

Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС

Дата: ____ 2023 г.

Вариант №: ____

Выполнена: ФИО _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развернутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

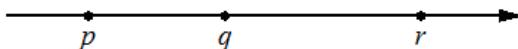
Желаем успеха!

- 6** Найдите значение выражения $7,7 \cdot 5,3$.

Ответ:

40,81

- 7** На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q - p$, $r - q$, $p - r$ отрицательна?

- 1) $q - p$
- 2) $r - q$
- 3) $p - r$
- 4) ни одна из них

Ответ:

3

- 8** Найдите значение выражения $\sqrt{5^6}$.

Ответ:

125

- 9** Найдите корень уравнения $5(x + 9) = -8$.

Ответ:

-10,6

- 10** Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ:

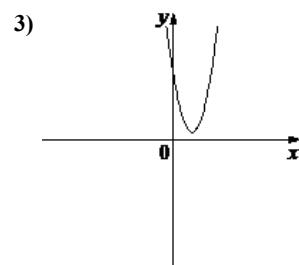
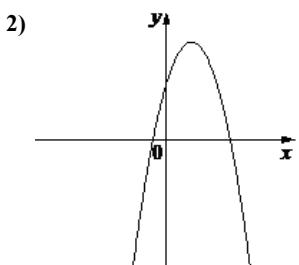
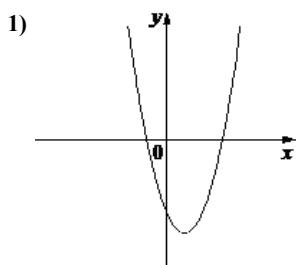
0,94

- 11** На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- A) $a > 0, c > 0$ B) $a < 0, c > 0$ C) $a > 0, c < 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

A	B	C

Ответ:

321

- 12** Кинетическая энергия тела массой m кг, двигающегося со скоростью v , вычисляется по формуле

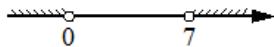
$$E = \frac{mv^2}{2}$$

и измеряется в джоулях (Дж). Известно, что автомобиль массой 1600 кг обладает кинетической энергией 180 тысяч джоулей. Найдите скорость этого автомобиля в метрах в секунду.

Ответ:

15

- 13** Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



- 1) $x^2 - 7x < 0$
- 2) $x^2 - 49 > 0$
- 3) $x^2 - 7x > 0$
- 4) $x^2 - 49 < 0$

Ответ:

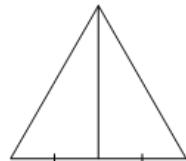
3

- 14** При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту его температура уменьшалась на 9°C . Найдите температуру вещества в градусах Цельсия через 6 минут после начала опыта, если начальная температура вещества составляла -6°C .

Ответ:

-60

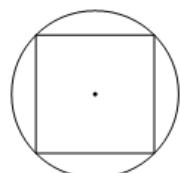
- 15** Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



Ответ:

15

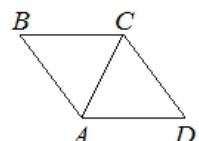
- 16** Сторона квадрата равна $24\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Ответ:

24

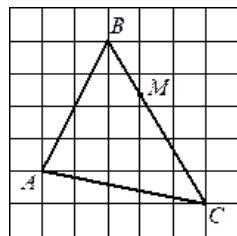
- 17** В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 82° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Ответ:

49

- 18** На клетчатой бумаге изображён треугольник ABC . Во сколько раз отрезок BM короче отрезка CM ?



Ответ:

2

- 19** Какое из следующих утверждений является истинным высказыванием?

- 1) Основания любой трапеции параллельны.
- 2) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

В ответ запишите номер истинного высказывания.

Ответ:

1

- 20** Найдите значение выражения $11a - 7b + 21$, если $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$.

Ответ:

Решение.

Из равенства $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$ следует, что:

$$3 \cdot (5a - 4b + 6) = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 15a - 12b + 18 = 4a - 5b + 6 \Leftrightarrow 11a - 7b = -12.$$

Тогда: $11a - 7b + 21 = -12 + 21 = 9$.

Ответ: 9.

Ответ:

ОТВЕТ: 9.

- 21** Два автомобиля одновременно отправляются в 540-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 30 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ:

Решение.

Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля $x - 30$ км/ч.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Первый автомобиль	x	$\frac{540}{x}$	540
Второй автомобиль	$x - 30$	$\frac{540}{x - 30}$	540

Так как первый автомобиль приехал на 3 часа раньше второго, то его время в пути на 3 часа меньше.
Следовательно:

$$\begin{aligned} \frac{540}{x-30} - \frac{540}{x} = 3 &\Leftrightarrow \frac{540x - 540(x-30)}{x(x-30)} = 3 \Leftrightarrow \frac{540 \cdot 30}{x(x-30)} = 3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x(x-30) = 540 \cdot 30, \\ x-30 \neq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 30x - 5400 = 0, \\ x \neq 30, \\ x \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Решим первое уравнение последней системы:

$$x^2 - 30x - 5400 = 0; \quad D = (-30)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5400) = 22500; \quad \begin{cases} x = \frac{30 + 150}{2} = 90, \\ x = \frac{30 - 150}{2} = -60. \end{cases}$$

Корень $x = -60$ не подходит по смыслу задачи, так как $x > 0$. Поэтому скорость первого автомобиля, равна 90 км/ч.

Ответ: 90 км/ч.

Ответ:

ОТВЕТ: 90 км/ч.

22 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 6, 25)(x - 1)}{1 - x}$.

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ:

Решение.

Область определения функции: $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Упростим заданную функцию:

$$y = \frac{(x^2 + 6, 25)(x - 1)}{1 - x} = -\frac{(x^2 + 6, 25)(x - 1)}{x - 1} = -(x^2 + 6, 25) = -x^2 - 6, 25, \quad x \neq 1.$$

Следовательно, графиком исходной функции является парабола $y = -x^2 - 6, 25$, с выколотой точкой, ветви которой направлены вниз. Найдём вершину параболы:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0.$$

Для построения графика функции $y = -x^2 - 6, 25$ возьмём значения $x = -2, x = -1, x = 0, x = 1$ и $x = 2$:

$$y(-2) = -(-2)^2 - 6, 25 = -4 - 6, 25 = -10, 25;$$

$$y(-1) = -(-1)^2 - 6, 25 = -1 - 6, 25 = -7, 25;$$

$$y(0) = -0^2 - 6, 25 = -6, 25;$$

$$y(1) = -1^2 - 6, 25 = -1 - 6, 25 = -7, 25;$$

$$y(2) = -2^2 - 6, 25 = -4 - 6, 25 = -10, 25.$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-10, 25	-7, 25	-6, 25	-7, 25	-10, 25

График исходной функции, с выколотой точкой $(1; -7, 25)$, изображён на рис. 1.

Графиком функции $y = kx$ является множество прямых проходящих через точку $(0; 0)$.

Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком построенной функции одну общую точку в следующих случаях:

1) если прямая $y = kx$ пересекает график параболы $y = -x^2 - 6, 25$ в двух точках, одна из которых является выколотой точкой с координатами $(1; -7, 25)$. Для нахождения углового коэффициента k подставим координаты этой точки в уравнение прямой $y = kx$:

$$-7, 25 = k \cdot 1 \Leftrightarrow k = -7, 25.$$

На рис. 2 это случай (1).

2) если прямая $y = kx$ касается графика параболы $y = -x^2 - 6, 25$. При этом точка касания $x \neq 1$. Для этого система уравнений $\begin{cases} y = -x^2 - 6, 25, \\ y = kx \end{cases}$ должна иметь одно решение. Следовательно, квадратное уравнение:

$$-x^2 - 6, 25 = kx \Leftrightarrow x^2 + kx + 6, 25 = 0$$

должно иметь одно решение, что реализуется, если его дискриминант равен нулю:

$$D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6, 25 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 25 \Leftrightarrow k = \pm 5.$$

Так как прямая $y = kx$ проходит через точку $x = 1$ при $k = -7, 25$, то при $k = \pm 5$ она будет касаться параболы в точках отличных от $x = 1$. На рис. 2 случаи касания (2) и (3).

Следовательно, при $k = -7, 25$, $k = -5$ и $k = 5$ прямая $y = kx$ будет иметь с графиком заданной функции ровно одну общую точку.

Ответ: $-7, 25; -5; 5$.

Ответ:

ОТВЕТ: $-7, 25; -5; 5$.

