что

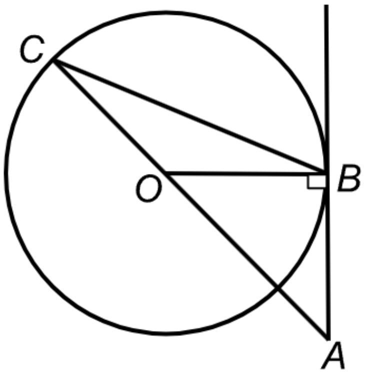
$$\angle DKC = \angle KDA.$$

Следовательно, DK — биссектриса, так как она делит угол ADC на два равных угла.

25

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Проведем радиус к точке касания B.

Касательной к окружности является прямая, проходящая через точку окружности и перпендикулярная радиусу, проведенному в эту точку.

Следовательно,

$$OB \perp AB.$$

ABO — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $AB = 15$, а диаметр окружности равен 16, следовательно,

$$OB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2,$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2},$$

$$AO = \sqrt{15^2 + 8^2} =$$

$$= \sqrt{289} = 17.$$

Следовательно,

$$AC = CO + AO,$$

$$AC = 8 + 17 = 25.$$