

## Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: \_\_\_\_ 2023 г.

Вариант №: \_\_\_\_

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

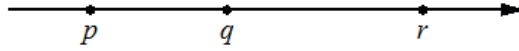
Желаем успеха!

6 Найдите значение выражения  $7,7 \cdot 5,3$ .

Ответ:

40,81

7 На координатной прямой отмечены числа  $p$ ,  $q$  и  $r$ .



Какая из разностей  $q - p$ ,  $r - q$ ,  $p - r$  отрицательна?

- 1)  $q - p$
- 2)  $r - q$
- 3)  $p - r$
- 4) ни одна из них

Ответ:

3

8 Найдите значение выражения  $\sqrt{5^6}$ .

Ответ:

125

9 Найдите корень уравнения  $5(x + 9) = -8$ .

Ответ:

-10,6

10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ:

0,94

11 На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $a$  и  $c$  и графиками функций.

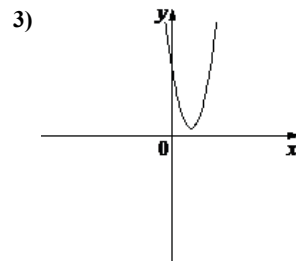
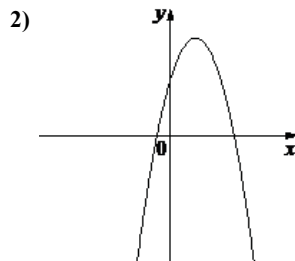
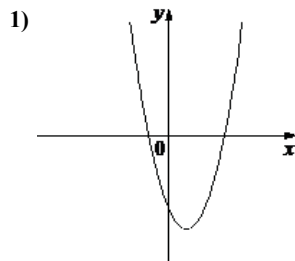
**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

А)  $a > 0, c > 0$

Б)  $a < 0, c > 0$

В)  $a > 0, c < 0$

**ГРАФИКИ**



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

321

- 12 Кинетическая энергия тела массой  $m$  кг, движущегося со скоростью  $v \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , вычисляется по формуле

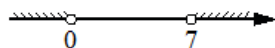
$$E = \frac{mv^2}{2}$$

и измеряется в джоулях (Дж). Известно, что автомобиль массой 1600 кг обладает кинетической энергией 180 тысяч джоулей. Найдите скорость этого автомобиля в метрах в секунду.

Ответ:

15 \_\_\_\_\_

- 13 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



- 1)  $x^2 - 7x < 0$
- 2)  $x^2 - 49 > 0$
- 3)  $x^2 - 7x > 0$
- 4)  $x^2 - 49 < 0$

Ответ:

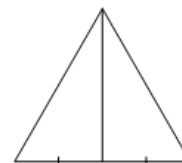
3 \_\_\_\_\_

- 14 При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на  $9^\circ\text{C}$ . Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 6 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла  $-6^\circ\text{C}$ .

Ответ:

-60 \_\_\_\_\_

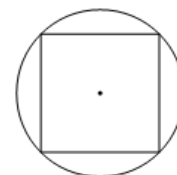
- 15 Сторона равностороннего треугольника равна  $10\sqrt{3}$ . Найдите медиану этого треугольника.



Ответ:

15 \_\_\_\_\_

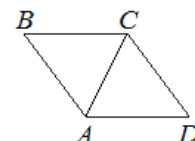
- 16 Сторона квадрата равна  $24\sqrt{2}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Ответ:

24 \_\_\_\_\_

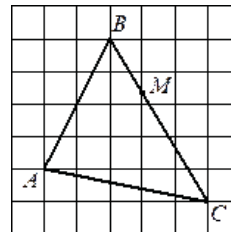
- 17 В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $82^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

49 \_\_\_\_\_

- 18 На клетчатой бумаге изображён треугольник  $ABC$ . Во сколько раз отрезок  $BM$  короче отрезка  $CM$ ?



Ответ:

2

- 19 Какое из следующих утверждений является истинным высказыванием?

- 1) Основания любой трапеции параллельны.
- 2) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

В ответ запишите номер истинного высказывания.

Ответ:

1

- 20 Найдите значение выражения  $11a - 7b + 21$ , если  $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$ .

Ответ:

**Решение.**

Из равенства  $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$  следует, что:

$$3 \cdot (5a - 4b + 6) = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 15a - 12b + 18 = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 11a - 7b = -12.$$

Тогда:  $11a - 7b + 21 = -12 + 21 = 9$ .

Ответ: 9.

**Ответ:**

ОТВЕТ: 9.

\_\_\_\_\_

- 21** Два автомобиля одновременно отправляются в 540-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 30 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ:

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля  $x - 30$  км/ч.

