

## Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: \_\_\_\_ 2023 г.

Вариант №: \_\_\_\_

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

В четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  длины всех боковых рёбер равны длине ребра  $AD$ , а длина каждого из рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  ровно в два раза меньше, чем длина ребра  $AD$ .

а) Докажите, что высота пирамиды проходит через середину ребра  $AD$ .

б) Найдите, в каком отношении плоскость  $BMN$  делит высоту пирамиды, считая от вершины  $S$ , если точка  $M$  - середина ребра  $SD$ , а точка  $N$  делит ребро  $SC$  в отношении  $SN : NC = 3 : 1$ .

Ответ:

**Решение.**

а) Пусть точка  $H$  - основание высоты пирамиды  $SABCD$  (рис. 1). Прямоугольные треугольники  $ASH$ ,  $BSH$ ,  $CSH$  и  $DSH$  равны, поскольку катет  $SH$  общий, а гипотенузы  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  и  $SD$  равны.

Значит, отрезки  $HA$ ,  $HB$ ,  $HC$  и  $HD$  равны, и четырёхугольник  $ABCD$  может быть вписан в окружность с центром  $H$ .

Хорды  $AB$  и  $CD$  равны, значит,  $ABCD$  – равнобедренная трапеция.

Пусть  $H'$  – середина  $AD$ . Тогда четырёхугольники  $ABCH'$  и  $BCDH'$  - параллелограммы, поскольку  $AH' = BC = H'D$ , а прямые  $BC$  и  $AD$  параллельны.

Следовательно,  $CH' = AB = CD = H'B$ .

Значит, точка  $H'$  равноудалена от всех вершин трапеции, а значит, точки  $H$  и  $H'$  совпадают.

Таким образом, основание высоты пирамиды является серединой ребра  $AD$ .

б) Пусть прямая  $MN$  пересекает продолжение  $CD$  в точке  $E$ , прямая  $EB$  пересекает продолжение  $AD$  в точке  $F$ , а отрезок  $FM$  пересекает высоту  $SH$  в точке  $P$ . Рассмотрим точку  $M'$  на ребре  $SD$  такую, что прямые  $MN$  и  $M'C$  параллельны.

Тогда  $SM : MM' = SN : NC = 3 : 1$ .

Следовательно,  $EC : CD = MM' : M'D = 1 : 2$ .

Значит, треугольники  $BCE$  и  $ADC$  подобны, поскольку  $\angle BCE = \angle ADC$ ,  $\frac{BC}{CE} = \frac{AD}{CD} = 2$ .

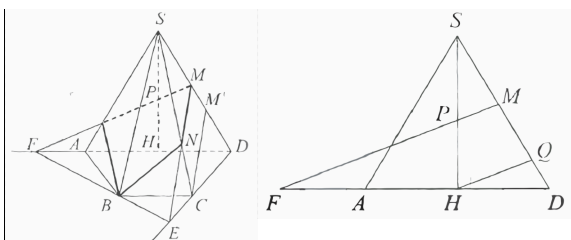
Таким образом, прямые  $BE$  и  $AC$  параллельны, поскольку  $\angle BEC = \angle ACD$ .

Следовательно,  $FA : AD = EC : CD = 1 : 2$ .

Рассмотрим точку  $Q$  на ребре  $SD$  такую, что прямые  $FM$  и  $HQ$  параллельны (рис. 2).

Тогда  $MQ : QD = FH : HD = 2 : 1$ .

Следовательно,  $SP : PH = SM : MQ = 3 : 2$ .



**Ответ:**

б) 3 : 2.