

Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: ____ 2023 г.

Вариант №: ____

Выполнена: ФИО _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ длины всех боковых рёбер равны длине ребра AD , а длина каждого из рёбер AB , BC и CD ровно в два раза меньше, чем длина ребра AD .

а) Докажите, что высота пирамиды проходит через середину ребра AD .

б) Найдите, в каком отношении плоскость BMN делит высоту пирамиды, считая от вершины S ,

если точка M - середина ребра SD , а точка N делит ребро SC в отношении $SN : NC = 3 : 1$.

Ответ:

Решение.

а) Пусть точка H - основание высоты пирамиды $SABCD$ (рис. 1). Прямоугольные треугольники ASH , BSH , CSH и DSH равны, поскольку катет SH общий, а гипотенузы SA , SB , SC и SD равны.

Значит, отрезки HA , HB , HC и HD равны, и четырёхугольник $ABCD$ может быть вписан в окружность с центром H . Хорды AB и CD равны, значит, $ABCD$ – равнобедренная трапеция.

Пусть H' – середина AD . Тогда четырёхугольники $ABCH'$ и $BCDH'$ – параллелограммы, поскольку $AH' = BC = H'D$, а прямые BC и AD параллельны.

Следовательно, $CH' = AB = CD = H'B$.

Значит, точка H' равноудалена от всех вершин трапеции, а значит, точки H и H' совпадают.

Таким образом, основание высоты пирамиды является серединой ребра AD .

б) Пусть прямая MN пересекает продолжение CD в точке E , прямая EB пересекает продолжение AD в точке F , а отрезок FM пересекает высоту SH в точке P . Рассмотрим точку M' на ребре SD такую, что прямые MN и $M'C$ параллельны.

Тогда $SM : MM' = SN : NC = 3 : 1$.

Следовательно, $EC : CD = MM' : M'D = 1 : 2$.

Значит, треугольники BCE и ADC подобны, поскольку $\angle BCE = \angle ADC$, $\frac{BC}{CE} = \frac{AD}{CD} = 2$.

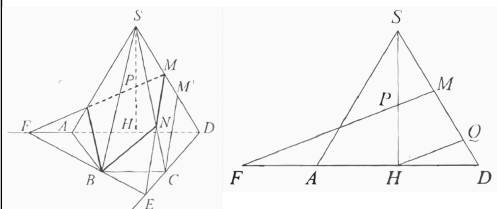
Таким образом, прямые BE и AC параллельны, поскольку $\angle BEC = \angle ACD$.

Следовательно, $FA : AD = EC : CD = 1 : 2$.

Рассмотрим точку Q на ребре SD такую, что прямые FM и HQ параллельны (рис. 2).

Тогда $MQ : QD = FH : HD = 2 : 1$.

Следовательно, $SP : PH = SM : MQ = 3 : 2$.



Ответ:

б) $3 : 2$.