Тренировочная работа в формате ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Дата: __ _______________ 2025 года

Вариант _____________

Выполнена: ФИО__________________________________ класс ______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

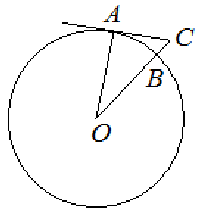
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

1 Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности с центром O, отрезок CO пересекает окружность в точке B (см. рис.), а дуга AB окружности, заключённая внутри этого угла, равна 17°. Ответ дайте в градусах.

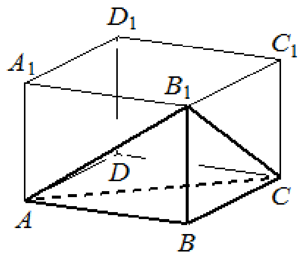


Ответ: ________________

2 Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны 3 и 7, а угол между ними равен 60°. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: ________________

3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AB = 7$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1.



Ответ: ________________

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Аргентины, 7 из Бразилии, 5 из Парагвая и 4 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ: ________________

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: ________________

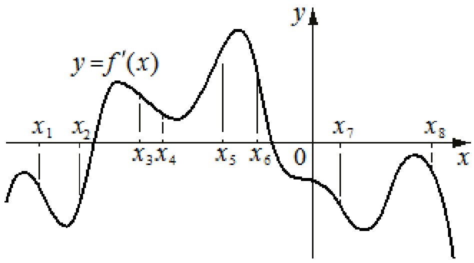
6 Найдите корень уравнения $5^{2-x} = 125$.

Ответ: ________________

7 Найдите значение выражения $\dfrac{3\sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \cdot \cos 56^\circ}$.

Ответ: ________________

8 На рисунке изображён график $y = f\,'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: ________________

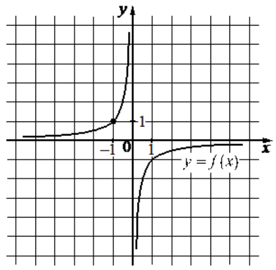
9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = a\,t^2 + b\,t + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 8$ м — начальный уровень воды, $a = \dfrac{1}{72}$ м / мин^2 и $b = -\dfrac{2}{3}$ м / мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: ________________

10 Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 2 детали больше второго?

Ответ: ________________

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: ________________

12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$.

Ответ: ________________

13 а) Решите уравнение $16^{\sin x} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{2\sin 2x}$;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: ________________

14 В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно, причём $B_1K : KC_1 = 1 : 2$. Четырёхугольник $AMKN$ - равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.

а) Докажите, что точка N - середина ребра BC.

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 12 , а высота призмы равна 2.

Ответ: ________________

15 Решите неравенство $2x - 5 > 7$

Ответ: ________________

16 В июле 2026 года Николай планирует открыть накопительный счёт на три года. Его условия таковы:

– 1 июля 2026 года Николай помещает на счёт 488 000 рублей;

– 30 июня каждого года сумма на счёте увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на счёте 29 июня;

– 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов Николай снимет со счёта некоторую одну и ту же сумму денег;

– 1 июля 2029 года остаток на счёте должен оказаться равным 0 рублей.

Найдите сумму, которую Николай должен снимать со счёта каждый год.

Ответ: ________________

17 Биссектриса CD угла ACB при основании равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) делит сторону AB так, что $AD = BC = 2$.

а) Докажите, что $CD = BC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: ________________

18 Решите уравнение при всех значениях параметра a: $a^2x - 5a = 9x - 15$.

Ответ: ________________

19 На столе лежит три карточки, на каждой из которых написана одна цифра. Ваня составил из написанных на карточках цифр трёхзначное число A. Петя выбрал две из этих карточек, составил из написанных на них цифр двузначное число B и вернул карточки на место. Коля тоже выбрал две из этих трёх карточек и составил из написанных на них цифр двузначное число C (возможно, то же самое, что и Петя).

а) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если $A < 150$?

б) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если числа B и C делятся на 3?

в) Найдите наибольшее число A, для которого может быть верным равенство $A = B + C$.

Ответ: ________________