Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: ___ ___ 2023 г.

Вариант №: ___

Выполнена: ФИО_________________________________

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

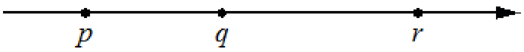
Желаем успеха!

6 Найдите значение выражения $7{,}7 \cdot 5{,}3$.

Ответ:

40,81

7 На координатной прямой отмечены числа p, q и r.



Какая из разностей $q-p$, $r-q$, $p-r$ отрицательна?

1) $q-p$
2) $r-q$
3) $p-r$
4) ни одна из них

Ответ:

3

8 Найдите значение выражения $\sqrt{5^6}$.

Ответ:

125

9 Найдите корень уравнения $5\,(x+9)=-8$.

Ответ:

-10,6

10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ:

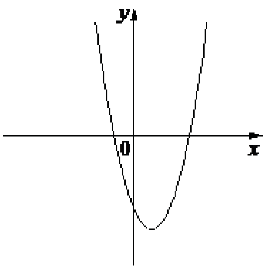
0,94

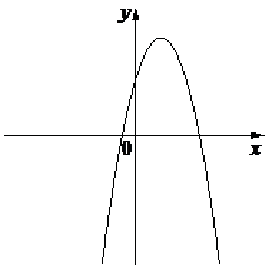
11 На рисунках изображены графики функций вида $y=ax^2+bx+c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

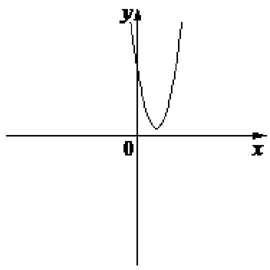
КОЭФФИЦИЕНТЫ

А) $a>0,\ c>0$ **Б)** $a<0,\ c>0$ **В)** $a>0,\ c<0$

ГРАФИКИ

1)


2)


3)


В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

321

12 Кинетическая энергия тела массой m кг, двигающегося со скоростью $v\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, вычисляется по формуле

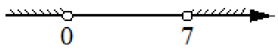
$$E = \frac{mv^2}{2}$$

и измеряется в джоулях (Дж). Известно, что автомобиль массой 1600 кг обладает кинетической энергией 180 тысяч джоулей. Найдите скорость этого автомобиля в метрах в секунду.

Ответ:

15

13 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 7x < 0$
2) $x^2 - 49 > 0$
3) $x^2 - 7x > 0$
4) $x^2 - 49 < 0$

Ответ:

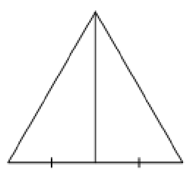
3

14 При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на $9\,^\circ\text{C}$. Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 6 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла $-6\,^\circ\text{C}$.

Ответ:

-60

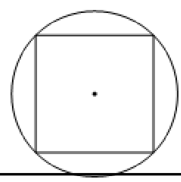
15 Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



Ответ:

15

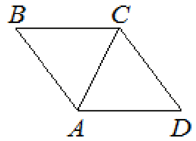
16 Сторона квадрата равна $24\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Ответ:

24

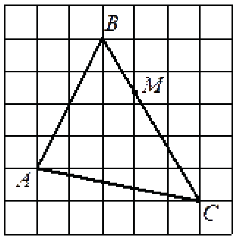
17 В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 82°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



Ответ:

49

18 На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC. Во сколько раз отрезок BM короче отрезка CM?



Ответ:

2

19 Какое из следующих утверждений является истинным высказыванием?

1) Основания любой трапеции параллельны.
2) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

В ответ запишите номер истинного высказывания.

Ответ:

1

20 Найдите значение выражения $11a - 7b + 21$, если $\dfrac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$.

Ответ:

Решение.

Из равенства $\dfrac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$ следует, что:

$$3 \cdot (5a - 4b + 6) = 4a - 5b + 6 \quad \Leftrightarrow \quad 15a - 12b + 18 = 4a - 5b + 6 \quad \Leftrightarrow \quad 11a - 7b = -12.$$

Тогда: $11a - 7b + 21 = -12 + 21 = 9$.

Ответ: 9.

Ответ:

ОТВЕТ: 9.

21 Два автомобиля одновременно отправляются в 540-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 30 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ:

Решение.

Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля x – 30 км/ч.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Первый автомобиль	x	$\frac{540}{x}$	540
Второй автомобиль	$x-30$	$\frac{540}{x-30}$	540

Так как первый автомобиль приехал на 3 часа раньше второго, то его время в пути на 3 часа меньше. Следовательно:

$$\frac{540}{x-30}-\frac{540}{x}=3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{540x-540\,(x-30)}{x\,(x-30)}=3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{540\cdot 30}{x\,(x-30)}=3 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} 3x\,(x-30)=540\cdot 30, \\ x-30\neq 0, \\ x\neq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2-30x-5400=0, \\ x\neq 30, \\ x\neq 0. \end{cases}$$

Решим первое уравнение последней системы:

$$x^2-30x-5400=0; \quad D=(-30)^2-4\cdot 1\cdot(-5400)=22500; \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{30+150}{2}=90, \\ x=\frac{30-150}{2}=-60. \end{array}\right.$$

Корень $x=-60$ не подходит по смыслу задачи, так как $x>0$. Поэтому скорость первого автомобиля, равна 90 км/ч.

Ответ: 90 км/ч.

Ответ:

ОТВЕТ: 90 км/ч.

---

22 Постройте график функции $y=\frac{\left(x^2+6,25\right)(x-1)}{1-x}$.

Определите, при каких значениях k прямая $y=k\,x$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ:

Решение.

Область определения функции: $1-x\neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x\neq 1.$

Упростим заданную функцию:

$$y=\frac{\left(x^2+6,25\right)(x-1)}{1-x}=-\frac{\left(x^2+6,25\right)(x-1)}{x-1}=-\left(x^2+6,25\right)=-x^2-6,25, \quad x\neq 1.$$

Следовательно, графиком исходной функции является парабола $y=-x^2-6,25$, с выколотой точкой, ветви которой направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot(-1)}=0.$$

Для построения графика функции $y=-x^2-6,25$ возьмём значения $x=-2$, $x=-1$, $x=0$, $x=1$ и $x=2$:

$$y(-2)=-(-2)^2-6,25=-4-6,25=-10,25;$$

$$y(-1)=-(-1)^2-6,25=-1-6,25=-7,25;$$

$$y(0)=-0^2-6,25=-6,25;$$

$$y(1)=-1^2-6,25=-1-6,25=-7,25;$$

$$y(2)=-2^2-6,25=-4-6,25=-10,25.$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$-10,25$	$-7,25$	$-6,25$	$-7,25$	$-10,25$

График исходной функции, с выколотой точкой $(1;-7,25)$, изображён на рис. 1.

Графиком функции $y=kx$ является множество прямых проходящих через точку $(0;0)$.

Прямая $y=kx$ будет иметь с графиком построенной функции одну общую точку в следующих случаях:

1) если прямая $y=kx$ пересекает график параболы $y=-x^2-6,25$ в двух точках, одна из которых является выколотой точкой с координатами $(1;-7,25)$. Для нахождения углового коэффициента k подставим координаты этой точки в уравнение прямой $y=kx$:

$$-7,25=k\cdot 1 \quad \Leftrightarrow \quad k=-7,25.$$

На рис. 2 это случай (1).

2) если прямая $y=kx$ касается графика параболы $y=-x^2-6,25$. При этом точка касания $x\neq 1$. Для этого система уравнений $\begin{cases} y=-x^2-6,25, \\ y=kx \end{cases}$ должна иметь одно решение. Следовательно, квадратное уравнение:

$$-x^2-6,25=kx \quad \Leftrightarrow \quad x^2+kx+6,25=0$$

должно иметь одно решение, что реализуется, если его дискриминант равен нулю:

$$D=k^2-4\cdot 1\cdot 6,25=0 \quad \Leftrightarrow \quad k^2=25 \quad \Leftrightarrow \quad k=\pm 5.$$

Так как прямая $y=kx$ проходит через точку $x=1$ при $k=-7,25$, то при $k=\pm 5$ она будет касаться параболы в точках отличных от $x=1$. На рис. 2 случаи касания (2) и (3).

Следовательно, при $k=-7,25$, $k=-5$ и $k=5$ прямая $y=kx$ будет иметь с графиком заданной функции ровно одну общую точку.