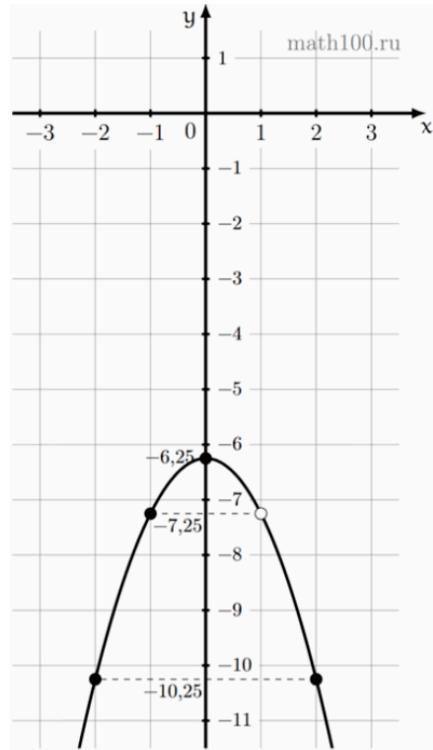


Рис. 1

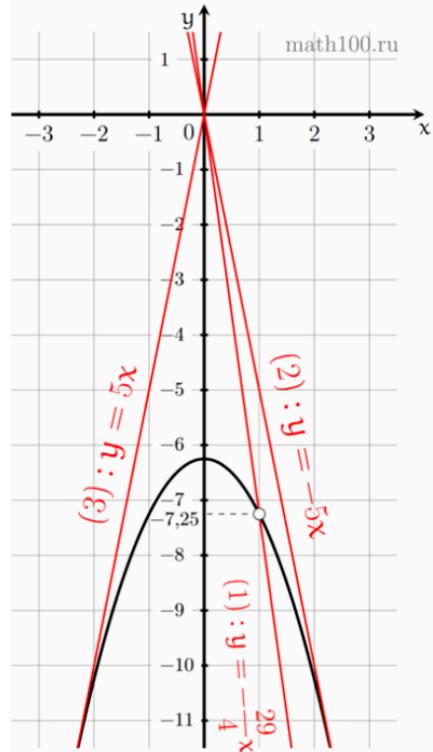


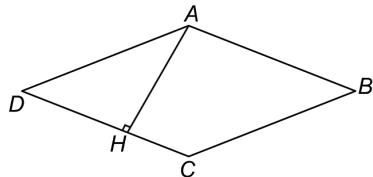
Рис. 2

- 23** Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 21$ и $CH = 8$. Найдите высоту ромба.

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



AHD — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $DH = 21$, и сторона ромба равна $21 + 8 = 29$. У ромба все стороны равны, поэтому $AD = 29$.

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2,$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2},$$

$$AH = \sqrt{29^2 - 21^2} =$$

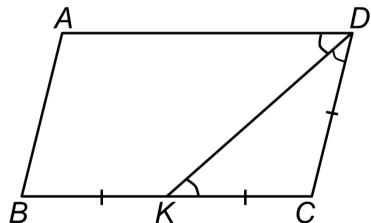
$$= \sqrt{400} = 20.$$

- 24** Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что DK — биссектриса угла ADC .

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Из условия нам известно, что

$$BC = 2CD,$$

а точка K — середина стороны BC . Получаем, что

$$KC = CD = \frac{1}{2}BC.$$

Следовательно, $KC = CD$.

Треугольник KCD — равнобедренный, так как две его стороны равны. У равнобедренного треугольника углы при основании равны, поэтому

$$\angle CKD = \angle CDK.$$

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Нам известно, что $AB \parallel CD$, а DK — секущая, получаем, что

$$\angle DKC = \angle KDA.$$

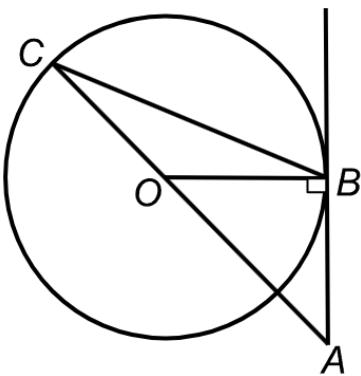
Следовательно, DK — биссектриса, так как она делит угол ADC на два равных угла.

- 25** Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 16, а $AB = 15$.

Ответ:

Решение.

Введем буквенные обозначения, как показано на рисунке ниже.



Проведем радиус к точке касания B .

Касательной к окружности является прямая, проходящая через точку окружности и перпендикулярная радиусу, проведенному в эту точку.

Следовательно,

$$OB \perp AB.$$

ABO — прямоугольный треугольник. Из условия нам известно, что $AB = 15$, а диаметр окружности равен 16, следовательно,

$$OB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Тогда по теореме Пифагора получим:

$$\begin{aligned}AO^2 &= AB^2 + BO^2, \\AO &= \sqrt{AB^2 + BO^2}, \\AO &= \sqrt{15^2 + 8^2} = \\&= \sqrt{289} = 17.\end{aligned}$$

Следовательно,

$$AC = CO + AO,$$

$$AC = 8 + 17 = 25.$$