题解

本题数据范围比较大,样例三是在暗示可行方案其实不多。

解决本题的核心思路是暴力枚举,贪心取最优。

首先我们不考虑任意一种方案中火柴棒的消耗,我们现在单纯只是看看有多少种可行方案数(也就是先看看有多少个数能够满足要求的整除关系)。

如果通过暴力打表,可以发现可行的最大数为 3608528850368400786036725,满足条件的数一共有 20456种,问题就很容易通过暴力解决

我们下面先说明下,满足条件的数的个数的有界性

我们记 S_k 为所有k位数中满足所谓整除关系的数的集合, M_k 为该集合的大小, A_k 为该集合中某个元素

我们观察 A_k , $\overline{a_1a_2...a_k}$,当我们在他的末尾填上 0-9的一个数字 x 后,它有可能能成为 S_{k+1} 的元素

因为显然 $\overline{a_1 a_2 \dots a_k}$ 前k位已经满足了整除关系,所以我们添完x,要让 $(k+1)|\overline{a_1 a_2 \dots a_k x}$ 即可。

那么显然, 当 k 的不断增大, x从0-9选取的方案数会较为明显递减的趋势。当 k 大于 10 开始, 这种x从0-9选取的方案数至多只有一种(因为取模(k+1)意义下, $\overline{a_1 a_2 \dots a_k 0}$ 到 $\overline{a_1 a_2 \dots a_k 9}$ 值连续, 他们所占据的取值区间至多覆盖一次0)

那么,我们就可以得出小结论: **当**k>10, M_k 是非严格递减的,那么它就是有界的了

如果在赛场上,我们不通过打表怎么才能大概估计 $\sum_{i=1}^{inf} Mi$ 嘞?

我们注意到, S_4 中的任意的一个数末尾添加 0 或 5 均是 S_5 中的元素,这个时候的x从 0 — 9选取的方案数就是 2, M_5 =2 × M_4 ,因为 M_4 至多为9000(即四位数的个数),所以 M_5 至多为18000, M_{10} 至多为576000(增长幅度至多为2)。那么很显然,他们实际数量远远小于我们这样的估计值,枚举可行数,再考虑上火柴的消耗,通过暴力即可解决本题。