Ответ: $-7,25; \quad -5; \quad 5.$

Ответ:

ОТВЕТ: $-7,25; \quad -5; \quad 5.$

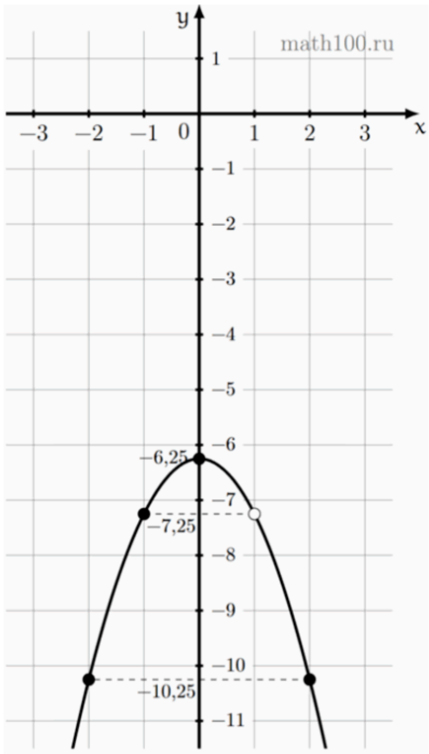


Рис. 1

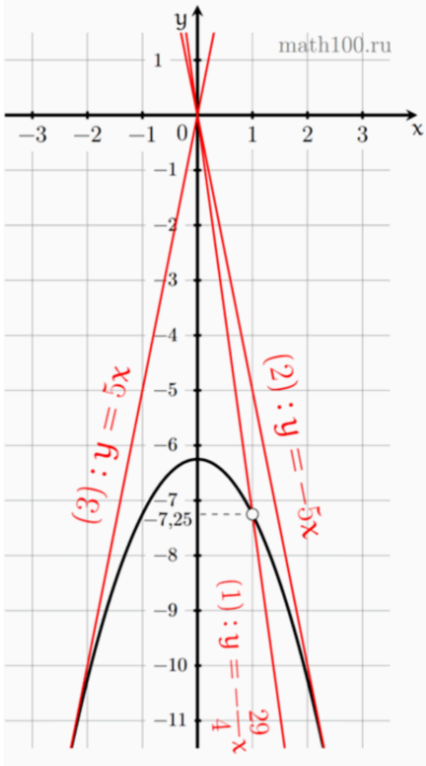


Рис. 2

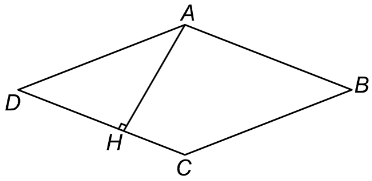
---

23 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 21$ и $CH = 8$. Найдите высоту ромба.

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



AHD — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $DH = 21$, и сторона ромба равна $21 + 8 = 29$. У ромба все стороны равны, поэтому $AD = 29$.

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2,$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2},$$

$$AH = \sqrt{29^2 - 21^2} =$$

$$= \sqrt{400} = 20.$$

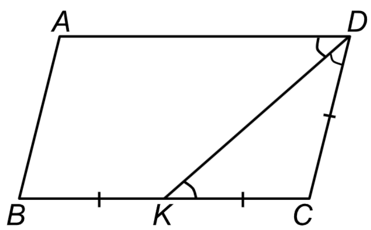
---

24 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что DK — биссектриса угла ADC.

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Из условия нам известно, что

$$BC = 2CD,$$

а точка K — середина стороны BC. Получаем, что

$$KC = CD = \frac{1}{2}BC.$$

Следовательно, $KC = CD$.

Треугольник KCD — равнобедренный, так как две его стороны равны. У равнобедренного треугольника углы при основании равны, поэтому

$$\angle CKD = \angle CDK.$$

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Нам известно, что $AB \parallel CD$, а DK — секущая, получаем, что

$$\angle DKC = \angle KDA.$$

Следовательно, DK — биссектриса, так как она делит угол ADC на два равных угла.

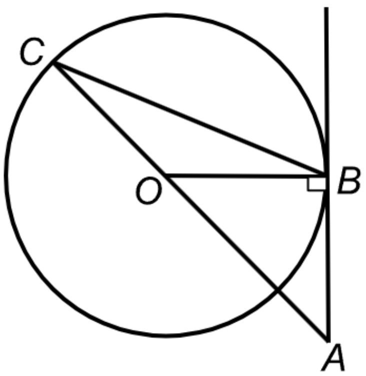
---

25 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 16, а $AB = 15$.

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Проведем радиус к точке касания B.

Касательной к окружности является прямая, проходящая через точку окружности и перпендикулярная радиусу, проведенному в эту точку.

Следовательно,

$$OB \perp AB.$$

ABO — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $AB = 15$, а диаметр окружности равен 16, следовательно,

$$OB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2,$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2},$$

$$AO = \sqrt{15^2 + 8^2} =$$

$$= \sqrt{289} = 17.$$

Следовательно,

$$AC = CO + AO,$$

$$AC = 8 + 17 = 25.$$
