**Тренировочная работа в формате ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ**   
  
9 КЛАСС   
  
Дата: \_\_\_ \_\_\_ 2023 г.   
Вариант №: \_\_\_   
Выполнена: ФИО\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_   
  
**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.** Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

**1**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | В треугольнике ABC  угол C  равен 90° , AB=10 , BC= 19 . Найдите cosA . |  |      |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

0.9

**2**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Даны векторы a → ( 25; 0 )  и b → ( 1; −5 ).  Найдите длину вектора a → −4 b → .   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

11`veca`(4-1

**3**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A , B , C , C 1  правильной треугольной призмы ABC A 1 B 1 C 1 , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9. |  |      |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

18

**4-5**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

0.4

**6**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найдите корень уравнения ( 1 7 ) x + 4  =49 .   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

-8

**7**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найдите значение выражения 2sin136° sin68°⋅sin22° .   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

4

**8**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| На рисунке изображён график функции y=f( x ).  На оси абсцисс отмечено девять точек: x 1 , x 2 , x 3 , x 4 , x 5 , x 6 , x 7 , x 8 , x 9 . Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции f( x )  отрицательна.       |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

4

**9**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон pVk =6,4⋅106 Па⋅м5​, где p — давление в газе в паскалях, V — объём  газа (в м3), k=53. Найдите, какой объём *V* (в м3) будет занимать газ  при давлении p, равном 2⋅105 Па.   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

8

**10**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Призёрами городской олимпиады по математике стали 6 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

120

**11**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| На рисунке изображён график функции вида f( x )= log a x . Найдите значение f( 8 ) .       |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

–3

**12**

Впишите правильный ответ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Найдите точку минимума функции y= x 2  −28x+96⋅lnx+31 .   |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | |  | | |  | |
|  |

Ответ:

8

**13**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) Решите уравнение 9 sin2x − 3 2 2 sinx 11sinx =0 .  б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [ 7π 2 ; 5π ] .   |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

Находим ОДЗ:  
Для знаменателя принимаем условие, что он больше 0, так как он под корнем и так как на корень делить нельзя. Тогда sinx больше 0 в I и II четверти, то есть   
11sinx > 0 ⇒ 2πk < x < π+2πk, k∈Z

Тогда получается знаменатель равен 0  
9sin2x–32√2sinx=09sin2x–322sinx=0

9=32;  
  
sin2x=2sinxcosx

34sinx⋅cosx–32√2sinx=034sinx·cosx–322sinx=0;  
  
34sinx⋅cosx=32√2sinx34sinx·cosx=322sinx;  
  
4sinxcosx=2√2sinx  
  
4sinxcosx–2√2sinx=0  
  
2sinx·(2cosx–√2)=0  
  
sinx=0 или сosx=√2/2  
  
x=πk, k∈Z или х=± (π/4)+2πn, n∈Z

x=πk, k∈Z не принадлежит ОДЗ  
  
х=– (π/4)+2πn, n∈Z не принадлежит ОДЗ

О т в е т.  
а) х= (π/4)+2πn, n∈Z  
  
Указанному промежутку принадлежит корень  
б) х=(π/4)+4π=(17π/4)

**14-17**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Окружность проходит через вершины *В* и *С* треугольника *АВС* и пересекает *АВ* и *АС* в точках *С*1 и *В*1 соответственно.  а) Докажите, что треугольник *АВC* подобен треугольнику *АВ*1*С*1.  б) Вычислите длину стороны *ВС* и радиус данной окружности, если ∠ *А*= 30° , *В*1*С*1= 5  и площадь треугольника *АВ*1*С*1 в пять раз меньше площади четырёхугольника *ВСВ*1*С*1.   |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

а) Заметим, что ∠AB1C1+∠C1B1C=180º∠AB1C1+∠C1B1C=180º  
Четырехугольник BCB1C1 вписан в окружность, отсюда:  
∠C1BC=∠C1B1C=180º∠C1BC=∠C1B1C=180º  
Значит, ∠AB1C1=∠C1BC=∠ABC∠AB1C1=∠C1BC=∠ABC.  
Следовательно, треугольники ABCABC и AB1C1AB1C1 подобны.  
  
  
  
б) Пусть коэффициент подобия треугольников ABCABC и AB1C1AB1C1 равен kk. Тогда имеем:  
Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.  
SABC:SAB1C1=S+5SS=k2SABC:SAB1C1=S+5SS=k2  
k=√6k=6  
  
Из подобия получаем  
BC=√6B1C1=5√6BC=6B1C1=56  
  
Пусть AB1=xAB1=x, тогда АВ=x√6АВ=x6  
  
По теореме косинусов для ΔABB1ΔABB1:  
  
В1В2=АВ21+АВ2−2АВ1⋅cosAВ1В2=АВ12+АВ2-2АВ1⋅cosA  
В1В2=x2+(x√6)2−2⋅x⋅x√6cos30=7x2−x2√18В1В2=x2+(x6)2-2⋅x⋅x6cos30=7x2-x218  
ВВ1=x√7−3√2ВВ1=x7-32  
  
По теореме синусов для ΔABB1ΔABB1:  
  
ABsin∠AB1B=BB1sin∠AABsin∠AB1B=BB1sin∠A  
sinAB1B=ABsin∠ABB1sinAB1B=ABsin∠ABB1  
  
Но sin∠AB1B= sin∠BB1Csin∠AB1B= sin∠BB1C, поскольку синусы смежных углов равны. Получаем  
  
sinBB1C=ABsin∠ABB1=x√6⋅12x√7−3√2sinBB1C=ABsin∠ABB1=x6⋅12x7-32  
sinBB1C=√62(7−3√2)sinBB1C=62(7-32)  
  
Тогда радиус окружности, описанной около треугольника BB1C:  
  
2R=BCsin∠BB1C2R=BCsin∠BB1C  
  
R=BCsin∠BB1C:2=5√6⋅2√7−3√22⋅√6=5√7−3√2R=BCsin∠BB1C:2=56⋅27-322⋅6=57-32  
  
Ответ:  
б)  5√656; 5√7−3√257-32

**15**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Решите неравенство log 49 ( x+4 )+ log ( x 2 +8x+16 ) 7 ≤− 3 4 .     |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

x∈⟨−4,−277]⋃[√77−4,−3⟩x∈⟨-4,-277]⋃[77-4,-3⟩x∈⟨-4,-27/7]⋃[sqrt7/7-4,-3⟩

**16**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года  в размере S  млн рублей, где S   —  **целое** число. Условия его возврата таковы:  —  каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;  —  с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  —  в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии  со следующей таблицей.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 | | Долг  (в млн рублей) | S | 0,8S | 0,5S | 0 |   Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.   |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

:

**18**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Найдите все значения *а*, для каждого из которых уравнение 4 x +(a−6) 2 x =(2+3| a |) 2 x +(a−6)(3| a |+2)  имеет единственное решение.   |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

:

**19**

Дайте развернутый ответ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали  по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2,  а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.  а) Мог ли средний балл в школе № 1 вырасти в 2 раза?  б) Средний балл в школе № 1 вырос на 10%, средний балл в школе № 2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 1?  в) Средний балл в школе № 1 вырос на 10%, средний балл в школе № 2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.     |  | | --- | |  | |  | |
|  |

Ответ:

а) нет