

## Ответы и решения

### Часть 1

**Ответами к заданиям 1-19 являются число или последовательность цифр.**

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.**

Саша летом отдыхает у дедушки в деревне Масловка. В субботу они собираются съездить на велосипедах в село Захарово в магазин. Из деревни Масловка в село Захарово можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Вёсенка до деревни Полянка, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Захарово. Есть и третий маршрут: в деревне Вёсенка можно свернуть на прямую тропинку в село Захарово, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Саша с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 15 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, сторона каждой клетки равна 1 км.

**1** 342

**2** 35

**3** 25

**4** 116

**5** 746

**6** 40,81

**7** 3

**8** 125

**9** -10,6

**10** 0,94

**11** 321

**12** 15

**13** 3

**14** -60

**15** 15

**16** 24

**17** 49

**18** 2

**19** 1

## Часть 2

*При выполнении заданий 20-25 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

### 20 Решение.

Из равенства  $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$  следует, что:

$$3 \cdot (5a - 4b + 6) = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 15a - 12b + 18 = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 11a - 7b = -12.$$

Тогда:  $11a - 7b + 21 = -12 + 21 = 9$ .

Ответ: 9.

### 21 Решение.

Пусть  $x$  км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля  $x - 30$  км/ч.

	$v$ (км/ч)	$t$ (ч)	$S$ (км)
Первый автомобиль	$x$	$\frac{540}{x}$	540
Второй автомобиль	$x - 30$	$\frac{540}{x - 30}$	540

Так как первый автомобиль приехал на 3 часа раньше второго, то его время в пути на 3 часа меньше. Следовательно:

$$\begin{aligned} \frac{540}{x - 30} - \frac{540}{x} = 3 &\Leftrightarrow \frac{540x - 540(x - 30)}{x(x - 30)} = 3 \Leftrightarrow \frac{540 \cdot 30}{x(x - 30)} = 3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x(x - 30) = 540 \cdot 30, \\ x - 30 \neq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 30x - 5400 = 0, \\ x \neq 30, \\ x \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Решим первое уравнение последней системы:

$$x^2 - 30x - 5400 = 0; \quad D = (-30)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5400) = 22500; \quad \begin{cases} x = \frac{30 + 150}{2} = 90, \\ x = \frac{30 - 150}{2} = -60. \end{cases}$$

Корень  $x = -60$  не подходит по смыслу задачи, так как  $x > 0$ . Поэтому скорость первого автомобиля, равна 90 км/ч.

Ответ: 90 км/ч.

**22 Решение.**

Область определения функции:  $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Упростим заданную функцию:

$$y = \frac{(x^2 + 6, 25)(x - 1)}{1 - x} = -\frac{(x^2 + 6, 25)(x - 1)}{x - 1} = -(x^2 + 6, 25) = -x^2 - 6, 25, \quad x \neq 1.$$

Следовательно, графиком исходной функции является парабола  $y = -x^2 - 6, 25$ , с выколотой точкой, ветви которой направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0.$$

Для построения графика функции  $y = -x^2 - 6, 25$  возьмём значения  $x = -2, x = -1, x = 0, x = 1$  и  $x = 2$ :

$$y(-2) = -(-2)^2 - 6, 25 = -4 - 6, 25 = -10, 25;$$

$$y(-1) = -(-1)^2 - 6, 25 = -1 - 6, 25 = -7, 25;$$

$$y(0) = -0^2 - 6, 25 = -6, 25;$$

$$y(1) = -1^2 - 6, 25 = -1 - 6, 25 = -7, 25;$$

$$y(2) = -2^2 - 6, 25 = -4 - 6, 25 = -10, 25.$$

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	$-\frac{10}{25}$	-7, 25	-6, 25	-7, 25	$-\frac{10}{25}$

График исходной функции, с выколотой точкой  $(1; -7, 25)$ , изображён на рис. 1.

Графиком функции  $y = kx$  является множество прямых проходящих через точку  $(0; 0)$ .

Прямая  $y = kx$  будет иметь с графиком построенной функции одну общую точку в следующих случаях:

- 1) если прямая  $y = kx$  пересекает график параболы  $y = -x^2 - 6, 25$  в двух точках, одна из которых является выколотой точкой с координатами  $(1; -7, 25)$ . Для нахождения углового коэффициента  $k$  подставим координаты этой точки в уравнение прямой  $y = kx$ :

$$-7, 25 = k \cdot 1 \Leftrightarrow k = -7, 25.$$

На рис. 2 это случай (1).

- 2) если прямая  $y = kx$  касается графика параболы  $y = -x^2 - 6, 25$ . При этом точка касания  $x \neq 1$ . Для этого система уравнений  $\begin{cases} y = -x^2 - 6, 25, \\ y = kx \end{cases}$  должна иметь одно решение.

Следовательно, квадратное уравнение:

$$-x^2 - 6, 25 = kx \Leftrightarrow x^2 + kx + 6, 25 = 0$$

должно иметь одно решение, что реализуется, если его дискриминант равен нулю:

$$D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6,25 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 25 \Leftrightarrow k = \pm 5.$$

Так как прямая  $y = kx$  проходит через точку  $x = 1$  при  $k = -7,25$ , то при  $k = \pm 5$  она будет касаться параболы в точках отличных от  $x = 1$ . На рис. 2 случаи касания (2) и (3).

