Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: ___ ___ 2023 г.

Вариант №: ___

Выполнена: ФИО__________________________________

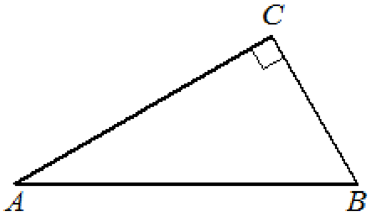
Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

1 Впишите правильный ответ.

В треугольнике $ABC\angle AB_1C_1 + \angle C_1B_1C = 180^{\circ}$
угол $C\angle C_1BC = \angle C_1B_1C = 180^{\circ}$ равен
$90^{\circ}\,9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x} = 0\angle AB_1C_1 = \angle C_1BC = \angle ABC$
, $AB = 103^{4\sin x\cdot\cos x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x} = 0ABC$,
$BC = \sqrt{19}3^{4\sin x\cdot\cos x} = 3^{2\sqrt{2}\sin x}AB_1C_1$. Найдите
cos $AABC$.



Ответ: 0.9

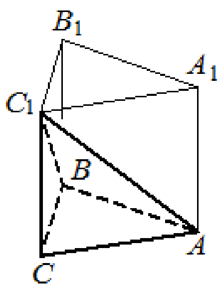
2 Впишите правильный ответ.

Даны векторы $\vec{a}\,(25;\,0)AB_1C_1$ и $\vec{b}\,(1;\,-5)\,.k$ Найдите длину вектора
$\vec{a} - 4\vec{b}\,.S_{ABC}:S_{AB_1C_1} = \dfrac{S+5S}{S} = k^2$

Ответ: $11\vec{a}k = \sqrt{6}$(4-1

3 Впишите правильный ответ.

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются
вершины $ABC = \sqrt{6}B_1C_1 = 5\sqrt{6}$, $BAB_1 = x$, C A B $= x\sqrt{6}$,
$C_1\Delta ABB_1$ правильной треугольной призмы
$ABCA_1B_1C_1\ \mathrm{B_1\ B}^2 = \mathrm{A\ B}_1^2 + \mathrm{A\ B}^2 - 2\,\mathrm{A\ B}_1 \cdot \cos A$,
площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.



Ответ: 18

4-5 Впишите правильный ответ.

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: 0.4

6 Впишите правильный ответ.

Найдите корень уравнения $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x+4} = 49\ \mathrm{B_1\ B}^2 = x^2 + \left(x\sqrt{6}\right)^2 - 2\cdot x\cdot x\sqrt{6}\cos 30 = 7x^2 - x^2\sqrt{18}$.

Ответ: -8

7 Впишите правильный ответ.

Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin 136^{\circ}}{\sin 68^{\circ}\cdot\sin 22^{\circ}}\ \mathrm{B\ B_1} = x\sqrt{7-3\sqrt{2}}$.

Ответ: 4

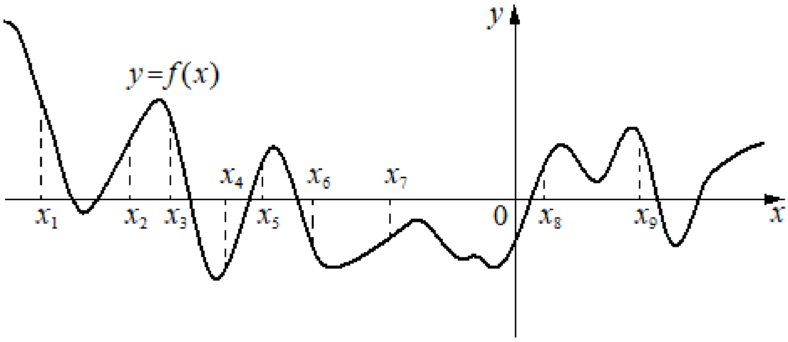
8 Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$.ΔABB_1 На оси абсцисс отмечено девять точек:

$x_1 \dfrac{AB}{\sin\angle AB_1B} = \dfrac{BB_1}{\sin\angle A}$, $x_2 \sin AB_1B = \dfrac{AB\sin\angle A}{BB_1}$, $x_3 \sin\angle AB_1B = \sin\angle BB_1C$,

$x_4 \sin BB_1C = \dfrac{AB\sin\angle A}{BB_1} = \dfrac{x\sqrt{6}\cdot\frac{1}{2}}{x\sqrt{7-3\sqrt{2}}}$, $x_5 \sin BB1C = \dfrac{\sqrt{6}}{2\left(7-3\sqrt{2}\right)}$, $x_6 2R = \dfrac{BC}{\sin\angle BB_1C}$,

$x_7 R = \dfrac{BC}{\sin\angle BB_1C} : 2 = \dfrac{5\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{7-3\sqrt{2}}}{2\cdot\sqrt{6}} = 5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$, $x_8 5\sqrt{6}$, $x_9 5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: 4

9 Впишите правильный ответ.

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 6{,}4\cdot 10^6$ Па $\cdot$ м^5, где p — давление в газе в паскалях, V — объём

газа (в м^3), $k = \dfrac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ

при давлении p, равном $2\cdot 10^5$ Па.

Ответ: 8

10 Впишите правильный ответ.