	$v$ (км/ч)	$t$ (ч)	$S$ (км)
Первый автомобиль	$x$	$\frac{540}{x}$	540
Второй автомобиль	$x - 30$	$\frac{540}{x - 30}$	540

Так как первый автомобиль приехал на 3 часа раньше второго, то его время в пути на 3 часа меньше. Следовательно:

$$\frac{540}{x - 30} - \frac{540}{x} = 3 \Leftrightarrow \frac{540x - 540(x - 30)}{x(x - 30)} = 3 \Leftrightarrow \frac{540 \cdot 30}{x(x - 30)} = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x(x - 30) = 540 \cdot 30, \\ x - 30 \neq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 30x - 5400 = 0, \\ x \neq 30, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Решим первое уравнение последней системы:

$$x^2 - 30x - 5400 = 0; \quad D = (-30)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5400) = 22500; \quad \begin{cases} x = \frac{30 + 150}{2} = 90, \\ x = \frac{30 - 150}{2} = -60. \end{cases}$$

Корень  $x = -60$  не подходит по смыслу задачи, так как  $x > 0$ . Поэтому скорость первого автомобиля, равна 90 км/ч.

Ответ: 90 км/ч.

**Ответ:**

ОТВЕТ: 90 км/ч.

22

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 6,25)(x - 1)}{1 - x}$ .

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ:

**Решение.**

Область определения функции:  $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Упростим заданную функцию:

$$y = \frac{(x^2 + 6,25)(x - 1)}{1 - x} = -\frac{(x^2 + 6,25)(x - 1)}{x - 1} = -(x^2 + 6,25) = -x^2 - 6,25, \quad x \neq 1.$$

Следовательно, графиком исходной функции является парабола  $y = -x^2 - 6,25$ , с выколотой точкой, ветви которой направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0.$$

Для построения графика функции  $y = -x^2 - 6,25$  возьмём значения  $x = -2, x = -1, x = 0, x = 1$  и  $x = 2$ :

$$y(-2) = -(-2)^2 - 6,25 = -4 - 6,25 = -10,25;$$

$$y(-1) = -(-1)^2 - 6,25 = -1 - 6,25 = -7,25;$$

$$y(0) = -0^2 - 6,25 = -6,25;$$

$$y(1) = -1^2 - 6,25 = -1 - 6,25 = -7,25;$$

$$y(2) = -2^2 - 6,25 = -4 - 6,25 = -10,25.$$

$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y$	$-10,25$	$-7,25$	$-6,25$	$-7,25$	$-10,25$

График исходной функции, с выколотой точкой  $(1; -7,25)$ , изображён на рис. 1.

Графиком функции  $y = kx$  является множество прямых проходящих через точку  $(0; 0)$ .

Прямая  $y = kx$  будет иметь с графиком построенной функции одну общую точку в следующих случаях:

1) если прямая  $y = kx$  пересекает график параболы  $y = -x^2 - 6,25$  в двух точках, одна из которых является выколотой точкой с координатами  $(1; -7,25)$ . Для нахождения углового коэффициента  $k$  подставим координаты этой точки в уравнение прямой  $y = kx$ :

$$-7,25 = k \cdot 1 \Leftrightarrow k = -7,25.$$

На рис. 2 это случай (1).

2) если прямая  $y = kx$  касается графика параболы  $y = -x^2 - 6,25$ . При этом точка касания  $x \neq 1$ . Для этого система уравнений  $\begin{cases} y = -x^2 - 6,25, \\ y = kx \end{cases}$  должна иметь одно решение. Следовательно, квадратное уравнение:

$$-x^2 - 6,25 = kx \Leftrightarrow x^2 + kx + 6,25 = 0$$

должно иметь одно решение, что реализуется, если его дискриминант равен нулю:

$$D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6,25 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 25 \Leftrightarrow k = \pm 5.$$

Так как прямая  $y = kx$  проходит через точку  $x = 1$  при  $k = -7,25$ , то при  $k = \pm 5$  она будет касаться параболы в точках отличных от  $x = 1$ . На рис. 2 случаи касания (2) и (3).

Следовательно, при  $k = -7,25$ ,  $k = -5$  и  $k = 5$  прямая  $y = kx$  будет иметь с графиком заданной функции ровно одну общую точку.

Ответ:  $-7,25$ ;  $-5$ ;  $5$ .

**Ответ:**

ОТВЕТ:  $-7,25$ ;  $-5$ ;  $5$ .