Следовательно, при  $k = -7,25$ ,  $k = -5$  и  $k = 5$  прямая  $y = kx$  будет иметь с графиком заданной функции ровно одну общую точку.

Ответ:  $-7,25; -5; 5$ .

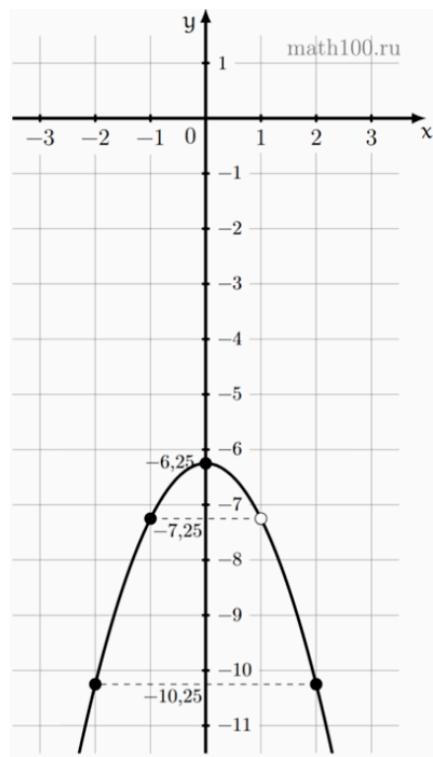


Рис. 1

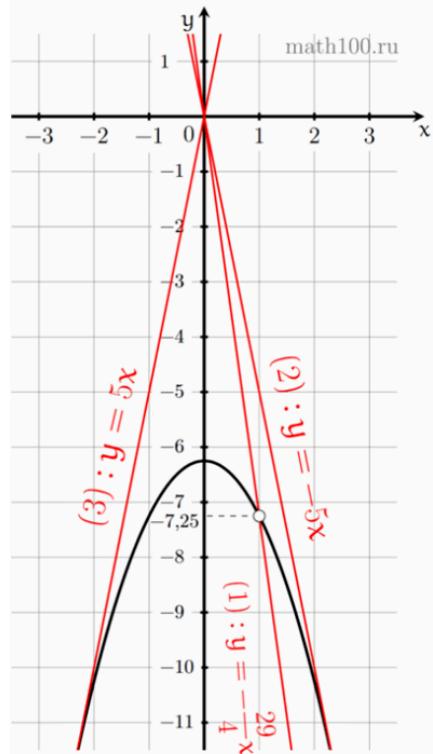
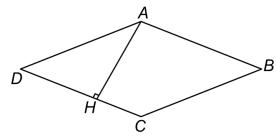


Рис. 2

23

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



$AHD$  — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что  $DH = 21$ , и сторона ромба равна  $21 + 8 = 29$ . У ромба все стороны равны, поэтому  $AD = 29$ .

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2,$$

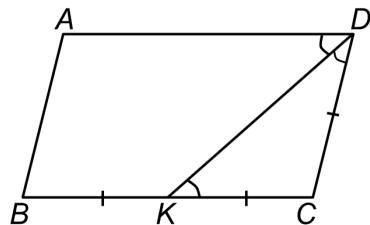
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2},$$

$$AH = \sqrt{29^2 - 21^2} =$$

$$= \sqrt{400} = 20.$$

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Из условия нам известно, что

$$BC = 2CD,$$

а точка  $K$  — середина стороны  $BC$ . Получаем, что

$$KC = CD = \frac{1}{2}BC.$$

Следовательно,  $KC = CD$ .

Треугольник  $KCD$  — равнобедренный, так как две его стороны равны. У равнобедренного треугольника углы при основании равны, поэтому

$$\angle CKD = \angle CDK.$$

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Нам известно, что  $AB \parallel CD$ , а  $DK$  — секущая, получаем, что

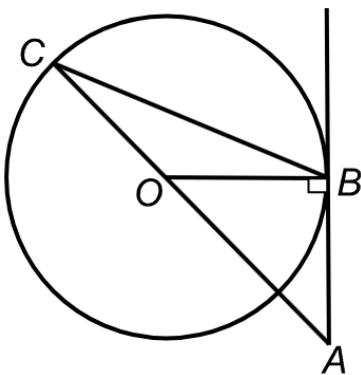
$$\angle DKC = \angle KDA.$$

Следовательно,  $DK$  — биссектриса, так как она делит угол  $ADC$  на два равных угла.

25

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Проведем радиус к точке касания  $B$ .

Касательной к окружности является прямая, проходящая через точку окружности и перпендикулярная радиусу, проведенному в эту точку.

Следовательно,

$$OB \perp AB.$$

$ABO$  — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что  $AB = 15$ , а диаметр окружности равен 16, следовательно,

$$OB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2,$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2},$$

$$AO = \sqrt{15^2 + 8^2} =$$

$$= \sqrt{289} = 17.$$

Следовательно,

$$AC = CO + AO,$$

$$AC = 8 + 17 = 25.$$