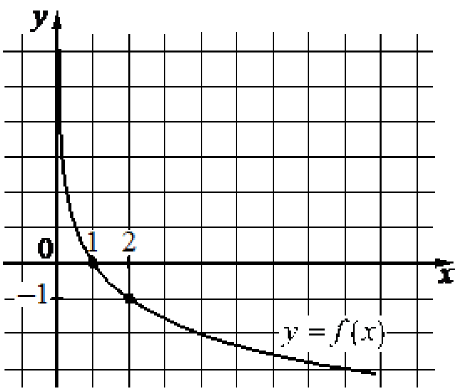
Призёрами городской олимпиады по математике стали 6 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ: 120

11 Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите

значение $f(8)$.



Ответ: –3

12 Впишите правильный ответ.

Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Ответ: 8

13 Дайте развернутый ответ.

а) Решите уравнение $\dfrac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

Ответ:

Находим ОДЗ:

Для знаменателя принимаем условие, что он больше 0, так как он под корнем и так как на корень делить нельзя. Тогда sinx больше 0 в I и II четверти, то есть

11sinx > 0 ⇒ 2πk < x < π+2πk, k∈Z

Тогда получается знаменатель равен 0

$9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x} = 0$

$9=3^2$;

sin2x=2sinxcosx

$3^{4\sin x \cdot \cos x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x} = 0$;

$3^{4\sin x \cdot \cos x} = 3^{2\sqrt{2}\sin x}$;

4sinxcosx=2√2sinx

4sinxcosx–2√2sinx=0

2sinx·(2cosx–√2)=0

sinx=0 или cosx=√2/2

x=πk, k∈Z или x=± (π/4)+2πn, n∈Z

x=πk, k∈Z не принадлежит ОДЗ

x=– (π/4)+2πn, n∈Z не принадлежит ОДЗ

О т в е т.
а) x= (π/4)+2πn, n∈Z

Указанному промежутку принадлежит корень
б) x=(π/4)+4π=(17π/4)

14-17 Дайте развернутый ответ.

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1.

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 30^\circ$, $B_1C_1 = 5$ и площадь треугольника AB_1C_1 в пять раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

Ответ:

а) Заметим, что $\angle AB_1C_1 + \angle C_1B_1C = 180^o$
Четырехугольник BCB_1C_1 вписан в окружность, отсюда:
$\angle C_1BC = \angle C_1B_1C = 180^o$
Значит, $\angle AB_1C_1 = \angle C_1BC = \angle ABC$.
Следовательно, треугольники ABC и AB_1C_1 подобны.

Задания №14 и 17 геометрия с развернутыми ответами ЕГЭ математика профиль, ФИПИ

б) Пусть коэффициент подобия треугольников ABC и AB_1C_1 равен k. Тогда имеем:
Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

$$S_{ABC} : S_{AB_1C_1} = \frac{S+5S}{S} = k^2$$

$$k = \sqrt{6}$$

Из подобия получаем

$$BC = \sqrt{6} B_1C_1 = 5\sqrt{6}$$

Пусть $AB_1 = x$, тогда $\mathrm{A\ \ B} = x\sqrt{6}$

По теореме косинусов для ΔABB_1:

$$\mathrm{B_1\ \ B}^2 = \mathrm{A\ \ B}_1^2 + \mathrm{A\ \ B}^2 - 2\,\mathrm{A\ \ B_1} \cdot \cos A$$

$$\mathrm{B_1\ \ B}^2 = x^2 + \left(x\sqrt{6}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot x\sqrt{6} \cos 30 = 7x^2 - x^2\sqrt{18}$$

$$\mathrm{B\ \ B_1} = x\sqrt{7 - 3\sqrt{2}}$$

По теореме синусов для ΔABB_1:

$$\frac{AB}{\sin\angle AB_1B}=\frac{BB_1}{\sin\angle A}$$
$$\sin AB_1B=\frac{AB\sin\angle A}{BB_1}$$

Но $\sin\angle AB_1B=\ \sin\angle BB_1C$, поскольку синусы смежных углов равны. Получаем

$$\sin BB_1C=\frac{AB\sin\angle A}{BB_1}=\frac{x\sqrt{6}\cdot\frac{1}{2}}{x\sqrt{7-3\sqrt{2}}}$$
$$\sin BB1C=\frac{\sqrt{6}}{2\left(7-3\sqrt{2}\right)}$$

Тогда радиус окружности, описанной около треугольника BB_1C:

$$2R=\frac{BC}{\sin\angle BB_1C}$$

$$R=\frac{BC}{\sin\angle BB_1C}:2=\frac{5\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{7-3\sqrt{2}}}{2\cdot\sqrt{6}}=5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$$

Ответ:

б) $5\sqrt{6}; 5\sqrt{7-3\sqrt{2}}$

---

15 Дайте развернутый ответ.

Решите неравенство $\log_{49}(x+4)+\log_{(x^2+8x+16)}\sqrt{7}\le -\frac{3}{4}$.

Ответ: x∈⟨−4,−277]∪[√77−4,−3⟩x∈⟨-4,-277]∪[77-4,-3⟩x∈⟨-4,-27/7]∪[sqrt7/7-4,-3⟩

16 Дайте развернутый ответ.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года
в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии
со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	0,8S	0,5S	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Ответ: :

18 Дайте развернутый ответ.

Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение

$4^x + (a-6)2^x = (2+3\left|a\right|)2^x + (a-6)(3\left|a\right|+2)$ имеет единственное решение.

Ответ: :

19 Дайте развернутый ответ.

В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в 2 раза?

б) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 1?

в) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: а) нет