

## Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: \_\_\_\_ 2023 г.

Вариант №: \_\_\_\_

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

№

Пусть  $S(n)$  обозначает сумму цифр натурального числа  $n$ .  
 а) Существует ли такое число  $n$ , что  $11n + S(n) = 2021$ ?  
 б) Существует ли такое число  $n$ , что  $3n + S(n) = 2021$ ?  
 в) Для какого наименьшего натурального числа  $k$  найдётся хотя бы одно такое двузначное число  $n$ , что  $9kn + S(n) = 11350$ ?

**Решение.** а) Число  $11n + S(n)$  должно делиться на 3, поскольку при делении на 3 число  $S(n)$  даёт такой же остаток, что и число  $n$ . При этом  $2021$  на 3 не делится. Значит, искомого числа  $n$  не существует.  
 б) Если  $n \leq 665$ , то  $S(n) \leq 23$  и  $3n + S(n) \leq 2018$ . Если  $n \geq 674$ , то  $S(n) \geq 1$  и  $3n + S(n) \geq 2023$ . При  $n = 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672$  и  $673$  выражение  $3n + S(n)$  равно  $2016, 2020, 2024, 2028, 2023, 2027, 2031$  и  $2035$  соответственно. Значит, искомого числа  $n$  не существует.  
 в) Пусть  $n = \overline{ab}$  — двузначное число,  $a$  — цифра десятков,  $b$  — цифра единиц. Тогда  $S(n) = a + b$ . Имеем  $9kn + S(n) = 11350$ , откуда  $9k \cdot 10a + 9kb + a + b = 11350$ ,  $90ka + 9kb + a + b = 11350$ ,  $a(90k + 1) + b(9k + 1) = 11350$ . Так как  $a, b$  — цифры, то  $0 \leq a \leq 9$ ,  $0 \leq b \leq 9$ . Значит,  $90ka + 9kb + a + b \leq 90k \cdot 9 + 9k \cdot 9 + 9 + 9 = 162k + 18$ . Имеем  $162k + 18 \geq 11350$ ,  $162k \geq 11332$ ,  $k \geq \frac{11332}{162} \approx 70$ . Значит,  $k \geq 70$ . Пусть  $k = 70$ . Тогда  $a(90 \cdot 70 + 1) + b(9 \cdot 70 + 1) = 11350$ ,  $a(6301) + b(631) = 11350$ . Так как  $a, b$  — цифры, то  $0 \leq a \leq 9$ ,  $0 \leq b \leq 9$ . Значит,  $6301a + 631b \leq 6301 \cdot 9 + 631 \cdot 9 = 6301 \cdot 10 = 63010$ . Имеем  $6301a + 631b \geq 11350$ ,  $6301a \geq 11350 - 631b$ ,  $a \geq \frac{11350 - 631b}{6301}$ . Так как  $a$  — цифра, то  $a \geq 1$ . Значит,  $1 \leq a \leq 9$ . Пусть  $a = 1$ . Тогда  $6301 + 631b = 11350$ ,  $631b = 5049$ ,  $b = \frac{5049}{631} \approx 8$ . Значит,  $b = 8$ . Таким образом,  $n = 18$  — двузначное число, для которого  $9 \cdot 70 \cdot 18 + S(18) = 11350$ . Значит, для  $k = 70$  найдётся хотя бы одно такое двузначное число  $n$ , что  $9kn + S(n) = 11350$ . Значит, ответ: да.

Ответ: 1 \_\_\_\_\_