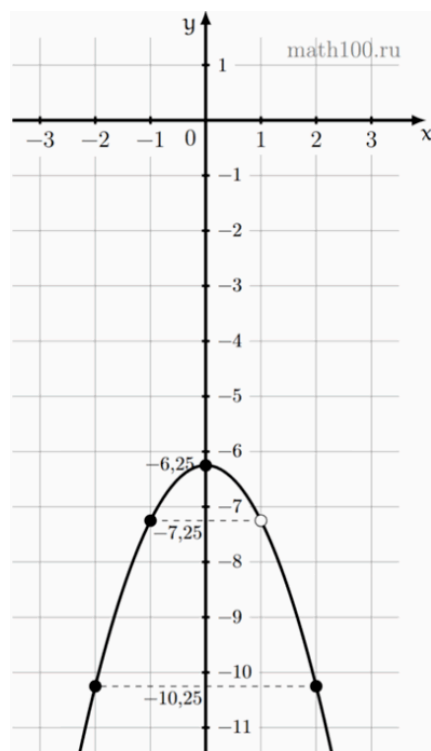


Рис. 1

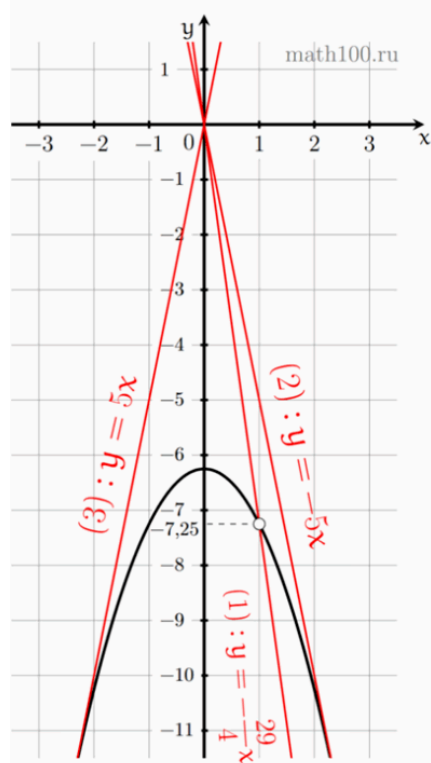


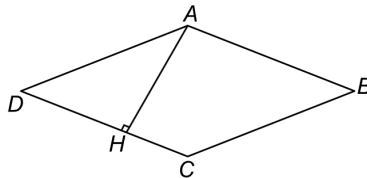
Рис. 2

**23** Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH = 21$  и  $CH = 8$ . Найдите высоту ромба.

Ответ:

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



$AHD$  — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что  $DH = 21$ , и сторона ромба равна  $21 + 8 = 29$ . У ромба все стороны равны, поэтому  $AD = 29$ .

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2,$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2},$$

$$AH = \sqrt{29^2 - 21^2} =$$

$$= \sqrt{400} = 20.$$

---

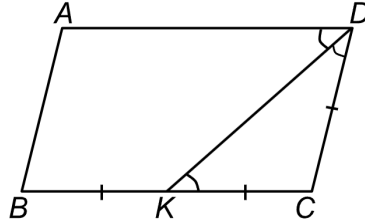


- 24 Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $CD$ . Точка  $K$  — середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $DK$  — биссектриса угла  $ADC$ .

Ответ:

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Из условия нам известно, что

$$BC = 2CD,$$

а точка  $K$  — середина стороны  $BC$ . Получаем, что

$$KC = CD = \frac{1}{2}BC.$$

Следовательно,  $KC = CD$ .

Треугольник  $KCD$  — равнобедренный, так как две его стороны равны. У равнобедренного треугольника углы при основании равны, поэтому

$$\angle CKD = \angle CDK.$$

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Нам известно, что  $AB \parallel CD$ , а  $DK$  — секущая, получаем, что

$$\angle DKC = \angle KDA.$$

Следовательно,  $DK$  — биссектриса, так как она делит угол  $ADC$  на два равных угла.

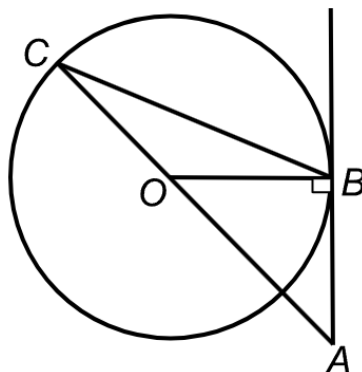
---

- 25 Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен 16, а  $AB = 15$ .

Ответ:

**Решение.**

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Проведем радиус к точке касания  $B$ .

Касательной к окружности является прямая, проходящая через точку окружности и перпендикулярная радиусу, проведенному в эту точку.

Следовательно,

$$OB \perp AB.$$

$ABO$  — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что  $AB = 15$ , а диаметр окружности равен 16, следовательно,

$$OB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2,$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2},$$

$$AO = \sqrt{15^2 + 8^2} =$$

$$= \sqrt{289} = 17.$$

Следовательно,

$$AC = CO + AO,$$

$$AC = 8 + 17 = 25.$$